Journal of the Korean Institute of Industrial Engineers
Vol. 26, No. 1, pp. 36-47, March 2000.

불확실한 상황하에서의 효율성 평가를 위한 DEA

최 홍[1] · 손소영[2]

[1]연세대학교 컴퓨터과학 산업시스템공학과 / [2]연세대학교 기전공학부

Fuzzy DEA under Uncertainty

Hong Choi[1] · So-Young Sohn[2]

DEA has been effectively applied to various areas which need the evaluation of relative efficiency. We propose a DEA model based on fuzzy LP in order to consider uncertain synergy effects due to M&A of existing organization. We apply the suggested approach to forecasting the efficiency of merged academic departments in a university in Korea. We expect that our approach can be utilized to effectively realign existing departments.

1. 서 론

최근 학교 및 기업 전반에 걸쳐 활발히 이루어지고 있는 조직통폐합은 지금까지 이루어진 분야별 전문지식을 토대로, 이들 분야들이 각자의 지식과 정보를 상호교환하고 협력할 수 있는 체제 구축의 시도라 할 수 있다. 이러한 노력을 통해 새롭고 통합적인 지식 및 기술의 창출을 모색함으로써, 조직의 질적인 향상을 도모해야 할 것이다. 이렇듯 조직통폐합이 조직의 질적인 향상에 효과적으로 기여하는지의 여부를 가름하기 위해, 해당 조직활동에 대한 효율성(efficiency) 분석이 필요하다.

자료봉합분석으로 알려져 있는 DEA(Data Envelopment Analysis)는 다투입 · 다산출 상황에서 다수의 의사결정집합(DMU: Decision Making Units)의 상대적 효율성을 측정하는 기법으로서, 그 적용 분야는 학교, 행정부서, 은행, 편의점, 병원 및 운송 회사 등 다양한 서비스기관에 적용 가능하며, 특정 제품들간의 비교 평가에 있어서도 그 유용성이 입증되고 있다. DEA는 각 DMU의 효율성 평점 및 입력 對 출력 비의 최대치를 얻기 위한 평가 속성의 가중치를 제시하고(Charnes, Cooper & Rhodes, 1985), 비지배해집합(nondominated solution set)이론에 근거한 파레토-쿠퍼만 최적화(Pareto-Koopman optimality)의 의미에서 가장 효율적인 집단을 명시한다. 그리고 이에 비해 비효율적인 조직에 대해서는 효율성의 향상을 위한 수준점(benchmark)을 제시하며, 입력 및 출력 변수와 같은 평가속성에 대해 사전에 주어진 가중치나 혹은 특정한 함수 형태에 대한 가정이 요구되지 않는다는 점이 회귀분석 및 비율분석법과 같은 여타 평가도구에 비해 장점으로 부각되고 있다.

이러한 DEA를 이용해 상대적 효율성을 측정함에 있어 미래의 성능자료 부재 및 조직통합에 의한 synergy 효과의 불확실성을 고려한 분석을 위해, interval LP와 fuzzy LP를 적용한 DEA 모형을 제시하여 최적의 조직 형태를 구성하는 데 필요한 초석을 다지고 가까운 미래의 조직 효율성 추이를 예측하고자 한다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 제 2장에서는 DEA를 이용한 조직의 효율성 측정 및 불확실한 자료를 이용한 DEA 분석에 관한 선행연구에 대해 고찰한다. 제 3장에서는 입 · 출력변수가 완전자료로 구성되어 있을 경우, DEA의 기본모형인 CCR 모형을 이용한 효율성 평가 및 벤치마킹을 하는 과정에 대하여 설명한다. 4장에서는 입 · 출력변수가 불확실한 자료로 구성되어 있을 때 효율성 분석을 하기 위하여, interval LP 모형 및 fuzzy LP 모형을 적용한 DEA 모형을 제시한다. 제 5장에서는 제안된 모형을 국내 공과대학의 학부 효율성 예측에 적용하여 그 분석 결과를 제시하고, 마지막으로 제 6장에서는 결론 및 향후 연구방향에 관해 언급하도록 한다.

2. 문헌고찰

본 장에서는 DEA를 조직의 효율성 측정에 적용한 사례 및 DEA 분석시 불확실한 자료를 이용하여 효율성을 산출한 사례에 관한 기존 문헌에 관해 소개하고자 한다.

먼저 DEA를 조직의 효율성 측정에 적용한 최근 연구들을 살펴보면 다음과 같다. Sinuary-Stern *et al.*(1993)는 Ben Gurion University에 있는 21개의 학과에 관한 효율성 평가를 DEA를 적용하여 실시하였다. 분석에 필요한 입력 변수로는 운영비에 관련된 지출비용과 학교 임직원에 대한 급여로 설정하였고, 출력 변수는 연구 보조금, 출판부수, 모교 대학원으로 진학한 학생수, 그리고 단위교육시간을 고려하였다. 또한 이 연구에서는 DEA 모형을 적용하여 각 학부의 효율성 평점을 산출하는 것뿐만 아니라, 모형에 필요한 변수들을 삽입하거나 제거하여 학과 효율성이 변하는 정도에 관하여 분석하고, 군집분석(cluster analysis)과 판별 분석(discriminant analysis)을 통해 나온 결과와 DEA 분석 간의 적합도검정(fitting test)을 실시하였다.

Grosskopf *et al.*(1997)은 학교들의 학생유치를 위한 경쟁과 학교의 효율성 사이의 관계를 살펴보기 위해, Shephard의 투입거리함수(input distance function)를 이용하여 다투입, 다산출 상황하에서의 학교의 생산성 평가 기법을 모델링하였다. 이 연구에서는 미 Texas주 학교 관할구를 대상으로, 부스트랩 재표집(bootstrap resampling) 방법을 이용하여 거리함수를 여러 번 재측정함으로써 교육적 생산에 할당된 비효율성을 테스트하였으며, 그 결과 학생들에 대한 학교간 경쟁이 Texas주 학교 관할구에 할당된 비효율성을 유의하게 줄일 수 있다는 것을 밝혔다.

Beasley(1990)는 영국 대학의 물리학과 및 화학과의 효율성을 분석하기 위해 DEA 모형을 적용하였다. 이 연구에서는 수주연구비를 출력변수로 보지 않고 지식의 증가를 위한 연구비의 재투자라는 관점에서 입력변수로 간주하였다. 또한 출판 부수에 관한 자료를 얻을 수 없는 상황에서 수주연구비를 출판 부수라는 출력변수의 대리변수(proxy)로 간주하여 출력변수에도 포함시켜 분석하였다. 그리고 DEA 모형의 현실적인 적용을 위해 가중치를 제한하는 방법을 제안하였다.

Sarafoglou와 Haynes(1991)는 스웨덴의 지역별 고등교육기관의 효율성 평가를 위해 DEA를 적용하였다. 이 연구에서는 특히 경제학과와 경영학과에 초점을 두어 효율성 평가를 실시하였으며, 각 입력 변수와 출력 변수에 관한 자료를 타 기관으로부터 온라인으로 수집하여 효율성을 평가할 수 있는 전문가 시스템(expert system)을 제안하였다.

다음으로 불확실한 자료를 이용하여 LP 및 DEA 문제를 해결한 연구에 관해 살펴보면 다음과 같다. Tong(1994)은 선형계획법에서 목적함수 및 제약조건의 계수들(coefficients)이 불확실할 때 적용하는 interval LP 및 fuzzy LP에 대한 해법을 제시하고 있다. interval LP의 경우는 최대값의 범위를 가지는 부등식과 최소값을 가지는 부등식을 통해 하나의 interval LP식을 두 개의 전형적인 LP로 변형하여 최적해의 구간을 구하였다. 또한 fuzzy LP의 경우에는 퍼지수들 사이의 크기에 의한 순위 산정에 근거한 퍼지 의사결정집합 접근법(fuzzy decision set approach)을 적용하였다. 그는 fuzzy LP의 목적함수 및 제약조건을 의사결정 집합의 구성함수를 통해 미지의 파라미터로서 α를 취하는 비선형계획문제로 변형하였다. 그리고 이 비선형계획문제에 대하여 두 가지의 해법을 제시하였는데, 첫 번째는 임의의 α를 정해주어 LP의 단체법(simplex method)으로 전환한 다음, 제약조건을 만족하는 α의 최대값을 업데이트하면서 해를 얻는 방법이다. 다른 방법은 퍼지수들의 α절단법(α-cutsets)에 의한 접근 방법으로, α절단법에 의해 주어진 제약조건의 계수들의 최대·최소값을 구함으로써 fuzzy LP를 interval LP로 전환하여 문제를 푸는 방법이다.

박경삼 외(1999)는 33개의 전화국을 대상으로 불완전한 입·출력자료를 이용하여 효율성을 분석할 때 사용되는 IDEA(Imprecise DEA)와 AR-IDEA(Assurance Region-IDEA)를 적용하여 효율성을 측정하는 분석을 실행하였다. 이 연구에서는 출력변수 중 운용유지수준과 고객만족도에 관한 자료가 순위나 범위로 주어진 상태에서 이러한 변수의 특성을 DEA 모형 내의 제약조건으로 포함시켜 각 전화국의 효율성을 측정하였다.

Kao와 Liu(1998)은 DEA 모형의 적용에 있어, 불확실한 입·출력 자료와 이에 따라 변하는 효율성 지수에 대해 퍼지집합이론을 적용하여 효율성을 산출하는 fuzzy DEA 모형을 제안하였다. 이 연구에서는 퍼지수를 가지는 불확실한 입력 혹은 출력자료에 대하여, α절단법을 적용하여 상한과 하한을 가지는 구간으로 변형하여 DEA 모형에 적용하였다. 또한 제안한 모형을 타이완의 24개 대학 도서관에 적용함에 있어, 분실된 입력자료를 주관적으로 결정한 삼각구성함수를 가지는 퍼지수로 설정하여 효율성을 구하는 분석을 실행하였다.

Kahraman *et al.*(1998)도 마찬가지로 fuzzy DEA를 제안하였는데, 이 연구에서는 효율성 지수를 구하는 목적함수에 대하여 상한값과 하한값을 결정하여 부등식으로 변형하고, 제약조건식과 함께 부등호의 크기의 정도를 나타내는 퍼지수의 구성함수로 변형함으로써 DEA에 fuzzy LP를 적용하는 방법론을 제시하였다. 이 연구에서는 이러한 방법론을 통하여 해를 찾는 과정이 의사결정자가 수리적 원인에 대해 정확한 수식화를 해야 하는 부담을 덜 수 있다고 주장하였다.

3. 완전자료를 이용한 DEA 모형

본 장에서는 조직의 효율성 평가를 위해 선정된 입력 및 출력변수가 완전자료(exact value)일 경우, DEA 모형의 기본모형인 CCR 모형(Charnes, Cooper & Rhodes, 1985)을 이용하여 각 DMU의 효율성 지수를 산출하고, 이러한 효율성 분석 결과를 이용하여 벤치마킹을 하는 과정에 관하여 간단

히 살펴보기로 한다.

DEA는 다수의 투입과 다수의 산출물을 갖는 다수의 의사결정단위(Decision Making Unit: DMU) 사이의 상대적 효율성을 측정하는 방법으로서, Charnes, Cooper & Rhodes 등이 다수투입과 다수산출에 관한 비율모형으로 제시한 CCR 모형에서부터 출발하였다. CCR 모형은 실제 열량과 최대발생가능열량의 비율로 표시되는 효율성지표로부터 유도되었으며, 이의 수리적 해법은 투입, 산출함수 관계의 2차원 평면상에서 원점에서부터 참조집합까지의 거리와 원점에서 피 평가단위까지의 길이의 비에 의해서 효율성이 평가된다. 이러한 CCR 모형의 방법론을 이론적으로 살펴보면 다음과 같다. n개의 DMU에 대한 상대적 효율성을 구하고 이를 비교하기 위해 DMU_j를 j번째 대안으로 정의한다. m개의 투입요소를 이용하여 s개의 산출물을 생산하는 경우, 특정 대안 DMU_o의 효율성 h_o를 구하기 위한 수리계획모형은 식(1)과 같은 분수형(비율)계획문제(Fractional (Ratio) Programming Problem)로 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \text{Max} \quad & h_o = \frac{\sum_{r=1}^{s} u_r y_{ro}}{\sum_{i=1}^{m} v_i x_{io}} \\ \text{s.t.} \quad & \frac{\sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj}}{\sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij}} \le 1, \quad j=1,\cdots,n \\ & u_r \ge \varepsilon > 0, \quad i=1,\cdots,m \\ & v_i \ge \varepsilon > 0, \quad r=1,\cdots,s \end{aligned} \tag{1}$$

위의 모형에서 x_{ij}와 y_{rj}는 각각 DMU_j의 투입물 i와 산출물 r의 실제 관측치를 나타내며, 결정변수인 u_r, v_i는 각각 산출물 r과 투입물 i에 부여되는 가중치를 의미한다. 또한 ε은 결정변수에 대한 비부(非負)의 조건으로서, 모든 가중치의 값이 임의의 작은 양수 ε 이상의 값을 갖도록 하는 조건을 만족시키기 위해 사용되는 Non-Archimedean 상수이다.

그런데 식 (1)은 비선형(nonlinear programming), 비볼록(nonconvex)의 문제이므로 계산상 다루기 쉬운 형태로 변형하기 위해, Charnes와 Cooper(1978)가 제시한 분수계획문제를 통상적인 선형계획의 문제로 대체할 수 있는 이론을 이용할 수 있다. 즉, 식 (1)에서 DMU_o의 투입변수의 값을 모두 1로 고정하면, 식 (2)와 같은 통상적인 선형계획모형의 기본모형(primal problem)을 얻을 수 있으며(multiplier model), 이때 식 (2)는 LP 문제이므로, 식 (3)과 같은 쌍대모형(dual problem)으로 변형할 수 있다(envelopment model).

$$\begin{aligned} \text{Max} \quad & h_o = \sum_{r=1}^{s} u_r y_{ro} \\ \text{s.t.} \quad & \sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij} \le 0, \quad j=1,\cdots,n \\ & \sum_{i=1}^{m} v_i x_{io} = 1 \\ & u_r \ge v_i \ge \varepsilon, \quad \forall r,j \end{aligned} \tag{2}$$

$$\begin{aligned} \text{Min.} \quad & \theta - \varepsilon\Big[\sum_{i=1}^{m} s_i^- + \sum_{r=1}^{s} s_r^+\Big] \\ \text{s.t.} \quad & \sum_{j=1}^{n} \lambda_j x_{ij} + s_i^- = \theta x_{io} \quad \text{for } i=1,\cdots,m \\ & \sum_{j=1}^{n} \lambda_j y_{rj} - s_r^+ = y_{ro} \quad \text{for } r=1,\cdots,s \\ & s_i^-,\ s_r^+,\ \lambda_j \ge 0 \quad \forall i,r,j \end{aligned} \tag{3}$$

위의 모형에서 s_i^-, s_r^+는 각각 투입부등식과 산출부등식에 관련된 비음수의 여유변수(slack variable)의 벡터를 나타낸다. 식 (3)을 통해 DMU의 효율성을 측정하기 위해서는 Arnold *et al.*(1995)이 제안한 2단계 해법(two-stage solution)이 적용될 수 있다. 이 방법은 첫 번째 단계에서 식 (3)에 포함되어 있는 여유변수들을 목적 함수에서 제외한 상태에서 θ의 값을 구한 다음, 두 번째 단계에서는 첫 번째 단계에서 구한 θ^*를 대입하여 여유변수들의 값 s_i^{-*}, s_r^{+*}을 구함으로써, 최종 목적함수 값인 h_o^*를 구하게 된다.

이론적으로, DEA에서의 100%의 상대적 효율성은 특정 DMU의 투입, 산출을 다른 DMU들과 함께 비교 · 분석하여 비효율적인 증거가 없을 때 달성된다. 그리고 기본적으로 비율모형이라는 점을 감안할 때, 효율적(efficient)인 DMU들은 1의 효율성 지수($h_o^*=1$)를 제공하고, 비효율적(inefficient)인 DMU들은 1보다 작은 효율성 지수($h_o^*<1$)를 제공한다. 이때 식 (3)과 관련하여 DMU_o가 $h_o^*=1$로서 효율적이라고 평가되기 위해서는 ⅰ) $\theta^*=1$이고, ⅱ) 모든 여유변수의 벡터 s_i^{-*}, s_r^{+*}의 값이 영(zero)인 조건을 동시에 만족시켜야 한다.

이렇듯 의해서 산출된 개별 DMU의 효율성 지수는 모형 내에 도입된 변수를 종합하여 제시한 평점이므로, 해당 DMU가 어느 정도 효율적으로 활동하고 있는지 쉽게 파악할 수 있다. 또한 DEA에 의한 평가결과는 상대적으로 비효율적인 DMU들에 대하여 효율성 개선을 위한 참조집합(reference set)을 제공한다. 이에 따라 비효율적인 DMU는 투입, 산출과 관련된 여유변수 및 참조집합이 제공하는 가중치(λ_j^*)의 결합을 통해서 비효율성의 정도를 투영(projection)할 수 있으며, 비효율성의 원인에 대하여 벤치마킹을 할 수 있다. 이를 구체적으로 살펴보면, 비효율적인 DMU가 효율적인 DMU로 되기 위해 감소해야 할 입력변수의 초과분과 증가해야 할 출력변수의 부족분은, 먼저 식 (4)와 같이 DMU_o의 참조집합의 입 · 출력변수의 가상의 합성 가중합 $\widehat{x_{io}}$, $\widehat{y_{ro}}$을 구한 다음, 이것과 DMU_o의 입 · 출 수준 x_{io}, y_{ro}와의 차이를 통해 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \widehat{x_{io}} &= \sum_{j=1}^{n} \lambda_j^* x_{ij} = \theta^* x_{io} - s_i^{-*}, \quad \forall i \\ \widehat{y_{ro}} &= \sum_{j=1}^{n} \lambda_j^* y_{rj} = y_{ro} + s_r^{+*}, \quad \forall r \end{aligned} \tag{4}$$

4. 불확실한 자료를 이용한 Interval DEA 및 Fuzzy DEA 모형

최근 학교나 기업 등에서 추진되는 조직 통합은 투입 측면에 있어서는 조직의 방대한 규모 및 이에 따른 운영비 등은 축소하고, 반대로 산출 측면에 있어서는 산재되어 있는 분야별 전문지식 및 정보를 상호교환하고 협력할 수 있는 체제를 구축함으로써 조직의 효율성을 극대화하는 데 그 목적이 있다. 따라서 만약 추진 가능한 조직통합의 대안이 여러 개가 있을 경우, 각 대안에 의하여 조직 효율성이 어느 정도 수준일지를 예측해 보고, 이러한 분석에 기초하여 조직통합에 관한 의사결정을 내리는 것이 필요하다고 볼 수 있다. 이때 통합된 조직의 효율성을 예측하는 분석은 미래의 입·출력변수의 자료가 부재하며, 또한 통합 현상에 따른 synergy 효과에 의해 효율성이 변할 수 있다는 점을 함께 고려하여 이루어져야 한다. 그러므로 이와 같이 자료의 형태가 불확실한 경우, 퍼지성에 근거한 DEA 분석은 조직의 효율성 예측 분석에 긍정적인 영향을 미칠 것으로 기대된다.

자료의 형태가 불확실한 경우, 퍼지개념을 적용하여 DEA 모형에 반영한 연구에 대해서는 이미 2장의 문헌고찰에서 언급한 바 있다. 이 중 Kao와 Liu(1998)가 제안한 DEA 모형은 α절단법을 통해 불확실한 자료를 구간 형태로 변형하여, 효율성의 최대값 및 최소값을 구함으로써 DEA 모형 내에서 자료의 퍼지성을 반영하였다는 점에서 평가할 만한 가치가 있다. 그러나 이들이 제시한 모형은 식 (2)와 같은 multiplier model을 통해 효율성을 구하였으므로, 변수에 대한 비부(非負)의 조건으로 각 가중치의 값이 양수이어야 하는 조건을 만족시키기 위해 사용되는 Non-Archimedean 상수 ε을 처리하는 데 어려움이 있으며, 이들의 모형은 주로 DMU의 순위산정에 초점을 맞추어 개발되었기 때문에, 다요소 의사결정 분석기법(MCDA: Multi Criteria Decision Analysis method)에 적용하기 위한 DEA 모형에는 적합하지 못한 점이 있다. 특히 효율성 평점 산출시 여유변수의 값을 고려하지 않음으로써 비효율적인 DMU에 대한 벤치마킹을 해주기 어려운 한계가 있다. 또한 Kahraman *et al.*(1998)이 제안한 DEA에 fuzzy LP를 적용하는 방법론은, 제약조건의 부등식을 구성함수로 변형한다는 점에 있어 본 연구에서 제안하는 방법론과 유사하다. 그러나 Kahraman의 방법론은 DEA에서 목적함수에도 상한 및 하한을 둠으로써 다른 제약조건과 마찬가지로 구성함수로 변형함으로써 분석에 있어서는 용이할 수는 있으나 DEA의 특성을 많이 훼손하는 결과를 낳을 수 있다. 또한 LP 해법을 적용하기 위해 구성함수에도 가중치를 임의로 부여하는 등 의사결정자가 임의로 결정해야 하는 요소가 너무 많으므로 DEA 결과의 신빙성이 크게 저하될 소지가 있다. 따라서 본 연구에서 제안하고자 하는 interval DEA 및 fuzzy DEA 모형은, 이러한 기존의 fuzzy DEA 모형의 모델링 및 적용상의 문제점 및 조직의 효율성 측정시 발생할 수 있는 불확실성을 합리적인 방법으로 최소화하고자 제안되었다. 이제 본 장에서 이러한 퍼지다요소 의사결정 분석기법으로서의 interval DEA 및 fuzzy DEA 모형에 관하여 살펴보도록 한다.

4.1 Interval DEA 모형

Interval DEA는 효율성을 측정하기 위해 선정된 입·출력변수의 값이 최소값과 최대값을 갖는 구간변수로 주어지고, 이에 따라 효율성 지수도 변할 때 적용 가능한 기법이다. 이러한 interval DEA를 통해 효율성 지수를 구할 때 적용되는 개념은, 피평가 DMU_o의 실제 효율성 지수는 가장 열악한 상황에서의 최소효율성지수와 가장 여유로운 상황에서의 최대효율성지수의 사이에 존재한다는 것이다. 이 때 최소효율성지수는 DMU_o의 출력변수와 다른 DMU들의 입력변수가 그들의 최소값이거나, DMU_o의 입력변수와 다른 DMU들의 출력변수가 그들의 최대값일 때 발생한다. 반대로 최대효율성지수는 DMU_o의 출력변수와 다른 DMU들의 입력변수가 그들의 최대값이거나, DMU_o의 입력변수와 다른 DMU들의 출력변수가 그들의 최소값일 때 발생함을 알 수 있다. 이제 이러한 개념을 바탕으로 하여 DEA에 interval LP를 적용한 모형을 구하기 위해, 우선 식 (2)의 multiplier model에서 각 입·출력 변수에 최소값과 최대값을 가지도록 적당한 범위값을 주면 식 (5)와 같이 됨을 알 수 있다. 이 때 식 (5)에서의 입·출력 변수의 최소값과 최대값을 현실적으로 정해주는 것이 중요하다.

$$
\begin{aligned}
\text{Max } & h_o = \sum_{r=1}^{s} u_r[y_{ro}^{\min}, y_{ro}^{\max}] \\
\text{s.t. } & \sum_{r=1}^{s} u_r[y_{rj}^{\min}, y_{rj}^{\max}] - \sum_{i=1}^{m} v_i[x_{ij}^{\min}, x_{ij}^{\max}] \le 0, \quad j=1,\cdots,n \\
& \sum_{i=1}^{m} v_i[x_{io}^{\min}, x_{io}^{\max}] = 1 \\
& u_r \ge v_i \ge \varepsilon, \quad \forall r, j
\end{aligned} \tag{5}
$$

이제 식 (5)를 최대최소법(maxmin principle)을 적용하여 분리한 다음 쌍대모형으로 바꿔 주면, 식 (6) 및 식 (7)과 같은 두 개의 전형적인 LP 문제로 변형될 수 있다.

$$
\begin{aligned}
\text{Min } & \theta - \varepsilon\Big[\sum_{i=1}^{m} s_i^- + \sum_{r=1}^{s} s_r^+\Big] \\
\text{s.t. } & \sum_{j=1, j\neq 0}^{n} \lambda_j x_{ij}^{\max} + \lambda_o x_{io}^{\min} + s_i^- = \theta x_{io}^{\min} \quad \text{for } i=1,\cdots,m \\
& \sum_{j=1, j\neq 0}^{n} \lambda_j y_{rj}^{\min} + \lambda_o y_{ro}^{\max} - s_r^+ = y_{ro}^{\max} \quad \text{for } r=1,\cdots,s \\
& s_i^-,\ s_r^+,\ \lambda_j \ge 0 \quad \forall i, r, j
\end{aligned} \tag{6}
$$

$$
\begin{aligned}
\text{Min } & \theta - \varepsilon\Big[\sum_{i=1}^{m} s_i^- + \sum_{r=1}^{s} s_r^+\Big] \\
\text{s.t. } & \sum_{j=1, j\neq 0}^{n} \lambda_j x_{ij}^{\min} + \lambda_o x_{io}^{\max} + s_i^- = \theta x_{io}^{\max} \quad \text{for } i=1,\cdots,m \\
& \sum_{j=1, j\neq 0}^{n} \lambda_j y_{rj}^{\max} + \lambda_o y_{ro}^{\min} - s_r^+ = y_{ro}^{\min} \quad \text{for } r=1,\cdots,s \\
& s_i^-,\ s_r^+,\ \lambda_j \ge 0 \quad \forall i, r, j
\end{aligned} \tag{7}
$$

식 (6) 및 식 (7)의 최적해집합이 각각 $\{h_1^*, \lambda_1', \lambda_2', \cdots, \lambda_n'\}, \{h_2^*, \lambda_1'', \lambda_2'', \cdots, \lambda_n''\}$과 같다고 할 때, 피평가 DMU_o의 효율성 지수를 나타내는 식 (5)의 최적해 h_o^*는 식 (8)과 같이, 주어진 입·출력변수의 값에서 구한 두 개의 효율성 지수의 사이에 존재한다고 볼 수 있다.

$$h_o^* \in [h_1^*, h_2^*] \tag{8}$$

이러한 interval DEA는 피평가 DMU의 입·출력 자료가 최대값과 최소값만을 가지는 불확실한 상태에서, 효율성 지수의 상한과 하한을 제시함으로써, 짧은 시간 안에 해당 DMU가 어느 정도 효율적인가에 관한 개략적인 정보를 얻고자 할 때 유용하게 활용될 수 있다.

4.2 Fuzzy DEA 모형

이미 앞에서도 언급하였듯이 Kao와 Liu(1998)의 DEA 모형은 Non-Archimedean 상수 ε 처리의 어려움, 다요소 의사결정 분석기법에 적용하기 위한 DEA 모형으로서의 부적합성, 비효율적인 DMU에 대한 벤치마킹을 해주기 어려운 한계를 드러내었다. 따라서 본 연구에서는 이러한 기존 모형의 한계점을 개선하기 위해, Tong(1994)이 제안한 fuzzy LP의 해법을 DEA 모형 중 envelopment model에 적용하여 ε 처리의 어려움을 해소하였으며, 동시에 비효율적인 DMU에 대한 벤치마킹을 가능하게 하고자 하였다. 또한 Kahraman(1998)의 방법론은 DEA에서 목적함수에도 상한 및 하한을 둠으로써 DEA의 특성이 훼손될 가능성이 높고, 의사결정자가 임의로 결정해야 하는 요소가 너무 많아 DEA 결과의 신빙성이 크게 저하될 소지가 있다. 따라서 본 연구에서는 이러한 모형의 문제점을 보완하기 위해, 효율성을 최대화하는 목적함수와 제약조건식의 만족도를 최대화하는 목적함수를 함께 고려하는 다목적비선형계획법을 적용하였으며, 퍼지수의 결정에 있어서도 자료의 불확실성에 의한 생산함수장벽(production function frontiers)의 유동성을 최소화하려는 시도를 함으로써 불확실한 상황에서도 최대한 정확한 효율성 측정을 하고자 하였다. 이제 이러한 과정을 구체적으로 살펴보면 다음과 같다.

DEA에 fuzzy LP를 적용한 모형을 구하기 위해, 우선 식 (3)의 envelopment model에서 각 입·출력 변수가 퍼지수로 구성되어 있는 경우를 고려해 보면, 식 (9)와 같음을 알 수 있다. 여기서 첨자 "′"는 해당변수들이 퍼지수(fuzzy number)로 구성되어 있음을 의미하며, $F(R)$을 모든 퍼지수들의 집합이라고 하면 $x_{ij}', y_{rj}' \in F(R)$이 성립함을 알 수 있다.

식 (9)에 일반적인 fuzzy LP의 해법을 적용하기 위해서 각 제약조건을 부등식으로 변환하는 작업이 필요하며, 그 결과 식 (10)과 같은 전형적인 fuzzy LP 모형으로 전개할 수 있다.

$$\begin{aligned} \text{Min} \quad & \theta - \varepsilon\Big[\sum_{i=1}^{m} s_i^- - \sum_{r=1}^{s} s_r^+\Big] \\ \text{s.t.} \quad & \sum_{j=1}^{n} \lambda_j x_{ij}' + s_i^- = \theta x_{io}' \\ & \sum_{j=1}^{n} \lambda_j y_{rj}' - s_r^+ = y_{ro}' \\ & s_i^-,\ s_r^+,\ \lambda_j \ge 0 \end{aligned} \tag{9}$$

$$\begin{aligned} \text{Min} \quad & \theta - \varepsilon\Big[\sum_{i=1}^{m} s_i^- - \sum_{r=1}^{s} s_r^+\Big] \\ \text{s.t.} \quad & \sum_{j=1}^{n} \lambda_j x_{ij}' + s_i^- - \theta x_{io}' \ge 0 \\ & -\sum_{j=1}^{n} \lambda_j x_{ij}' - s_i^- + \theta x_{io}' \ge 0 \\ & \sum_{j=1}^{n} \lambda_j y_{rj}' - s_r^+ \ge y_{ro}' \\ & -\sum_{j=1}^{n} y_{rj}' \lambda_j + s_r^+ \ge -y_{ro}' \\ & s_i^-,\ s_r^+,\ \lambda_j \ge 0 \end{aligned} \tag{10}$$

그런데 식 (10)에 fuzzy LP 해법을 직접 적용하는 과정은 조금 번거로운 계산을 요하므로, 우선 식 (11)과 같이 제약조건에서 λ_j 이외의 다른 결정변수에 관한 적용은 잠시 뒤로 미루도록 하겠다. 그러면 이 때 제약조건의 좌측은 퍼지수로 정의된 투입 및 산출 계수 x_{ij}', y_{rj}'를 가지는 결정변수(decision variable) λ_j의 선형결합으로 구성되고, 제약조건의 좌측은 각각 투입 및 산출과 관련된 부등식이 성립되기 위해 필요한 상수인 퍼지수 $c_i', d_r' \in F(R)$로 구성된 일반적인 형태의 퍼지선형계획문제를 고려해 볼 수 있다.

$$\begin{aligned} \text{Min} \quad & \theta - \varepsilon\Big[\sum_{i=1}^{m} s_i^- - \sum_{r=1}^{s} s_r^+\Big] \\ \text{s.t.} \quad & \sum_{j=1}^{n} x_{ij}' \lambda_j \ge c_i' \\ & \sum_{j=1}^{n} y_{rj}' \lambda_j \ge d_r' \\ & \lambda_j \ge 0 \end{aligned} \tag{11}$$

여기서 $A' = L(a,\ b)$를 중심이 a이고 범위가 b인 삼각구성함수를 가지는 퍼지수라고 정의하면, 퍼지수 A'의 구성함수는 식 (12)와 같음을 알 수 있다.

$$\mu_{A'}(x) = \begin{vmatrix} 1, & \text{if } x \ge a+b \\ 1 - \dfrac{|x-a|}{|b|}, & \text{if } a-b < x < a+b \\ 0, & otherwise \end{vmatrix} \tag{12}$$

이러한 정의에 따라, 식 (11)의 제약조건의 계수(coefficients) 및 상수(constants)에 관하여 $x_{ij}' = L(x_{ij},\ a_{ij}),\ y_{rj}' = L(y_{rj},\ b_{rj}),\ c_i' = L(c_i,\ e_i),\ d_r' = L(d_r,\ f_r)$과 같은 구성함수를 가지는 퍼지수로 정의할 수 있다.

한편 식 (11)과 같은 퍼지선형계획법에서, 제약조건의 부등식은 식 (13)과 같은 두 개의 퍼지수의 크기를 비교하는데 있어 사용이 가능한, 퍼지수들의 믿음의 정도(creditable degree)를 나타내는 퍼지수 D'에 의해 표현될 수 있다.

$$\mu_{D'}(A_1', A_2') = \sup_{x \le y}[\mu_{A_1'}(x) \wedge \mu_{A_2'}(y)], \quad A_1', A_2' \in F(R) \tag{13}$$

이때 $\mu_{D'}$는 퍼지수 D'에 의해 정의되는데, $A_2' = L(a_2, b_2)$가 $A_1' = L(a_1, b_1)$보다 클 믿음의 정도를 의미하며, 각 조건에 따라 식 (14)와 같은 값을 가지는 D'의 구성함수로 나타낼 수 있다.

$$\mu_{D'}(A_1', A_2') = \begin{cases} 1, & \text{if } a_1 < a_2 - b_1 - b_2 \\ 1 - \dfrac{a_1 - (a_2 - b_1 - b_2)}{b_1 + b_2}, & \text{if } a_2 - b_1 - b_2 \le a_1 < a_2 \\ 0, & otherwise \end{cases} \tag{14}$$

여기서 식 (14)의 의미를 구체적으로 살펴보면 다음과 같다.

① Max A_1' < Min A_2' ($a_1 + b_1 < a_2 - b_2$)일 때, $\mu_{D'}(A_1', A_2') = 1$이다.

② Max A_1' ≥ Min A_2' ($a_1 + b_1 \ge a_2 - b_2$)이고 $a_1 < a_2$일 때, $0 < \mu_{D'}(A_1', A_2') < 1$이다.

③ $a_1 \ge a_2$일 때, $\mu_{D'}(A_1', A_2') = 0$이다.

이와 같은 원리에 의해 식 (11)의 $m+s$개의 제약조건에 관하여 각각 m개의 투입부등식과 관련된 제약조건은 식 (15), s개의 산출부등식과 관련된 제약조건은 식 (16)과 같은 구성함수를 가지는 퍼지수 D_i' 및 D_r'를 가진다고 할 수 있다.

$$\mu_{D_i'}\left(c_i', \sum_{j=1}^{n} x_{ij}'\lambda_j\right) = \begin{cases} 1, \quad \text{if } c_i < \sum_{j=1}^{n} x_{ij}\lambda_j - e_i - \sum_{j=1}^{n} a_{ij}\lambda_j \\ 1 - \dfrac{c_i - (\sum_{j=1}^{n} x_{ij}\lambda_j - e_i - \sum_{j=1}^{n} a_{ij}\lambda_j)}{e_i + \sum_{j=1}^{n} a_{ij}\lambda_j}, \\ \quad \text{if } \sum_{j=1}^{n} x_{ij}\lambda_j - e_i - \sum_{j=1}^{n} a_{ij}\lambda_j \le c_i < \sum_{j=1}^{n} x_{ij}\lambda_j \\ 0, \quad otherwise \end{cases} \tag{15}$$

$$\mu_{D_r'}\left(d_r', \sum_{j=1}^{n} y_{rj}'\lambda_j\right) = \begin{cases} 1, \quad \text{if } d_r < \sum_{j=1}^{n} y_{rj}\lambda_j - f_r - \sum_{j=1}^{n} b_{rj}\lambda_j \\ 1 - \dfrac{d_r - (\sum_{j=1}^{n} y_{rj}\lambda_j - f_r - \sum_{j=1}^{n} b_{rj}\lambda_j)}{f_r + \sum_{j=1}^{n} b_{rj}\lambda_j}, \\ \quad \text{if } \sum_{j=1}^{n} y_{rj}\lambda_j - f_r - \sum_{j=1}^{n} b_{rj}\lambda_j \le d_r < \sum_{j=1}^{n} y_{rj}\lambda_j \\ 0, \quad otherwise \end{cases} \tag{16}$$

이와 같은 퍼지수의 정의는 생산함수장벽(Production Function Frontiers)을 통해 비지배해(Non-dominated Solution)를 찾는 DEA에 있어 제약조건의 부등식을 강하게 만족시켜야 한다는 특성을 반영하고자 한 것으로, DEA 모형의 입·출력변수에 퍼지수를 도입함으로써 발생할 수 있는 문제점을 최소화하려는 시도이다.

여기서 개별 제약조건에 대한 믿음의 정도를 각각 $\mu_{D_i'}(c_i', \sum_{j=1}^{n} x_{ij}'\lambda_j) = \mu_{D_i'}(\lambda)$이고 $\mu_{D_r'}(d_r', \sum_{j=1}^{n} y_{rj}'\lambda_j) = \mu_{D_r'}(\lambda)$라고 하자. 그러면 이 때 전체 제약조건에 대한 믿음의 정도를 $\mu_{D'}(\lambda)$라고 할 때, $\mu_{D'}(\lambda)$는 식 (17)과 같이 개별 제약조건에 대한 믿음의 정도 중 최소값으로써 대표하여 나타낼 수 있다. 더 나아가 전체 제약조건에 대한 믿음의 정도의 최적수준을 $\mu_D(\lambda)$이라고 하면, $\mu_D(\lambda)$는 식 (18)에서와 같이 $\mu_{D'}(\lambda)$를 최대화하는 결정변수의 값을 구하는 과정에서 얻어질 수 있으며, 이 때 $\lambda = \{\lambda_1, \lambda_2, \cdots, \lambda_n\}$가 $\mu_D(\lambda)$의 최적해집합이라고 할 수있다.

$$\mu_{D'}(\lambda) = \min_{1 \le i \le m, 1 \le r \le s}\{\mu_{D_i'}(\lambda), \mu_{D_r'}(\lambda)\} \tag{17}$$

$$\begin{aligned} \lambda &= \{\lambda_1, \cdots, \lambda_n \mid \mu_D(\lambda) \\ &= \max_{\lambda \ge 0}[\mu_{D'}(\lambda)]\} \\ &= \{\lambda_1, , \cdots, \lambda_n \mid \mu_D(\lambda) \\ &= \max_{\lambda \ge 0}[\min_{1 \le i \le m, 1 \le r \le s}[\mu_{D_i'}(\lambda), \mu_{D_r'}(\lambda)]]\} \end{aligned} \tag{18}$$

만일 위의 경우에서 $\mu_{D'}(\lambda)=1$이면 $\mu_D(\lambda)$도 1의 값을 가지므로, 식 (11)의 제약조건은 전형적인 LP의 제약조건과 동일하다. 그러나 $\mu_D(\lambda)<1$일 때에는, 즉 식 (19)와 같은 조건을 만족하는 경우에는, 우선 식 (15) 및 식 (16)을 이용하여 전체 제약조건에 대한 믿음의 정도인 $\mu_{D'}(\lambda)$를 식 (20)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij}\lambda_j - e_i - \sum_{j=1}^{n} a_{ij}\lambda_j < c_i \le \sum_{j=1}^{n} x_{ij}\lambda_j \quad \text{혹은} \quad \sum_{j=1}^{n} y_{rj}\lambda_j - f_r - \sum_{j=1}^{n} b_{rj}\lambda_j < d_r \le \sum_{j=1}^{n} y_{rj}\lambda_j \text{일 때} \tag{19}$$

$$\mu_{D'}(\lambda) = \min_{1 \le i \le m, 1 \le r \le s}\{\mu_{D_i'}(\lambda), \mu_{D_r'}(\lambda)\} = \min_{1 \le i \le m, 1 \le r \le s}\left\{1 - \frac{(\sum_{j=1}^{n} x_{ij}\lambda_j - e_i - \sum_{j=1}^{n} a_{ij}\lambda_j) - c_i}{e_i + \sum_{j=1}^{n} a_{ij}\lambda_j}, \; 1 - \frac{(\sum_{j=1}^{n} y_{rj}\lambda_j - f_r - \sum_{j=1}^{n} b_{rj}\lambda_j) - d_r}{f_r + \sum_{j=1}^{n} b_{rj}\lambda_j}\right\}$$

$$= \min_{1\le i\le m,1\le r\le s}\left\{2-\left|\frac{\sum_{j=1}^{n} x_{ij}\lambda_j}{e_i+\sum_{j=1}^{n} a_{ij}\lambda_j}-\frac{c_i}{e_i+\sum_{j=1}^{n} a_{ij}\lambda_j}\right|,\ 2-\left|\frac{\sum_{j=1}^{n} y_{rj}\lambda_j}{f_r+\sum_{j=1}^{n} b_{rj}\lambda_j}-\frac{d_r}{f_r+\sum_{j=1}^{n} b_{rj}\lambda_j}\right|\right\} \quad (20)$$

여기서 식 (21)과 같이 α를 정의해 보자.

$$\alpha=\left[-\frac{\sum_{j=1}^{n} x_{ij}\lambda_j}{e_i+\sum_{j=1}^{n} a_{ij}\lambda_j}+\frac{c_i}{e_i+\sum_{j=1}^{n} a_{ij}\lambda_j},\ -\frac{\sum_{j=1}^{n} y_{rj}\lambda_j}{f_r+\sum_{j=1}^{n} b_{rj}\lambda_j}+\frac{d_r}{f_r+\sum_{j=1}^{n} b_{rj}\lambda_j}\right]$$
$$1\le i\le m,\ 1\le r\le s \quad (21)$$

그러면 식 (20)에서 $\mu_{D'}(\lambda)$의 최소값은 α를 최대화하는 과정에서 구해질 수 있으므로, 이와 같은 원리에 의해 식 (20)은 식 (22)와 같은 α를 최대화하는 것을 목적함수로 가지는 일반선형계획법으로의 변환이 가능함을 알 수 있다. 또한 식 (22)의 최적해를 α*라고 할 때 $\mu_{D'}(\lambda)=2+\alpha^*(-2\le\alpha^*\le-1)$가 성립함을 알 수 있다.

$$\begin{aligned}
\text{Max}\quad & \alpha\\
\text{s.t.}\quad & \frac{\sum_{j=1}^{n} x_{ij}\lambda_j}{e_i+\sum_{j=1}^{n} a_{ij}\lambda_j}-\frac{c_i}{e_i+\sum_{j=1}^{n} a_{ij}\lambda_j}\ge\alpha\\
& \frac{\sum_{j=1}^{n} y_{rj}\lambda_j}{f_r+\sum_{j=1}^{n} b_{rj}\lambda_j}-\frac{d_r}{f_r+\sum_{j=1}^{n} b_{rj}\lambda_j}\ge\alpha\\
& \lambda_j\ge 0
\end{aligned} \quad (22)$$

마지막으로 식 (22)를 정리하고 효율성 지수를 구하는 목적함수 Min $\theta-\varepsilon[\sum_{i=1}^{m} s_i^- - \sum_{r=1}^{s} s_r^+]$와 결합하면, 식 (23)과 같은 쌍(雙)목적비선형계획법(biobjective nonlinear programming)이 됨을 알 수 있다. 또한 식 (23)의 최적해집합이 $\{h_o^*, \lambda_1^*, \lambda_2^*, \cdots, \lambda_n^*, \alpha^*\}$일 때, 부분집합 $\{h_o^*, \lambda_1^*, \lambda_2^*, \cdots, \lambda_n^*\}$은 DMU_o의 효율성평점 및 합성가중치를 나타내며, 이 때의 제약조건의 만족수준은 2+α*임을 알 수 있다.

$$\begin{aligned}
\text{Min}\quad & \theta-\varepsilon[\textstyle\sum_{i=1}^{m} s_i^- - \sum_{r=1}^{s} s_r^+]\\
\text{Max}\quad & \alpha\\
\text{s.t.}\quad & \textstyle\sum_{j=1}^{n}(x_{ij}-\alpha a_{ij})\lambda_j\ge c_i+\alpha e_i \qquad \text{for } i=1,\cdots,m\\
& \textstyle\sum_{j=1}^{n}(y_{rj}-\alpha b_{rj})\lambda_j\ge d_r+\alpha f_r \qquad \text{for } r=1,\cdots,s\\
& \lambda_j\ge 0
\end{aligned} \quad (23)$$

여기서 첫 번째 목적함수를 최대화로 변환하고 제약조건에 λ_i 이외의 결정변수 항들을 포함하여 정리하면, 결과적으로 식 (10)는 식 (24)와 같은 fuzzy DEA로의 변형이 가능하다. 단 식 (24)에서 첫 번째 및 두 번째 제약식의 우측값에 해당하는 0의 값은 $L(0,\ 0)$의 삼각구성함수를 가지는 퍼지수로 가정하였다. 식 (24)에서도 마찬가지로 α를 최대화하고 h_o를 최소화하는 과정에서 DMU_o의 효율성지수가 결정되며, 이 때의 제약조건의 믿음의 정도를 $\mu_{D'}$의 값을 통해 알 수 있다.

$$\begin{aligned}
\text{Max}\quad & -h_o=-\theta+\varepsilon[\textstyle\sum_{i=1}^{m} S_i^- + \sum_{r=1}^{s} S_r^+]\\
\text{Max}\quad & \alpha\\
\text{s.t.}\quad & \theta(x_{io}-\alpha a_{io})-S_i^- - \textstyle\sum_{j=1}^{n}(x_{ij}-\alpha a_{ij})\lambda_j\ge 0\\
& -\theta(x_{io}-\alpha a_{io})+S_i^- + \textstyle\sum_{j=1}^{n}(x_{ij}-\alpha a_{ij})\lambda_j\ge 0\\
& -S_r^+ + \textstyle\sum_{j=1}^{n}(y_{rj}-\alpha b_{rj})\lambda_j\ge y_{ro}-\alpha b_{ro}\\
& S_r^+ - \textstyle\sum_{j=1}^{n}(y_{rj}-\alpha b_{rj})\lambda_j\ge -(y_{ro}-\alpha b_{ro})\\
& S_i^-,\ S_r^+,\ \lambda_j\ge 0
\end{aligned} \quad (24)$$

이러한 다목적 비선형계획문제의 파레토 최적해 집합은 의사결정자가 각 목적에 대한 만족수준을 제공하는 데 이용될 수 있는 중요한 기초정보원이 된다. 파레토 최적해 집합을 구하는 방법으로는 가중치법, ε-제약법, 다목적 심플렉스법 등 여러 가지 방법이 있으나(Chankong *et al*, 1983), 본 연구에서는 ε제약법과 가중치법을 결합한 hybrid algorithm을 적용하고자 한다. hybrid algorithm은 하나의 목적함수의 개선이 다른 목적함수의 손실에 의해서만 얻어질 수 있는 파레토 최적해에 대하여 의사결정자가 직접 목적함수의 만족도를 체크하며 원하는 절충해를 찾을 수 있다는 장점이 있다. 산출절차는 다음과 같다.

Step 1. 주어진 제약조건에서 두 개의 목적함수에 대하여 최대목적함수값 h_o^{max}, α^{max}과 최소목적함수값 h_o^{min}, α^{min}을 계산한다.

Step 2. 식 (25)와 같이 최대목적함수값으로 구성된 벡터 U_1을 정의한다.

$$U_1=\begin{bmatrix} h_o^{max}\\ \alpha^{max}\end{bmatrix} \quad (25)$$

Step 3. 식 (26)과 같은 대용목적함수(surrogate objective function) S_1을 구성한다. 이 때 G_i의 분모는 각 목적함수값이 제약범위 내에서 가질 수 있는 범위를 나타내는 상수이며, 따라서 G_i는 각 목적함수의 성취도를 나타내는 지표로 볼 수 있다.

$$\begin{aligned}
& S_1=\textstyle\sum_{i=1}^{2} G_i = G_1+G_2\\
\text{s.t.}\quad & 0\le G_i\le 1\\
\textit{where}\quad & G_1=\frac{h_o-h_o^{min}}{h_o^{max}-h_o^{min}} \text{ and } G_2=\frac{\alpha-\alpha_{min}}{\alpha^{max}-\alpha_{min}}
\end{aligned} \quad (26)$$

Step 4. S_1을 최대화하는 문제를 수행한다. 이로부터 나온 최적해가 각각 h_o^*, α^*일 때 식 (27)과 같은 벡터 W_1과 V_1을 형성한다. 여기서 W_1은 이상적으로 만족스러운 목적함수의 해집합을 나타내며 V_1은 그 때의 목적함수의 성취도를 나타낸다.

$$W_1 = \begin{bmatrix} h_o^* \\ \alpha^* \end{bmatrix} \qquad V_1 = \begin{bmatrix} G_1 \\ G_2 \end{bmatrix} \tag{27}$$

Step 5. 두 목적함수의 성취도 V_1의 값 중 만족스럽지 못한 것이 있을 경우, 상대적으로 성취도 G_i가 높은 목적함수를 선택하여 $h_o^* \geq \varepsilon_{h_o^*}$(혹은 $\alpha^1 \geq \varepsilon_{\alpha^*}$)이 되도록 ε값을 결정한다. 이 때 ε의 값을 결정하기 위해 벡터 U_m 및 W_1에 포함되어 있는 정보를 활용한다. 이 과정에서 의사결정자는 특정 목적함수에 대한 성취도를 느슨하게 함으로써 다른 목적함수의 성취도를 높이기 위한 여유공간을 제공하게 된다.

Step 6. Step 5에서 형성한 제약조건을 추가한 새로운 대용목적함수 S_2 및 W_2, V_2를 정의한다. 이때 S_2에서 하나의 목적함수는 제약조건의 일부분을 형성하고 있으므로 목적식에서 제외된다. 만족스러운 성취도가 얻어질 때까지 Step 5를 반복한다.

5. 자료분석

본 연구의 적용 대상인 연세대학교는 96년도부터 시행된 학부제 개편을 통해 14개의 학과들을 6개의 학부로서 통합 운용하였으며, 99년에는 다시 4개의 학부로 재편 운영하고 있다. 이러한 시점에서, 본 연구는 99년도에 새로이 개편 구성된 4개의 학부를 대상으로, 학부제라는 대학 내의 조직적인 변화에 대해 제도 도입의 효율성을 극대화하기 위해 가까운 미래의 학부제 효율성을 예측하고자 하였다. 이 때 미래의 입·출력자료 부재 및 학부통합에 의한 synergy 효과에 따른 자료의 불확실성을 고려한 분석을 수행하고자, 본 연구에서는 interval DEA와 fuzzy DEA을 적용하여 가까운 미래의 학부제 효율성의 추이를 분석하였다. 아울러 DEA 일반 모형을 적용한 효율성 평가를 실시하여, 각 학부들의 투입 초과 및 산출 부족 등의 문제점을 규명하고, 이에 대한 개선책을 제시하고자 한다.

98년까지 연세대학교는 학과운영체제에서 입학한 4학년생과 학부운영체제에서 입학한 1, 2, 3 학년생들이 공존하였으므로 공과 대학의 효율성 측정 및 비교를 위한 평가단위인 DMU 집합은 크게 14개 학과로 이루어진 DMU 집합과 4개의 학부로 이루어진 DMU 집합으로 나눌 수 있으며, 올바른 효율성 평가를 위해서는 이들 모두를 고려한 DEA 분석을 실행해야 한다. 그러나 99년도부터 연세대학교 공과대학은 4개의 학부로 재편되어 운용되고 있는 실정이다. 따라서 우선 본 연구에서는 <표 1>과 같이 구성되는 공과대학 내의 4개의 학부를 DEA 분석의 기본단위인 의사결정단위(DMU)로 선정한 다음, 분석대상의 효율성을 가장 잘 측정할 수 있는 입·출력변수에 해당하는 평가속성들을 결정하고, 이 속성들에 실제적인 입력, 출력변수 값을 대입하여, 각 DMU의 효율성을 CCR 모형 및 CCR 모형을 응용한 fuzzy DEA 및 interval DEA 분석을 제시하여 연구의 객관성을 확보하고자 하였다.

일반적으로 학과 평가시에는 크게 교수연구부문, 학생교육부문, 교육시설여건부문, 평판도 혹은 대외인지도 등 네 가지를 고려할 수 있다. 이 중 본 연구에서는 객관적 측정이 어렵다고 판단되는 대외인지도에 관한 평가를 제외한 나머지 세 부문에서 DEA 분석을 위한 변수를 선정하였다. 먼저 투입 변수로는 운용면적(X1)과 전임교수(X2)의 두 개로 정하였고, 주요 산출변수로는 연구논문(Y1), 수주연구비(Y2), 순수취업률(Y3), 대학원진학률(Y4)의 네 가지를 고려하였다. 현재 학부제 시행 이후의 성과 및 실적이 측정된 자료가 없는 상황이므로, 본 연구에서는 연세대학교 공과대학의 97년도 자료를 바탕으로 하여 분석을 실행하였으며, 각 모형의 분석을 위해서 통계용 패키지인 SAS의 PROC LP를 사용하였다.

우선 현재의 학부체재에서의 각 학과 및 학부별 자료 현황과 그에 따른 CCR 모형의 적용 결과가 <표 2>에 나타나 있다. synergy 효과나 시간에 따른 자연 성장 등을 고려하지 않는 이 분석 결과에서 알 수 있듯이 현재의 학부 구성체제에서는 사회환경시스템·건축공학부의 효율성만이 0.887473으로 타 학과에 비해 비효율적인 것으로 나타났으며, 이 때 사회환경시스템·건축공학부의 비효율성을

표 1. 99년도 연세대학교 공과대학의 학부구성체제

<table>
<tr><th rowspan="2">학부명</th><th colspan="3">기전공학부</th><th rowspan="2">사회환경시스템·건축공학부</th><th rowspan="2">재료공학부</th><th rowspan="2">화공생명공학부</th></tr>
<tr><th>기계공학전공</th><th>전기공학전공</th><th>정보산업공학전공</th></tr>
<tr><td>해당학과</td><td>기계공학과
기계설계학과</td><td>전기공학과
전자공학과
전파공학과</td><td>산업시스템공학과
컴퓨터과학과</td><td>토목공학과
도시공학과
건축공학과</td><td>금속공학과
세라믹공학과</td><td>화학공학과
생명공학과</td></tr>
</table>

표 2. 현재 학부구성체제에서의 입 · 출력 자료와 CCR 효율성 평점

DMU_j	DMU 명	X1	X2	Y1	Y2	Y3	Y4	h_o	참조집합
DMU_1	기전공학부	2636.28	72	925	1206136	40.42857	42.5	1	**DMU_1**
DMU_2	사회환경시스템 · 건축공학부	1189.22	25	278	368539	47.03333	32.06667	**0.887473**	**$DMU_{1,4}$**
DMU_3	재료공학부	911.57	19	375	187216	34.45	50.5	1	**DMU_3**
DMU_4	화공생명공학부	905.62	19	245	315042	46.45	35	1	**DMU_4**

출처 : [1] 연세대학교 공과대학 교수회의 자료1998학년도 제 1학기
[2] 연세대학교 공과대학 공간배정결과(1997.7.21)
[3] 연세대학교 공과대학 "21세기 도약을 앞두고"(1998)

개선하기 위한 참조집합은 기전공학부와 화공생명공학부인 것으로 나타났다.

다음으로 CCR을 통해 구한 비효율적인 DMU에 대하여 벤치마킹(Benchmarking)을 하기 위해 비효율의 정도를 투영(Projection)하였다. 본 연구 대상에서 비효율성이 가장 큰 학부는 사회환경시스템 · 건축공학부이므로 식 (3)을 이용하여 투입의 초과분과 산출의 부족분을 <표 3>과 같이 구하였다. 이 때 효율성이 낮은 학과의 경우, 운용면적이나 전임교수의 수 등 투입 변수의 수준을 낮춤으로써 규모의 감량화를 꾀하는 것은 현실적인 측면에서 볼 때, 어렵거나 불가능하기 때문에, 이보다는 연구 활동의 촉진을 통한 논문의 수나 수주연구비의 증가 등에 더욱 박차를 가하거나, 수용인원의 증대 및 연구시설의 확충 등을 통해 좀 더 많은 학부생들을 대학원에 유치하여 산출 변수의 수준을 높임으로써, 비효율성의 원인을 개선하는 것이 바람직하다. 이와 같이 학교의 경우 자원의 이전이 별로 자유롭지 못하기 때문에 전반적인 차원에서의 자원 재배분은 사실상 힘들며, 다만 개별 단위의 차원에서 규모 조정을 꾀한다거나, 투입의 낭비 혹은 산출부족에 따른 비효율성 원인을 제거하는데 노력함으로써 전반적인 효율성을 증가시킬 수 있을 것이다.

이제 학부제 시행에 따른 학과 통합시 각 입력 변수와 출력 변수의 통합 현상에 따른 synergy 효과에 의한 변화를 고려한 분석을 위해, interval DEA 및 fuzzy DEA를 적용하여 학부별 효율성의 추이를 고찰해 보고자 한다. 이를 위해 발생 가능한 시나리오(Scenario)를 설정하고 적당한 입 · 출력 변수의 최대 · 최소값 및 퍼지수를 결정하였다. 이 때 각 DMU의 최대 · 최소값 및 퍼지수는 synergy 효과의 정도를 고려하여 설정하게 되는데, synergy 효과는 입력변수와 출력변수의 모든 측면에서 기대할 수 있으나, 전임교수수의 감소나 운영면적의 현저한 감축 등의 입력변수의 감소효과에 의한 효율성 증진은 학교의 현실적인 측면을 고려할 때 여러 가지로 기대하기 힘들다. 따라서 본 연구에서는 입력변수가 범위나 퍼지성을 가지는 경우를 분석방법에서 제외하였으며, 학부별 효율성 예측을 위한 모형 및 시나리오도 이러한 점을 감안하여 설정하였다. 또한 출력변수의 상승현상도 시간에 따른 자연적인 성장효과와 학부통합에 따른 synergy 효과로 나누어 생각할 수 있다. 따라서 본 연구에서는 예측시점인 2003년까지 시간에 따른 자연스런 성장효과를 5%로 가정하여 통합에 의한 synergy 효과가 없는 경우에도 5%의 자연성장효과를 가져온다고 보았다. 이와 같은 가정에 의해 설정된 2003년의 학부별 효율성에 대한 시나리오는 다음과 같으며 각 학부의 기대되는 상승률의 값은 위에서 언급한 두 가지 효과를 모두 고려하여 설정되었다.

1) 기전공학부는 학문적 유사성이 다소 떨어지는 정보산

표 3. 사회환경시스템 · 건축공학부의 Projection 및 Benchmarking 결과

산출변수	h_o* of DMU2	λ^*_j of DMU1	λ^*_i of DMU4	Y_{r2}	Y_{r1}	Y_{r4}	$Y_{r2}\hat{} = \sum_{j=1}^{n} \lambda^*_j Y_{rj}$	산출부족분 ($Y_{r2}\hat{}-Y_{r2}$)
연구논문수(편)	0.88747	0.06526	0.92042	278	925	245	285	**7**
수주연구비(천원)				368539	1206136	315042	1077121	**708582**
순수취업률(%)				47.0	40.4	46.4	45.4	**0**
대학원진학률(%)				32.1	42.5	35.0	35.1	**3**
투입변수				**X_{r2}**	**X_{r1}**	**X_{r4}**	**$X_{r2}\hat{} = \sum_{j=1}^{n} \lambda^*_j X_{ij}$**	**투입초과분 ($X_{r2}\hat{}-X_{r2}$)**
운용면적(m^2)				911.57	2636.28	905.62	842.65	**68.92**
전임교수수(명)				19	72	19	19	**0**

업공학전공의 합병은 학부 전체의 효율성 상승에 기여하는 바가 적으나, 기계 및 기계설계공학과나 전기·전자·전파공학과의 합병은 효율성 상승에 긍정적인 영향을 미칠 것으로 예상되고, 컴퓨터과학과의 합병은 다른 여섯 개의 학과에 모두 도움을 줄 수 있는 가능성이 존재하므로, 이와 같은 요인들의 상충(Trade-Off)으로 학부 전체적으로는 출력변수의 약간(10%)의 상승 synergy 효과가 있을 것으로 예측된다.

2) 사회환경시스템·건축공학부는 건축공학과의 합병으로 규모의 측면에서나 학문적인 측면에서 모두 긍정적인 효과를 기대할 수 있으며, 따라서 많은(20%) 상승 synergy 효과가 있을 것으로 가정하였다.

3) 재료공학부는 학부통합시에도 큰 무리 없이 합병진행이 이루어졌으므로, 비약적인 synergy 효과는 아니지만 약간(10%)의 상승 synergy 효과는 기대할 수 있을 것으로 예상된다.

4) 화공생명공학부는 두 학과의 학문적 지향성 및 방법등에서 상이한 차이를 보이므로, 두 학과가 개별적으로 시간에 의한 상승 효과를 보일 뿐, 통합에 의한 상승효과는 거의 기대하기 어렵다고 가정하고 자연성장효과(5%)만을 기대할 수 있을 것이다.

이와 같은 시나리오에 의해 <표 4>와 같은 입·출력변수의 값이 결정되며, 이러한 학부구성체제에 따라 interval DEA, fuzzy DEA를 적용하여 구한 효율성 지수의 결과는 <표 5> 및 <표 6>에 나타난 바와 같다. 이 때 fuzzy DEA 분석시 모든 퍼지수는 $L(a, b)$(a: 중심, b: 범위)의 삼각구성함수를 가지며, 중심의 변화 폭은 좌우 모두 2.5%인 것으로 가정하였다.

interval DEA 분석 결과, 기전공학부, 재료공학부, 화공생명공학부는 모두 1을 포함하거나 근소하게 비효율적인 것으로 나타났으나, 효율성 지수의 상한과 하한 간의 차이가 비교적 적은 편이므로, 가장 열악한 상황에서의 효율성과 가장 여유로운 상황에서의 효율성의 변동이 적음을 알 수

표 4. 시나리오에 의한 입·출력변수의 interval Number 및 fuzzy Number

DMU명	X1	X2	synergy 효과	Y1		Y2		Y3		Y4	
				interval	**fuzzy**	**interval**	**fuzzy**	**interval**	**fuzzy**	**interval**	**fuzzy**
기전공학부	2636.28	72	약간상승	[971.25, 1017.5]	L(1017.5, 23.125)	[1266442, 1326750]	L(1326750, 30153.4)	[42.45, 44.47]	L(44.47, 1.01)	[44.62, 46.75]	L(46.75, 1.06)
사회환경시스템 · 건축공학부	1189.22	25	많이상승	[291.9, 319.7]	L(319.7, 6.95)	[386965, 423819.9]	L(423819.9, 9213.475)	[49.38, 54.08]	L(54.08, 1.17)	[33.65, 36.87]	L(36.87, 0.80)
재료공학부	911.57	19	약간상승	[393.75, 412.5]	L(412.5, 9.375)	[196576.8, 205937.6]	L(205937.6, 4680.4)	[36.16, 37.78]	L(37.78, 0.85)	[53.02, 55.55]	L(55.55, 1.26)
화공생명공학부	905.62	19	상승없음	[245, 257.25]	L(257.25, 6.125)	[315042, 330794.1]	L(330794.1, 7876.05)	[46.45, 48.77]	L(48.77, 1.16)	[35.00, 36.75]	L(36.75, 0.87)

표 5. 각 학부별 interval DEA 효율성 지수 분석결과

DMU명	$h_o^* \in [h_1^*, h_2^*]$
기전공학부	[0.98443, 1]
사회환경시스템·건축공학부	[0.8394, 0.970186]
재료공학부	[0.945562, 1]
화공생명공학부	[0.943403, 1]

표 6. 각 학부별 fuzzy DEA 효율성 지수 분석결과

DMU명	목적함수	최대목적함수값	최소목적함수값	목적함수값 범위	대용목적함수	$\mu_D = 2 + \alpha$
기전공학부	h_o	1.000000	0.649712	0.350288	1	1
	α	-1.000000	-1.5	0.5	-1	
사회환경시스템·건축공학부	h_o	0.999175	0.998607	0.000568	**0.999175**	1
	α	-1.000000	-2	1	**-1**	
재료공학부	h_o	1.000000	0.797571	0.202429	1	**0.532684**
	α	-1.969903	-1.976393	0.006490	**-1.467316**	
화공생명공학부	h_o	1.000000	0.997311	0.002689	1	**0.484652**
	α	-1.935948	-1.998345	0.062397	**-1.515348**	

있다. 반면 사회환경시스템 · 건축공학부는 1을 포함하지 않으며, 상한과 하한의 차이가 비교적 큰 편이므로, 나머지 세 학부에 비해 실제 효율성 지수를 예측하기 위한 정보 제공이 미흡한 것으로 나타났다. 또한 fuzzy DEA의 분석 결과를 살펴보면, 각 DMU에 대한 효율성 지수는 대부분 높은 G_i의 값을 가지며 효율적인 것으로 나타났으나, 제약조건의 만족도를 나타내는 μ_D는 기전공학부와 사회환경시스템 · 건축공학부만이 만족스러운 것으로 나타났다. 이러한 현상은 대학의 현실을 반영하기 위해 입력변수의 수준을 고정시킨 채 출력변수의 증가만 가정하였기 때문에 나타난 현상으로 볼 수 있다. 그러나 건강한 학부 효율성을 위해서는 입 · 출력변수의 동시 증가가 현실에서 가능하여야 할 것이다. 또한 위의 두 가지 분석 결과를 보면, 일반적으로 interval DEA의 효율성 범위보다 fuzzy DEA의 효율성 지수가 더 높음을 알 수 있다. 이러한 결과는 출력변수에 대하여, fuzzy DEA가 synergy 효과에 의해 출력변수의 퍼지수의 중심이 증가함과 동시에, 퍼지수의 폭만큼의 추가 증분이 있으므로, interval DEA의 출력변수의 상한보다 더 큰 수치를 가질 수 있기 때문에 발생하는 것으로 보인다.

6. 결 론

본 연구에서는 조직의 상대적 효율성을 분석하는 DEA 모형에서 synergy 효과에 의한 불확실성을 고려하기 위해 CCR 모형을 변형한 interval DEA 및 fuzzy DEA를 제시하였다. 또한 이러한 모형을 실제 분석에 적용하기 위해, 97년도 연세대학교 공과대학의 학부효율성 평가에 자료들을 이용하여 현재 구성된 학부효율성을 분석하고, 현 학부체제 유지시 가까운 미래의 학부효율성의 변화추이를 분석해 보았다. 향후 더욱 심도 있게 연구되어야 할 것으로는, 먼저 입 · 출력변수 이외에 효율성 지수의 확률적인 측면(stochastic aspect)을 고려하여 효율성 지수의 분포를 분석함으로써 유용한 정보를 획득할 수 있는 분석이 이루어져야 할 것이다. 이러한 연구는 Sengupta(1996)가 효율성 지수의 분포를 분석하기 위하여 index number 접근법과 정보이론의 엔트로피(entropy) 접근법을 제안하고, 이들과 DEA 접근법과의 연계를 통해 효율성 지수의 분포에 대한 분석의 실질적 유용성을 예증한 바 있다. 또한 환경적 원인에 의해 변수의 수준이 고정되어야 하는 외생고정변수(exogenously fixed variable)(Banker & Morey, 1985)를 고려한 DEA 분석이 이루어져야 할 것이다. 또한 이러한 DEA 분석을 통해 학교의 관리적인 측면에 실질적인 도움을 제공하기 위해서는, 현실적인 synergy 효과에 의해 실현 가능성이 높은 시나리오를 확보한 분석이 시도되어야 하며, 변수 선정에 있어 운영비와 같이 학과의 효율성을 좀 더 객관적으로 측정할 수 있는 변수들을 포함하여 분석하는 것이 필요하다고 본다.

참고문헌

연세대학교 공과대학 교수회의 자료 1995학년도 제1학기 - 1998학년도 제1학기.

연세대학교 공과대학 공간 배정 결과, 1997. 7. 21.

연세대학교 공과대학(1998), 21세기를 위한 또 한번의 도약을 앞두고.

Arnold, V., Bardhan, I., Cooper, W. W., Gallegos, A. (1995), Primal and Dual Optimality in Computer Codes Using Two-Stage Solution Procedure in DEA, *Operations Research: Models, Methods and Applications*, 4.

Banker, R. D., Morey, R. C. (1985), Efficiency Analysis for Exogenously Fixed Inputs and Outputs, *Operational Research*, 34, 513-521.

Beasley, J. (1990), Comparing University Department, *OMEGA International Journal of Management Science*, 18(2), 171-183.

Charnes, A., Cooper, W. W., Rhodes, E. (1981), Evaluating Program and Managerial Efficiency: An Application of Data Envelopment Analysis to Program Follow Trough, *Management Science*, 27(8), 668-697.

Charnes, A., Cooper, W. W., Rhodes, E. (1978), Measuring the Efficiency of Decision Making Units, *European Journal of Operational Research*, 2(6), 429-444.

Charnes, A., Clark, C. T., Cooper, W. W., Golany, B. (1985), A Development Study of Data Envelopment Analysis in Measuring the Efficiency of Maintenance Units in the U. S. Air Forces, *Annals of Operational Research*, 2, 95-112.

Charnes, A., Cooper, W. W., Lewin, A. Y., Morey, R. C., Rousseau, J. (1985), Sensitivity and Stability Analysis in DEA, *Annals of Operational Research*, 2, 139-156.

Chankong, V., Vacov, Y. H. (1983), *Multiobjective Decision Making*, Elsevier Science Publishing Co.

Cooper, W. W., Park, K. S., Yu, G. (1999), IDEA and AR-IDEA : Models for Dealing with Imprecise Data in DEA, *Management Science*, 45(4), 1-11.

Cooper, W. W., Park, K. S., Yu, G. (1998), IDEA(Imprecise Data Envelopment Analysis) When Column Maxima are Absent, College and Graduate School of Business the University of Texas at Austin.

Cooper, W. W., Park, K. S., Pastor, J. T. (1998), A Range Adjusted Measure of Inefficiency for Use with Additive Models, and Relations to Other Models and Measures in DEA, College and Graduate School of Business the University of Texas at Austin.

Friedman, L., Sinuany-Stern, Z. (1996), Scaling Units via Canonical Correlation Analysis in the DEA Context, *European Journal of Operational Research*, 18, 629-637.

Grosskopf, S., Hayes, K., Lori, L., William, L. (1997), Allocative Inefficiency and School Competition, *Research Department Working Paper*.

Grosskopf, S., Margaritis, D., Valdmanis, V. (1999), Analyzing Teaching Hospital Productivity: DEA and Translog Distance Function Approaches, *The Proceedings of Decision Science Institute 5th International Conference*, 1, 146-148.

Han, S. S., Ishii, H. (1998), A Selection Method of Nondominated Schedules by DEA for a Biobjective Scheduling Problem, *Proceeding of* *the 1st Korea-Japan Joint Conference on Industrial Engineering and Management*, 318-321.

Kahraman, C., Tolga, E. (1998), Data Envelopment Analysis Using fuzzy Concept, *Proceedings of the 28th IEEE International Symposium on Multiple-Valued Logic (ISMVL'98)*, 338-343.

Kao, C. K., Liu, B. (1998), Data Envelopment Analysis with Missing Data: An Application to University Libraries in Taiwan, National Cheng Kung University.

Kim, S. H., Park, C. G., Park, K. S. (1999), An Application of Data Envelopment Analysis in Telephone Offices Evaluation with Partial Data, *Computers and Operations Research*, 26, 59-72.

Maeda, Y., Entani, T., Tanaka, H. (1998), fuzzy DEA with interval Efficiency, *Proceedings of the 6th European Congress on Intelligent Techniques & Soft Computing*, 2, 1067-1071.

Sarafoglou, N., K. E. Haynes, K. E. (1991), University Productivity in Sweden: A Demonstration and Explanatory Analysis for Economics and Business Programs, Department of Economics Mid-Sweden University and The Institute of Public Policy George Mason University.

Sengupta, J. K. (1996), Entropy, Efficiency and the Productivity Index Numbers, *International Journal of Systems Science*, 27(12), 1195-1204.

Sengupta, J. K. (1997), Contributions to Data Envelopment Analysis, *Cybernetics & Systems*, 28(1), 79-97.

Sengupta, J. K. (1998), New Efficiency Theory-Extensions and New Applications of Data Envelopment Analysis, *International Journal of Systems Science*, 29(3), 255-265.

Sinuany-Stern, Z., Mehrez, A., Barboy, A. (1993), Academic Departments Efficiency via DEA, *Computers Operational Research*, 21(5), 543-556.

Thanassoulis, E. (1995), Assessing Police Forces in England and Wales using data Envelopment Analysis, *European Journal of Operational Research*, 87(3), 641-658.

Tong, S. (1994), Interval number and fuzzy number linear programming, *fuzzy Sets and Systems*, 66, 301-306.