1. 광학계의 형상설계

이번 호부터 '광학계의 형상설계' 에서부터 '광학설계의 최적화 기법', '광학설계의 평가' 까지 3회에 걸쳐서 연재합니다. 첫회인 '광학계의 형상설계' 에서는 광학계 설계과정에 대한 개괄적인 설명에 이어서, 렌즈군의 근축광학적 해석, Gaussian Bracket과 근축광선추적, y-y— Diagram을 이용한 광학계의 형상설계, 형상설계 검토에 대해서 다룹니다.
앞으로 관련 분야 종사자들의 많은 관심 바랍니다. - 편집자 주

♣ 글 : 이종웅 교수/청주대학교 광학공학과

I. 서론

광학계는 일반적으로 여러개의 렌즈로 구성되어 있다. 이 렌즈들은 위치 및 기능에 따라 몇개의 렌즈군으로 나누어 줄 수 있으며, 이 관점에서는 광학계를 렌즈군의 모임으로 볼 수 있다. 렌즈군은 광학계에서 특정한 기능을 맡고 있는 렌즈의 모임이며 하나의 렌즈로 구성될 수도 있고 필요에 따라 수개의 렌즈로도 구성될 수 있다.

광학계의 설계과정은 그림 1과 같은 순서로 나누어 볼 수 있다. 먼저 광학계의 설계사양이 결정되면, 기존의 광학계와 특허자료를 참조하여 광학계의 기본 구조를 결정하게 된다. 이를 계통설계 혹은 형상설계라고 부르며, 형상설계는 주어진 설계 목표를 달성하기 위하여 광학계를 기능별로 몇개의 렌즈군으로 나누고, 각 렌즈군간의 거리와 굴절능을 결정하여 광학계의 기본 구조를 완성하는 과정이다. 형상설계가 끝나면 광학계를 구성하고 있는 렌즈군의 근축광학적 물리량(굴절능, 배율, 반시계각, 조리개의 위치)은 모두 결정된다. 광학계의 기초설계에서는 얇은 렌즈로 가정하여 설계된 렌즈군을 이와 등가의 두꺼운 렌즈계로 바꾸어 주며, 이 과정에서 광학계의 3차 수차를 보정한다. 각 렌즈군에서 발생하는 수차는 발생량 자체를 0으로 만들기 보다는 각각의 렌즈군에 + 또는 -의 수차발생량을 분담시켜 광학계 전체의 수차가 보정되도록 하고 있다. 수차보정에서 광학계의 렌즈군은 각각 별도의 광학계로 취급될 수 있으며, 각 군에서는 배당된 만큼의 수차를 발생시키도록 하면 된다. 광학계의 수차는 설계변수(면의 곡률, 면간의 거리, 재질의 굴절율)에 대한 비선형함수이다. 광학수차에서 각 군의 수차발생량을 합쳐 전체의 수차로 근사할 수 있는 경우는 3차 수차뿐이며, 이보다 고차의 수차항은 광학계에서 선행면의 수차가 뒤에 있는 광학면의 수차에 영향을 주기 때문에 광학계 전체의 수차분석을 통한 수차보정이 필요하며, 이를 설계최적화 라고 한다. 설계의 최적화는 최종적인 수차보정의 의미도 있으나, 광학계의 여러 수차간의 균형을 조정하는 것도 설계최적화의 주요한 목적중의 하나이며, 최적화 후에 공차분석을 통하여 광학계의 생산성과 신뢰도를 검토하게 된다.

광학계의 형상설계에서는 렌즈군을 하나의 얇은 렌즈로 가정하여 근축광선추적을 통하여 요구되는 특성사양을 만족시키는 광학계로 구성하며, 점화식으로 표현된 근축광선추적법을 보다 편리하게 사용하기 위하여 Gaussian bracket [4]과 y-$\bar{y}$ diagram(Dilano diagram)[5]이 사용되고 있다. Gaussian bracket은 광학계의 근축광선추적식을 Gaussian bracket으로 표현하고, Gaussian bracket의 선형성을 이용하여 렌즈군의 굴절능과 군간의 거리를 해석적으로 구하는 방법으로 zoom 렌즈계의 설계에 많이 활용되고 있다. y-$\bar{y}$ diagram은 marginal ray의 입사고 y를 Y-축, 주광선의 입사고 $\bar{y}$를 X-축으로 하는 graph를 통하여 렌즈군의 굴절능과 군간거리를 결정하는 방법으로 광학계의 근축광학적 특성을 그림을 통하여 파악할 수 있어 편리하며, 근축광선추적을 기반으로 하는 해석적인 방법에 비하여 설계의 변형이 용이하다는 장점이 있다.

그림 1. 광학설계의 순서도

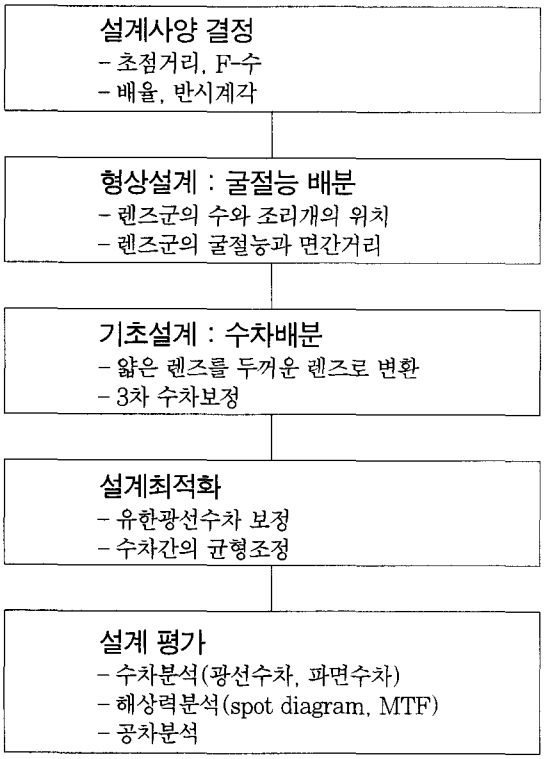
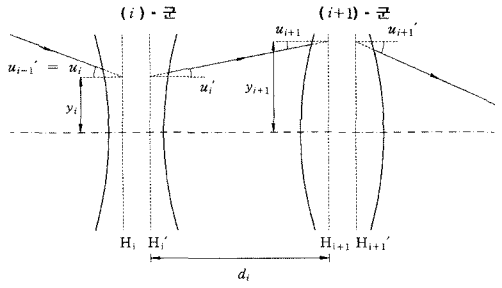


그림 2. 렌즈군 단위의 근축광선추적



II. 렌즈군의 근축광학적 해석

1. 렌즈군의 근축광선 추적

그림 2에서와 같이 렌즈군을 굴절능만 있는 얇은 렌즈(두께 0의 렌즈)로 가정하면, 광학계의 i-번째 군에서의 근축광선의 굴절은

$$n_i' u_i' = n_i u_{i+} y_i \phi_i \qquad (2\text{-}1)$$

로 주어지며, n_i, u_i는 i-번째 군에서 입사측 매질의 굴절률과 입사하는 광선의 근축각이며 $n_i' u_i'$는 각각 굴절 후 매질의 굴절률과 근축광선의 근축각, y_i는 렌즈군의 주요면에 입사한 높이, ϕ_i는 렌즈군의 굴절능이다. i-번째 군에서 굴절 후의 매질과 근축각은 다음 군에서 입사측 매질과 입사광선의 근축각이 되므로, $n_{i+1} = n_i', u_{i+1} = u_i'$ 이 된다. 굴절후에 다음 군으로 근축광선이 입사하는 높이는

$$y_{i+1} = y_i - \frac{d_i'}{n_i'} u_i' \qquad (2\text{-}2)$$

으로 주어지며, d_i는 렌즈군의 주요면간의 거리가 된다.

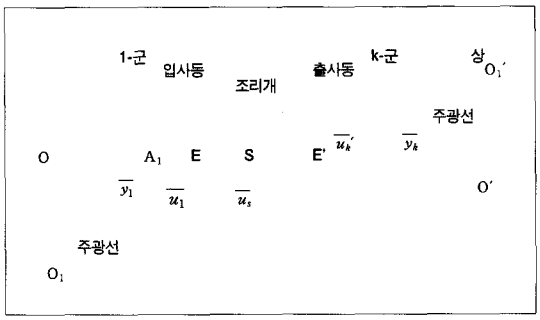
광학계에서 물체면을 0-면으로 정의하고, 물체에서 출사하는 근축광선의 높이를 y_0, 근축각을 u'_0이라고 하면, 이 광선이 광학계를 통과할 때 각 군에서의 입사고와 근축각은 (1-2)와 (1-1)식의 점화식에 의하여 순차적으로 구하여 진다.

2. 광학계의 주광선과 동

광학계의 주광선은 조리개의 중심을 통과하는 광선이며, 비축상점의 결상광선을 대표하는 광선이다. 조리개를 물체로 보면 조리개 앞의 광학계에 의하여 물체측에 생긴 조리개의 상은 그림 3에서 E의 위치에 있으며, 이를 광학계의 입사동(entrance pupil)이라고 한다. 광학계에서 조리개면을 s-번째 면이라고 하고, 주광선의 입사고와 근축각을 ($\overline{y_1}$, $\overline{u_1}$)라 하면, 제1군의 정점에서 입사동까지의 거리 $\overline{A_1E}$는

$$\overline{A_1E} = \frac{\overline{y_1}}{\overline{u_1}} \qquad (2\text{-}3)$$

그림 3. 광학계의 입사동과 출사동



으로 주어지며, 조리개의 반지름을 η_S라 하면, 입사동의 반지름 η_E는

$$\eta_E = M_{ES}\eta_S \qquad (2\text{-}4)$$

$$M_{ES} = \frac{n_s \overline{u_s}}{n_1 \overline{u_1}} \qquad (2\text{-}5)$$

로 주어지며, (2-4), (2-5)식에서 M_{ES}는 입사동과 조리개간의 횡배율이 된다.

그림 3 에서 조리개 뒤의 광학계에 의하여 상측에 생긴 조리개의 상은 E'의 위치에 있으며 이를 광학계의 출사동(exit pupil)이라 한다. 광학계의 마지막 군 또는 마지막 면을 k-면이라고 하면, 마지막 면을 기준으로 한 출사동의 위치 $\overline{A_KE'}$과 출사동의 반지름 $\eta_{E'}$은

$$\overline{A_KE'} = \frac{\overline{y_k}}{\overline{u_k'}} \qquad (2\text{-}6)$$

$$\eta_S = M_{SE'}\eta_{E'} \qquad (2\text{-}7)$$

$$M_{SE'} = \frac{n_k' \overline{u_k'}}{n_s \overline{u_s}} \qquad (2\text{-}8)$$

의 관계에 있으며, $M_{SE'}$는 조리개와 출사동간의 횡배율이며 입사동과 출사동간의 배율 $M_{EE'}$은

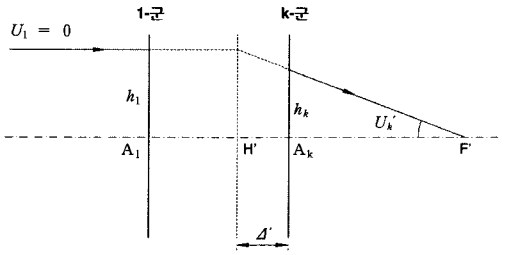
$$M_{EE'} = M_{ES}M_{SE'} \qquad (2\text{-}9)$$

로 주어지게 된다.

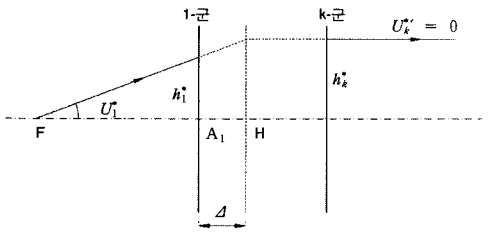
3. 광학계의 주요면과 초점

광학계의 주요면과 초점의 위치를 알기 위하여서는 무한대의 축상물체점에서 출사하여 제 2 초점 F'을 지나는 광선(그림 4a)과 제 1초점 F에서 출사하는 광선(그림 4b)의 추적이 필요하다.

그림 4. 광학계의 주요점과 초점



(a) 제2주요점(H')과 제2초점(F')



(b) 제1초점(F)과 제1주요점(H)

그림 4a에서 무한대의 축상물체점에서 출사한 근축광선의 입사고와 근축각을 (h_i, U_i)라 하면, 이 광학계의 유효초점거리(effective focal length, efl) f', 후초점거리(back focal length, bfl) f_b'와 제2주요점의 위치 Δ'는

$$f' = \frac{h_1}{U_{k'}}, \text{ 단 } U_1 = 0 \qquad (2\text{-}10)$$

$$f_b' = \frac{h_k}{U_{k'}} \qquad (2\text{-}11)$$

$$\Delta' \equiv \overline{A_k H'} = f_b' - f' \qquad (2\text{-}12)$$

으로 주어지며, 광학계 전체의 굴절능 K_T는

$$K_T = \frac{n_{k'} U_{k'}}{h_1} = \frac{\sum_i h_i \phi_i}{h_1} \qquad (2\text{-}13)$$

으로 주어진다.

광학계의 제 1주요면의 위치는 제1초점에서 출사한 광선의 입사고와 근축각 (h_i^*, U_i^*)에서 구해지며, 이 광선은 제1초점의 위치를 알 수 없기 때문에 그림 4b에서 $U^*_{k'} = 0$인 광선을 역추적하게 된다. 광학계의 물체측 초점거리 f, 제1면에서 물체측 초점까지의 거리 f_b와 제1면의 정점에서 제1주요점까지의 거리 Δ는

$$f = \frac{h^*_k}{U^*_{1^*}}, \text{ 단 } U^*_{k'} = 0 \qquad (2\text{-}14)$$

$$f_b = \frac{h^*_k}{U^*_{1^*}} \qquad (2\text{-}15)$$

$$\Delta = \overline{A_1 H'} = f_b - f \qquad (2\text{-}16)$$

으로 주어지며, 광학계 전체의 굴절능 K_T는

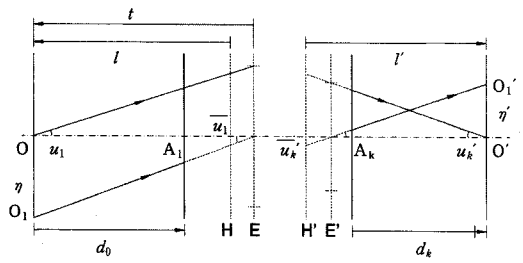
$$K_T = -\frac{n' U_{1'}}{h^*_k} = \frac{\sum_i h^*_i \phi_i}{h^*_k} \qquad (2\text{-}17)$$

로 계산할 수도 있다. 광학계의 efl, 물체측 초점거리, 전체의 굴절능은

$$K_T = \frac{n_{k'}}{f'} = -\frac{n_{k'}}{f'} \qquad (2\text{-}18)$$

의 관계에 있으며, (2-18)식에서 n_k은 상측매질의 굴절율 n', n_1은 물체측 매질의 굴절률 n이 된다.

그림 5. 광학계의 marginal ray(O-O′)과 주광선(O_1-O_1')



4. Marginal ray와 주광선

광학계 형상의 설계와 해석을 위하여서는 주광선과 축상물체점에서 출사하여 조리개 끝단을 지나는 marginal ray가 필요하다. 그림 5에서 marginal ray는 축상물체점 O에서 입사동의 끝단을 향하는 광선이며, 이를 추적하기 위하여서는 물체면과 상면의 위치가 먼저 결정되어야 한다. 광학계의 물체거리 l, 상거리 l′는 각각 제1주요면에서 물체까지의 거리, 제2주요면에서 상까지의 거리로 정의된다. 그림 5에서 물체에서 제1면(군)까지의 거리를 d_0, 마지막 면(k-면)에서 상까지의 거리를 d_k라고 하면

$$l = -(d_0 + \Delta) \tag{2-19}$$

$$l' = d_k - \Delta' \tag{2-20}$$

가 된다. 광학계의 물체거리와 상거리는 광학계의 횡배율 M_T와 결상식에서 구할 수 있다.

$$M_T = \frac{n_1 l'}{n_k' l} = \frac{n l'}{n' l} \tag{2-21}$$

$$\frac{n'}{l'} = \frac{n}{l} + K_T \tag{2-22}$$

그림 5에서 입사동에서 물체면까지의 거리 t와 marginal ray의 초기치 (y_0, u_0')는 다음과 같이 주어지게 된다.

$$t = -(d_0 + \overline{A_1E}) \tag{2-23}$$

$$y_0 = 0,\ u_0' = u_1 = \frac{\eta_E}{t} \tag{2-24}$$

물체가 무한대에 있는 경우에는 (2-21), (2-22)식에서 $M_T = 0$, $l = \infty$인 경우이며 marginal ray의 초기치 (y_1, u_0')는

$$y_1 = \eta_E,\ u_0' = 0 \tag{2-25}$$

으로 주어진다.

다음으로 비축물체점에서 출사하는 주광선을 생각하자. 유한물체의 경우에는 비축물체점 O_1에서 주광선은 입사동의 중심 E를 향하여 출사하며, 물체의 높이가 η이면 주광선의 초기치 ($\overline{y_0}$, $\overline{u_0'}$)는

$$\overline{y_0} = \eta$$

$$\overline{u_0'} = \overline{u_1} = -\frac{n}{t} \tag{2-26}$$

가 된다. 광학계에서 주광선이 물체측에서 입사하는 각도 β는 반시계각(half field angle)이라고 부르며

$$\tan\beta = \overline{u_0'} = -\frac{n}{t} \tag{2-27}$$

가 된다. 물체가 무한대에 있는 경우에 주광선의 초기치 ($\overline{y_1}$, $\overline{u_0'}$)는 주어진 반시계각 β에 대하여

$$\overline{u_0'} = \overline{u_1} = \tan\beta,\ \overline{y_1} = (\overline{A_1E})\,\overline{u_0'} \tag{2-28}$$

로 주어진다.

광학계의 Lagrange 불변량 H는 광학계의 모든 면에서 일정한 값을 가지며, marginal ray와 주광선의 초기치에서 다음과 같이 주어진다.

$$H = nu\eta,\ u \neq 0 \qquad (2\text{-}29)$$
$$= -ny_1\overline{u_0},\ u = 0$$

III. Gaussian Bracket과 근축광선추적

1. Gaussian Bracket

Gaussian bracket은 선형대수의 일종으로서, 이를 사용하면 근축광선의 입사고 y_i와 근축각 u_i을 (2-1), (2-2) 점화식 대신에 Gaussian bracket으로 표현할 수 있다. Bracket 내의 각 성분을 $a_1, a_2, \cdots, a_n$이라고 하면, Gaussian bracket의 연산규칙은 다음과 같다[4].

$$[\,] = 1,\ \text{null bracket} \qquad (3\text{-}1)$$
$$[a_1] = a_1 \qquad (3\text{-}2)$$
$$[a_1, a_2] = [a_1]a_2 + [\,] = a_1, a_2 + 1 \qquad (3\text{-}3)$$
$$[a_1, a_2, \cdots, a_n] = [a_1, a_2, \cdots, a_{n-1}]a_n + [a_1, a_2, \cdots, a_{n-2}] \qquad (3\text{-}4)$$

Gaussian bracket의 주요한 성질은 다음과 같다.

i) Gaussian bracket은 임의의 성분 a_k에 대하여 선형이다.

$$[a_1, \cdots, a_k, \cdots, a_n] = [a_1, \cdots, a_{k-1}][a_{k+1}, \cdots, a_n]a_k + [a_1, \cdots, a_{k-1} + a_{k+1}, \cdots, a_n] \qquad (3\text{-}5)$$
$$[a_1, a_2, \cdots, a_n] = a_1[a_2, a_3, \cdots, a_n] + [a_3, a_4, \cdots, a_n] \qquad (3\text{-}6)$$

ii) Gaussian bracket은 대칭성을 가진다.

$$[a_1, a_2, \cdots, a_n] = [a_n, a_{n-1}\cdots, a_1] \qquad (3\text{-}7)$$

iii) Gaussian bracket은 부분 bracket에 대하여 선형이다.

$$[a_1, a_2, \cdots, a_n] = [a_1, \cdots, a_k][a_{k+1}, \cdots, a_n] + [a_1, \cdots, a_{k-1}][a_{k+2}, \cdots, a_n] \qquad (3\text{-}8)$$

이와 같은 Gaussian bracket의 선형성은 zoom 렌즈의 형상설계에 매우 유용하게 사용되고 있으며, 보다 상세한 Gaussian bracket에 수학적인 성질은 참고문헌[4]를 참고하기 바란다.

2. Gaussian Bracket과 근축광선추적

Gaussian bracket은 (2-1), (2-2)식의 근축광선추적식과 1:1 대응되며, 입사광선의 근축각 u_1에 따라 다음과 같이 사용된다. 먼저 무한대의 축상물체점에서 출사하는 $u_1 = 0$인 광선의 추적에는

$$h_i = h_i[\psi_1, -\frac{d_1}{n_1'}, \psi_2, -\frac{d_2}{n_2'}, \cdots, \psi_{i-1}, -\frac{d_{i-1}}{n_{i-1}'}] \qquad (3\text{-}9)$$

$$n_i'u_i' = h_i[\psi_1, -\frac{d_1}{n_1'}, \psi_2, -\frac{d_2}{n_2'}, \cdots, \psi_{i-1}, -\frac{d_{i-1}}{n_{i-1}'}, \psi_1] \qquad (3\text{-}10)$$

의 식이 사용되며, $u_1 \neq 0$인 광선의 추적에는

$$h_i = n_1u_1[-\frac{d_0}{n_0'},$$

$$\psi_1, -\frac{d_1}{n_1'}, \psi_2, -\frac{d_2}{n_2'}, \cdots,$$

$$\psi_{i-1}, -\frac{d_{i-1}}{n_{i-1}'}\ ] \qquad (3\text{-}11)$$

$$n_i' u_i' = n_1 u_1 [-\frac{d_0}{n_0'}, \psi_1, -\frac{d_1}{n_1'}, \psi_2, -\frac{d_2}{n_2'},$$

$$\cdots, \psi_{i-1}, -\frac{d_{i-1}}{n_{i-1}'}, \psi_1] \qquad (3\text{-}12)$$

의 식이 사용된다.

IV. y-$\bar{y}$ Diagram을 이용한 광학계의 형상설계

1. y-$\bar{y}$ Diagram

y-$\bar{y}$은 marginal ray의 입사고 y를 Y-축, 주광선의 입사고 $\bar{y}$를 X-축으로 하는 Dilano diagram을 이용하여 광학계의 형상설계를 하는 방법이다. (2-1), (2-2)식의 근축광선 추적식에서 a, a', e를 다음과 같이 정의하면

$$a = nu, \qquad a' = n'u' \qquad e = \frac{d}{n'}$$

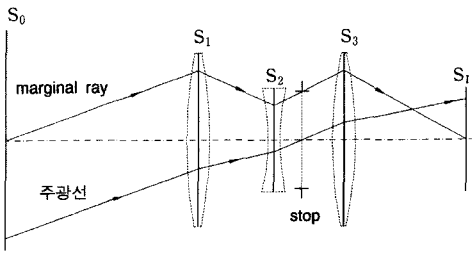
marginal ray (a, y)와 주광선 ($\bar{a}$, $\bar{y}$)에 대한 근축광선추적식은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$a' = a + y\phi,\ y_{+1} = y - ea \qquad (4\text{-}1)$$

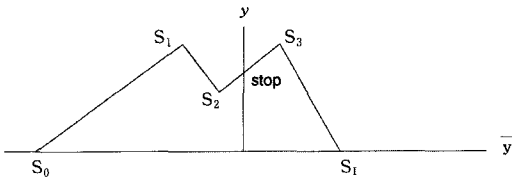
$$\bar{a}' = \bar{a} + \bar{y}\phi,\ \bar{y}_{+1} = \bar{y} - e\bar{a}' \qquad (4\text{-}2)$$

또한 광학계의 Lagrange 불변량 H는

그림 6. Triplet의 형태와 y-$\bar{y}$ diagram



(a) Triplet의 marginal ray와 주광선



(b) $y - \bar{y}$ diagram

$$H = nu\eta = a\eta,\ u \neq 0 \qquad (4\text{-}3)$$

$$H = -n\bar{u}h = -\bar{a}h,\ u = 0 \qquad (4\text{-}4)$$

으로 표현되며, (4-4)식에서 h는 marginal ray가 입사동에 입사한 높이가 된다. Lagrange 불변량은 광학계의 모든 면에서 성립하며

$$H = a\bar{y} - \bar{a}y \qquad (4\text{-}5)$$

의 관계가 있다. 그림 6에는 3매의 렌즈로 구성된 triplet에 대한 렌즈계의 형태(그림 6a)와 이 렌즈계에 대한 y-$\bar{y}$ diagram(그림 6b)이 나타나 있다

2. y-$\bar{y}$ Diagram의 해석

i) 배율과 주요면

y-$\bar{y}$ diagram에서 상면을 I-면이라고 하면

광학계의 횡배율 M_T는 주광선의 입사고에서

$$M_T = \frac{\bar{y}_I}{\bar{y}_0} \qquad (4\text{-}6)$$

로 주어진다. 그림 7에서 물체면 S_0에서 출발하여 제1면 S_1을 지나는 직선과 상면 S_1에서 광학계의 마지막면 S_K를 지나는 직선의 교점 P는 광학계의 주요면이 된다. P의 $\bar{y}$ 좌표는 주요면에서 주광선의 입사고이며, y좌표는 주요면에서 marginal ray의 입사고가 된다.

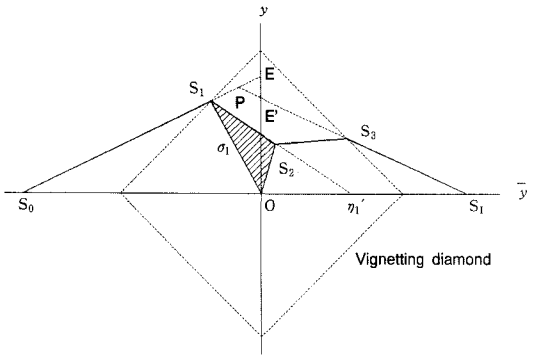
ii) 입사동과 출사동

그림 7에서 광학계의 입사동은 S_0에서 출발하여 S_1을 지나는 직선이 y-축과 만나는 점 E이며, 출사동은 상면 S_1에서 광학계의 마지막면 S_K를 지나는 직선이 y-축과 만나는 점 E′이다. 입사동의 반지름 η_E, 출사동의 반지름 $\eta_{E'}$와 입사동과 출사동의 배율 $M_{EE'}$는

$$\eta_E = \overline{OE},\ \eta_{E'} = \overline{OE'},\ M_{EE'} = \frac{\eta_{E'}}{\eta_E} \qquad (4\text{-}7)$$

이 된다.

그림 7. y-$\bar{y}$ diagram의 해석



iii) 렌즈의 유효구경

각 면에 입사하는 marginal ray의 입사고 y_i와 주광선의 입사고 $\bar{y}_i$에서 면의 유효구경 ϕ_i는

$$\frac{\phi_i}{2} = |\bar{y}_i| + |y_i| \qquad (4\text{-}8)$$

로 근사가 가능하다. 그림 7의 y-$\bar{y}$ diagram에서 S_1에서 마지막 면 S_K을 모두 포함하는 마름모를 Vignetting diamond 라고 하며, 렌즈군 또는 면의 최대구경을 나타낸다.

iv) 면간의 거리

y-$\bar{y}$ diagram에서 면간의 거리는 원점 O와 S_i, S_{i+1}으로 만들어지는 $\triangle OS_iS_{i+1}$의 면적 σ_i에 비례한다(그림 7).

$$e_i = \frac{d_i}{n_{i'}} = -\frac{1}{H}\sigma_i \qquad (4\text{-}9)$$

(4-9)식에서 H는 광학계의 Lagrange 불변량이다.

v) 면의 배율

y-$\bar{y}$ diagram에서 i-번째 면 S_i에서 S_{i-1}를 연결하는 직선이 $\bar{y}$-축과 만난 점은 그 면에 대한 물체의 높이이며, S_i와 S_{i+1}을 연결하는 직선이 $\bar{y}$-축과 만난점은 그 면이 만든 상의 높이가 된다(그림 7). 이 y-$\bar{y}$ diagram에서 직선의 기울기 γ_i, γ_i'을 다음과 같이 정의하면

$$\gamma_{i-1}' = \gamma_i = \frac{y_i - y_{i-1}}{\bar{y}_i - \bar{y}_{i-1}}$$

$$\gamma_i' = \gamma_{i+1} = \frac{y_{i+1} - y_i}{\bar{y}_{i+1} - \bar{y}_i} \qquad (4\text{-}10)$$

i-번째 면의 물체 높이 η_i, 상높이 η_i'과 횡배율 m_i는

$$\eta_i = \bar{y}_i + \frac{y_i}{\gamma_i} \qquad (4\text{-}11)$$

$$\eta_i' = \bar{y}_i + \frac{y_i}{\gamma_i'} \qquad (4\text{-}12)$$

$$m_i = \frac{\eta_i'}{\eta_i} \qquad (4\text{-}13)$$

로 주어진다.

vi) 면의 굴절능

(4-11), (4-12)식에서 물체의 높이 η_i는

$$(1-m_i)\eta_i = -\frac{y_i}{\gamma_i \gamma_i'}(\gamma_i' - \gamma_i)$$

로 쓸 수 있고, 이를 근축광선의 굴절방정식으로 변형하면, 면의 굴절능 ϕ_i는

$$\phi_i = -\frac{a_i a_i'}{H\gamma_i \gamma_i'}(\gamma_i' - \gamma_i) \qquad (4\text{-}14)$$

로 주어진다. 이 식에서 면의 굴절능은 $y-\bar{y}$ diagram에서 직선기울기의 역수의 차에 비례함을 알 수 있다.

3. $y-\bar{y}$ diagram과 형상설계

$y-\bar{y}$ diagram을 이용하는 형상설계법은 먼저 광학계의 유효구경을 나타내는 그림 7의 Vignetting diamond를 만들고, 이 마름모 내에서 각면을 나타내는 $(y, \bar{y})$를 준 후에, 이로부터 광학계의 형상설계 제원을 계산하는 방법이다.

주어진 $y-\bar{y}$ diagram에서는 Lagrange 불변량, marginal ray와 주광선의 초기치에 따라 형상제원이 달라지며, 굴절계와 반사경계가 구별되지 않는다. 광학계의 Lagrange 불변량은

$$H = a\bar{y} - \bar{a}y$$

로 주어지며, $(H, y, \bar{y})$가 주어지는 경우에도 $(a, \bar{a})$를 임의로 선택될 수 있기 때문이다. 면간의 거리 d_i는

$$d_i = n_i' e_i$$

로 주어지며, 반사경계에서 광선이 역으로 진행하는 경우에는 n_i'과 d_i가 모두 음수가 되지만 $y-\bar{y}$ diagram에서는

$$e_i = \frac{d_1}{n_i'} = -\frac{1}{H}\sigma_i$$

로 주어지기 때문에, 굴절계와 반사계가 서로 구별되지 않는다.

광학계에서 $(y, \bar{y})$와 $(a, \bar{a})$가 주어지면, $y-\bar{y}$ diagram은 광학계의 형상제원과 1:1 대응하며, 굴절계와 반사경계간의 모호성은 굴절계를 반사경계로 바꾸거나 역으로 반사경계를 굴절계로 바꾸는 설계에 응용될 수 있다.

V. 형상설계의 검토

앞에서 주어진 설계목표에 맞추어 렌즈군의 굴절능 $\{\phi_1, \phi_2, \cdots, \phi_k\}$와 군간의 거리 $\{d_1, \cdots, d_{k-1}\}$를 결정하는 방법에 대하여 논의하였다. 광학계의 형상설계가 끝나면, 렌즈군 단위에서는 광학계 전체의 굴절능, 주요면의 위치, 입사동 출사동의 위치와 크기가 모두 결정되며, marginal ray와 주광선에 대한 광선추적 결과를 얻을 수 있다.

광학계의 용도가 다양한 만큼 형상설계의 조

건과 이에 대한 풀이법도 다양하기 때문에 일반화시켜 설명하는 것은 어려우나, 형상설계에서 렌즈군의 굴절능과 군간의 거리가 결정되면 다음과 같은 관점에서 형상설계의 적합성을 판단할 수 있다.

(1) 렌즈군의 유효구경

특정 렌즈군에서 marginal ray의 입사고가 y_i, 주광선의 입사고가 $\overline{y_i}$ 이면 Vignetting이 없도록 하기 위하여 필요한 렌즈의 구경 ϕ_i는

$$\phi_i = 2(|y_i| + |\overline{y_i}|)$$

로 근사할 수 있다. ϕ_i가 크면 최종설계에서 렌즈군의 유효직경이 커질 수 있으므로 다른 렌즈군과 비교하여 특별히 큰 구경이 요구되는 렌즈군이 없도록 하는 것이 바람직하다.

(2) 렌즈군의 F-수

렌즈군을 하나의 광학계로 보면, 이 렌즈군의 유효직경 ϕ_i와 굴절능 ϕ_i에서 이 군의 F-수는

$$F/\# = \frac{n_i'}{\phi_i \phi_i}$$

가 된다. 일반적으로 F-수가 작은 광학계는 광학수차의 발생이 많으며, 이를 두꺼운 렌즈로 변환할 때 높은 굴절능을 갖기 위하여서는 여러 매의 렌즈가 사용되어야 한다. 따라서 1매 또는 2매의 렌즈로 구성될 렌즈군의 경우에 F-수가 작으면 면의 곡률반경도 작아져야 하므로 충분한 유효구경을 얻을 수 없을 뿐만 아니라 수차발생도 크므로 각 군의 F-수가 너무 작아지지 않도록 광학계를 구성하여야 한다.

(3) 각 군의 횡배율

렌즈군의 횡배율 m_i는 marginal ray의 추적에서

$$m_i = \frac{n_i u_i}{n_i' u_i'}$$

로 주어진다. 같은 F-수를 가진 광학계에서 수차의 발생량은 렌즈군의 배율과 밀접한 관련이 있으며, 배율의 절대값이 커지면 광학수차의 발생이 급격하게 늘어나게 된다. 횡배율의 절대값이 큰 렌즈군에서 수차발생량을 줄이기 위하여서는 여러 매의 렌즈가 사용되어야 하며, 또한 종배율은 횡배율의 제곱에 비례하기 때문에 이 렌즈군은 조립공정에서 정밀한 조립이 요구된다. 따라서 횡배율의 절대값이 큰 렌즈군은 가능하면 이를 줄여주도록 하여야 한다.

(4) 렌즈군간의 거리

렌즈군의 형상설계에서 렌즈군간의 거리는 각 렌즈군의 주요면 간의 거리이기 때문에, 실제 두꺼운 렌즈로 변환하였을 때 서로 겹치지 않도록 여유가 필요하다. 또한 군간의 거리가 긴 광학계에서는 실제 설계에서도 광학계의 전장이 길어지기 때문에 이에 대한 검토도 필요하다.

(5) 주광선의 입사각

각 군으로 입사하는 주광선의 근축각은 각 군을 하나의 광학계로 보면 반시계각에 해당한다. 반시계각이 크면 그 만큼 렌즈군 내에서 비축수차가 많이 발생하게 되며 Vignetting이 심하게 된다. 따라서 각 군에서 주광선의 입사각이 너무 커지지 않도록 하는 것이 좋다.

(6) 광학계의 굴절능 균형

조리개를 기준으로 완전 좌우대칭의 광학계에

서는 코마수차와 왜곡수차가 발생하지 않는다. 따라서 시계각이 큰 광학계의 설계에 있어서는 조리개를 기준으로 좌우대칭이 되도록 굴절능을 배치하는 것이 좋으며, 이렇게 할 수 없는 경우에는 조리개를 기준으로 좌우의 굴절능이 서로 균형을 갖추도록 설계하는 것이 코마수차와 왜곡수차의 보정에 유리하다.

(7) 비구면을 사용한 수차보정

최근 광학설계에서 비구면을 사용하여 수차를 보정하는 경우가 많으며, 형상설계에서도 이에 대하여 미리 고려하여두는 것이 바람직하다. 축상수차를 보정하는 경우에는 marginal ray의 입사고가 높고, 주광선의 입사고가 낮은 군을 비구면화하는 것이 유리하며, 비축 수차를 보정하는 경우에는 marginal ray의 입사고가 낮고 주광선의 입사고가 높은 렌즈군을 비구면화 하는 것이 유리하다.

VI. 결론

광학계의 형상설계는 광학계를 몇 개의 군으로 나누고, 각 군을 얇은 렌즈로 근사하여 렌즈군의 굴절능과 군간의 거리를 결정하는 과정이다.

광학계의 형상설계에서는 주어진 설계목표를 만족하는 marginal ray와 주광선을 결정하고, 이로 부터 형상설계제원인 렌즈군의 굴절능과 군간의 거리가 계산하고 있다. 주어진 설계목표를 만족시키는 marginal ray와 주광선을 결정하는 방법으로 근축광선추적과 $y-\bar{y}$ diagram이 사용되고 있고, Gaussian bracket은 근축광선추적식을 수학적인 선형대수의 형식으로 표현한 것으로 볼 수 있다. Gaussian bracket은 모든 요소에 대하여 선형성을 가지므로 zoom 렌즈계와 같이 면간의 거리가 변화하는 광학계의 설계에 매우 유용하다. $y-\bar{y}$ diagram은 marginal ray의 입사고 y와 주광선의 입사고 $\bar{y}$를 사용하여 광학계의 근축광학적 특성을 해석하고, 이를 이용하여 광학계의 형상을 설계하는 방법으로 근축광선추적을 기반으로 하는 해석적인 방법에 비하여 특성의 파악이 쉽고 설계의 변형이 용이하다.

광학계는 용도 및 요구사항이 다양하므로 설계법도 상황에 따라 여러가지로 변형되어 응용된다. 본 본문에서 논의된 형상설계법은 렌즈군의 제원을 결정하는 방법으로 소개된 것이나, 각각의 렌즈군 자체도 별도의 광학계로 볼 수 있으므로 이 방법은 렌즈군의 설계에서도 마찬가지로 적용될 수 있다.

[참고문헌]

[1] 이상수, 기하광학, (교학연구사, 서울, 1985).

[2] 三宅和夫 譯, レンズ設計の原理 (講談社, 東京, 1970).

[3] 松居吉哉, レンズ設計法 (共立出版株, 東京,1972).

[4] Max Herzberg, Modern Geometrical Optics (Interscience Pub. Inc., New York,1958).

[5] Orestes N. Stavroudis, Modular Lens Design (Springer-Verlag, Berlin, 1982).

[6] H. H. Hopkins, Wave theory of aberrations, (Clarendon, Oxford, 1950).