

## 3. 광학설계의 평가(마지막 회)

광학설계 시리즈 마지막회로 3. 광학설계의 평가를 게재한다. (7월호-1. 광학계의 형상설계, 9월호-2. 광학설계의 최적화 기법) 광학계의 수차 평가(Spot Diagram Analysis, 파면수차) 및 광학계의 결상특성 평가(Point Spread Function, Optical Transfer Function)에 사용되는 일반적인 방법에 대하여 정리하였다. 지금까지 소개했던 시리즈가 광학실무 종사자들에게 조금이라도 도움이 되기를 바란다.

♣ 글 : 이종웅 교수/청주대학교 광학공학과

### I. 서론

광학설계의 과정은 기초설계, 수차보정 및 최적화, 설계평가로 크게 나누어 볼 수 있고, 기초설계와 최적화에 대하여서는 전호에 기술한 바 있다.

광학설계의 평가는 설계 과정 중간의 간이평가와 최종 설계에 대한 정밀한 평가로 나누어 볼 수 있다. 설계과정의 간이평가는 설계의 특성을 포괄적으로 파악하는 것에 목적이 있고, 3차수차, 유한광선수차에 의한 평가가 주로 사용되고 있다. 최종평가에서는 spot diagram, 파면수차, OTF(optical transfer function)에 의한 결상특성과 생산성 및 생산허용공차에 대한 평가가 수행된다. 생산성 및 공차에 대한 평가도 설계평가에서 중요한 일이지만, 본 해설에서는 수차 및 해상력 평가에 대하여서만 기술될 예정이다.

광학계에서 빛의 전파는 광선광학(ray optics)과 파면광학(wavefront optics)의 관점에서 해석될 수 있다. 광선광학에서는 빛의 회절 효과가 고려되지 않으므로 광학계의 수차가 회절한계보다 큰 광학계에서만 광선광학적인 평가가 적합하며, 회절한계 또는 이에 준하는 결상특

성이 요구되는 광학계의 경우에는 파면광학적 해석이 요구된다. 광선광학에서 광학계의 수차 특성은 유한광선수차, ray fan, spot diagram에 의하여 평가되며, 최종단계의 평가서는 spot diagram이 사용되고 있다. 파면광학에서의 광학계의 결상특성은 파면수차, point spread function(PSF), optical transfer function(OTF), edge response function(ERF)로 평가되고 있으며, 이 모두는 유한광선추적에 의하여 계산되는 파면수차에 기반을 두고 있다.

광학설계에서 평가항목과 기준은 광학계의 용도와 사용환경에 따라 달라지기 때문에 특정하게 규정할 수는 없으나, 본 해설에서는 광학계의 수차 및 결상특성의 평가에 사용되는 일반적인 방법에 대하여 정리하였다.

### II. 광학수차의 평가

설계분석에서 수차는 유한광선추적<sup>1)</sup>을 통하여 계산되며, 이는 빛의 회절현상이 고려되지 않은 것으로, 광선의 진행방향은 빛의 에너지가 가장 크게 전파되는 방향을 나타내기 때문에 수차

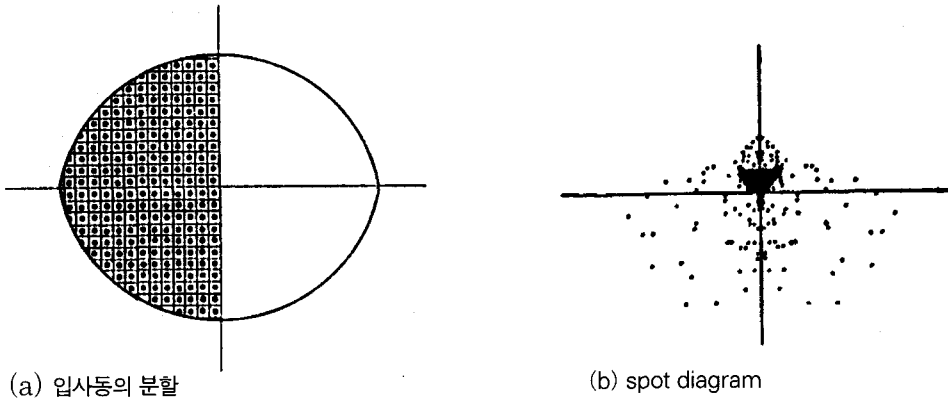


그림1. Spot diagram analysis

에 의한 상퍼짐이 회절효과에 의한 것보다 큰 경우에 유용하다.

### 1. Spot Diagram Analysis

광학계의 평가에서 기준광선은 중심파장의 주광선이며, 광선의 횡수차(x, y)는 기준광선의 입사점( $X_{pr}, Y_{pr}$ )과 유한광선의 입사점( $X, Y$ )간의 차이로 정의된다<sup>2,3</sup>.

$$\Delta X = X - X_{pr}, \Delta Y = Y - Y_{pr} \quad (1)$$

Spot diagram은 광학계의 입사동을 grid로 나누고, 각 grid의 중심으로 입사하는 광선을 추적하여, 각 광선의 횡수차를 나타낸 도표이다(그림 1). Spot diagram은 수차에 의한 광선의 퍼짐을 한눈에 알 수 있어 많이 사용되고 있다. 광학계의 해상력은 spot의 크기 뿐만 아니라 광선의 집속도에도 많은 영향을 받기 때문에, spot diagram을 이용한 평가에서는 횡수차의 평균과 rms spot size를 살펴보아야 한다. 횡수차의 평균( $\bar{x}, \bar{y}$ )는

$$\bar{\Delta X} = \frac{\sum_i w_i \Delta X'_i}{\sum_i w_i}, \bar{\Delta Y} = \frac{\sum_i w_i \Delta Y'_i}{\sum_i w_i} \quad (2)$$

으로 표현될 수 있고,  $w_i$ 는 각 광선이 대표하는 광량을 나타내는 가중치이다. 표준편차( $\sigma_x, \sigma_y$ )는

$$\sigma_x^2 = \frac{\sum_i w_i (\Delta X'_i - \bar{\Delta X})^2}{\sum_i w_i}$$

$$\sigma_y^2 = \frac{\sum_i w_i (\Delta Y'_i - \bar{\Delta Y})^2}{\sum_i w_i} \quad (3)$$

이고, rms spot radius  $\sigma$ 는

$$\sigma^2 = \sigma_x^2 + \sigma_y^2 \quad (4)$$

로 정의된다.

수차가 작은 광학계의 경우에는 주광선이 결상광선의 중심에 있다고 볼 수 있으나, 수차가 큰 광학계의 경우에는 주광선이 결상광선을 대표한다고 볼 수 없다. 특히 코마류의 수차가 큰 경우에는 spot 중심과 주광선의 입사점간의 차

이가 크게 나타난다. 유한광선수차에서 왜곡수차는 주광선의 입사점을 기준으로 계산되고 있으므로 왜곡특성이 중요한 광학계에서는 왜곡수차 뿐만 아니라 spot의 중심점도 함께 살펴보아야 한다. 파면수차에 따른 spot diagram의 형태는 참고문헌 [4]를 참고하기 바란다.

원형개구의 무수차광학계에서 Rayleigh 기준에 따른 분해능한계는 Airy disk의 반경  $r_A$ 는<sup>(5,6)</sup>

$$r_A = 1.22 \frac{\lambda}{NA} \quad (5)$$

로 주어지며, NA는 광학계의 상축 수치구경이다. 일반적으로 spot diagram analysis는 수차가 큰 광학계의 평가에 주로 사용되지만, spot의 크기가 Airy disk 보다 작은 경우에는 회절한계의 광학계로 볼 수 있다. 또한, 무수차광학계에서 Airy disk내에 집중되는 광량은 전체 광량의 84% 정도이므로<sup>(6)</sup> Airy disk내에 들어오는 광선의 수가 84% 이상이면 회절한계에 근접한 광학계로 본다.

## 2. 파면수차

파면수차는 기준광선이 상면에 입사한 점을 중심으로 하고 출사동의 정점을 지나는 구면과 실제파면간의 광로정차로 정의된 수차이다<sup>(3,7)</sup>. 그림 2에서 상측매질의 굴절률이  $n'$  일 때, 점 P를 지나는 광선의 파면수차 W는

$$W = n' \overline{P'Q'} \quad (5)$$

이며,  $\overline{P'Q'}$ 는 점 P'에서 Q'까지의 기하학적 인 거리이다.

파면수차는 환산좌표계(reduced coordinate)로 표현되고 있으며, 그림 2에서 주광선의 진행 방향을  $\xi$ -축으로 하는 출사동좌표계에서 점 P'

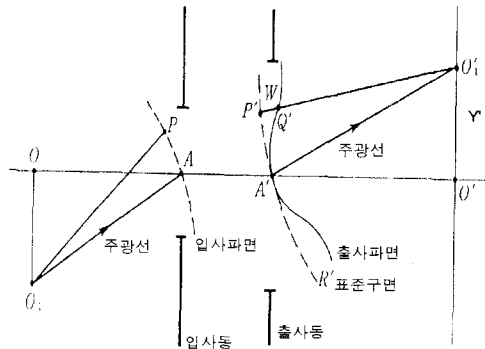


그림 2. 파면수차의 정의

의 좌표가  $(\xi, \eta, \zeta)$ 라 일 때, 이를 원주좌표계  $(\rho, \phi, \zeta)$ 로 바꾸어 주면

$$\rho^2 = \xi^2 + \eta^2, \quad \phi = \tan^{-1}\left(\frac{\xi}{\eta}\right) \quad (6)$$

$$\xi = \rho \sin \phi, \quad \eta = \rho \cos \phi \quad (7)$$

이 된다. 환산좌표계  $(\sigma, r, \phi)$ 는 최대상높이  $Y_{max}$ 과 출사동의 반지름  $\rho_{max}$ 을 1로 규격화한 좌표계이며,  $\sigma$ 와  $r$ 은

$$\sigma = \frac{Y'}{Y_{max}}, \quad |\sigma| \leq 1 \quad (8)$$

$$r = \frac{\rho}{\rho_{max}}, \quad 0 \leq r \leq 1 \quad (9)$$

로 정의된다<sup>(3,7)</sup>. 환산좌표계에서 파면수차는

$$W = \sum_{k,l,m} k C_{lm} \sigma^k r^l \cos^m \phi \quad (10)$$

의 형태로 전개되며, 이를 C계수 표현이라고 한다. C계수에서 첨자  $k$ 는  $\sigma$ 의 차수,  $l$ 은  $r$ 의 차수,  $m$ 은  $\cos \phi$ 의 차수이며,  $l$ 과  $m$ 이 동시에 0이 되는 경우는 수차로 나타나지 않는다<sup>(3,7)</sup>. 통상적으로 파면수차의 차수는  $(\sigma$ 의 차수 +  $r$ 의 차수 - 1)로

정의되고 있다. 광축에 대하여 회전대칭인 광학계의 파면수차는  $(\sigma^2, r^2, \sigma r \cos \phi)$ 의 함수이므로

$$W = \sum_{K,L,M} 2^{K+M} C_{2L+M,M} (\sigma^2)^K (r^2)^L (\sigma r \cos \phi)^M \quad (11)$$

로 전개된다. (10)식과 비교하면

$$k = 2K + M, l = 2L + M, m = M \quad (12)$$

이 된다. 회전대칭성 광학계에서 파면수차계수는

- $K = M = 0$  , 구면수차류
- $M = \text{odd}$  , coma 류
- $M = \text{even}$  , 비점수차류
- $L = 0, N = 1$  , 왜곡수차류

로 분류되며<sup>(7)</sup>, 표 1에 5차까지 수차계수의 명칭이 나타나 있다<sup>(6)</sup>. (10), (11)식에서 정의된 파면수차는 광학계의 전체상에 대한 파면수차이며, 물체점 하나에 대한 파면수차를 나타내는 경우에는  $\sigma$ 가 상수로 주어지므로 축약된 형태의 수차표현을 사용하고 있다. 점물체에 대한 파면수차의 전개에서는 tilt와 distortion에 해당하는 수차는 나타나지 않는다.

$$W = \sum_{l,m} W_{lm} r^l \cos^m \phi, W_{lm} = \sigma^m \sum_k C_{lm} \sigma^k \quad (13)$$

표 2에는 한 물체점에 대한 수차로 축약된 주요 수차계수의 명칭과 정의가 나타나 있다<sup>(6)</sup>. 한 물체점에 대한 파면수차의 표현은 (13)식의 W 계수에 의한 표현과 함께 Zernike polynomial에 의한 수차 전개도 많이 사용되고 있으며, 여기에 관한 내용을 참고문헌[8]을 참고하기 바란다.

표 1. 계수의 명칭<sup>(6)</sup>

Order	Coefficient	Name
1st	${}_0C_{20}$	defocus
	${}_1C_{11}$	tilt
3rd(primary)	${}_0C_{40}$	spherical aberration
	${}_1C_{31}$	coma
	${}_2C_{22}$	astigmatism
	${}_2C_{20}$	field curvature
	${}_3C_{11}$	distortion
5th(secondary)	${}_0C_{60}$	zonal spherical aberration
	${}_1C_{51}$	zonal coma
	${}_3C_{33}$	arrows
	${}_2C_{42}$	wings
	${}_2C_{40}$	lateral spherical aberration
	${}_3C_{31}$	lateral coma
	${}_4C_{22}$	lateral astigmatism
	${}_4C_{20}$	lateral field curvature
	${}_5C_{11}$	lateral distortion

표 2. 주요한 W계수의 명칭<sup>(6)</sup>

Coefficient	Name	Remarks
$W_{20}$	defocus	${}_0C_{20} + {}_2C_{20}\sigma^2 + {}_4C_{40}\sigma^4$
$W_{40}$	primary spherical	${}_0C_{40} + {}_2C_{40}\sigma^2$
$W_{60}$	secondary spherical	${}_0C_{60}$
$W_{80}$	tertiary spherical	${}_0C_{80}$
$W_{22}$	primary astigmatism	${}_2C_{22}\sigma^2 + {}_4C_{22}\sigma^4$
$W_{42}$	secondary astigmatism	${}_2C_{42}\sigma^2$
$W_{31}$	primary coma	${}_1C_{31}\sigma + {}_3C_{31}\sigma^3$
$W_{51}$	secondary coma	${}_1C_{51}\sigma$
$W_{33}$	elliptical coma(arrows)	${}_3C_{33}\sigma^3$

파면수차에 의한 광학계의 평가에서는 파면수차계수를 직접 계산하기도 하지만, 주로 p-v error 또는 rms error로서 파면수차의 크기를 평가하고 있다. p-v error는 파면수차의 최대치(peak)와 최저치(valley)간의 간격이며, 원형개구의 광학계에서 파면수차의 rms error  $\sigma_w$ 는

$$\sigma^2_w = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^1 W^2(r, \phi) r dr d\phi - \frac{1}{\pi^2} \left[ \int_0^{2\pi} \int_0^1 W(r, \phi) r dr d\phi \right]^2$$

로 주어진다.<sup>[6]</sup>

1964년 Rayleigh는 회절한계 광학계의 조건으로 파면수차의 p-v error가  $1/4\lambda$  이내라는 기준을 제시하였으며, 이를 quarter-wave criterion이라고 한다<sup>[9]</sup>. 3차 구면수차를 기준으로 p-v error  $1/4\lambda$ 는 rms error로  $0.075\lambda$ 에 해당하며, rms error가  $0.075\lambda$  이내인 광학계를 회절한계 광학계(diffraction-limited system)로 본다. 통상적으로 회절한계에 근접한 광학계(nearly diffraction-limited system)는 rms error가  $0.075\lambda < w < 0.15\lambda$ 인 광학계를 말하지만, 이는 절대적인 기준은 아니다.<sup>[6]</sup>

### III. 회절결상이론에 의한 평가

빛에 의한 결상에서는 파동성에 의한 회절효과가 나타나며, 수차가 적은 광학계의 경우에는 회절결상이론에 의한 엄밀한 평가가 필요하다. 본 해설에서는 far-field diffraction을 기반으로 광학계의 point spread function(PSF)와 optical transfer function(OTF)에 대하여 설명하고자 한다.

#### 1. Point Spread Function

Point spread function(PSF)는 점물체를 두었으 때, 상면에서의 강도분포를 나타내는 함수이며, 회절효과가 고려된 diffraction PSF와 회절효과가 고려되지 않은 geometrical PSF로 나누어지지만 일반적으로는 diffraction PSF를 의미한다.

빛의 회절은 Huygens의 원리로 설명할 수 있

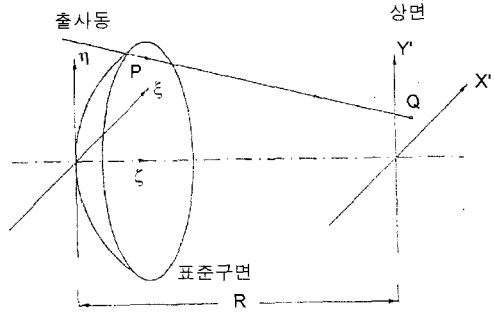


그림 3. 표준구면과 광파의 회절

고, 그림 3에서 상면에서 빛의 진폭분포  $U(X, Y)$ 는 출사동을 통과하는 파면에서 회절되는 구면파의 중첩으로 주어진다.

$$U(X, Y) = C \iint H(\xi, \eta) e^{\frac{2\pi i}{\lambda} S} (d\xi d\eta) \quad (14)$$

(14)식에서 H는 동함수(pupil function)이며, 표준구면상에 존재하는 광파의 진폭과 위상을 나타내는 함수이다. 출사동의 반지름이  $\rho_{max}$ 이고, 파면수차가  $W(\xi, \eta)$ 인 광학계에서 동함수는

$$H(\xi, \eta) = H_0 e^{-\frac{2\pi i}{\lambda} W(\xi, \eta)} \quad \xi^2 + \eta^2 \leq \rho_{max}^2 \quad (15)$$

$$= 0 \quad \xi^2 + \eta^2 > \rho_{max}^2$$

로 정의된다. (14)식에서  $\lambda$ 는 매질속에서의 파장이며, (15)식에서  $\lambda_0$ 는 진공속에서 파장이다. 그림 2에서 광학계의 파면수차는 실제파면과 이상적인 구면파의 파면인 표준구면간의 광로정차로 정의되어 있다. Huygens의 원리에서 빛은 실제파면상에서 구면파로 회절된다. 수차가 있는 광학계의 경우에는 실제파면을 따라 회절파를 적분하기는 어려우므로, (14)식에서는 회절파는 표준구면상에서  $-2\pi W/\lambda_0$ 의 초기위상을 가진 구면파가 회절되는 것으로 근사하고 있다.

그림 3에서 회절개구(출사동)과 관측점(상면)까지의 거리가 길고, 상의 크기가 작은 경우에는 표준구면상의 점 P에서 상면 Q로 회절되는 구면파를 평면파로 근사할 수 있고, 이를 Fraunhofer diffraction 또는 far-field diffraction이라고 한다. 평면파 근사에서는 점 P는 반지름 R인 표준구면에 있으므로

$$\xi^2 + \eta^2 + (R - \zeta)^2 = R^2$$

의 조건이 주어지므로, s는

$$s = \sqrt{(X' - \xi)^2 + (Y' - \eta)^2 + (R - \zeta)^2} \\ \approx R - X' \xi + Y' \eta$$

로 근사되어, (14)식은

$$U(X', Y') \approx C e^{i k R} \iint H(\xi, \eta) e^{-\frac{2\pi i}{\lambda R} (\xi X' + \eta Y')} (d\xi d\eta) \quad (16)$$

형태로 표현된다. (16)식에서

$$u = \xi, v = \eta \quad (17)$$

라 하면, (u, v)는 평면파가 상면에 입사할 때, 상면에 만드는 진폭분포의 진동수이며, 이를 진폭영역의 공간주파수(spatial frequency of amplitude domain)라 한다. 공간주파수가 가장 높은 경우는 출사동의 끝단을 통과하는 광파가 회절되는 경우이다. 원형개구의 광학계에서 진폭영역의 최대공간주파수 ( $u_{\max}, v_{\max}$ )는

$$u_{\max} = v_{\max} = \frac{\rho_{\max}}{\lambda B} \quad (17)$$

로 주어지며, 광학계의 상측 수치구경(image-

side numerical aperture) NA는

$$NA = n' \sin \theta_{\max}$$

이므로

$$u_{\max} = v_{\max} = \frac{NA}{\lambda_0} \quad (18)$$

가 된다.  $\lambda_0$ 는 진공속에서 빛의 파장이다. 규격화한 공간주파수(normalized spatial frequency) (f, g)는

$$f = \frac{u}{u_{\max}}, \quad -1 \leq f \leq 1 \quad (19)$$

$$g = \frac{v}{v_{\max}}, \quad -1 \leq g \leq 1$$

로 정의된다. 상측의 공간좌표( $X', Y'$ )를 Rayleigh 단위  $R_u$ 로 규격화한 공간좌표( $x', y'$ )로 표현하면,

$$x' = \frac{X'}{R_u}, \quad y' = \frac{Y'}{R_u}, \quad R_u = \frac{\lambda_0}{NA} \quad (20)$$

이므로, (16)식은

$$U(X', Y') \approx C' \iint H(f, g) e^{-2\pi i (fx' + gy')} df dg \quad (21) \\ H(f, g) = H_0 e^{-2\pi i w(f, g)}, \quad f^2 + g^2 \leq 1 \\ = 0, \text{ otherwise}$$

로 표현된다. (19)식에서 규격화된 공간주파수 (f, g)는 (8), (9)식에서 정의된 환산좌표계에 해당하며,

$$f = r \sin \phi, \quad g = r \cos \phi$$

가 된다. (21)식에서 상면에서의 진폭분포는

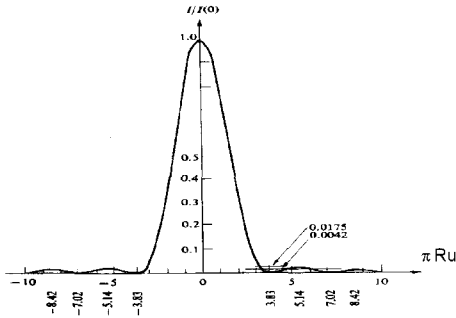


그림 4. 원형개구 무수차광학계의 Point Spread Function

동함수의 Fourier 변환으로 주어짐을 알 수 있다.

상면에서의 강도분포(intensity distribution)은 진폭의 절대값의 제곱이며

$$I(x', y') = U(x', y') U^*(x', y') \quad (22)$$

이 된다. 그림 4는 원형개구 무수차광학계에서 회절상 단면의 강도분포이며, PSF에 대한 상세한 내용은 참고문헌 [11]에 잘 나타나 있다.

회절상의 평가에서 Strehl ratio(SR)는

$$SR = \frac{\text{회절상의 중심강도}}{\text{이상적인 광학계의 중심강도}} \quad (23)$$

로 정의되고 있으며, SR이 0.8보다 크면 좋은 렌즈(수차보정이 잘된 렌즈)로 볼 수 있고 이를 Maréchal의 criterion이라고 한다<sup>[6,10]</sup>. 수차가 있는 광학계에서 회절상의 중심( $x' = y' = 0$ )의 진폭은 (22)식에서

$$U(0,0) = C' \iint H_0 e^{-\frac{2\pi i}{\lambda_0} W(f,g)} df dg, f^2 + g^2 \leq 1$$

로 주어진다. 파면수차가 작은 경우에는

$$e^{-\frac{2\pi i}{\lambda_0} W} = 1 - \frac{2\pi i}{\lambda_0} W - \frac{2\pi^2}{\lambda_0^2} W^2 + \dots$$

로 근사가 가능하며, 광학계의 SR은

$$SR \approx (1 - \frac{2\pi^2}{\lambda_0^2} \sigma_w^2)^2 \approx 1 - \frac{4\pi^2}{\lambda_0^2} \sigma_w^2 + \dots \quad (24)$$

로 근사될 수 있다. 이 근사식은 파면의 rms error  $\sigma_w$ 가 작은 경우(통상적으로  $0.15\lambda_0$  이하)에만 의미를 가진다<sup>[6]</sup>. 3차 구면수차만을 가정한 경우, SR = 0.8인 경우는 p-v error로 1/4 에  $\lambda_0$ 에 해당하며, 이것은 Rayleigh quarter-wave criterion과 같다.

## 2. Line Spread Function과 Edge Response Function

Line spread function(LSF)는 선물체의 상에서 단면의 강도분포를 나타내는 함수이다. 비가간섭성 광원에 의하여 조명되는 선물체(line object)는 점물체의 모임으로 볼 수 있고, 선의 방향을  $y'$ -축 방향이라고 하면 상단면의 강도분포  $L(x')$ 은 (22)식의 PSF에서

$$L(x') = \int I(x', y') dy' \quad (25)$$

로 주어진다.

Edge Response Function(ERF)는 면물체의 상에서 경계부분의 강도분포를 나타내는 함수이다. 면물체는 선물체의 모임으로 볼 수 있다. 경계선의 방향이  $y'$ -축 이라고 하면, 비가간섭성 광원에 의하여 조명되는 면물체 단면의 강도분포는 (25)식  $L(x')$ 의 적분이며

$$E(x') = \int_{-\infty}^{x'} L(x') dx' \quad (26)$$

으로 주어지게 된다.

### 3. Optical Transfer Function

비가간섭성 광원에 의한 광학계의 결상은 물체면의 강도분포  $I_0(x_0, y_0)$ 가 광학계에 의하여 상측으로 전달되어 상의 강도분포  $I(x', y')$ 를 형성한다고 생각할 수 있다. 이는

$$I(x', y') = \iint K(x', y' : x_0, y_0) I_0(x_0, y_0) dx_0 dy_0 \quad (27)$$

의 형태로 표현할 수 있고,  $K(x', y' : x_0, y_0)$ 는 그림 5에서 물체면 상의 점  $(x_0, y_0)$ 에서 상면상의 점  $(x', y')$ 로 전달되는 빛의 세기를 나타내는 전달함수(transfer function)이다. (27)식에서  $(x_0, y_0)$ 는 물체측에서 Rayleigh 단위  $R_{u,0}$ 로 규격화한 좌표계이며,  $(x', y')$ 은 상측의 Rayleigh 단위  $R_u$ 로 규격화한 좌표계이다. 광학계의 횡배율이  $m$ 이고, 물체측 수치구경을  $NA_0$ , 상측 수치구경을  $NA$ 라 하면 그림 5에서

$$NA_0 = n \sin\theta, NA = n' \sin\theta', m = \frac{NA_0}{NA} \quad (28)$$

이며, 물체점의 실제좌표가  $(X_0, Y_0)$ 이면 규격화좌표  $(x_0, y_0)$ 는

$$R_{u,0} = \frac{\lambda_0}{NA_0}, x_0 = \frac{X_0}{R_{u,0}}, y_0 = \frac{Y_0}{R_{u,0}} \quad (29)$$

로 주어진다. 상측의 규격화좌표  $(x', y')$ 은 (20)식과 같이 정의된다. (27)식에서 물체와 상의 크기가 작아, 물체점의 위치에 따라 전달함수가 변화하지 않는다고 가정하면

$$K(x', y' : x_0, y_0) = K(x' - x_0, y' - y_0)$$

$$I(x', y') = \iint K(x' - x_0, y' - y_0) I_0(x_0, y_0) dx_0 dy_0$$

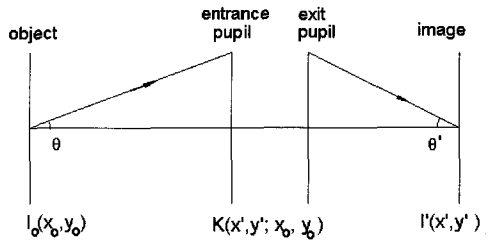


그림 5. 광학계에 의한 결상

의 형태로 쓸 수 있고, 점물체를 가정하면

$$I_0(x_0, y_0) = I_0 \delta(x_0) \delta(y_0)$$

이므로

$$I(x', y') = K(x' - x_0, y' - y_0) \quad (31)$$

이 되어 전달함수  $K$ 는 점광원의 회절상임을 알 수 있다<sup>[5]</sup>. (30)식을 Fourier 변환하면

$$I_w(f, g) = k_w(f, g) I_w(f, g) \quad (32)$$

로 주어지며, (32)식에서  $I_w, k_w, I_w$ 는 각각  $I, I_0, K$ 의 Fourier spectrum이며

$$I_w(f, g) = \iint I(x', y') e^{-2\pi i(fx' + gy')} dx', dy'$$

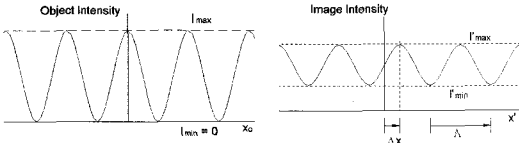
$$K_w(f, g) = \iint K(\xi, \eta) e^{-2\pi i(f\xi + g\eta)} d\xi, d\eta$$

$$\xi = x' - x_0, \eta = y' - y_0$$

$$I_w(f, g) = \iint I_0(x_0, y_0) e^{-2\pi i(fx_0 + gy_0)} dx_0 dy_0$$

이다.  $(f, g)$ 는 강도영역에서 규격화된 공간주파수이며 정의되는 형태는 (19)식과 같지만, 진폭영역의 공간주파수와 강도영역의 공간주파수는 서로 다른 물리량이다.





(a) 물체의 강도분포 (b) 상의 강도분포  
그림 6. Sinusoidal object의 결상

광학계의 optical transfer function(OTF)  $\Psi(f, g)$ 는 전달함수의 Fourier spectrum  $K_w$ 를 공간주파수  $(0,0)$ 으로 규격화한 복소함수이며, 이의 절대치가 modulation transfer function(MTF)  $M(f, g)$ 이며 위상항은 phase transfer function(PTF)  $P(f, g)$ 이다<sup>[10]</sup>.

$$\Psi(f, g) = \frac{K_w(f, g)}{K_w(0,0)} = M(f, g)e^{iP(f, g)} \quad (33)$$

OTF는 물체를 구성하고 있는 공간주파수 성분 에 대한 광학계의 투과율이며, 공간주파수 영역에서 원점(0,0)에 대한 점대칭을 가진다.

$$\begin{aligned} \Psi(-f, -g) &= \Psi^*(f, g) \\ M(-f, -g) &= M(f, g) \\ P(-f, -g) &= -P(f, g) \end{aligned} \quad (34)$$

물체를 하나의 공간주파수만을 가진 sinusoidal object로 가정하면, MTF는 물체와 상의 contrast의 비를 나타내며, PTF는 상의 밝고 어두운 부분의 위치변화를 나타낸다. 그림 6(a)와 같은 sinusoidal object를 가정하면, 상은 그림 6(b)와 같이 주기적인 강도분포를 가진다.

그림 6(a), (b)에서 물체 contrast  $I_o$ 와 상의 contrast  $\Gamma_i$ 는

$$\Gamma_o = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}}, \quad \Gamma_i = \frac{I'_{max} - I'_{min}}{I'_{max} + I'_{min}}$$

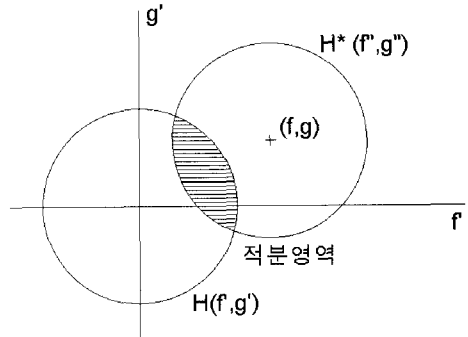


그림 7. 동함수 auto-correlation의 적분영역

로 정의되며, 상의 강도분포는  $\Delta x$ 만큼 shift되어 있다. 이 경우 광학계의 MTF와 PTF는

$$\begin{aligned} M(f) &= \frac{\Gamma_i}{\Gamma_o} \\ P(f) &= 2\pi \frac{\Delta x}{\Lambda}, \quad \Lambda = \frac{1}{f} \end{aligned}$$

이 된다.  $\Lambda$ 는 공간주파수  $f$ 인 주기 pattern의 파장(공간적 반복주기)이다.

MTF는 contrast가 1인 sinusoidal object를 투영시킬 때, 상의 contrast를 나타내므로 광학계의 해상력은 MTF에 의하여 평가되고 있다. 일반적으로 MTF가 0.5이상 이면 충분히 분해되고 있다고 볼 수 있다. MTF가 이보다 작을 때 pattern의 분해여부는 detector에 따라 달라지며, 사람의 눈인 경우는 분해능 한계를 MTF 0.05 까지로 본다.

회절결상이론에서 OTF는 PSF의 Fourier 변환으로 얻어지며, 다음과 같이 동함수의 auto-correlation으로 주어진다<sup>[5,10]</sup>.

$$K_w(f, g) = \iint H(f', g') H^*(f' - f, g' - g) df' dg' \quad (35)$$

(35)식의 적분영역은 그림 7에서와 같이 동함수  $H(f', g')$ ,  $H^*(f'', g'')$ 가 중첩되는 면적이 된다.

광학계의 OTF가 0이 되는 것은 그림 7에서 중첩 되는 면적이 0이 될 때이며, 이 때 규격화한 공간주파수에서 두 동함수 중심간의 간격은 2가 된다. 따라서 비간섭성 광원에 의한 원형개구의 결상에서 강도영역의 공간주파수한계(cutoff frequency) ( $u_c, v_c$ )는

$$u_c = 2u_{\max} = 2\frac{NA}{\lambda_0}, v_c = 2v_{\max} = 2\frac{NA}{\lambda_0} \quad (36)$$

로 주어지며, 강도영역의 공간주파수한계는 (18)식에서 정의된 진폭영역 최대주파수의 2배가 된다.

파면수차의 rms error  $\sigma_w$ 와 MTF는 수차가 적은 경우에

$$MTF = ATF(v) \times DTF(v) \quad (37)$$

$$ATF(v) = \frac{2}{\pi} (\cos^{-1} v - v\sqrt{1-v^2})$$

$$DTF(v) = 1 - \left(\frac{\sigma_w}{0.18\lambda}\right)^2 \{1 - 4(v - 0.5)^2\}$$

으로 근사가 가능하다. ATF는 이상적 광학계의 MTF이며, DTF는 파면수차에 의한 MTF의 저하를 나타내는 함수이다<sup>[12]</sup>. (37)식에서  $v$ 는 (36)식의 강도영역의 공간주파수한계를 1로 규격화한 공간주파수이다.

#### IV. 맺음말

본 해설에서는 spot diagram analysis와 파면수차에 의한 광학계의 수차평가와 회절 결상 이론을 기반으로 하는 point spread function, optical transfer function을 이용한 광학계의 결상특성 평가에 대하여 살펴보았다. 광학계의 결상특성에 대한 평가방법은 광학계의 용도 및 요구사양에 따라 달라지지만 본 해설에 설명된

수차 및 결상이론에 의한 평가가 기본적으로 사용하고 있다. 본 해설은 이론을 간략하게 소개하고, 용어의 정의에 대하여 만 주로 설명하였으므로 미흡한 점이 많으나, 광학 실무에 종사하시는 여러분에게 약간의 도움이라도 되기를 바란다.

#### 참고문헌

- [1] Military Standization Handbook Optical Design, MIL-HDBK-141(1962).
- [2] 松居吉哉, "렌즈 設計法", (共立出版, 東京, 1972).
- [3] 이상수, "기하광학", (교학연구사, 서울, 1985).
- [4] S. Zhang and R. R. Shannon, "Catalog of Spot Diagram" in Applied Optic and Optical Engineering Vol. XI( R. R. Shannon and J. C. Wyant, ed.), (Academic Press, New York, 1992).
- [5] M. Born and E. Wolf, "Principles of Optics", 6th Ed., (Pergamon Press, New York, 1984)
- [6] W. B. Wetherell, "The Calculation of Image Quality" in Applied Optic and Optical Engineering Vol. VIII( R. R. Shannon and J. C. Wyant, ed.), (Academic Press, New York, 1980).
- [7] H. H. Hopkins, "Wave Theory of Aberrations", (Clarendon, Oxford, 1950).
- [8] C-J. Kim and R. R. Shannon, "Catalog of Zernike Polynomials" in Applied Optic and Optical Engineering Vol. X( R. R. Shannon and J. C. Wyant, ed.), (Academic Press, New York, 1987).
- [9] Lord Rayleigh(J.W. Strutt), "Scientific Papers of Lord Rayleigh" Vol. I, (Dover, New York, 1964), p.420.
- [10] 이상수, "파동광학", (교학연구사, 서울, 1983).
- [11] D. E. Stoltzmann, "The Perfect Point Spread Function" in Applied Optic and Optical Engineering Vol. IX( R. R. Shannon and J. C. Wyant, ed.), (Academic Press, New York, 1983).
- [12] R. R. Shannon, "Optical Specifications" in Handbook of Optics Vol. I(2nd Ed.), (McGraw-Hill, New York, 1995).