

# 한계상태방정식에 따른 평면응력요소의 신뢰성해석

## Reliability Analysis of Plane Stress Element According to Limit State Equations

박석재<sup>1)</sup> · 최외호<sup>2)</sup> · 김요숙<sup>3)</sup> · 신영수<sup>4)</sup>

Park, Seok Jae Choi, Wae Ho Kim, Yo Suk Shin, Yeong-Soo

요약 : 구조해석에 사용되는 확률변수들의 통계적 특성을 고려하기 위해, 기존의 접근방법은 경험에 근거한 안전계수를 사용하여 구조물의 안전성을 평가하여 왔다. 또한, 실제 구조물들은 하중, 재료적 특성 및 부재 치수들의 불확실성을 포함한 형태로 해석되어 왔다. 그러나 구조 해석을 정확히 하기 위해서는 불확실성이 체계적으로 고려되어야 한다. 기존의 구조 설계 개념에 의한 방법으로는 구조물의 안전성을 정확히 파악할 수 없기 때문에 최근에는 확률이론에 근거한 신뢰성이론을 적용하여 구조물의 안전성을 판단하는 시도가 이루어지고 있다. 따라서, 본 연구에서는 기존의 유한요소방법에 확률이론을 도입한 확률 유한요소법을 개발하였다. 이 연구에서는 3개의 한계상태방정식 즉, Von-Mises, Tresca, Mohr-Coulomb의 파괴조건 식들을 이용하여 개선된 1계2차모멘트방법에 의해 평면응력 구조물의 신뢰성을 평가하였다. 본 연구 결과의 검증은 Von-Mises의 항복기준으로 Monte Carlo Simulation방법을 사용하였으며, 본 연구 결과의 파괴확률과는 1.2% 차이가 있었다. 본 연구의 장점은 Monte Carlo Simulation방법에서 사용된 16만 번의 반복계산을 PFEM은 3번으로 줄여 해석시간이 대단히 짧아진 것과 설계변수가 파괴 확률에 미치는 영향을 알 수 있다는 것이다. 설계변수가 파괴확률에 미치는 영향을 분석해 본 결과 가장 민감한 변수는 부재두께와 하중순이었다.

ABSTRACT : In order to consider statistical properties of probability variables used in the structural analysis, the conventional approach using the safety factor based on past experience usually estimated the safety of a structure. Also, the real structures could only be analyzed with the error in estimation of loads, material characters and the dimensions of the members. But the errors should be considered systematically in the structural analysis. Safety of structure could not precisely be appraised by the traditional structural design concept. Recently, new approach based on the probability concept has been applied to the assessment of structural safety using the reliability concept. Thus, the computer program by the Probabilistic FEM is developed

1) 정회원, 이화여자대학교 공학연구소 연구원  
2) 정회원, 단국대학교 토목환경공학과 정교수  
3) 정회원, 이화여자대학교 건축학과 연구교수  
4) 이화여자대학교 건축학과 부교수

본 논문에 대한 토의를 2002년 4월 30일까지 학회로 보내주시면 토의 회답을 게재하겠습니다.

by incorporating the probabilistic concept into the conventional FEM method. This paper estimated for the reliability of a plane stress structure by Advanced First-Order Second Moment method using von Mises, Tresca and Mohr-Coulomb failure criterions. Verification of the reliability index and failure probability of attained by the Monte Carlo Simulation method with the von Mises criterion were same as PFEM, but the Monte Carlo Simulation were very time-consuming. The variance of member thickness and load could influence the reliability and failure probability most sensitively among the design variables from the results of the parameter analysis. The proper failure criterion according to characteristic of materials must be used for safe design.

핵심용어 : 확률유한요소법, 신뢰성지수, 파괴확률

KEYWORDS : probabilistic finite element method, reliability index, failure probability

## 1. 서 론

기존 구조물의 안전성 평가는 구조물에 가해지는 하중, 재료적 특성 및 부재의 치수 등 일정한 값을 갖는 확정론적인 변수들을 사용하여 구조해석을 수행하였다. 즉, 1960년대 이후 기존의 안전계수에 의한 안전성 평가 방법의 타당성 여부가 거론되기 시작하였고, 경험에 입각한 안전계수의 모순을 개선하기 위하여 체계적인 신뢰성 이론에 근거를 둔 보다 합리적인 구조 신뢰성 평가 방법의 개발이 시도되기 시작하였다. 최근 구조물의 대형화와 새로운 구조물의 출현으로 더 많은 불확실량(Uncertainty)이 발생하였고, 이를 체계적으로 고려할 수 있는 합리적인 안전성 평가가 요구되고 있다. 불확실량으로는 가해지는 하중의 추정에 의한 오차, 재료적 특성 및 부재 치수에 의한 오차뿐만 아니라 설계자의 실수에 의한 오차 등이 있다.

구조 신뢰성 평가는 한계상태방정식(Limit State Equation)에 의해 신뢰성지수(Reliability Index :  $\beta$ )를 얻어 구조물의 파괴확률(Probability of Failure :  $P_f$ )로 나타낼 수 있다. 복잡한 구조물의 경우, 파괴모드에 대한 한계상태방정식을 설계 변수의 함수로 나타낸다는 것이 매우 어렵기 때-

문에 Monte Carlo Simulation방법을 사용할 수 있다. 이 방법은 설계변수를 각각의 밀도함수에 맞도록 추출하여 기존의 구조해석으로 상태함수 값을 구하고, 계산된 상태함수 값을 통계 분석하여 파괴확률을 구한다. 따라서 매우 정확한 파괴확률을 구할 수 있기 때문에 신뢰성해석의 검증용으로 많이 사용된다. 그러나 정확한 파괴확률을 구하기 위해서는 시간이 많이 소요되는 단점을 가지고 있다. 이러한 단점을 극복하기 위해 기존의 유한요소법<sup>(1)</sup>에 확률 이론<sup>(2),(3)</sup>을 도입한 확률유한요소법(Probability Finite Element Method : PFEM)이 등장하였다<sup>(4),(9)</sup>. 확률유한요소법은 구조해석을 단 한번 수행함으로써 얻어지는 변위 또는 단면력의 결과인 평균과 구조물의 신뢰성해석을 하기 위한 표준편차를 얻을 수 있다. Kiureghian<sup>(5)</sup> 등은 PFEM을 Hasofer-Lind<sup>(6)</sup>가 제안한 개선된 1계2차모멘트<sup>(8)</sup>(Advanced First Order Second Moment : AFOSM)에 응용하여 골조구조물의 신뢰성해석을 수행하였다.

본 연구에서는 구조 해석에 필요한 변수들이 불확실량을 가지는 경우에 대한 박판 구조물을 해석할 수 있는 확률유한요소해석 프로그램을 개발하였다. 개발된 프로그램을 이용하면 단 한 번의 해석으로 요소 응력에 대한 평균과 표준편차를

쉽게 구할 수 있다. 요소 응력에 대한 평균과 표준편차를 가지고 AFOSM을 이용한 신뢰성 해석으로 신뢰성지수  $\beta$ 와 파괴확률  $P_f$ 를 구하였다. 신뢰성지수  $\beta$ 를 구하기 위한 한계상태방정식은 응력 상태가 고려된 항복 조건 식이어야 한다. 국내에서는 1가지 한계상태방정식을 고려한 신뢰성 해석을 수행한 적이 있다<sup>(7)</sup>. 이를 보완하기 위해 본 연구에서는 다음 3가지 한계상태방정식을 고려하였다. 한계상태방정식으로는 가장 많이 사용되는 Von Mises, 전단응력이 지배하는 Tresca와 주응력에 의한 Mohr-Coulomb을 사용하였다. 불확실량을 가지는 설계변수로는 하중( $F$ ), 탄성계수( $E$ ), 프아송비( $\nu$ ), 부재 두께( $t$ )를 선정하였으며, 설계변수의 변동계수와 부재의 파괴확률과의 상관관계도 살펴보았다.

## 2. PFEM에 의한 신뢰성해석의 정식화

### 2.1 재료 상수의 확률특성

본 연구에서는 하중, 탄성계수, 프아송비, 부재 두께를 확률 유한요소해석의 모델링 설계변수  $x$ 로 가정하여 확률론적 유한요소해석에 필요한 변이계수를 식(1)과 같이 나타내었다.

$$E(x) = E_0(1 + e_E(x)) \quad (1a)$$

$$F(x) = F_0(1 + e_F(x)) \quad (1b)$$

$$\nu(x) = \nu_0(1 + e_\nu(x)) \quad (1c)$$

$$t(x) = t_0(1 + e_t(x)) \quad (1d)$$

여기서,  $E_0$ ,  $F_0$ ,  $\nu_0$ ,  $t_0$ 는 종래의 확정론적 유한요소해석에서 사용되는 평균값을 나타내며,  $e_E$ ,  $e_F$ ,  $e_\nu$ ,  $e_t$ 는 각 설계변수의 통계적 특성을 지닌 설계변수의 변이를 나타내는 계수로서, 설계변수의 표준편차가 평균값 보다 크게 나타나지 않는다는 전제하에 변이계수의 범위를 '0 ~ 1'로 제한하였다.

### 2.2 단면 응력의 불확실량

구조물에 내재되어 있는 설계변수를  $x$ 로 나타내면 식(2)와 같다.

$$x = \{x_1, x_2, \dots, x_n\} \quad (2)$$

일반적으로 확정론적 구조해석 결과인 변위(Displacement:  $U$ )와 단면응력(Stresses:  $f$ )는 설계변수  $x$ 의 함수이므로 식(3)과 같이 나타낼 수 있다.

$$U = U(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (3a)$$

$$f = f(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (3b)$$

여기서,  $x$ 는 본 연구에서 고려한 4개의 설계변수이다. 구조해석이 확정론적인 설계변수가 아닌 평균과 표준편차를 가지는 확률론적인 설계변수이기 때문에 구조해석의 결과도 설계변수  $x$ 의 분산 정도에 따른 단면응력에 대한 평균과 표준편차로 나타나게 된다.

선형탄성해석을 위한 변위법(Displacement Method)의 기본 가정 하에, 전체 구조물에 대한 하중-처짐의 강성방정식(Stiffness Equation)은 식(4)와 같다.

$$\{F\} = [K] \{U\} \quad (4)$$

여기서,  $[K]$ 는 전체 강성매트릭스(Stiffness Matrix)이고,  $\{U\}$ 는 외부하중과 부재의 강성에 의해 얻어지는 변위이다.  $\{F\}$ 는 외부 하중이며 기존의 하중-처짐 식(4)를 평균과 표준편차가 포함된 형태의 하중-처짐 강성방정식으로 나타내면 식(5)와 같다.

$$(\{\bar{F}\} + \{\delta F\}) = ([\bar{K}] + [\delta K])(\{\bar{U}\} + \{\delta U\}) \quad (5)$$

여기서 미소항의 제곱항 즉  $\{\delta K\}\{\delta U\}$ 을 무시하고, 하중의 평균치에 의한 식(6)과 표준편차에 의한 식(7), 미지량인  $\{\delta U\}$ 는 식(8)로 나타낼 수 있다.

$$\{\bar{F}\} = [\bar{K}]\{\bar{U}\} \quad (6)$$

$$\{\delta F\} = [\bar{K}]\{\delta U\} + [\delta K]\{\bar{U}\} \quad (7)$$

$$\{\delta U\} = [\bar{K}]^{-1}(\{\delta F\} - [\delta K]\{\bar{U}\}) \quad (8)$$

신뢰성해석은 단면응력의 평균과 표준편차 상태점이 한계상태방정식과의 거리를 나타내는 신뢰성지수  $\beta$ 를 계산하여 파괴확률  $P_f$ 로 나타낸다. 따라서 단면응력의 평균과 표준편자는 부재요소의 파괴확률  $P_f$ 를 구하는데 매우 중요한 요소이다. 각 부재의 단면응력을 매트릭스로 표기하면 식(5)와 유사한 식(9)가 된다.

$$(\{f\} + \{\delta f\}) = ([\bar{k}] + [\delta k])(\{u\} + \{\delta u\}) \quad (9)$$

식(9)를 미지 단면력인  $\{\delta f\}$ 에 대해 정리하면 식(10)과 같다.

$$\{\delta f\} = [\bar{k}]\{\delta u\} + [\delta k]\{\bar{u}\} \quad (10)$$

### 2.3 강성매트릭스 구성

기존의 확정론적인 평면응력 요소에 대한 강성매트릭스  $[D_i]$ 는 식(11)과 같다.

$$[D_i] = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \quad (11)$$

탄성계수  $E$ 와 그 불확실량  $\delta E$ , 프아송비  $\nu$ 와 그 불확실량  $\delta \nu$ 를 설계 확률변수로 고려하여 식(11)에 표준편차를 포함하면 식(12)와 같이 강성매트릭스  $[D_s]$ 가 된다.

$$[D_s] = \frac{(E + \delta E)}{1-(\nu + \delta \nu)^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu + \delta \nu & 0 \\ \nu + \delta \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-(\nu + \delta \nu)}{2} \end{bmatrix} \quad (12)$$

표준편차만으로 이루어진 강성 매트릭스  $[D_t]$ 는 식(12)의  $[D_s]$ 에서 식(11)의  $[D_i]$ 를 빼서 식(13)과 같이 구할 수 있다.

$$[D_t] = [D_s] - [D_i] \\ = \frac{(E + \delta E)}{1-(\nu + \delta \nu)^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu + \delta \nu & 0 \\ \nu + \delta \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-(\nu + \delta \nu)}{2} \end{bmatrix} \\ - \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \quad (13)$$

### 2.4 확률유한요소 프로그램 구성

본 연구에서 개발한 확률유한요소 프로그램의 구성과 그 흐름도는 그림 1과 같다.

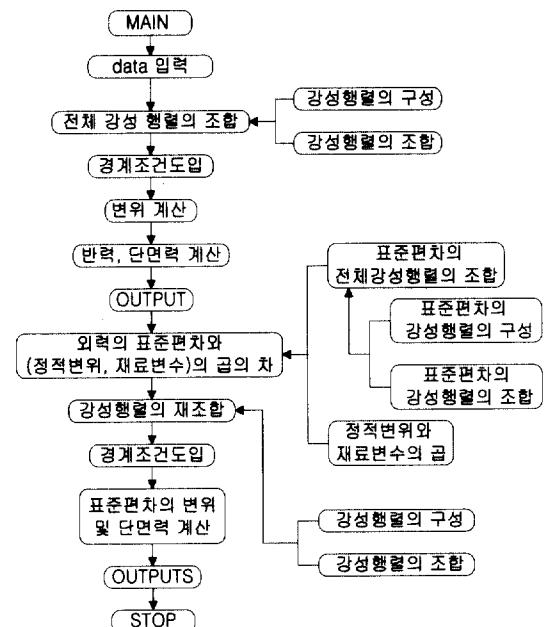


그림 1. 확률유한요소법의 흐름도

## 2.5 확률유한요소법에 의한 신뢰성 해석

본 연구에서는 개선된 1계2차모멘트법을 신뢰성 해석기법으로 사용하였다. 개선된 1계2차모멘트법은 기본 설계변수  $x$ 의 한계상태방정식이 비선형 함수(Nonlinear Function)인 파괴면  $g(x)=0$ 을 독립된 표준변수  $x'=(x_1', x_2', x_3', \dots, x_n')$ 으로 변환시켜서 원점에서  $x_i'$ 의 방정식으로 표현된 한계상태표면까지 최소거리를 신뢰성지수  $\beta$ 로 정의하였다. 선형 파괴점  $x_i'$ 과 비선형 파괴점  $x_i^{**}$ 과의 관계는 Taylor급수에서 유도되었으며, 이때 상태함수의 평균과 표준편차를 식(14)와 식(15)로 각각 나타내었다. 평균과 표준편차 비로써 신뢰성지수  $\beta$ 를 구할 수 있으며, 식(16)으로 나타내었다.

$$\begin{aligned}\bar{x}_g &= \sum_{i=1}^n (\bar{x}_i' - x_i'^{*}) \left( \frac{\partial g}{\partial x_i'^{*}} \right) \quad (14) \\ &= - \sum_{i=1}^n (x_i'^{*}) \left( \frac{\partial g}{\partial x_i'^{*}} \right)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}S_g^2 &= \sum_{i=1}^n S_{x_i}^2 \left( \frac{\partial g}{\partial x_i'^{*}} \right)^2 \\ &= \sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial g}{\partial x_i'^{*}} \right)^2 \quad (15)\end{aligned}$$

식(14)와 식(15)에서는 설계변수를 정규분포로 가정하였기에 평균  $\bar{x}_i'$ 는 '0'이고, 표준편차  $S_{x_i}$ 는 '1'이다.

$$\beta = \frac{\bar{x}_g}{S_g} = \frac{- \sum_{i=1}^n x_i'^{*} \left( \frac{\partial g}{\partial x_i'^{*}} \right)}{\sqrt{\sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial g}{\partial x_i'^{*}} \right)^2}} \quad (16)$$

따라서 신뢰성지수  $\beta$ 를 구하기 위해서는 한계상태식을 만족하며, 원점에서 거리가 가장 가까운  $x_i'$ 를 찾는 과정을 식(17)과 같은 전형적인 최적화(Optimization) 과정이 요구된다.

$$\text{Minimize } \beta = \sqrt{x'^T \cdot x'}, \quad g(x') = 0 \quad (17)$$

선형 파괴점  $x_i'$ 가 식(17)에서 결정되면 설계변수  $x$ 와 비선형 파괴점  $x_i^{**}$ 의 관계로부터 비선형 한계상태식의 파괴점  $x_i^{**}$ 는 식(18)과 같고,  $x_i^{**}$ 의 변환된 좌표는 식(19)과 같다.

$$x_i^{**} = (S_{x_i} \cdot x_i'^{*}) + \bar{x}_i \quad (18)$$

$$= \bar{x}_i - (\alpha_i^{**} \cdot S_{x_i} \cdot \beta) \quad (19)$$

여기서  $\alpha_i^{**}$ 는 식(20)과 같다

$$\alpha_i^{**} = \frac{\left( \frac{\partial g}{\partial x_i'^{*}} \right)}{\sqrt{\sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial g}{\partial x_i'^{*}} \right)^2}} \quad (20)$$

이상에서 설명한 개선된 1계2차모멘트법에 대한 흐름도를 간단히 나타내면 그림 2와 같다. 사용된 3개의 한계상태식은 Von Mises는 식(21), Tresca는 식(22), Mohr-Coulomb은  $\sigma_1 + \sigma_2 > 0$ 이고  $\sigma_1 > 0$  일 때 식(23a),  $\sigma_1 + \sigma_2 > 0$ 이고  $\sigma_1 < 0$  일 때 식(23b),  $\sigma_1 + \sigma_2 < 0$  일

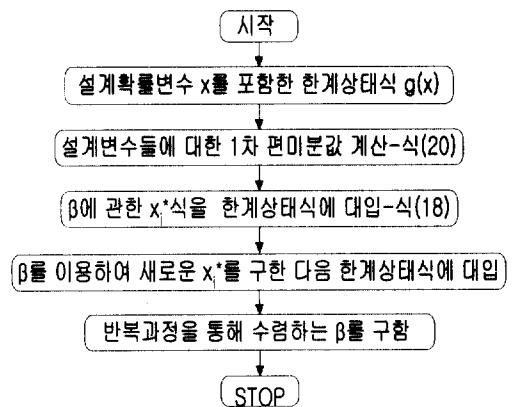


그림 2. 개선된 1계2차모멘트법

때 식(23c)를 사용한다. 단, Mohr-Coulomb인 경우 주응력  $\sigma_1$ 은  $\sigma_2$ 보다 크다.

$$g(x) = Y - (\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - \sigma_x \sigma_y + 3\tau_{xy}^2)^{\frac{1}{2}} \quad (21)$$

$$g(x) = \frac{Y}{2} - \left( \frac{(\sigma_x - \sigma_y)^2}{4} + \tau_{xy}^2 \right)^{\frac{1}{2}} \quad (22)$$

$$g(x) = Y - \sigma_1 \quad (23a)$$

$$g(x) = Y - |\sigma_2| \quad (23b)$$

$$g(x) = Y - (\sigma_1 + |\sigma_2|) \quad (23c)$$

### 3. 적용모델 및 고찰

#### 3.1 평면응력 부재의 확률 유한요소해석

본 연구에서는 확률유한요소법의 정식화 이론을 바탕으로 평면 응력(Plane Stress) 구조물의 PFEM 프로그램을 개발하였다. 본 연구에서 개발된 프로그램의 검증을 위하여 그림 3과 같은 0.2cm 두께의 40cm×20cm 박판 구조물을 해석하였다. 그림 3를 그림 4와 같이 총 16개의 삼각형 요소로 분할하였으며 총 절점수는 15이다. 해석에 사용된 설계변수의 평균, 표준편차 및 변동계수는 표 1에 정리하여 나타내었다. 검증에 사용된 강재는 SS400이며, 자중의 영향은 무시하였다.

확률유한요소 해석 결과 요소의 단면응력과 3개의 한계상태식에 의한 신뢰성지수  $\beta$ 의 값을 표 2에 정리하였다. 표 2에서 가장 큰 응력은 1번 요소이며, 1번 요소응력에 대한 단면력의 평균, 표준편차를 표 3에 나타내었다. 본 연구의 검증을 위하여 Monte Carlo Simulation법으로 구한 1번 요소의 신뢰성지수  $\beta$ 와 파괴력을  $P_t$ 를 표 4에 나타내었다. 표 4를 살펴보면 두 방법에 의해 구한 값의 차이는 거의 같음을 알 수 있고 평균값은 등가응력  $f_e$ 로서 Von Mises 한계상태식의 저항응력이며 식(21)의 두 번째 항이다.

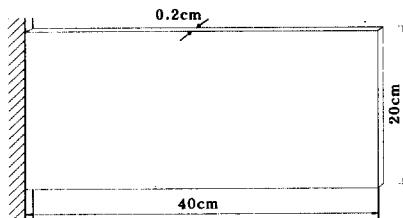


그림 3. 박판구조물

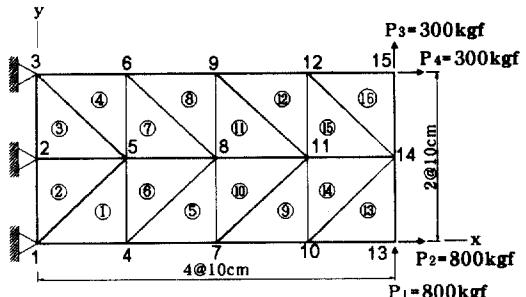


그림 4. 유한요소모델

표 1. 유한요소모델에 대한 설계변수의 평균과 표준편차

구분	설계변수	$Y$ (kgf/cm <sup>2</sup> )	$E$ (kgf/cm <sup>2</sup> )	$\nu$	$t$ (cm)
평균	2400	$2 \times 10^5$	0.3	0.2	
표준편차	240	$2 \times 10^3$	0.015	0.01	
변동계수(%)	10	10	5	5	

\*하중의 변동계수는 각각 10%

표 2. 요소 단면응력과 신뢰성지수  $\beta$

요소	요소응력			신뢰성지수 $\beta$		
	$\sigma_x$	$\sigma_y$	$\tau_{xy}$	Von-Mises	Tresca	Mohr-Coulomb
1	2168.08	302.97	-5.91	1.244	1.795	0.786
4	-1599.01	-260.17	-27.01	3.225	3.709	2.822
5	1651.55	204.96	-11.97	3.079	3.466	2.741
13	935.68	-664.32	135.68	3.827	2.947	5.722

표 3. 1번 요소 응력에 대한 평균과 표준편차

PFEM	$\text{kgf/cm}^2$	$Y$	$\sigma_x$	$\sigma_y$	$\tau_{xy}$
	평균	2400	2168.079	302.966	-5.912
MCS	표준편차	240	171.351	42.327	40.057
	평균	2400	2168.532	303.030	-5.914
	표준편차	240	170.95	42.45	39.870

표 4. PFEM 의한 1번 요소의 신뢰성지수와 파괴률

Method 화률변수	PFEM (1 Element)	Monte Carlo (1 Element)
평균	2033.619	2034.043
표준편차	169.45	170.01
변동계수(%)	8.33	8.35
Iteration	3	160000
$\beta$	1.244	1.251
Pf(%)	10.77	10.90

표 2를 살펴보면 요소에 가장 크게 작용하는 응력에 따라 3개의 한계상태식으로 구한 신뢰성지수  $\beta$  값이 서로 같지 않음을 알 수 있다. 따라서 인장이나 압축응력이 크게 작용하는 요소에 대해서는 주응력의 한계상태식인 Mohr-Coulomb이 적당하며, 전단응력이 크게 작용하는 요소에 대해서는 Tresca가 가장 작은 신뢰성지수  $\beta$  값을 제시함을 알 수 있다. 해석모델에 대한 등가응력  $f_e$ 에 대한 분포도는 그림 5이고 각 요소의 신뢰성지수  $\beta$ 를 그림 6에 나타내었으며, 그림 5와 그림 6이 잘 일치함을 알 수 있었다. 그림 6에서 신뢰성지수  $\beta$ 가 작을수록 밝게 표현되어 있다. 따라서 설계자가 목표 신뢰성지수를 결정한다면 보강해야 되는 요소가 정해지게 된다. 만약 목표 신뢰성지수  $\beta_T$ 를 3.5로 가정하였을 때, 요소당 신뢰성지수를 각 한계상태방정식에 대해 막대그래프로 그림 7에 나타내었다. 보강하여야 할 요소는 1, 4, 5, 13이다. 사용 재료의 특성에 적합한 한계상태방정식을 사용하여야 함을 그림 7이 잘 보여주고 있다.

### 3.2 설계변수 분석

설계변수 'E'와 ' $\nu$ '의 변동계수를 각각 10%의 영향을 함께 고려한 "F"와 "t"의 변동계수가 파괴률에 미치는 영향을 Monte Carlo Simulation 방법과 개선된 1계2차모멘트법에 대하여 살펴본 결과 하중과 부재 두께의 영향에는 파괴률이 민감하였다. 따라서 하중과 부재 두께의 변동계수

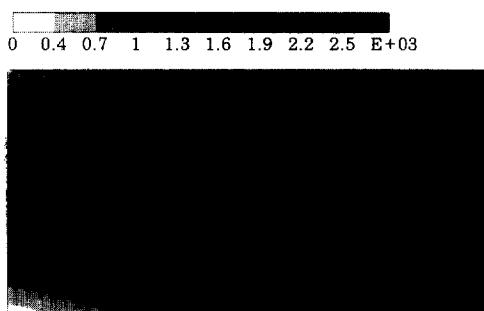


그림 5. 유한요소모델의 등가응력  $f_e$  분포도

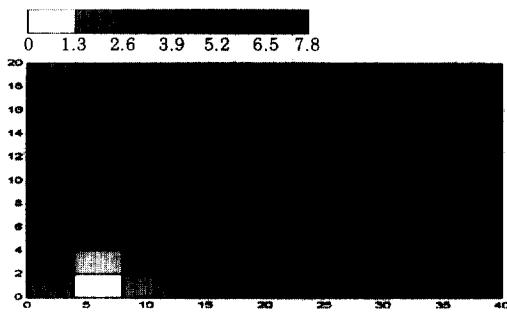


그림 6. 요소의 신뢰성지수  $\beta$

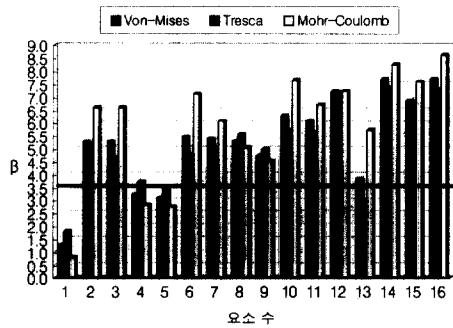


그림 7. 요소당 신뢰성지수(기준  $\beta_T = 3.5$ )

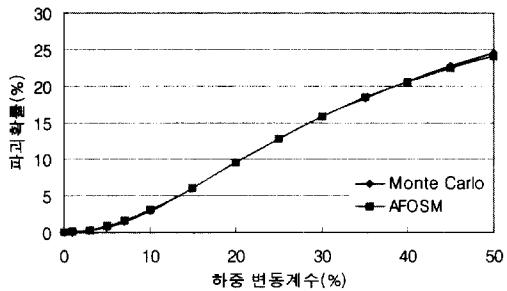


그림 8. 하중 변동계수-파괴률

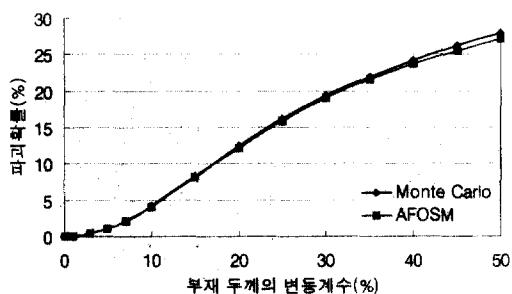


그림 9. 부재두께 변동계수-파괴확률

와 파괴확률과의 관계를 그림 8과 그림 9에 각각 나타내었다. 두 방법이 일치하다가 그 차가 점점 벌어지는 이유는 PFEM에서 식(10)과 같이 산정하여 선형화 함으로써 생기는 오차로 판단된다.

#### 4. 결 론

본 연구에서는 평면응력 구조물의 확률유한요소법을 이용한 신뢰성해석을 수행할 수 있는 프로그램을 개발하였으며, 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

- (1) Monte Carlo Simulation은 각 변수의 정규분포를 형성하는 분포 데이터를 무작위로 추출하여 이용하기 때문에 난수 추출 시 반복 횟수가 많아질수록 정확한 값을 얻을 수 있었지만, 난수 추출에 의한 해석 시간이 약 1시간 정도 소요되었다. 이에 반하여 확률유한요소법의 해석 시간은 약 1분 미만으로 해석 시간이 단축되었다. 복잡한 구조물인 경우 해석소요 시간이 많은 Monte Carlo Simulation방법보다는 확률유한요소법에 의해 구조물의 신뢰성해석을 하는 것이 경제적이다.
- (2) 구조 해석에 필요한 설계변수들이 불확실 량을가질 경우, 확률유한요소법에 의한 신뢰성 해석에 의해 구조물의 파괴확률  $P_f$ 를 알 수 있기 때문에 보다 합리적으로 구조물의 안전도를 평가할 수 있다.

- (3) 구조물의 응력상태에 따라 어떤 한계상태 방정식을 사용하였는지에 따라 신뢰성지수  $\beta$  값이 다르게 나오기 때문에 재료의 특성과 요소의 응력의 성질을 잘 고려할 수 있는 항복기준을 선택하는 것이 매우 중요함을 알 수 있었다. 따라서 인장이나 압축응력이 크게 작용하는 요소에 대해서는 주응력의 한계상태식인 Mohr-Coulomb의 한계상태식이 적당하며, 전단응력이 크게 작용하는 요소에 대해서는 Tresca 한계상태식을 사용하는 것이 바람직하다.
- (4) 확률유한요소법에 의한 방법으로 설계변수에 대한 설계변수들의 변동계수 변화에 따른 영향을 비교-분석한 결과, 부재 두께와 하중의 변동계수는 파괴확률에 민감한 영향을 미쳤다.

#### 감사의 글

본 연구는 한국과학재단 목적기초연구 (과제번호 : 2000-0-310-001-3) 지원으로 수행되었음.

#### 참 고 문 헌

1. 허택녕 역. "전산구조해석", 도서출판 엔지ニア즈, 1994
2. Ang, A. H-S. and Tang, W-H., "Probability concepts in engineering planning and design", Vol. I, John Wiley & Sons, 1975
3. Ang, A. H-S. and Tang, W-H., "Probability concepts in engineering planning and design", Vol. II, John Wiley & Sons, 1984
4. Handa, K. and Karrholm, G., "Application of Finite Element Method in the Statistical Analysis of Structures", Chalmers University of Technology, 1975, Sweden
5. Der Kiureghian, A. and Ke, J.B., "Finite-Element Based Reliability Analysis of Frame Structures.", ICOSSAR '85, Kobe, Japan.

6. Hasofer, A.M. and Lind, N.C., "Exact and Invariant Second Moment Code Format", Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, Vol.100, No. EM1, pp.111-121, 1974
7. 양영순, 김지호, "평면 FRAME 구조물의 확률유한요소 해석", 한국 전산구조 공학회지, 제2권, 제4호, pp.89-98, 1989
8. Cambou, B., "Application of First Order Uncertainty Analysis in the Finite Element Method in Linear Elasticity", Proceedings, Second International Conference on Application of Statistics and Probability in Soil and Structural Engineering, London England, 1971
9. Mahadevan, S., "Stochastic Finite Element-based Structural Reliability Analysis and Optimization", Ph. D. Thesis, Department of Civil Engineering, Georgia Institute of Technology, July, 1988

(접수일자 : 2001년 5월 17일)