

# 다층반무한 기본해를 이용한 자유장응답해석

## Free Field Response Analysis Using Dynamic Fundamental Solution

김 문 곽<sup>\*</sup>      임 윤 목<sup>\*\*</sup>      김 민 규<sup>\*\*\*</sup>      이 종 우<sup>\*\*\*\*</sup>  
Kim, Moon Kyum      Lim, Yun Mook      Kim, Min Kyu      Rhee, Jong Woo

### 국문요약

본 연구에서는 2차원 평면상에서의 자유장응답 해석을 위하여 유한요소-경계요소 조합에 의한 수치해석기법을 개발하였다. 전체 계를 외부영역과 내부영역으로 구분하였고, 외부영역은 동적 다층반무한 기본해를 이용한 경계요소로 모형화하고 내부영역은 유한요소로 모형화하여 조합하였다. 다층지반의 외부에서 입사하는 지진에 의한 지진응답해석을 수행하기 위하여 동적기본해를 이용한 자유장응답해석을 수행하였다. 지진응답해석에서는 지반의 전단변형률에 따라 변화하는 비선형특성을 모형화하기 위해 등가선형화기법을 적용하였다. 지진응답해석의 검증을 위하여 해석결과를 상용프로그램의 결과와 비교하였다. 결과적으로 지진응답해석을 효과적으로 수행할 수 있는 수치해석기법을 개발하였고 구조물이 있는 경우로의 확장도 가능하게 되었다.

**주요어** : 자유장응답해석, 유한요소-경계요소 조합해석, 다층반무한 기본해, 등가선형화기법

### ABSTRACT

In this study, a numerical method for free-field response analysis using FE-BE coupling method is developed. The total system is divided into two parts so called far field and near field. The far field is modeled by boundary element formulation using the multi-layered dynamic fundamental solution and coupled with near field modeled by finite elements. For the seismic response analysis of multi-layered system induced seismic wave from the far field, free field response analysis was performed using dynamic fundamental solution. In seismic analysis, the equivalent linear approximation is introduced to simulate the non-linear behavior of ground motion, which depends on the cyclic shear strain of soil. In order to verify the seismic response analysis, the results are compared with that of other commercial code. As a result, it is shown that the developed method can be an efficient numerical method for solving the seismic response analysis.

**Key words** : free-field response analysis, FE-BE coupling method, multi-layered dynamic fundamental solution, equivalent linear approximation

## 1. 서 론

1997년의 고베지역에서 발생한 지진에 이어 1999년 9월 21일 대만에서 규모 7.3의 지진이 발생함에 따라 구조물에 대한 내진설계 및 동적해석에 대한 관심이 더욱 고조되어 가고 있다. 이러한 구조물의 정확한 내진설계와 지진해석을 위해서는 발생가능한 지진의 형태와 규모의 예측이 가장 중요한 문제 중 하나라고 할 수 있다. 따라서 올바른 내진설계를 위해서는 구조물을 건설하고자 하는 지역에서 실제 발생한 지진기록을 이용하여 설계를 수행하는 것이다. 이렇게 실제 발생한 지진기록을 이용할 경우, 해당 지역의 지반특성과 지역적인 조건이 정확하게 반영하게 되므로 가장 타당한 내진설계라고 할 수 있다. 그러나 국내의 경우는 이러한 지진파를 지역에 따라 얻는 것이 거의 불가능한 실정이고 외국의 경우도 특정한 경우를 제외하고는 구조물을 건설하고자 하는 지역에서 실제로 발생한 지진기록을 이용하여 내진설계를 하는 것은 그리 용이한 일은 아니다. 따라서 구조물을 건설하고자 하는 지역에서 발생가능한 지진을 예측하는 것

은 정확한 내진설계를 위하여 매우 중요한 작업중의 하나라고 할 수 있다. 특별히 지표면에서의 지진파 예측은 기반암에서 지표면까지의 지반상태에 따라 지진파의 특성이 변하므로 내진설계의 과정에서 필수적으로 선행되어야 하며, 그 예측의 정확성 여부에 따라 내진설계의 결과에 큰 영향을 미치게 된다.

기반암에서의 지진기록을 이용하여 지표면에서의 지진기록을 구하는 것을 일반적으로 부지응답해석이라고 하며, 특히 구조물이 건설되기 이전의 지반상태에서 주어진 지진입력에 대한 지반내 원하는 위치에서의 응답을 구하는 것을 자유장 해석이라고 한다. 이때 주어지는 지진입력은 지반내의 특정 위치에서의 가속도가 되는데, 이러한 기준이 되는 점을 통제점이라고 하고 주어지는 시간이력은 통제운동이라고 한다. 지금까지 자유장응답을 해석하는 가장 일반적인 방법은 1차원 파전달이론에 기초한 방법이다. 이것은 1차원 파전달 이론에 근거한 방법이 간단하고 편리하면서 비교적 신뢰할 수 있는 결과를 제공해 주기 때문이다. 그러나 1차원 가정에 의한 오차는 피할 수 없는 것이므로 2차원평면상에서 응답을 구하는 방법과 3차원적인 해석에 의한 방법이 개발되었다.

1차원 파전달 이론에 근거한 방법은 가장 간단하면서도 적용이 용이한 방법으로서 진원으로부터 출발한 지진파가 여러 지층을 거치면서 Snell의 법칙에 따라 근사적으로 수직

\* 정희원 · 연세대학교 토목공학과 교수, 공학박사  
(대표저자 : applymkk@yonsei.ac.kr)

\*\* 정희원 · 연세대학교 토목공학과 조교수, 공학박사

\*\*\* 학생회원 · 연세대학교 토목공학과 박사과정, 공학석사

\*\*\*\* 정희원 · 시설안전기술공단 차장, 공학박사

본 논문에 대한 토의를 2001년 6월 30일까지 학회로 보내 주시면 그 결과를 게재하겠습니다.

으로 입사한다는 가정에 의해 지표면에서의 응답을 구하는 방법이다. 1차원 가정에 의한 방법으로는 Shnabel 등<sup>(1)</sup>에 의해 개발된 SHAKE를 들 수 있다. 이 방법은 통제점과 관측점 사이의 전달함수를 구하여 입력지진에 전달함수를 곱하여 응답을 얻는 방법으로 비교적 신뢰할 만한 값을 얻을 수 있고 사용법이 간단하므로 현재 가장 널리 사용되고 있다. 반면 그 가정이 1차원이라는 것으로 인하여 구조물이 존재하는 경우 즉 산란장에서의 해석이 불가능하다. 따라서 현재 설계단계에서는 일반적으로 구조물을 모형화 할 경우 지반을 고려하지 않고 자유장에서의 응답을 그대로 구조물의 입력하중으로 가정하여 해석을 수행하는 방법을 사용하고 있다. 그러나 여기서 사용하는 입력하중은 자유장에서의 응답이므로 실제 지진이 발생할 때 구조물이 받는 하중과는 상이하다고 할 수 있다.

그러나 2차원 평면에서의 자유장응답 해석기법은 내부영역에 구조물의 모형화가 가능하므로 산란장에서의 응답을 비교적 정확하게 구할 수 있다는 장점을 가지고 있다. 2차원 자유장응답해석은 동적유한요소법을 이용하는 것이 일반적이지만, 2차원 해석법에서 가장 문제가 되는 것은 반무한 평면의 경계조건을 만족시키는 것으로서 반무한 경계를 만족시키기 위해서 Wolf<sup>(2)</sup>에 의해서 흡수경계를 사용하는 방법이 연구되었고, 국내에서는 윤정방 등<sup>(3)</sup>이 무한요소를 사용하는 방법을 개발하였다. 그러나 동적유한요소에서 사용하는 경계조건들은 반무한 경계에서의 방사조건을 완벽하게 만족시키기 위해서는 한계를 가지고 있으므로 김문점 등<sup>(4)</sup>은 반무한 경계를 다층반무한 기본해를 이용한 경계요소로 모형화함으로써 방사조건을 만족시키도록 하였다. 또한 2차원 문제에서는 Gazetas 등<sup>(5)</sup>이 전단보이론을 사용한 해석방법도 개발한 바 있다.

지반의 구성이 3차원적으로 변한다거나 계곡에 위치한 댐 등과 같은 경우는 지표면에서의 지진응답을 구하기 위하여 3차원적인 방법을 사용하여야 한다. 따라서 3차원적인 해석을 수행할 수 있는 여러 가지 기법들이 개발되었으나 3차원 유한요소법을 사용하는 경우는 요소와 절점수가 너무 방대해 지므로 실제적인 계산시간이 너무 많이 소요되어 실무에서 사용하기에는 적절한 방법이라고 할 수 없다. 이러한 문제를 극복하기 위해 축대칭요소를 이용한 방법들도 개발되었지만 축대칭 요소를 사용할 경우에는 축대칭 구조물에만 적용할 수 있고 구조물이 복잡한 형상일 경우에는 적용이 어려운 단점이 있다. 이러한 단점을 극복하기 Guin과 Banerjee<sup>(6)</sup>는 3차원 기본해를 이용한 경계요소법을 적용하는 방법도 개발되었으나 경계요소법만을 이용한 경우 구조물의 모형화에 어려움이 있다.

실제의 지반은 지진과 같은 큰 하중이 작용할 때 비선형 거동을 하게 된다. 전술한 방법들은 지반의 비선형 거동을 고려하기 위하여 등가선형화기법을 적용하고 있지만 등가선형화기법은 지반의 비선형성을 고려함에도 불구하고 해석자체가 선형으로 이루어지므로서 실제보다 과장된 응답을 얻게 된다. 2차원 해석에서도 지반의 비선형성을 고려하기 위

하여 등가선형화기법을 적용하였는데 대표적인 해석기법으로는 Lysmer 등<sup>(7)</sup>이 개발한 FLUSH를 들 수 있다. 따라서 지반을 여러 가지 비선형모델에 의하여 모형화 하고 차분법에 의하여 응답을 구하는 방법을 사용하므로서 이러한 오차를 줄일 수 있다. 1차원 가정에서 지반의 비선형 모형을 사용한 방법으로는 Streeter 등<sup>(8)</sup>이 Ramberg-Osgood 모델을 사용하여 개발한 CHARSOIL과, Lee와 Finn<sup>(9)</sup>이 hyperbolic 모델을 사용하여 개발한 DESRA-2가 있다. 2차원 가정을 사용하는 방법으로는 Finn 등<sup>(10)</sup>에 의해 개발된 방법과 Prevost<sup>(11)</sup>가 변형과 간극수압을 예측하기 위하여 다항복면모형을 사용한 DYNFLOW를 들 수 있다.

본 연구에서는 구조물이 포함된 계에서의 해석을 할 수 없는 1차원 해석의 단점을 극복하여 구조물과 지반이 동시에 거동하는 해석기법으로의 발전을 꾀하기 위해 기존에 개발되어 있는 다층 반무한 기본해를 이용하여 2차원상에서 지진파의 전파를 효과적으로 예측할 수 있는 기법을 개발하였다. 지표면으로부터 멀리 떨어진 외부영역에 대하여 경계요소법을 사용하므로서 반무한 평면에서의 방사조건을 만족시킬 수 있도록 하였고, 지표면에 가까운 지반을 내부영역으로 정의하여 유한요소로 모형화 함으로써 구조물의 구현이 가능하도록 하였다. 지반을 직접 모형화하는 직접법을 사용하였고, 지반의 비선형성을 근사적으로 반영하기 위하여 등가 선형화 기법을 사용하였다. 이와 같은 방법을 사용하므로서 비교적 다양한 형상을 가지는 지반의 모형화가 가능하게 되었다. 개발된 기법을 수직입사하는 지진에 대하여 상용프로그램의 결과와 비교하여 그 타당성을 검증하였다.

## 2. 지진응답 해석

### 2.1 운동방정식

지진 하중을 받는 지반-구조물의 상호관계를 나타내는 운동방정식을 유도하기 위해서는 다음의 그림 1과 같은 반무한 지반상에 근입된 구조물을 생각할 수 있다.<sup>(12)</sup> 구조물은 그림에서처럼 이산화되고 지반과 구조물의 경계점에서는 하첨자 b를 사용하고 구조물에서는 s를 사용한다. 동적계는 실제 구조물과 굴착된 지반의 두 개의 부 구조계로 구성되어진다. 부 구조계의 차별화를 위하여 상첨자를 사용한다. 상첨자 s는 구조물을 나타내며 상첨자 g는 굴착된 지반을 나타낸다. 또한 굴착된 지반은 굴착이 안된 지반과 굴착된 지반으로 나타낼 수 있는데 이를 구별하기 위하여 상첨자 f와 e를 각각 사용한다. 여기에서 가상의 굴착이 안된 지반을 자유장이라 한다. 동적 운동방정식은 주파수영역에서 해석이 되며 총 변위크기는  $\{u'_s(\omega)\}$ 와  $\{u'_b(\omega)\}$ 로 나타낼 수 있다. 구조물의 동적강성행렬  $[S(\omega)]$ 는  $[S_{ss}(\omega)]$ ,  $[S_{sb}(\omega)]$ ,  $[S'_{bb}(\omega)]$ 로 구분할 수 있다.

이것을 이용하여 구조물의 운동방정식을 나타내면 다음 식 (1)과 같다.

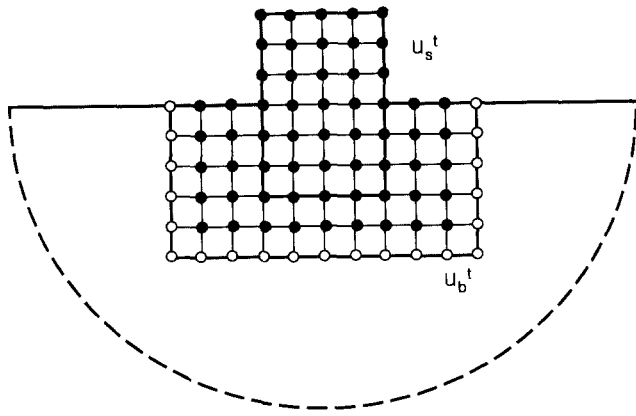


그림 1 지반-구조물 상호작용계

$$\begin{bmatrix} [S_{ss}(\omega)] & [S_{sb}(\omega)] \\ [S_{bs}(\omega)] & [S_{bb}^s(\omega)] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{u_s^t(\omega)\} \\ \{u_b^t(\omega)\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{P_s(\omega)\} \\ -\{P_b(\omega)\} \end{Bmatrix} \quad (1)$$

여기서,

$\{P_s(\omega)\}$  : 구조물에 가해진 하중

$\{P_b(\omega)\}$  : 지반과 구조물의 상호작용에 의한 하중

이다. 지반은 구속조건이 없는 영역이기 때문에 지반의 동적강성행렬  $[S_{bb}^g(\omega)]$ 를 구하는 것은 구조물에 있어서의  $[S_{bb}^s(\omega)]$ 를 구하는 것처럼 쉽지는 않다. 지진시 지반과 접촉되지 않는 곳에서의 하중은 0이 되므로 식 (1)의 우변의  $\{P_s(\omega)\}=0$  조건을 이용하면 다음과 같이 정리할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} [S_{ss}(\omega)] & [S_{sb}(\omega)] \\ [S_{bs}(\omega)] & [S_{bb}^s(\omega)] + [S_{bb}^g(\omega)] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{u_s^t(\omega)\} \\ \{u_b^t(\omega)\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{0\} \\ [S_{bb}^g(\omega)]\{u_b^g(\omega)\} \end{Bmatrix} \quad (2)$$

위의 식 (2)에서 지진의 특성은  $\{u_b^g(\omega)\}$ 에 의하여 나타나며 이것은 굴착된 지반에서의 지반-구조물 사이의 절점의 움직임이다. 이와 같은 거동을 산란장 거동(scattered motion)이라 하며 이 값을 구하기는 매우 어렵다. 따라서,  $\{u_b^g(\omega)\}$ 를 굴착에 영향을 받지 않는 자유장해석의  $\{u_b^f(\omega)\}$ 로 표현된 식으로 치환하게 해석하게 된다.

## 2.2 자유장 해석

유효 입력운동  $\{u_b^g(\omega)\}$ 를 자유장 운동으로 나타내기 위해 그림 2와 같이 내부영역과 외부영역의 경계면(boundary)에서의 절점을 하첨자  $b$ 로 나타낼 수 있고, 이들 절점은 자유장에서의 절점과 일치하게 된다. 자유장에서의 동적강성행렬 및 변위벡터는 상첨자  $f$ 를 사용하여 각각  $[S_{bb}^f(\omega)]$  및  $\{u_b^f(\omega)\}$ 로 나타낼 수 있다. 굴착된 지반에서 강제운동이 작용되지 않을 때의 산란장에 대한 동적강성행렬은  $[S_{bb}^e(\omega)]$ 로 표현되며, 굴착된(excavated) 부분의 동적강성행렬은  $[S_{bb}^g(\omega)]$

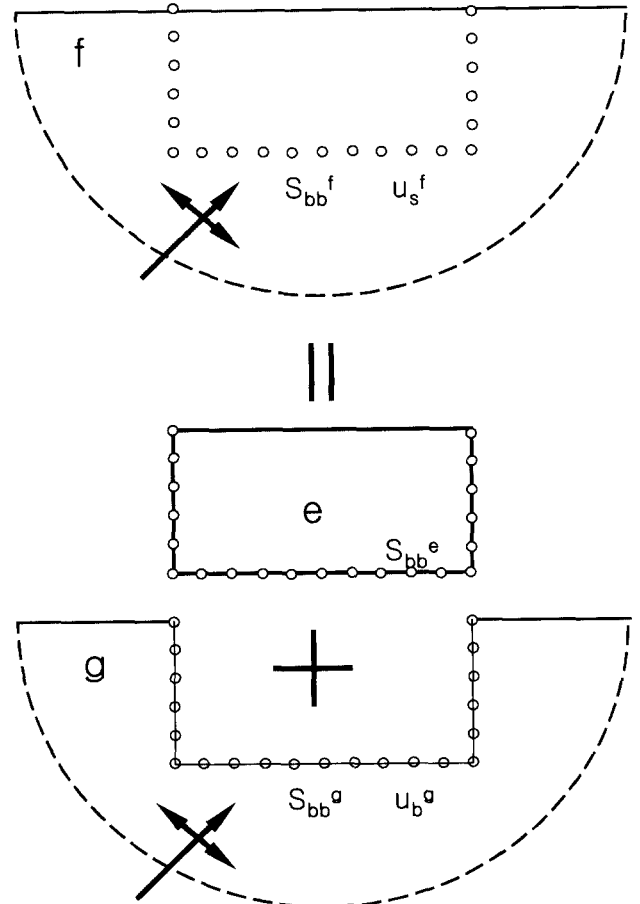


그림 2 자유장의 분리

로 나타낼 수 있다. 그러므로 자유장에 대한 동적강성행렬은 식 (3)과 같이 나타낼 수 있다.

$$[S_{bb}^f(\omega)] = [S_{bb}^e(\omega)] + [S_{bb}^g(\omega)] \quad (3)$$

만약 굴착된 지반을 하나의 구조물이라 가정하고, 하중  $\{P_b^g(\omega)\}$ 를  $[S_{bb}^g(\omega)]\{u_b^g(\omega)\}$ 로 표현하면 식 (2)는 다음의 식 (4)가 된다.

$$\begin{bmatrix} [S_{bs}(\omega)] & [S_{sb}(\omega)] \\ [S_{bs}(\omega)] & [S_{bb}^s(\omega)] - [S_{bb}^e(\omega)] + [S_{bb}^f(\omega)] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{u_s^t(\omega)\} \\ \{u_b^t(\omega)\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{0\} \\ [S_{bb}^f(\omega)]\{u_b^f(\omega)\} \end{Bmatrix} \quad (4)$$

굴착된 지반과 자유장과의 관계에 있어서 다음의 식 (5)가 성립된다.

$$\{u_b^g(\omega)\} = [S_{bb}^g(\omega)]^{-1} [S_{bb}^f(\omega)]\{u_b^f(\omega)\} \quad (5)$$

따라서 식 (5)로부터  $\{u_b^g(\omega)\}$ 을 구할 수 있으나 지반-구조물 상호작용계의 해석은 식 (4)로 나타내므로 산란된(scattered) 지반에서의  $\{u_b^g(\omega)\}$ 는 구할 필요가 없어진다. 실제의 지반-구조물 상호작용계에서는  $\{u_b^g(\omega)\}$ 는 가상의 변위이다.

### 3. 내부영역과 외부영역의 정식화

#### 3.1 외부영역의 경계요소해석

다층 반무한 평면에서의 동적 기본해는 다음과 같다.<sup>(4),(13)</sup>

$$\tilde{u}_{qr}^j(\omega, x, z, z_S) = \frac{C_n}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} [k^n e^{(-kz^* - ikx^*)}] dk \quad (6)$$

$q, r = x, z$

여기서,  $C_n$ 은 파동수  $k$ 에 독립적인 상수이고  $z^*$  및  $x^*$ 는 각각 수진점과 가진점간의 수직거리 및 수평거리이다.

변위성분 및 응력성분은 최종적으로 식 (7)과 같이 점근해가 변위의 동적해와 일치하는 구간까지 수치적분을 수행하고 그 이상의 구간에 대해서는 점근해의 이론적분값을 이용할 수 있다.

$$u_{pq}^e(\omega, x, z, z_S) = \frac{1}{2\pi} \left[ \int_{-a}^{+a} \{ (D_{nq}^j) e^{-ikx^*} \} dk + \int_{-\infty}^{-a} \{ (\tilde{D}_{nq}^j) e^{-ikx^*} \} dk + \int_{+a}^{+\infty} \{ (\tilde{D}_{nq}^j) e^{-ikx^*} \} dk \right] \quad (7)$$

$p, q = x, z$

점근식의 피적분항은 지수적으로 감쇠하는  $e^{-k(z-ix)}$ 의 항을 포함하고, 깊이  $z$ 의 함수이며, 파동수가 증가함에 따라 발산하는 항을 포함하지 않으므로 점근식에 대해 무한 Fourier 적분을 수행하면 식 (8)과 같은 형태의 적분식이 되고 각각의 무한 적분 이론해를 구할 수 있다.<sup>(4)</sup>

$$\frac{1}{2\pi} \int [(\tilde{D}_q^j) e^{-ikx^*}] dk = \frac{A}{2\pi} \int [k^n e^{(-kz^* - ikx^*)}] dk \quad (8)$$

여기서,  $A_n$ 은 파동수  $k$ 에 독립적인 상수이고  $z^*$  및  $x^*$ 는 각각 수진점과 가진점간의 수직거리 및 수평거리이다.

식 (9)는 영역  $\Omega$ , 경계  $\Gamma$ 로 이루어진 다층반무한 구조계에서 영역 내 임의의 한 점  $F$ 에서의 응력 평형방정식을 응력 텐서  $\sigma_{kj}$ , 물체력  $b_k$ 와 변위  $u_k$ 를 이용하여 나타낸 것이며, 가상일의 원리에 의해서 적분방정식을 형성하면, 식 (10)과 같은 체적적분방정식이 구해진다.

$$\sigma_{kj,j} + \rho b_k - \rho \ddot{u}_k = 0 \quad (9)$$

$$\int_{\Omega} \sigma_{kj,j} u_k^* d\Omega + \int_{\Omega} \rho b_k u_k^* d\Omega - \int_{\Omega} \rho \ddot{u}_k u_k^* d\Omega = 0 \quad (10)$$

여기서,  $u_k^*$ 는 영역  $\Omega$ 에서 정의되는 응력  $\sigma_k^*$ 와 물체력  $b_k^*$ 하의 가상의 단위 동하중에 의한 변위이다. 만약 물체력이 고려되지 않는 경우, 특이점의 영향을 고려한 구조계의 직접 경계적분방정식은 식 (11)과 같이 나타낼 수 있다.

$$c_{lk} u_l + \int_{\Gamma} p_{lk}^* u_k d\Gamma = \int_{\Gamma} u_k^* p_{lk} d\Gamma + \int_{\Omega} u_k^* \rho \chi_k d\Omega \quad (11)$$

여기서,  $c_{lk}$ 는 경계면의 기하학적 형상에 의해서 결정되는

상수이고,  $p_k$ 와  $p_{lk}^*$ 는 각각 실제 하중과 가상의 단위동하중에 의한 경계면  $\Gamma$ 에서의 표면력이며,  $\chi_k$ 는 물체력을 나타낸다. 본 연구에서는 기본해에 물체력의 영향을 포함하므로 식 (11)의 영역적분항은 없어지게 된다. 이산화된 요소사이에 모서리점이 포함되는 경우 표면력의 불연속이 발생할 수 있으므로 이 절점을 중복시켜서 풀어야 한다. 즉, 2 개의 요소의 사이에서 앞부분의 절점과 뒷부분에서의 절점으로 나눈다. 그러나 변위는 일정하여야 하므로 절점을 중복시킬 필요가 없다. 이 식을 이용해 전체 절점에 대하여 행렬을 구성하면 식 (12)와 같다.

$$[H^{BE}] \{u^{BE}\} = [G^{BE}] \{p^{BE}\} \quad (12)$$

여기서, 절점의 수가  $N$ 이고 요소의 수가  $NE$ 라면 행렬  $[H^{BE}]$ 와  $[G^{BE}]$ 는 면내운동의 경우 각각  $2N \times 2N$ 의 차원과  $2N \times 2NE$ 의 차원을 형성하며 면외운동의 경우는 각각  $N \times N$ 의 차원과  $N \times NE$ 의 차원을 이룬다. 절점 당 지지항과 미지항의 수는 같으므로 식 (12)는 다원 일차 연립방정식의 형태로 표현되며 다시 식 (13)과 같이 나타낼 수 있다.

$$[A^{BE}] \{X^{BE}\} = \{F^{BE}\} \quad (13)$$

여기서,  $[A^{BE}]$ 는  $[H^{BE}]$ 와  $[G^{BE}]$ 를 이용하여 구성한 행렬이고,  $\{X^{BE}\}$ 는 미지의 변위와 하중의 벡터이며,  $\{F^{BE}\}$ 는 기지의 변위와 하중에 대한 벡터이다. 그러므로 행렬식 (13)에 대한 해를 구하여 경계요소해석을 수행할 수 있다.

#### 3.2 유한요소를 이용한 내부영역의 정식화

전체계의 동적 운동방정식은 행렬형태로 식 (14)와 같이 나타낼 수 있다.

$$[M] \{\ddot{u}\} + [C] \{\dot{u}\} + [K] \{u\} = \{\bar{f}\} \quad (14)$$

여기서, 벡터  $\{u\}$ ,  $\{\dot{u}\}$ 와  $\{\ddot{u}\}$ 는 각각 변위, 속도와 가속도를 나타내며, 행렬  $[M]$ ,  $[C]$ 와  $[K]$ 는 각각 질량행렬, 감쇠행렬 그리고 정적강성행렬을 나타낸다. 그리고 벡터  $\{\bar{f}\}$ 는 내부영역에 가해진 하중벡터를 나타낸다. 식 (14)를 시간변수에 대해 Fourier 변환을 수행하면 시간의 함수인 하중벡터  $\{\bar{f}\}$  및 변위벡터  $\{\bar{u}\}$ 는 식 (15)와 같이 표현된다.

$$\{u(\omega)\} = \int_{-\infty}^{\infty} \{\bar{u}(t)\} \exp\{-i\omega t\} dt \quad (15a)$$

$$\{F(\omega)\} = \int_{-\infty}^{\infty} \{\bar{F}(t)\} \exp\{-i\omega t\} dt \quad (15b)$$

그러므로 식 (14)는 식 (16)과 같이 주파수영역에서의 운동방정식으로 나타낼 수 있다.

$$[S(\omega)] \{u(\omega)\} = \{F(\omega)\} \quad (16)$$

식 (16)에서  $[S(\omega)]$ 는 임피던스행렬로서 식 (17)과 같이 표현되는 동적강성행렬을 나타내며  $[K^*]$ 는 정적강성행렬을 나타낸다.

$$[S(\omega)] = [K^*] + i\omega[C] - \omega^2[M] \quad (17)$$

유한요소의 동적강성행렬  $[S^{FE}]$ 와 경계요소의 동적강성행렬  $[S^{BE}]$ 는 모두 같은 형태의 하중-변위관계를 갖고 있으므로 이들의 조합이 가능하다. 즉, 유한요소와 경계요소간의 접합면에서 공유하는 절점에 대해 강성행렬과 하중을 조합함으로써 전체 동적강성행렬과 하중을 구성하여 식 (18)과 같이 유한요소의 형태로 나타낼 수 있다.

$$[[S^{FE}] + [S^{BE}]]\{\{u^{FE}\} + \{u^{BE}\}\} = \{\{F^{FE}\} + \{F^{BE}\}\} \quad (18)$$

이로부터 전체 동적강성행렬과 하중형태로 나타내면 식 (18)은 식 (19)와 같이 된다.

$$[S^G]\{u^G\} = [F^G] \quad (19)$$

여기서,  $[S^G]$ 는 조합된 전체 동적강성행렬이고  $\{u^G\}$ 는 조합된 전체 변위이며,  $\{F^G\}$ 는 조합된 전체 외부 작용하중을 나타낸다.

#### 4. 지반의 비선형 거동 특성

지진 하중이 작용하고 있는 상태에서 지반의 거동은 매우 복잡하게 나타난다. 이러한 지반의 거동을 표현하기 위해서 본 연구에서는 등가선형화기법을 이용하였다. 등가선형화기법은 여러 가지 조건들에 의하여 변화되는 지반의 주된 동적 물성을 지반의 변형률에 따라 변화시켜가면서 반복계산을 수행하여 지반의 비선형성을 반영할 수 있도록 하는 방법이다.

지반의 강성도는 반복 변형률 크기, 공극률, 평균 주 응력, 조성계수, 과압밀비, 반복 하중의 수에 의하여 영향을 받는다. 그림 3(a)에서 볼 수 있는 바와 같이 전단탄성계수는 변형률이 0 일 때 가장 큰 값을 나타내고 전단 변형률이 커질수록 전단탄성계수는 감소함을 알 수 있다. 전단 탄성계수를 최대

전단탄성 계수로 나눈 값으로 그래프를 그리면 그림 3(b)와 같은 전단탄성계수 감쇠 곡선(modulus reduction curve)을 얻을 수 있다. 같은 방법으로 전단 변형률에 따른 감쇠비를 모형화 할 수 있다. 따라서 지진하중이 가해질 때의 가장 주된 지반물성요소인 전단탄성계수와 감쇠비를 이용한 반복해석을 수행할 수 있게 된다. 이론적으로는 작은 전단 변형률에서 에너지의 소산은 없기 때문에 반복 전단 변형률이 작을 때에는 감쇠비가 0이 되어야 하나 실제 실험에 의하면 감쇠비가 0이 되지 않는다. 또한 전단 변형률이 커짐에 따라 감쇠비는 점점 증가하게 된다.

등가 선형화 기법에 사용되는 유효전단변형률 강도(effective shear strain amplitudes)는 경험적으로 최대전단변형률에 50~70%의 범위에 있는 것으로 알려져 있으나 Idriss 등<sup>(5)</sup>은 지진규모와의 관계를 제시하기도 하였다. 본 연구에서는 지진규모 7.5인 경우의 값인 감쇠계수 0.65를 사용하여 식 (20)과 같이 나타내었다. 여기서 최대 전단 변형률은 다음 식 (21)과 같이 구할 수 있다.

$$\gamma_{eff} = 0.65 \times \gamma_{max} \quad (20)$$

$$\gamma_{max} = \sqrt{(\epsilon_{xx} - \epsilon_{yy})^2 - \gamma_{xy}} \quad (21)$$

주기 T에 대한 함수로 표현되는 제곱평균 제방근(RMS : root mean square) 값은 Parseval 의 정의를 이용하여 식 (22)와 같이 구할 수 있다.

$$S^2(\omega) = \frac{1}{T} \int_0^T F(t)dt \quad (22)$$

이로써 최대 전단 변형률을 구하기 위해 푸리에 역변환을 통한 시간이력으로부터 구하지 않고 주파수 영역 해석결과를 직접 이용할 수 있다.

#### 5. 수치해석 및 결과분석

##### 5.1 자유장응답해석

자유장응답 해석기법에서 지진입력방법과 원역모형화기

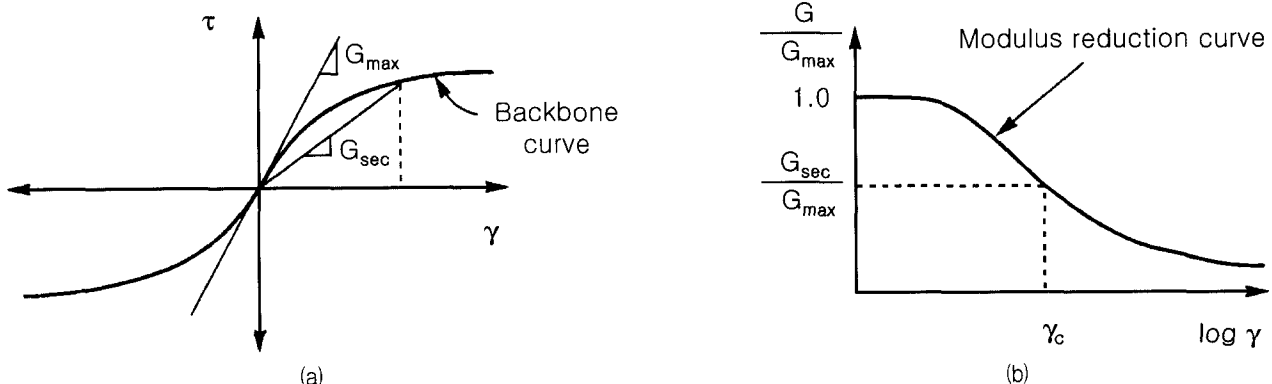


그림 3 Backbone curve 와 전단탄성계수 감쇠 곡선<sup>(14)</sup>

법의 타당성을 검증하기 위하여 다층지반을 모형화하여 자유장응답해석을 수행하였다. 따라서 그림 4에 나타난 4 개의 수평층으로 구성된 평행층상 반무한 지반에서의 지진해석을 수행하고 이를 입력운동과 비교하였다. 대상지반은 그림 5와 같이 유한요소와 경계요소의 조합으로 모형화 하였으며 해석대상지반의 물성치는 표 1과 같다. 통제점은 자유장지반의 지표면상의 점이고, 응답점은 그림 5의 A1, A2, A3 세 점의 값을 비교하였다. 입력운동은 1989년 발생한 Loma Prieta 지진시 YERBA BUENA Island에서 계측한 지진기록으로 최

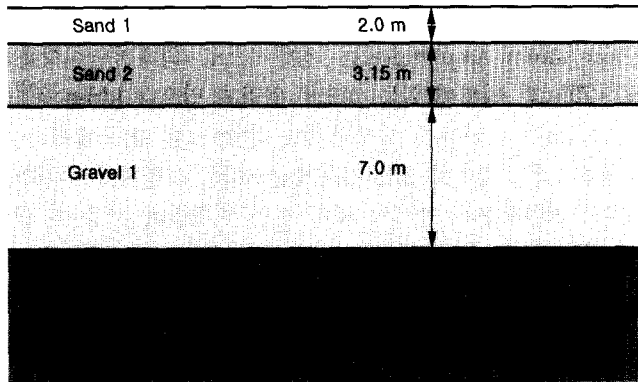


그림 4 자유장 해석의 검증에 사용된 지반 형상

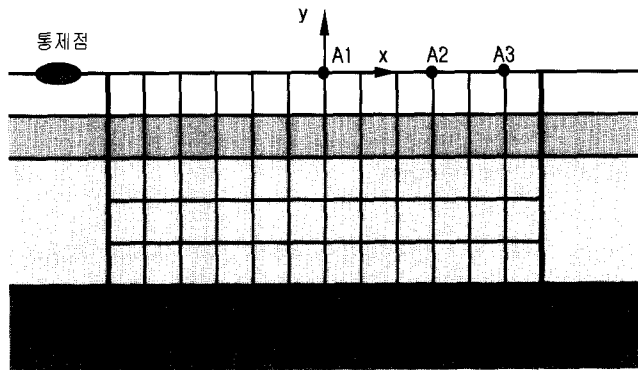
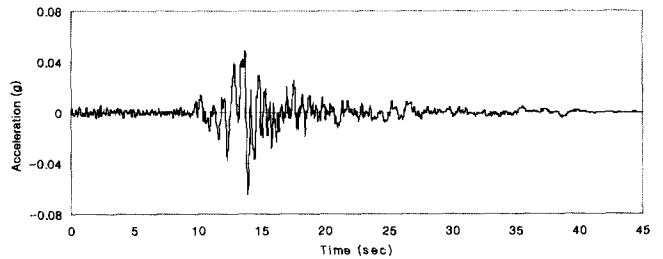


그림 5 자유장 해석에 사용된 모형

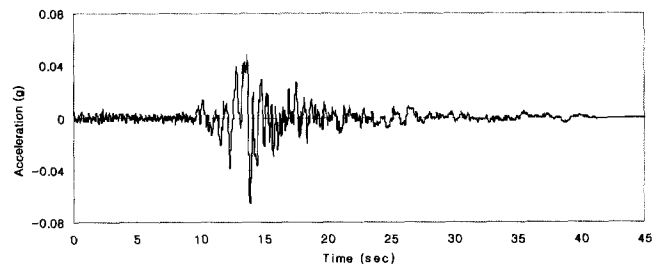
표 1 자유장해석에 사용된 지반물성

흙의 종류	깊이(m)	전단파속도(m/s)	밀도(ton/m <sup>3</sup> )	탄성계수(kN/m <sup>2</sup> )	포아송비( $\nu_g$ )	감쇠비( $\xi_g$ )
SAND 1	0 - 2	133	1.69	82,508.57	0.3	0.02
SAND 2	2-5.15	231	1.93	304,840.72	0.3	0.02
GRAVEL 1	5.15-12.15	317	2.42	714,959.13	0.3	0.02
GRAVEL 2	12.15 -	476	2.42	1,612,042.93	0.3	0.02

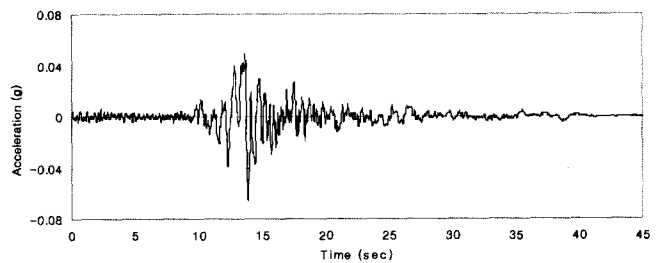
대 가속도는 0.07g이고 지속시간은 40초 이다. 주파수영역에서의 기록은 그림 6(a)와 같고 가속도 시간이력은 그림 6(b)와 같다. 각 응답점에서의 해석결과를 그림 7에 나타냈었다. 비교결과 자유장응답 해석결과가 입력운동과 매우 잘 일치하여 본 연구의 타당성을 확인 할 수 있었다.



(a) A1 지점

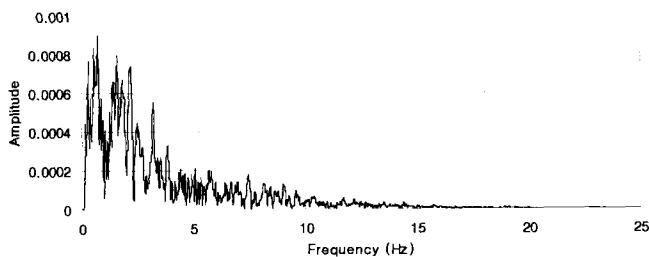


(b) A2 지점

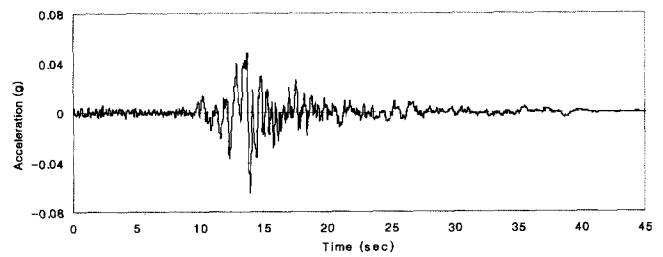


(c) A3 지점

그림 7 지표면 각 지점에서의 지진응답 가속도



(a) 주파수영역



(b) 시간영역

그림 6 1989년 Loma Prieta 지진기록

5.2 지진응답해석

현재 부지응답해석에 가장 널리 사용되는 방법은 1차원 파전달이론에 근거하여 개발된 SHAKE를 이용하는 것이다. 따라서 본 연구기법의 타당성을 검증하기 위하여 일반적인 지반을 대상으로 지반 내에서 입사하는 지진파에 의한 지표면에서의 응답을 비교하였다. SHAKE의 경우 1차원 파전달이론에 근거한 프로그램이므로 가진점으로부터 일정한 거리에 위치하는 층상위의 모든 응답점에서 응력성분 및 변형률성분이 같지만 본 이론의 경우 근본적으로 접하중에 의한 응답점에서의 응력 및 변형률의 관계인 2차원 문제로서 같은 깊이에서도 위치에 따라 응력성분 및 변형률성분이 모두 다르게 되므로 이론적으로 SHAKE와 동일한 응답을 얻을 수는 없다. 이러한 문제를 극복하기 위하여 진원을 무한대로 가정함에 따라 SHAKE와 근사한 응력 및 변형률 성분을 도출할 수 있으므로 이를 통해 검증을 시도하였다. 비교는 지반의 동적물성이 선형탄성인 것으로 가정하는 경우와 등가선형화 기법을 사용하여 지반의 동적물성치를 변화시키는 두가지 경우에 대하여 수행하였다. 해석대상지반은 그림 8과 같은 균질 다층 반무한 지반을 대상으로 하였다. 대상지반의 입력 물성은 표 2에 정리한 바와 같고 입력운동은 그림 6에서의 운동을 사용하였다.

그림 8에 제시된 바와 같은 지하 16m 통제점에서의 입력 운동에 의한 지표면에서의 시간영역 응답을 상용 프로그램인 SHAKE와 본 해석기법에 의해 수행한 결과는 그림 9와 같다. 입력가속도 값의 최대값은 0.0651g 이고, 상용 프로그램인 SHAKE 에 의한 응답 최대 가속도는 0.177g이며 본 연

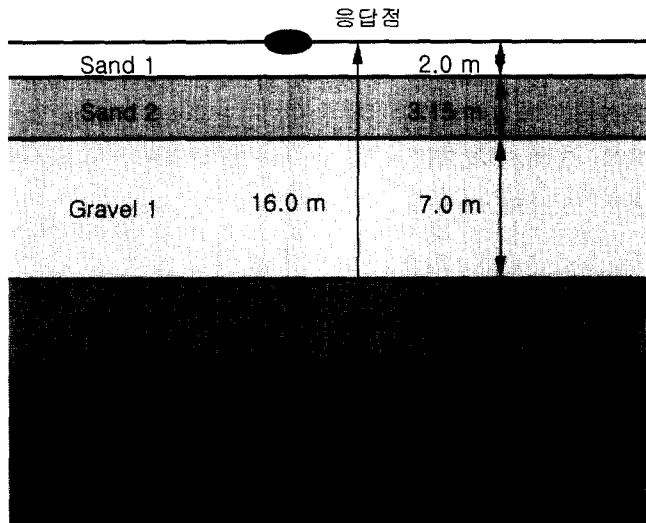


그림 8 본 연구의 검증에 사용된 지반

표 2 지진응답 비교에 사용된 지반물성

층의 종류	전단파속도 (m/s)	밀도 (kg/m <sup>3</sup> )	탄성계수 (kN/m <sup>2</sup> )	포아송비 ( $\nu_g$ )	감쇠비 ( $\xi_g$ )
Sand 1	133	1.69	82,508.57	0.3	0.02
Sand 2	231	1.93	304,840.72	0.3	0.02
Gravel 1	317	2.42	714,959.13	0.3	0.02
Gravel 2	476	2.42	1,612,042.93	0.3	0.02
Gravel 3	476	2.42	1,612,042.93	0.3	0.02

구에서의 응답 최대 가속도는 0.171g 로 나타나 유사한 결과를 얻을 수 있었다. 또한 주파수 영역에서의 결과를 비교하여 보면 그림 10과 같이 나타난다. 주파수 영역에서도 SHAKE는 최대 응답 가속도가 0.00513g가 나왔으나 본 연구에서는 0.00463g로 나타나 유사한 결과를 얻을 수 있었다. 시간영역에서나 주파수영역에서 최대 가속도 응답값이 전체적으로 미소한 차이를 보이는 것은 전술한 바와 같은 차이에서 비롯되는 것으로 판단된다. 그리고 전반적인 응답의 형상이 유사한 반면 최대값에서는 SHAKE의 결과보다 다소 작은 값을 보이는 것은 SHAKE의 해석은 1차원문제이므로 본 연구에서 수행한 2차원 평면변형률 문제에 비하여 에너지 방사가 적게 발생하기 때문으로 판단된다. 그러나 전체적으로 시간영역과 주파수영역에서의 응답을 비교하였을 때 유사한 응답을 얻을 수 있으므로 본 연구의 지진응답해석기법은 타

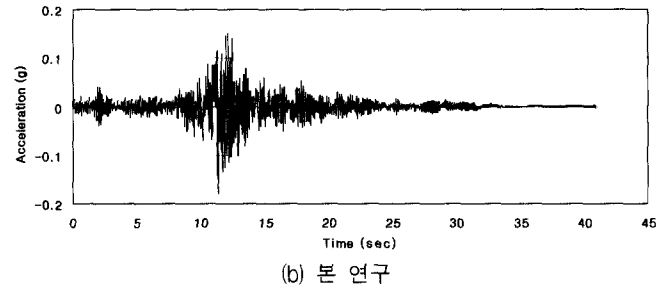
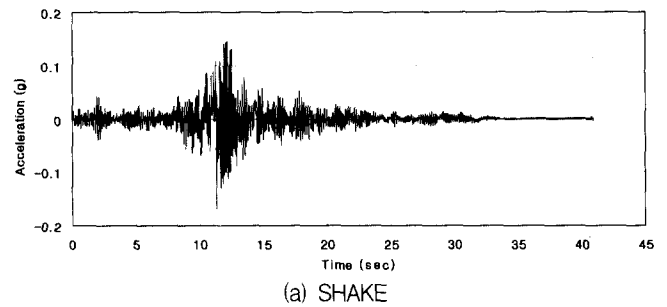


그림 9 지표면에서의 시간영역 응답가속도

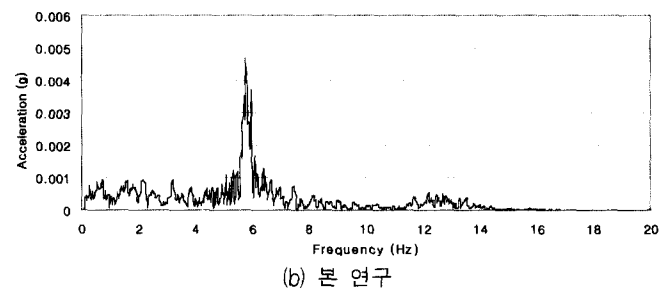
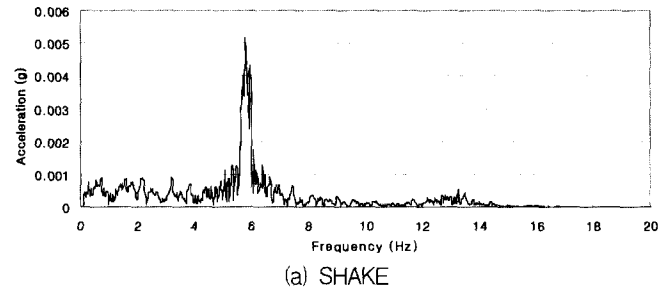
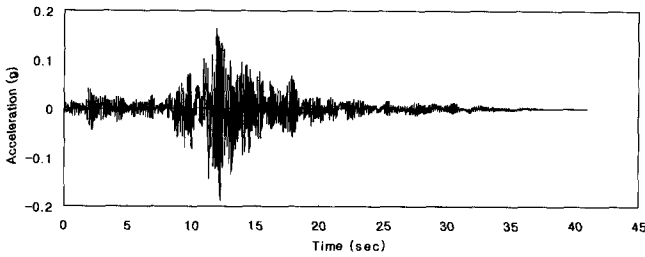


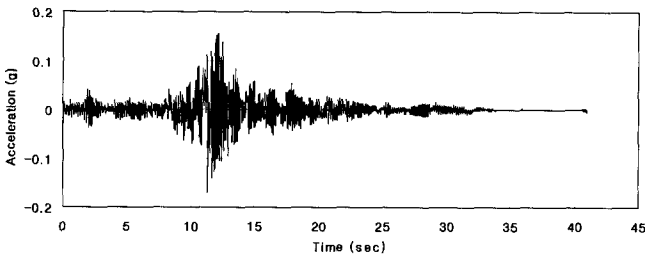
그림 10 지표면에서의 주파수영역 응답가속도

당한 해석결과를 얻을 수 있었다.

다음으로 동일한 대상에 대하여 등가선형화 기법을 적용하여 지표면에서의 응답을 비교하여 보았다. 전단탄성계수 감소 곡선과 감쇠비 곡선은 모래질 지반의 경우 Seed와 Idriss<sup>(1)</sup>가 제안한 평균값을 사용하였고 자갈지반의 경우는 Seed<sup>(1)</sup>가 제안한 곡선을 사용하였다. 그림 11은 SHAKE와 본 연구에 의한 시간영역에서의 응답을 표시한 것이고 그림 12는 주파수영역에서의 응답을 나타낸 것이다. 시간영역에서 상용프로그램인 SHAKE에 의한 응답 최대 가속도는 0.188g이며 본 연구에서의 응답 최대 가속도는 0.178g로 해석되었으며, 주파수영역에서 SHAKE에 의한 응답은 0.00559g이며 본 연구에 의한 응답은 0.00473g로 해석되어 등가선형화에 의한 본 연구의 해석기법이 널리 쓰이고 있는 상용프로그램인 SHAKE와 유사한 결과를 얻을 수 있음을 알 수 있다.

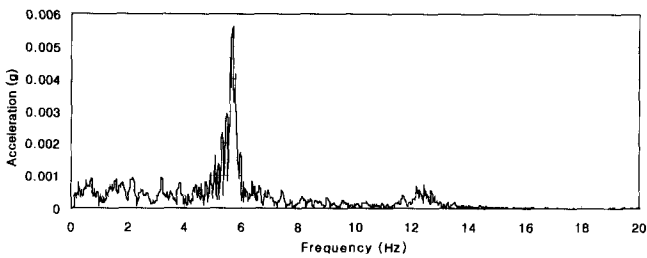


(a) SHAKE

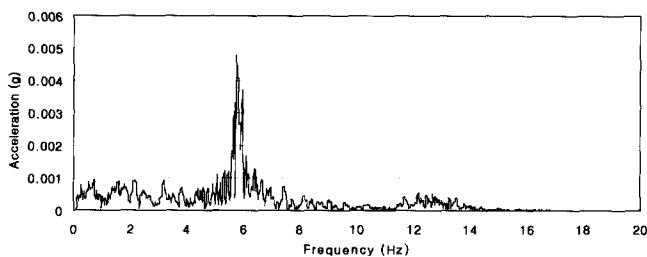


(b) 본 연구

그림 11 등가선형화를 적용한 시간영역 응답가속도



(a) SHAKE



(b) 본 연구

그림 12 등가선형화를 적용한 주파수영역 응답가속도

## 6. 결 론

본 연구에서는 다층반무한 기본해를 이용하여 외부영역을 모형화하고 동적 유한요소를 사용하여 내부영역의 지반을 모형화하여 지진응답해석을 수행할 수 있는 2차원 평면에서의 해석기법을 개발하였다. 그 결과 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

- (1) 지반-구조물 상호작용이론에 근거하여 반무한영역의 방사조건을 만족시킬 수 있도록 외부영역은 경계요소로, 지반의 복잡한 형상을 모형화 할 수 있도록 내부영역은 동적 유한요소로 모형화 하여 자유장응답해석을 수행할 수 있는 수치해석기법을 개발하였다.
- (2) 개발된 자유장응답해석 기법의 타당성을 알아보기 위하여 지표면 임의점을 통제점으로 하여 지표면 다른 지점에서의 응답을 살펴보았다. 해석결과 입력운동과 동일한 응답을 얻을 수 있었고 따라서 본 연구에서의 자유장응답해석기법의 타당성을 확인할 수 있었다.
- (3) 지반의 비선형성을 고려하기 위하여 등가선형화 기법을 사용하였고 그 결과를 일반적으로 널리 사용하는 상용프로그램의 결과와 비교하였다. 지반을 선형탄성으로 가정한 경우와 비선형으로 가정하여 등가선형화 기법을 적용한 경우 모두 상용프로그램의 응답과 유사한 응답을 얻을 수 있었고 따라서 지반내 구조물이 존재하는 경우의 해석으로도 발전시킬 수 있게 되었다.

## 감사의 글

본 연구는 2001년도 두뇌한국 21 사업 핵심분야 사업과 과학재단 특정기초연구 “정·동적 상호작용을 고려한 해상 말뚝기초의 설계기법” 연구 내용의 일부이며 이에 감사의 뜻을 표합니다.

## 참 고 문 헌

1. Schnabel, P. B., Lysmer, J., and Seed, H. B., “SHAKE: a computer program for earthquake response of horizontally layered sites,” Report No. EERC/72-12, Earthquake Engineering Research Center, Univ. of California, Berkeley, 1972, p. 88.
2. Wolf, J. P. and Song, C. M., *Finite-Element Modeling of Unbounded Media*, John Wiley & Sons, 1996.
3. 윤정방, 김재민, 박경래, 최준성, “유한요소 및 무한요소를 이용한 수직입사 지진파에 의한 축대칭 지반-구조계의 진동해석”, 대한토목학회논문집, 제18권, 제 I-1호, 1998.
4. 김문겸, 이종우, 이필규, 김민규, “점근해를 이용한 동적 2차원 다층 반무한 경계요소”, 대한토목학회논문집, 제



- 18권, 제1-5호, 1998. 9, pp. 625-636.
5. Gazetas, G. "Seismic response of earth dam; some recent developments," *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, Vol. 6, No. 1, 1987, pp. 3-47.
  6. Guin, J. and Banerjee, P. K., "Coupled soil-pile-structure interaction analysis under seismic excitation," *Journal of Structural Engineering*, Vol. 124, 1988, pp. 434-444.
  7. Lysmer, J., Udaka, T., Tsai, C. F., and Seed, H. B., "FLUSH-a computer program for approximate 3-D analysis of soil-structure interaction problems," *Report No. EERC 75-30*, Earthquake Engineering Research Center, Univ. of California, Berkeley, CA, 1975.
  8. Streeter, V. L., Wylie, E. B., and Richart, F. E., "Soil motion computations by characteristics methods," *Proceedings, ASCE National Structural Engineering Conference*, San Francisco, 1973.
  9. Lee, M. K. W. and Finn, W. D. L., "DESRA-2, dynamic effective stress response analysis of soil deposits with energy transmitting boundary including assessment of liquefaction potential," *Soil Mechanics Series No. 38*, University of British Columbia, Vancouver, 1978.
  10. Finn, W. D. L., "Dynamic analysis in geotechnical engineering," *Earthquake Engineering and Soil Dynamics II: Recent Advances in Ground Motion Evaluation, Geotechnical Special Publication 20*, ASCE, New York, 1988, pp. 523-591.
  11. Prevost, J. H., *DYNAFLOW: A Nonlinear Transient Finite Element Analysis Program*, Department of Civil Engineering, Princeton University, Princeton, New Jersey, 1981.
  12. Wolf, J. P., *Dynamic Soil-Structure-Interaction*, Prentice-Hall, 1985.
  13. Kim, M. K., Lim, Y. M., and Rhee, J. W., "Dynamic analysis of layered half planes by coupled finite and boundary elements," *Engineering Structures*, Vol. 22, No. 6, 2000. 2, pp. 670-680.
  14. Kramer, S. L., *Geotechnical Earthquake Engineering*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 1996.