

# 불평형을 고려한 절삭력 모델에 관한 연구

양완석\*, 이수훈\*\*

## A Study on a New Cutting Force Model Including Unbalance

Wan-Suk Yang\*, Soo-Hun Lee\*\*

### Abstract

This paper is on a new cutting force model which includes the force caused by unbalance. The cutting forces under the different additional masses are measured with the spindle speed changed. The model is justified through correlation between simulation and experimental result.

**Key Words :** Unbalance(불평형), Cutting Force Model(절삭력 모델), Milling, Machining(밀링 가공)

### 1. 서 론

공작기계의 성능향상이나 가공물의 표면조도 향상을 위해서 절삭중에 발생하는 절삭력 성분을 예측하는 것은 중요하며 이에 대한 많은 연구가 이루어지고 있다.

기계가공에 있어서 공구의 불평형은 불가피하다. 밀링 공정의 엔드밀 가공에서 발생하는 런아웃 현상은 제품의 생산성과 가공표면 품질의 저하에 직접적인 영향을 미치는 악재로써, 이는 공구에 주기적인 부하변동과 불균일한 하중 분포를 야기시켜 공구의 수명을 단축시키고, 제품의 표면에 불균일한 절삭날 자국을 남김으로써 제품의 요구 정밀도를 충족시키지 못하는 장애요인이 되고 있다. 현재 생산현장에서 런아웃에 대한 대책으로는 정지한 주축에

대한 정적 보상 등의 시행 오차법이나 정밀한 베어링이나 공구 홀더를 이용한 방법 등이 사용되어왔다. 불평형에 의한 불평형 힘의 증가는 속도의 제곱으로 증가함으로써 주축 속도가 증가함에 따라 시스템의 불안정성이 증가한다.

지금까지 런아웃을 고려한 절삭력 모델에 관한 연구로는 1941년 Martellotti에 의해 반경방향 런아웃에 대한 연구를 시작으로 1975년 Tlusty와 Macneil는 기하학적 절삭력 모델을 세움으로써 시뮬레이션의 기초를 마련하였고, 1976년과 1982년 Ber와 Kline등은 강제 시스템에 기초하여 평균칩두께, 반경방향 런아웃에 기인한 탈출각도를 고려한 절삭력 예측을 하였으며<sup>(1)</sup>, 1984년 Fu 등은 가공면에서의 반경방향과 축방향의 커터의 변형에 의한 영향을 고려하였다.<sup>(2)</sup> 1988년 Sutherland와 Babin은 유연시

\* 아주대학교 대학원 기계공학과  
\*\* 아주대학교 기계 및 산업공학부(slee@ajou.ac.kr)

스텝에 기초하여 생성된 표면에 대해 커터에 의한 런아웃을 고려한 기하학적 모델을 제시하였으며<sup>(3)</sup>, 1996년 Wang과 Liang, 그리고 1997년 Smith와 Tlusty에 의해 런아웃에 있어서 발생하는 칩 부하에 관한 분석적 모델이 제시되었다.<sup>(4)(5)</sup> 국내에서도 선삭 및 밀링 작업에서의 절삭력 예측과 표면조도에 대한 많은 연구가 수행되어져 왔으나<sup>(6)(7)</sup> 공구에 불가피하게 존재하는 불평형을 고려한 절삭력 모델에 대한 연구는 이루어진바 없다.

본 연구에서는 가공공정의 안정성에 있어서 반경방향 런아웃에 의한 영향과 불평형의 결과로 발생하는 불평형 힘을 기존의 절삭모델에 추가하여 적용하였다. 먼저 가공시 발생하는 런아웃의 영향은 Smith와 Tlusty에 의해 연구된 변형이론을 사용하여 절삭모델을 세웠고, 그에 따른 원심력의 영향을 포함하는 엔드밀 공정의 동역학적 절삭 모델을 제시하였다. 주축 속도에 따른 불평형 힘의 영향을 해석하기 위해 시험 질량을 이용하여 부가질량에 따른 불평형 힘의 변화를 실험하였고, 이론적 모델과 비교, 검증하였다.

## 2. 절삭력 모델

먼저, 밀링 가공에서 이송량의 함수로 나타낼 수 있는 최대 변형전 칩두께를 계산하기 위하여 공구와 공작물의 진행방향을 결정해야 한다. 공구진행 방향과 공작물의 진행방향이 같을 경우에는 하향절삭이 되고 두 방향이 서로 반대방향일 때는 상향절삭이 이루어진다. 동일한 절삭 조건하에서 상향절삭과 하향절삭에 대하여 실험한 결과 상향절삭이 하향절삭에 비해 더 작은 최대 칩두께와 더 큰 칩길이 그리고 더 작은 칩너비 값을 갖는다는 사실이 Martelotti에 의해 알려졌으며 이는 하향절삭이 더 작은 곡률 반경을 갖기 때문이다.

Fig. 1과 같이 실제 변형전의 밀링 칩의 형태는 절삭 날이 Trochoidal 경로를 지나게 되므로 매우 복잡하다. 하지만 대부분의 엔드밀 절삭작업에서 절삭속도는 이송속도에 비해 매우 커서 절삭 날의 이송 경로를 원호라고 가정할 수 있으므로 절삭시 평균 칩 두께에 관한 식을 나타내면 다음과 같다.

$$f_i = f_f \sin(\phi_i) \quad (1)$$

여기서,  $f_f$  는 날당 이송(feed per tooth)을 나타내며 이를 인서트수( $n_f$ )와 주축 회전속도( $S$ : rpm), 이송 속도( $f$ :

mm/sec)에 관한 식으로 나타내면 다음과 같다.

$$f_f = \frac{60f}{Sn_f} \quad (2)$$

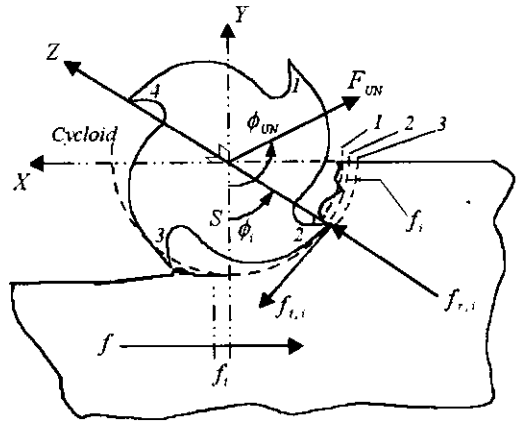


Fig. 1 Schematic diagram of the milling process

이송속도가 공구의 반경보다 작다는 가정을 통하여 원호로 가정할 수 있으며, 순간 절삭 칩 두께  $h(\phi)$ 는 날당 이송(feed for tooth:  $f_f$ )의 사인 함수로 근사화 시킬 수 있으므로  $i$ 번째 절삭 날에서의 반경방향 변형은  $z_i = x(t)\sin(\phi_i) + y(t)\cos(\phi_i)$ 이며,  $i$ 번째 절삭 날에서의 순간적 칩의 두께는 이전 변형  $z_{i,T}$ 에 평균 칩 두께  $f_i$ 를 더하고 변형  $z_i$ 를 빼줌으로써 구해진다. 따라서 변형에 의한 순간적 칩의 두께에 관한 식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} h(\phi_i) &= f_i + z_{i,T} - z_i \\ &= f_i \sin(\phi_i) + [x(t-T) - x(t)]\sin(\phi_i) \\ &\quad + [y(t-T) - y(t)]\cos(\phi_i) \end{aligned} \quad (3)$$

여기서,

$$z_{i,T} = x(t-T)\sin(\phi_i) + y(t-T)\cos(\phi_i)$$

두 연속적인 절삭의 결과로 순간적 칩의 두께는 결정되지만, 진동이 증가함에 따라, 점점 더 이전의 절삭량이 포함된다. 따라서, 공작물 재료의 가장 낮은 곳에 위치하게 되는 이전의 절삭이 사용된다.

$$z_{i,\min} = \min\{z_i(t-T) + f_i, z_i(t-2T) + f_i, z_i(t-3T) + f_i, \dots\} \quad (4)$$

따라서, 순간적 칩의 두께는  $h(\phi_i) = z_{i,\min} - z_i$  로써, 칩 두께에서 불평형에 기인한 반경방향 런아웃의 영향은 각 절삭 날과 관련된 음의 변형(negative deflections)을 포함하여 나타내면 다음과 같다.

$$h(\phi_i) = z_{i,\min} - (z_i - r_i) \quad (5)$$

여기서,  $r_i = i$  번째 절삭 날의 런 아웃량

칩두께와 절삭력의 관계를 알아보기 위해서 공구의 운동과 칩의 형태에 대하여 기하학적인 해석을 행하여, 특정한 절삭조건에서 정적인 상태로 실험하여 얻은 평균 절삭력을 이용하여, 미소 요소에 작용하는 미소 절삭력을 계산하고 미소 절삭력의 총합으로 다음과 같이 절삭력을 나타낼 수 있다.

$$f_{r,i}(\phi_i) = \begin{cases} K_r b h(\phi_i) g(\phi_i) & , h(\phi_i) > 0 \\ 0 & , h(\phi_i) < 0 \end{cases} \quad (6)$$

$$f_{t,i}(\phi_i) = \begin{cases} K_t b h(\phi_i) g(\phi_i) & , h(\phi_i) > 0 \\ 0 & , h(\phi_i) < 0 \end{cases} \quad (7)$$

여기서,  $K_t$  = 접선방향 비절삭 저항계수  
 $K_r$  = 반경방향 비절삭 저항계수  
 $b$  = 축방향 절삭 깊이

$$g(\phi_i) = \begin{cases} 1, & \phi_s \leq \phi_i \leq \phi_{ex} \\ 0, & elsewhere \end{cases}$$

위 식에서 비절삭 저항계수  $K_t$ 와  $K_r$ 은 공작물의 절삭 난이도를 나타내는 척도로 공구에 걸리는 접선 방향 및 반경 방향의 절삭력을 그때의 절삭 단면적으로 나눈 값이다.<sup>6)</sup> 즉, 단위 절삭 단면적당 절삭저항으로 표시된다. 또한, 위 식에서  $g(\phi_i)$ 는 절삭 날의 절입, 이탈을 판단하기 위한 단위 함수로  $\phi_s$ 는 절삭에서 절삭 날의 진입각도를,  $\phi_{ex}$ 는 절삭에서 절삭 날의 이탈각도를 나타낸다.

절삭력의 크기에 상대적으로 나타나는 불평형 힘은 주축 회전속도의 제곱 형태로 나타나며 이를 식으로 나타내면 다음과 같다.

$$F_{UN} = U \left( \frac{2\pi S}{60} \right)^2 \quad (8)$$

여기서,  $U$  = 불평형량 (g-mm)

절삭은 가공재료에 소성 전단변형을 주어 칩을 생성하는 현상과 같으므로 변형에 따른 저항이 발생하게 된다. 이 저항력을 절삭저항이라고 하며 절삭저항은 3개의 분력인 접선방향의 분력 ( $F_x$ )과 반경방향의 분력 ( $F_y$ ) 및 축방향 분력 ( $F_z$ )으로 나누어진다. 일반적으로 3개의 분력 중 접선방향의 분력이 가장 크며, 밀링 커터의 회전운동에 대한 저항력으로 나타낸다. 반경방향의 분력은 절삭 날을 밖으로 밀어내는데 대한 저항력이며, 축방향 분력은 밀링 커터의 회전축 방향으로 작용하는 힘으로써 3분력 중 가장 작게 나타난다. 따라서 전체의 절삭 저항식은 다음과 같이 근사화하여 표현될 수 있다.

$$F_{total} = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} \quad (9)$$

선삭의 경우에는 3분력이 모두 일정한 방향으로 고정되어 있으나, 밀링 가공에서는 접선방향 분력과 반경방향 분력이 절삭날의 회전과 더불어 계속 그 방향이 변하게 된다. 따라서, 작용방향이 수시로 변하고 있는 실제 절삭저항을 해석하기 위하여 선삭의 경우와 같이 힘의 방향이 일정하게 고정된 방향으로 작용하는 것으로 가정하여 테이블 이송 방향과 평행한 분력 ( $F_t$ )과 이에 직각 방향의 분력 ( $F_r$ )으로 나누면(Fig. 1)  $F_t$ 와  $F_r$ 은 공구 동력계에 의해 측정이 가능하므로 동시에 절삭작용을 하는 인서트 수  $n_i$ 에 대해 각각 다음 식과 같이 계산할 수 있다.

$$F_x = \sum_{i=1}^{n_i} f_{t,i} \cos(\phi_i) + \sum_{i=1}^{n_i} f_{r,i} \sin(\phi_i) = F_{UN} \sin(\phi_{UN}) \quad (10)$$

$$F_y = \sum_{i=1}^{n_i} f_{r,i} \sin(\phi_i) + \sum_{i=1}^{n_i} f_{t,i} \cos(\phi_i) = F_{UN} \cos(\phi_{UN}) \quad (11)$$

여기서,  $f_{t,i}$  =  $i$  번째 절삭날의 접선방향 분력  
 $f_{r,i}$  =  $i$  번째 절삭날의 반경방향 분력  
 $F_{UN}$  = 불평형에 기인한 힘  
 $\phi_{UN}$  = 불평형 힘에 의한 위상각  
 $\phi_i$  = 절삭날  $i$ 에 대한 절삭날의 회전각

$$\text{또한, } \phi_i = \Omega t + (i-1) \frac{2\pi}{n_i} = \Omega [t + (i-1)T]$$

$\Omega$  = 절삭 날의 회전 속도 (rad/sec)

$T = \frac{2\pi}{\Omega n_i}$  : 회전속도에 대한 날당 주기

$i = i$  번째 절삭 날

### 3. 절삭력 시뮬레이션

기계가공에서의 불평형량에 따른 절삭력의 변화를 예측하기 위하여 다음 Table 1과 같은 변수 인자를 사용하여 시뮬레이션 하였다.

Table 1 Simulation Parameters

	m (g)	r (mm)
Case-I	0	0
Case-II	0.5	0.015
Case-III	1.0	0.035
Case-IV	1.5	0.061

Parameter	Value	Parameter	Value
절삭속도 (S:rpm)	500~5000	절삭깊이 (b: mm)	3
이송속도 (f:mm/min)	80	절삭날 수 ( $n_i$ )	2

절삭력을 예측하기에 앞서 비절삭 저항계수  $K_r$ 와  $K_t$ 은 특정 절삭 조건, 즉 불평형량이 없는 정상절삭 상태의 절삭력 측정 실험을 통하여 역으로 계산하여 얻은 각각의 속도에 따른 평균 절삭력을 이용하여 구하였다. 또한 편심 거리  $r$ 은 CAD S/W를 이용, 공구를 모델링하여 구한 값이다. Fig. 2와 Fig. 3은 실험을 통하여 얻은 비절삭 저항계수를 나타낸 것이다.

시뮬레이션은 비절삭 저항계수  $K_r$ 과  $K_t$ 를 불평형량이 가미된 경우에 적용하여 각각의 불평형량에 따른 절삭력의 변화를 나타내었다. Fig. 4는 불평형력 ( $F_{UN}$ )을 속도에 대한 함수로써 불평형량에 따른 절삭력 시뮬레이션을 한 것이고, Fig. 5는 변형이론을 사용하여 세운 절삭모델에 불평형량에 따른 원심력의 영향을 포함하는 엔드밀 공정의 동역학적 절삭력 모델을 시뮬레이션한 것이다.

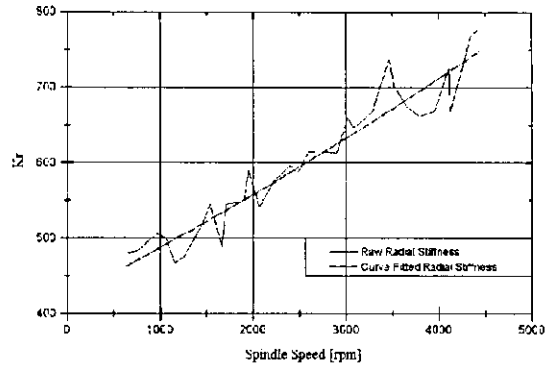


Fig. 2 Radial cutting force coefficient curve

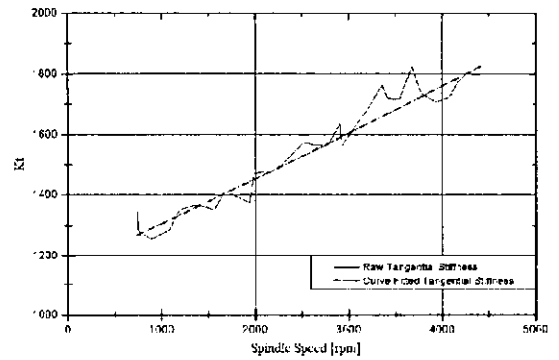


Fig. 3 Tangential cutting force coefficient curve

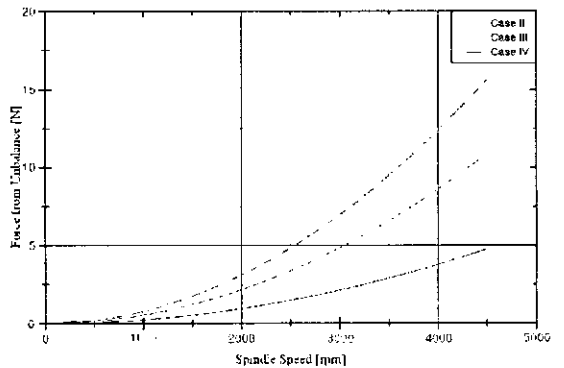


Fig. 4 Centrifugal forces due to unbalance

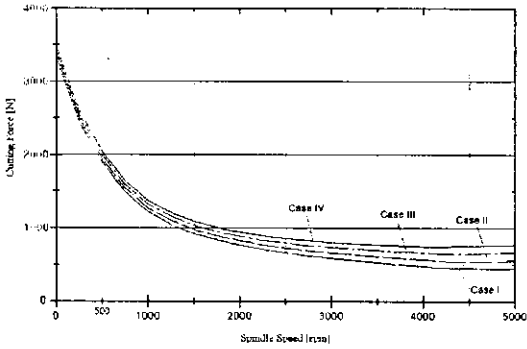


Fig. 5 Simulation results of cutting force added unbalance force

#### 4. 절삭력 측정 실험

##### 4.1 실험환경 및 방법

본 실험을 수행하기 위하여 사용한 시험기기와 실험 장비는 다음 Fig. 6과 Table 2와 같다. 실험은 앞의 Table 1과 같이 불평형량이 없는 경우와 각각 0.5g, 1.0g, 1.5g의 불평형량을 가한 경우로 나누어 각각 X, Y축에서 공구 동력계를 통해 얻은 절삭력의 응답을 속도의 변화에 따라 구하였다. 또한 앞의 Table 1과 같이 이송속도 및 절삭날의 수, 절삭깊이, 절삭 공구의 특성 등을 상수로써 사용하였고, 변수로는 절삭력 속도, 불평형량으로만 한정하였다. 또한 기본적으로 chatter가 발생하지 않는 영역에서 실험하였으며, 불평형 절삭력의 경향을 판정하기 위한 전제로써, 절삭유 및 마찰력 등의 영향은 포함하지 않았기 때문

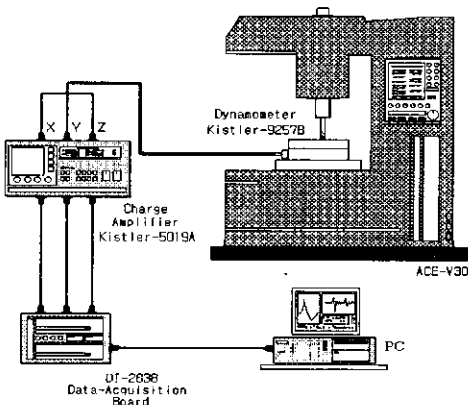


Fig. 6 Schematic diagram of experimental setup

Table 2 Specifications of experimental setup

ITEMS	MODEL
Machine	Ace V 30, 35
Material	Al-6061
Tool	Korloy 2060Q (Dia 6mm / Cut No. : 2)
Dynamometer	Kistler-9257B
Charge Amplifier	Kistler-5019A
Data Acquisition Board	DT-2838
Data Acquisition S/W	DT-Vee 4.0

에 절삭성이 좋은 알루미늄 재료를 사용하였으며 이송 속도에 대한 공구 축의 영향을 가급적 배제하기 위해 이송 속도를 80 mm/sec로 고정하여 실험하였다.

##### 4.2 실험 결과 및 고찰

Fig. 7은 불평형량에 따른 실험을 통해 얻은 절삭력 그래프이다. Fig. 5의 시뮬레이션 결과와 Fig. 7의 실험결과에서 각각 500 rpm 마다 얻은 평균 절삭력을 비교하여 Table 3에 나타냈다. Table 3을 보면, 저속보다는 3000 rpm 이상의 고속으로 갈수록 오차값이 작아지는 것을 볼 수 있어 절삭속도가 고속으로 증가함에 따라 시뮬레이션 데이터가 잘 맞음을 알 수 있다.

본 연구에서는 5000 rpm 이내의 회전속도에 대한 실험과 해석만을 수행하였으나 불평형력은 회전속도의 제곱에 비례하므로 수만 rpm으로 회전하는 고속 가공시에는 불평형력이 일반적인 절삭력을 초과할 것으로 시뮬레이션을 통해 예상할 수 있으며 이에 따라 고속 가공 시스템의 안정성이 악화될 것으로 판단된다.

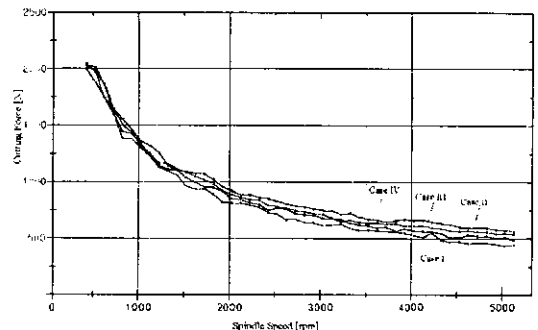


Fig. 7 Experimental results of cutting force

Table 3 Results comparison

RPM	Cutting Force( $F_{total}$ )			
	$ 1 - \text{Simulation/Experimental}  \times 100 = \text{Error}[\%]$			
	Case-I	Case-II	Case-III	Case-IV
500	7.14 %	6.94 %	7.65 %	7.86 %
1000	10.52 %	7.57 %	9.67 %	8.27 %
1500	13.93 %	6.70 %	9.43 %	5.65 %
2000	7.34 %	8.26 %	10.06 %	10.77 %
2500	7.90 %	5.27 %	8.77 %	5.14 %
3000	5.49 %	5.38 %	4.69 %	4.64 %
3500	4.62 %	4.01 %	5.26 %	4.69 %
4000	5.17 %	6.86 %	4.79 %	3.05 %
4500	6.04 %	5.91 %	3.16 %	3.46 %

\*Cutting Force는 시뮬레이션/실험 데이터를 비교, 그 차이를 %로 나타냄.

## 5. 결론

절삭 가공에 있어 공구의 불평형량의 영향은 회전속도의 제곱에 비례하므로 저속에서는 미약하나 속도가 증가할수록 시스템의 안정성에 미치는 영향이 커지므로 고속 가공에 있어서의 절삭력 예측 모델에는 불평형의 영향이 반드시 고려되어야 한다. 따라서 본 연구에서는 런아웃에 기인한 칩부하의 변화와 동적 불평형에 기인한 원심력의 영향을 고려한 절삭력을 기존의 절삭력 모델에 추가하여 밀링에서의 새로운 이론적 절삭력 모델을 제시하였다.

이 모델을 이용하여 불평형이 존재할 때의 절삭력을 시뮬레이션 하였고 해석에 사용된 것과 같은 시험 절삭을 공구에 부착하여 가공시 절삭력을 측정하였다. 해석 결과와 실험결과는 3000 rpm 이상에서 약 5%의 오차를 보여 해석결과가 타당함을 알 수 있었고 이로써 불평형을 고려한 새로운 절삭력 모델이 적합함을 입증하였다.

## 참고 문헌

- (1) Kline, W., DeVor, R, and Shareef, I., "The Prediction of Surface Accuracy in End Milling," ASME J. of Eng. For Industry, Vol. 104, pp. 272~278, 1982.
- (2) Fu, H, DeVor, R, and Kapoor, S., "A Mechanistic Model for the Prediction of the Force System in Face Milling Operation," ASME J. of Eng. For Industry, Vol. 106, pp. 81~88, 1984.
- (3) Sutherland, J., and Babib, T., "The Geometry of Surfaces Generated by the Bottom of an End Mill," Trans. of NAMRI/SME, pp. 202~208, 1988.
- (4) Wang, J., and Liang, S., "Chip Load Kinematics in Milling with Radial Cutter Runout," ASME J. of Eng. for Industry, Vol. 118, pp. 111~116, 1996.
- (5) Smith, S., and Tlusty, J., "Current Trends in High Speed Machining," ASME J. of Eng. for Industry, Vol. 119, pp. 664~666, 1997.
- (6) 신근하, 손승요, "3차원 절삭가공시 절삭력 예측에 관한 연구," 한국공작기계학회 춘계학술대회 논문집, 1995.
- (7) 홍민성, "수치해석법에 의한 면삭밀링 작업에서의 절삭력과 표면거칠기에 관한 연구," 한국공작기계학회지, 제4권, 제4호, 1995.
- (8) 이병철, 황정철, 백대균, 김희술, "정면밀링의 절삭력 해석을 위한 평균 비절삭저항 모델의 개발," 한국정밀공학회지, 제11권, 제4호, 1994.