

사이크로이드 판기어의 형상설계법에 관한 연구

신중호* · 윤호엽** · 강동우**
(2000년 4월 12일 접수)

Study on Shape Design Method of Cycloidal Plate Gear

Joong-Ho Shin, Ho-Eop Yoon and Dong-woo Kang

Key Words: Cycloid Reducer(사이크로이드 감속기), Cycloidal Plate Gear(사이크로이드 판기어), Instant Velocity Center(순간속도중심), Coordinate Transformation(좌표변환), Shape Design Method(형상설계법), Computer-Aided-Design(전산원용설계)

Abstract

A cycloid reducer is one of the rotational velocity reduction equipments of machinery. It has advantages of the higher reduction ratio, the higher accuracy, the easier adjustment of transmission ratio and the smaller workspace than other kinds of reducer. A cycloidal plate gear is a main part of the cycloid reducer. Its tooth shape is peculiar because of gearing with the roller gear that has the several rollers on the circular line. And then it can be designed to contact all teeth to rollers. So, the cycloid reducer has the good characteristics in the dynamic properties and the zero-backlash in the contact motion. It can be used in robots, high-precision machines and high capacity machinery. This paper proposes a new approach for the shape design of the cycloidal plate gear and presents a Computer-Aided-Design program developed by the proposed method. The first part of this paper defines the two types of the cycloid reducers and explains their mechanisms. The second part defines the instant velocity centers for each type of the cycloid reducers and calculates the contact angles and the contact points by using the geometric relationships and the kinematical properties of the reducers. The third part generates the full shape of the cycloidal plate gear by the coordinate transformation technique. Finally, this paper presents two examples for the shape design of the cycloidal plate gear in order to prove the theory of the proposed method in this paper and the accuracy of the "CycloGear Designer."

1. 서론

감속기(reducer)는 동력 전달 장치를 구성하는 기계요소로 모터나 엔진의 회전력을 증대시켜 피구동부에 전달하는 역할을 한다. 감속기는 일반적으로 기어열(gear train)이나 유성기어열(planetary gear train)로 구성되는데 작은 속도비

(transmission ratio)가 요구될 때에는 유용하게 사용될 수 있지만, 큰 속도비가 요구되는 경우에는 다 단계 감속 시스템의 구성이 불가피하게 되고 부피가 증가하는 단점이 있다. 그리고 기어 운동에서는 부적절한 백래시(backlash)로 인하여 정밀도가 낮아지는 단점도 생긴다.

이러한 감속기의 단점을 보완하기 위하여 선진국 기업들에 의해 개발되어 사용되기 시작한 사이크로이드 감속기는 사이크로이드 판기어(cycloidal plate gear)와 롤러기어(roller gear)로 구성되는데 속도비가 높고, 작은 공간을 차지하며, 사이크로이드 판기어와 롤러기어가 간섭 없이 정확한 접촉에 의해 운동을 전달하므로 정밀한 회

* 회원, 창원대학교 기계설계공학과

** 회원, 창원대학교 대학원 기계설계공학과

E-mail : hoeop@cosmos.changwon.ac.kr

TEL : (055)267-1106 FAX : (055)263-5221

전운동의 전달이 가능하다. 이미 국내에서도 주행부분에 큰 힘이 요구되는 군용장비인 탱크나 굴착기와 같은 건설장비, 그리고 압축기, 펌프 및 믹서등의 산업기계장치 및 공작기계와 로봇등과 같은 정밀한 작업을 요구하는 정밀기계 등에 많이 응용되고 있으나 설계와 가공기술의 부족으로 제품을 수입하여 사용하거나, 상당한 기술료를 부담하면서 선진국 기술에 의존하고 있는 실정이다.

사이크로이드 감속기가 다양한 장점에도 불구하고 설계 및 제작이 어려운 이유는 핵심부품인 사이크로이드 판기어의 형상에 대한 체계적인 설계 방법이나 데이터가 알려져 있지 않기 때문이다. 현재 일부 선진국 기업들에 의해 독자적으로 설계 제작되어 고부과가치 상품화가 이루어진 상태이나 발표된 논문이나 연구자료는 거의 없는 실정이다. Litvin^(1,2)는 사이크로이드 감속기에 대한 간략한 소개와 롤러기어와 사이크로이드 판기어의 편심량과 잇수간의 관계 및 형상 생성의 기초적인 관계를 제시하였으며, 김성철⁽³⁾은 Litvin의 아이디어를 이용하여 두 개의 기초원에 의한 사이크로이드 곡선을 생성한 다음 롤러의 반경만큼 오프셋기법을 이용하는 사이크로이드 판기어 형상설계방법을 제시하였다. 그러나 형상 정의를 위해 여러 단계를 거쳐야 하고 오프셋기법을 이용하기 때문에 연속적인 접촉점의 정확한 궤적을 구할 수 없다.

본 논문에서는 사이크로이드 판기어의 형상설계를 위해 형상정의의 수월성과 정확성을 향상시키며 이미 평판캠(disk cam)의 설계⁽⁴⁾에서 이용된 기법으로 기하학적인 형상과 관련이 깊은 순간속도중심과 좌표변환을 이용하는 형상설계법을 제시하고자 한다.

2. 사이크로이드 감속기

사이크로이드 감속기는 사이크로이드 판기어와 롤러를 치형으로 하는 롤러기어로 구성되는데 사이크로이드 판기어의 잇수가 롤러기어에 비해 하나가 작다. 그리고 사이크로이드 판기어는 롤러기어와 서로 맞물려서 회전하므로 치형의 형상은 특이하게 사이크로이드 곡선을 갖는데 사이크로이드 곡선상의 접촉은 정확한 선도를 유지해야만

정밀한 운동을 전달할 수 있다. 하지만 이로 인하여 롤러기어의 모든 롤러가 사이크로이드 판기어와 접촉을 유지하면서 회전하도록 형상설계가 가능하다. 따라서 평행된 힘으로 회전력을 전달할 수 있을 뿐만 아니라, 사이크로이드 판기어와 롤러기어가 간섭 없이 접촉에 의해 회전 운동을 전달할 수 있어 백래시와 같은 문제가 발생하지 않는다. 그리고 롤러기어에 롤러의 개수가 결정되면 사이크로이드 판기어의 이의 개수도 결정되므로 속도비가 계산된다. 따라서 롤러 개수를 조정함으로써 속도비를 결정할 수 있다.

사이크로이드 감속기는 기능에 따라 외륜 고정형(fixed outer-ring type)과 외륜 회전형(rotating outer-ring type) 두 가지 형태로 나눌 수 있다. 각각의 용도는 다음과 같다. 외륜 고정형은 높은 속도비를 갖는 감속기형태로 널리 사용되고, 외륜 회전형은 작은 속도비를 유지하면서 외륜에 정확한 회전운동을 전달하기 위해 사용된다.

2.1 외륜 고정형 사이크로이드 감속기

외륜 고정형 사이크로이드 감속기는 Fig. 1과 같이 롤러기어가 외륜에 고정되어 있고, 사이크로이드 판기어는 감속기의 중심으로부터 편심되어 롤러기어 안쪽에 조립되어 있다. 그림에서 회전운동을 표시한 것과 같이 사이크로이드 판기어를 감속기 중심에 대해 반시계방향으로 공전운동을 시키면, 사이크로이드 판기어는 자체의 중심에 대해 시계방향으로 자전운동을 하게 된다. 공전과 자전의 복합운동에 의해 현격한 속도차가 생기게 되는데, 사이크로이드 판기어가 1공전회전을 하게되면 사이크로이드 판기어는 $\frac{1}{1-\text{롤러의개수}}$ 만큼의 자체 자전운동이 발생한다. 따라서 공전 운동을 입력축, 자전 운동을 출력축으로 설정하고, 공전 운동축의 회전속도를 ω_2 , 자전하는 축의 회전속도를 ω_3 , 롤러기어에 부착된 롤러의 개수를 N이라 할 때 외륜고정형 사이크로이드 감속기의 속도비는 식 (1)과 같이 표현된다.

$$VR = \frac{\omega_3}{\omega_2} = \frac{1}{1-N} \quad (1)$$

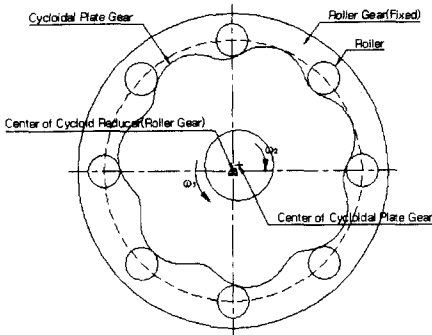


Fig. 1 Shape of fixed outer-ring type cycloid reducer

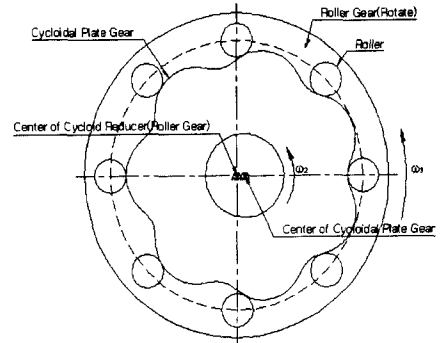


Fig. 2 Shape of rotating outer-ring type cycloid reducer

2.2 외륜 회전형 사이크로이드 감속기

외륜 회전형 사이크로이드 감속기는 입력축의 회전수와 출력축의 회전수가 거의 비슷하고, 외륜에 회전운동을 전달하기 위해 사용된다. Fig. 2는 외륜 회전형 사이크로이드 감속기를 나타내고 있는데 외륜 고정형과 같이 롤러기어 내부에 사이크로이드 판기어가 조립되어 구성되어 있지만, 다른 점은 사이크로이드 판기어의 중심이 감속기의 중심에서 편심량만큼 떨어져서 고정되어 같은 방향으로 회전하게 된다. 즉, 사이크로이드 판기어가 회전하게 되면 롤러기어를 포함한 외륜도 같이 회전을 한다. 두 개의 회전체의 회전 방향은 그림과 같은 방향을 갖는다. 사이크로이드 판기어의 회전을 입력으로 설정하고 롤러기어의 회전을 출력으로 설정하면 사이크로이드 판기어가 1회전 할 때 롤러기어는 $\frac{\text{롤러개수} - 1}{\text{롤러개수}}$ 회전하게 된다. 따라서 사이크로이드 판기어의 회전속도를 ω_2 , 롤러기어의 회전속도를 ω_3 , 롤러기어에 부착된 롤러의 개수를 N이라 할 때 외륜회전형 사이크로이드 감속기의 속도비는 식 (2)과 같이 표현된다. 외륜 회전형 사이크로이드 감속기는 작은 속도비를 가지면서 외륜에 정밀한 회전운동을 전달하는 시스템에 사용된다.

$$VR = \frac{\omega_2}{\omega_3} = \frac{N-1}{N} \tag{2}$$

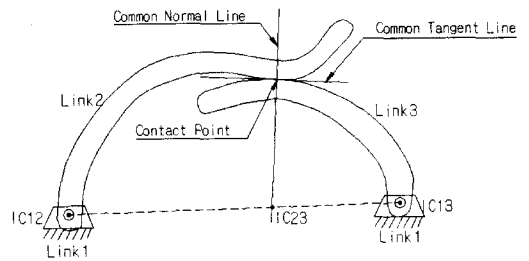


Fig. 3 Instant velocity centers of a contact mechanism

3. 사이크로이드 판기어의 형상설계

3.1 접촉기구의 순간속도중심

장치의 기구학적 해석에서 속도는 시간의 제어나 동력 계산에 필요한 성분이다. 운동중인 기구장치는 임의의 순간에서 순간속도중심들을 가지게 되는데, 순간속도중심에서 공유한 기구요소들이 같은 방향 같은 크기의 속도를 공유하게 된다. 이러한 순간속도중심은 접촉기구장치의 기하학적인 형상에 관련이 깊으며, 운동중인 기구의 순간 속도를 결정하는데 이용된다.

케네디의 이론^(7,8)에 따르면 서로 상대적인 평면 운동을 하는 세 물체는 세 개의 순간속도중심을 가지게 된다. Fig. 3에서 Link 1은 고정되어 있고 Link 2와 Link 3은 직접 접촉을 이루면서 서로 상대적인 운동을 하고 있다. 케네디 이론에 따르면 순간속도중심 IC12, IC13은 각각 기구의 회전 중심에 존재하게 되고, IC23은 상대 운동을 하는

Link 2와 Link 3의 동일한 방향과, 같은 크기의 속도를 가지는 지점에 존재하게 되는데 Link 2와 Link 3의 접촉점에서의 공통 법선과 IC12, IC13을 이은 선의 교점에 해당한다.

3.2 외륜 고정형 사이크로이드 감속기용 사이크로이드 판기어 형상설계

3.2.1 순간속도중심 해석

외륜 고정형 사이크로이드 감속기에서 고정된 외륜에 부착된 롤러기어를 Link 1, 감속기의 중심과 사이크로이드 판기어의 중심사이의 편심부분을 Link 2, 사이크로이드 판기어를 Link 3로 설정하면 Fig. 4와 같다. 여기서, O_1 은 감속기의 중심, O_C 는 사이크로이드 판기어의 중심 그리고 O_R 은 롤러의 중심을 나타낸다.

Fig. 4와 같이 Link 1은 고정되어 있고, Link 2와 Link 3은 일정한 회전속도를 가지고 상대운동을 한다. Link 1과 Link 2, Link 2와 Link 3의 순간속도 중심인 IC12와 IC23은 각각 두 Link의 회전 중심 부분인 O_1 , O_C 로 정의되고, Link 3와 Link 1의 순간속도중심은 IC13은 케네디 이론에 의해 두 Link가 접촉하고 있는 접촉점에서의 법선과 O_1 (IC12)와 O_C (IC23)을 이은 연장선상의 교점 M으로 정의된다. 3개의 순간속도중심의 위치는 Fig. 5에 나타나 있다.

사이크로이드 판기어가 반시계방향으로 감속기 중심에서 공전운동을 할 때 임의의 순간에 O_C

(IC23)에서의 속도를 V_{O_C} 라고 하면 Fig. 5와 같이 표현된다. 그림에서 R 은 감속기의 중심으로부터 롤러의 중심까지의 거리를 나타내며 E 는 감속기의 중심에서 사이크로이드 판기어의 중심, Q 는 감속기의 중심으로부터 순간속도중심 M까지의 거리를 나타낸다.

사이크로이드 판기어는 감속기의 중심 O_1 에 대해 공전운동을 하면서 동시에 사이크로이드 판기어의 중심 O_C 에 대해 자전운동을 하게 된다. 이때 사이크로이드 판기어의 중심 O_C (IC23)은 공전운동에 의해 O_1 에 대한 상대속도 V_{O_C/O_1} 와 자전운동에 의해 M에 대한 상대속도 $V_{O_C/M}$ 을 가지게 되는데 각각은 식 (3)과 식 (4)로 표현된다. 그림에서 양의 회전 방향은 반시계방향이다.

$$V_{O_C/O_1} = E \omega_2 \tag{3}$$

$$V_{O_C/M} = (Q - E) \omega_3 \tag{4}$$

O_C (IC23)에서의 속도인 V_{O_C/O_1} 와 $V_{O_C/M}$ 은 같은 크기의 속도인 V_{O_C} 이며 Fig. 5의 표시와 같다. 또한 Link 2와 Link 3는 회전 방향이 서로 반대이므로 식 (3),(4)는 식 (5)과 같이 정리된다.

$$V_{O_C} = E \omega_2 = (E - Q) \omega_3 \tag{5}$$

식 (5)를 정리하면 식 (6)와 같이 표현할 수 있

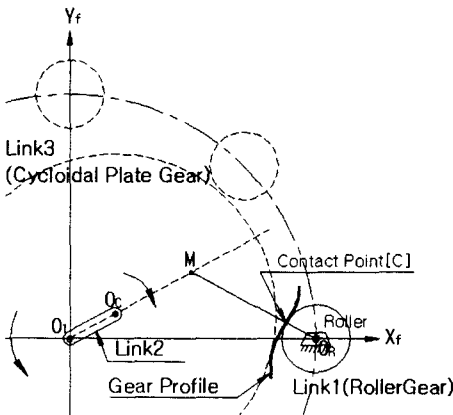


Fig. 4 Instant velocity centers of fixed outer-ring type cycloid reducer

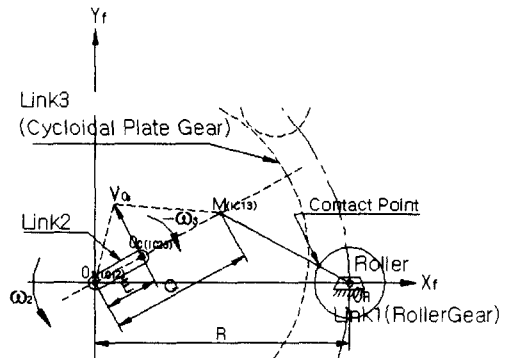


Fig. 5 Velocity of fixed outer-ring type cycloid reducer at IC23

는데, 식 (4)에서 $\frac{\omega_3}{\omega_2}$ 항은 외륜 고정형 사이크로이드 감속기의 속도비를 의미한다. 속도비는 식 (1)에 나타나 있으므로 식 (6)은 식 (7)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{\omega_3}{\omega_2} = \frac{E}{(E-Q)} \tag{6}$$

$$\frac{1}{1-N} = \frac{E}{(E-Q)} \tag{7}$$

최종적으로 식 (7)를 정리하여 감속기의 중심 O_1 으로부터 순간속도중심 $M(IC13)$ 까지의 거리를 구하면 식 (8)과 같다. 즉, 거리 Q 는 감속기의 속도비 또는 톨러의 개수가 결정되면 회전 속도에 상관없이 감속기의 중심으로부터 일정한 위치에 존재한다.

$$Q = EN \tag{8}$$

3.2.2 접촉각과 접촉점계산

Fig. 5에서 사이크로이드 판기어와 톨러기어의 순간속도중심 M 은 사이크로이드 판기어와 톨러기어의 톨러의 접촉점에서의 공통 법선을 통과하므로, 접촉점은 순간속도중심 M 과 톨러의 중심 O_R 를 이은 선과 톨러의 외경이 만나는 점이 된다. Fig. 6은 사이크로이드 판기어와 톨러의 접촉 부분을 상세히 표현한 것이다.

Fig. 6에서 좌표축 f -좌표계는 사이크로이드 감속기의 중심을 원점으로 하는 고정 좌표계를 의미한다. 기하학적인 관계를 이용하여 접촉각 ϕ 를 계산하면 식 (9)과 같고, f -좌표계를 기준으로 하

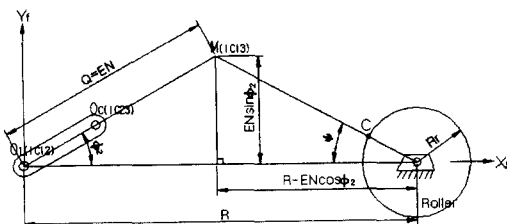


Fig. 6 Contact point of cycloidal plate gear and roller

여 접촉점을 계산하여 행렬형태로 나타내면 식 (10)로 표현된다.

$$\phi = \tan^{-1} \left(\frac{(EN) \sin \phi_2}{R - (EN) \cos \phi_2} \right) \tag{9}$$

$$C_f = \begin{bmatrix} R - R_r \cos \phi \\ R_r \sin \phi \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \tag{10}$$

3.2.3 좌표변환을 이용한 형상생성

식 (10)은 사이크로이드 판기어와 톨러기어가 회전하고 있는 어떤 순간에 사이크로이드 판기어와 톨러의 접촉점을 나타낸다. 본 절에서는 좌표변환을 이용하여 접촉점의 연속인 사이크로이드 판기어의 완전한 형상을 생성하고자 한다. 먼저 좌표변환을 하기 위해 사이크로이드 감속기에 좌표계를 설정하면 Fig. 7과 같다. 여기서, f -좌표계는 고정좌표계이며 2-좌표계는 Link 2에 설정된 좌표계이고, 3-좌표계는 사이크로이드 판기어에 설정된 좌표계이다. 그리고, ϕ_2 는 Link 2의 회전각이며 ϕ_3 는 Link 3의 회전각이다.

f -좌표계를 기준으로 계산된 접촉점 C_f 를 사이크로이드 판기어 좌표계인 3-좌표계를 기준으로 한 접촉점 C_3 으로 나타내기 위한 좌표 변환식은 식 (11)과 같다.

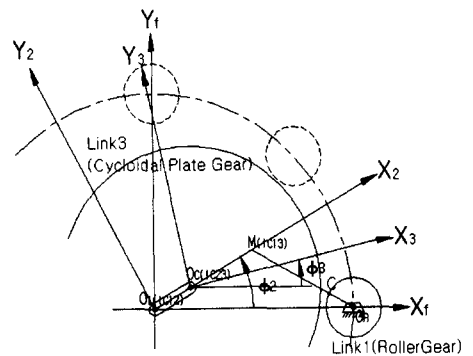


Fig. 7 Coordinate systems of fixed outer-ring type cycloid reducer

$$C_3 = M_{3f} C_f = M_{32} M_{2f} C_f \quad (11)$$

M_{ij} 는 i -좌표계에서 j -좌표계로의 변환 행렬을 의미하는데 각 좌표계에 간의 변환 행렬은 식 (12)과 식 (13)과 같이 정의된다.

$$M_{32} = \begin{bmatrix} \cos \gamma & -\sin \gamma & 0 & -E \cos \gamma \\ \sin \gamma & \cos \gamma & 0 & -E \sin \gamma \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (12)$$

where :

$$\gamma = \phi_2 - \phi_3$$

$$M_{2f} = \begin{bmatrix} \cos \phi_2 & \sin \phi_2 & 0 & 0 \\ -\sin \phi_2 & \cos \phi_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (13)$$

식 (10), 식 (12), 식 (13)을 식 (11)에 대입하여 C_3 계산하면 식 (14)와 같다.

$$C_3 = \begin{bmatrix} R \cos \phi_3 - R_r \cos(\phi_3 + \phi) \\ -E \cos(\phi_2 - \phi_3) \\ -R \sin \phi_3 + R_r \sin(\phi_3 + \phi) \\ -E \sin(\phi_2 - \phi_3) \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (14)$$

사이크로이드 판기어 형상 곡선식의 매개변수를 $0^\circ \sim 360^\circ$ 까지 변위를 가지는 ϕ 로 정의하면 ϕ_3 는 식 (15)과 같고 ϕ_2 는 ϕ_3 가 1회전할 때 (1-N)만큼 회전하므로 이를 식으로 표현하면 식 (16)으로 표현된다.

$$\phi_3 = \phi \quad (15)$$

$$\phi_2 = (1-N)\phi \quad (16)$$

식 (15)과 식 (16)을 식 (14)와 식 (9)에 대입하면 사이크로이드 판기어의 형상 곡선을 얻을 수 있는데 이를 일반적인 형태로 나타내면 식 (17)과 같이 나타낼 수 있다. 즉, 식 (17)에서 ϕ 이

$0^\circ \sim 360^\circ$ 까지 변화할 때의 자취가 사이크로이드 감속기에 사용되는 사이크로이드 판기어 형상이 된다.

$$C_x = R \cos \phi - R_r \cos(\phi + \phi) - E \cos(N\phi) \quad (17a)$$

$$C_y = -R \sin \phi + R_r \sin(\phi + \phi) - E \sin(N\phi) \quad (17b)$$

where :

$$\phi = \tan^{-1} \left[\frac{(EN) \sin\{(1-N)\phi\}}{R - (EN) \cos\{(1-N)\phi\}} \right]$$

$$0^\circ \leq \phi \leq 360^\circ$$

3.3 외륜 회전형 사이크로이드 감속기용 사이크로이드 판기어 형상설계

3.3.1 순간속도중심 해석

외륜 회전형 감속기는 외륜 고정형의 감속기와는 달리 감속기의 중심과 사이크로이드 판기어의 중심이 모두 고정되어 있고, 롤러기어를 포함한 외륜이 회전한다. 고정된 그라운드(Ground)를 Link 1, 롤러기어를 Link 2, 사이크로이드 판기어를 Link 3로 설정하면 기구학적 해석을 위한 구조는 Fig. 8과 같다. 여기서, O_1 은 감속기의 중심, O_c 는 사이크로이드 판기어의 중심 그리고 O_R 은 롤러의 중심을 나타낸다.

Fig. 8에서 Link 1은 고정되어 있고 Link 2와

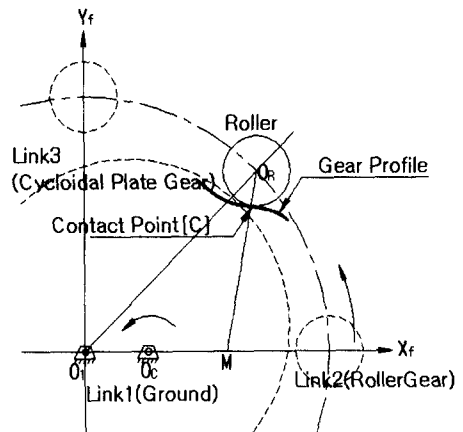


Fig. 8 Instant velocity centers of rotating outer-ring type cycloid reducer

Link 3은 서로 일정한 회전속도를 가지고 상대운동을 한다. Link 1과 Link 2, Link 1와 Link 3의 순간속도중심인 IC12, IC13은 각각 두 Link의 회전 중심부분인 O_1 , O_C 으로 정의되고, Link 2와 Link 3의 순간속도중심인 IC23은 케네디 이론에 의해 두 Link가 접촉하고 있는 접촉점에서의 법선과 O_1 (IC12)와 O_C (IC13)을 이은 연장선상의 교점 M으로 정의되며, Fig. 9와 같다.

M(IC23)점에서의 속도인 V_M 은 사이크로이드 판기어가 반시계방향으로 회전한다고 하면 Fig. 9와 같이 표현된다. 그림에서 R은 감속기의 중심으로부터 롤러의 중심까지의 거리를 나타내며 E는 감속기의 중심에서 사이크로이드 판기어의 중심, Q는 감속기의 중심으로부터 순간속도 중심 M까지의 거리를 나타낸다.

사이크로이드 판기어가 회전운동을 함에 따라 롤러기어도 같은 방향으로 회전운동을 하게 되는데 이 때 M(IC23)에서는 롤러기어의 회전에 의한 상대속도 V_{M/O_1} 와 사이크로이드 판기어의 회전에 의한 상대속도 V_{M/O_C} 가 발생되는데 이를 식으로 나타내면 식 (18) 식 (19)과 같다.

$$V_{M/O_1} = Q\omega_2 \tag{18}$$

$$V_{M/O_C} = (Q-E)\omega_3 \tag{19}$$

M(IC23)에서의 속도인 V_{M/O_1} 과 V_{M/O_C} 는 같은

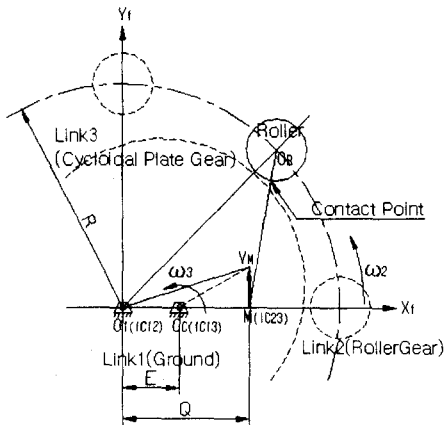


Fig. 9 Geometry of rotating outer-ring type cycloid reducer

방향에 같은 크기의 속도인 V_M 이며 Fig. 9의 표시와 같다. 롤러기어와 사이크로이드 판기어가 서로 내접하고 있으므로 회전방향이 같다. 따라서 식 (18)과 식 (19)는 식 (20)과 같이 전개될 수 있다.

$$V_{23} = Q\omega_2 = (Q-E)\omega_3 \tag{20}$$

식 (20)은 식 (21)과 같이 정리할 수 있는데 식 (19)에서 $\frac{\omega_2}{\omega_3}$ 항은 외륜 회전형 사이크로이드 감속기의 속도비를 의미한다. 속도비는 식 (2)에 나타나 있으므로 식 (21)은 식 (22)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{\omega_2}{\omega_3} = \frac{(Q-E)}{Q} \tag{21}$$

$$\frac{N-1}{N} = \frac{(Q-E)}{Q} \tag{22}$$

최종적으로 식 (22)를 정리하여 감속기의 중심 O_1 으로부터 순간속도중심 M까지의 정확한 거리를 구하면 식 (23)과 같고, 이 결과는 외륜 고정형의 경우인 식 (8)과도 동일하다.

$$Q = EN \tag{23}$$

3.3.2 접촉각과 접촉점계산

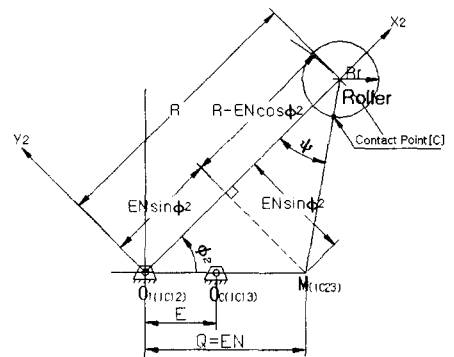


Fig. 10 Contact point of cycloidal plate gear and roller

사이크로이드 판기어와 롤러기어의 순간속도중심 $M(IC23)$ 은 사이크로이드 판기어와 롤러기어의 롤러의 접촉점에서의 공통 법선을 통과하므로 접촉점은 순간속도중심 $M(IC23)$ 과 롤러의 중심 O_R 를 이은 선과 롤러의 외경이 만나는 점이 된다. Fig. 10은 사이크로이드 판기어와 롤러의 접촉 부분을 상세히 표현한 것이다.

Fig. 10에서 좌표축 2-좌표계는 롤러기어에 설정된 좌표계를 의미한다. 기하학적인 관계를 이용하여 접촉각 ϕ 를 계산하면 식 (24)과 같고, 롤러기어의 중심을 원점으로 하는 2-좌표계에서 접촉점을 계산하면 식 (25)으로 표현된다.

$$\phi = \tan^{-1} \left(\frac{(EN) \sin \phi_2}{R - (EN) \cos \phi_2} \right) \quad (24)$$

$$C_2 = \begin{bmatrix} R - R_r \cos \phi \\ -R_r \sin \phi \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (25)$$

3.3.3 좌표변환을 이용한 형상생성

식 (25)는 사이크로이드 판기어와 롤러기어가 회전하고 있는 어떤 순간에 사이크로이드 판기어와 롤러기어의 롤러와의 접촉점을 나타낸다. 본 절에서는 좌표변환을 이용하여 접촉점의 연속인 사이크로이드 판기어의 완전한 형상을 생성하고자 한다. 먼저, 좌표변환을 하기 위하여 사이크로이드 감속기에 좌표계를 설정하면 Fig. 11과 같다.

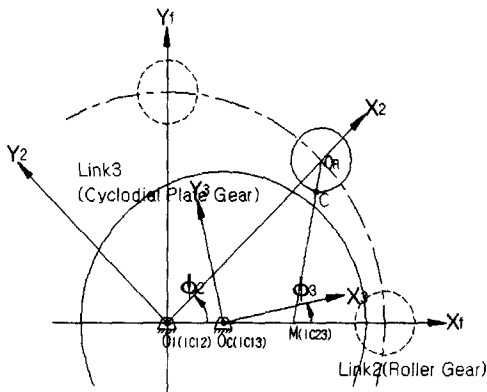


Fig. 11 Coordinate systems of rotating out-ring type cycloid reducer

여기서, 1-좌표계는 고정좌표계를 의미하며 2-좌표계는 롤러기어에 설정된 좌표계이고, 3-좌표계는 사이크로이드 판기어에 설정된 좌표계를 의미한다. 그리고 ϕ_2 와 ϕ_3 는 임의의 순간 Link 2와 Link 3의 회전각이다.

2-좌표계의 C_2 점을 사이크로이드 판기어 좌표계인 3-좌표계인 점 C_3 로 나타내기 위한 좌표변환식은 식 (26)과 같이 나타낼 수 있다.

$$C_3 = M_{32} C_2 = M_{3f} M_{f2} C_2 \quad (26)$$

Fig. 11의 각 좌표계에 사이의 변환 행렬은 식 (27), 식 (28)과 같이 된다. M_{ij} 는 i -좌표계에서 j -좌표계로의 변환 행렬을 의미한다.

$$M_{3f} = \begin{bmatrix} \cos \phi_3 & \sin \phi_3 & 0 & -E \cos \phi_3 \\ -\sin \phi_3 & \cos \phi_3 & 0 & E \sin \phi_3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (27)$$

$$M_{f2} = \begin{bmatrix} \cos \phi_2 & -\sin \phi_2 & 0 & 0 \\ \sin \phi_2 & \cos \phi_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (28)$$

식 (25), 식 (27), 식 (28)을 식 (26)에 대입하여 계산하면 식 (29)과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$C_3 = \begin{bmatrix} R \cos(\phi_2 - \phi_3) \\ -R_r \cos(\phi_2 - \phi_3 + \phi) - E \cos \phi_3 \\ R \sin(\phi_2 - \phi_3) \\ -R_r \sin(\phi_2 - \phi_3 + \phi) + E \sin \phi_3 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (29)$$

사이크로이드 판기어 형상 곡선식의 매개변수를 $0^\circ \sim 360^\circ$ 까지 변위를 가지는 ϕ 로 정의하면 ϕ_3 가 1회전 할 때 사이크로이드 판기어는 $\frac{360^\circ}{\text{롤러개수}}$ 만큼의 형상의 생성되므로 완전한 형

상 생성을 위하여 ϕ_3 는 식 (30)와 같이 정의되고, ϕ_2 와 ϕ_3 는 속도비와 연관이 있으므로 식 (31)으로 정의할 수 있다.

$$\phi_3 = N\phi \quad (30)$$

$$\phi_2 = (N-1)\phi \quad (31)$$

따라서 식 (30)과 식 (31)을 식 (29)과 식 (24)에 대입하면 사이크로이드 판기어의 형상을 얻을 수 있는데 일반적인 형태로 나타내면 식 (32)과 같이 나타낼 수 있다. 즉, 식 (32)에서 ϕ 이 $0^\circ \sim 360^\circ$ 까지 변화할 때의 자취가 사이크로이드 감속기에 사용되는 사이크로이드 판기어 형상이 된다. 이 식은 앞부분의 외륜 고정형 사이크로이드 감속기용 사이크로이드 판기어 형상 식과 일치함을 알 수 있다. 따라서 사이크로이드 감속기 형태에 상관없이 형상이 결정된다.

$$C_x = R \cos \phi - R_r \cos(\phi + \psi) - E \cos(N\phi) \quad (32a)$$

$$C_y = -R \sin \phi + R_r \sin(\phi + \psi) - E \sin(N\phi) \quad (32b)$$

where :

$$\psi = \tan^{-1} \left[\frac{(EN) \sin\{(1-N)\phi\}}{R - (EN) \cos\{(1-N)\phi\}} \right]$$

$$0^\circ \leq \phi \leq 360^\circ$$

4. 형상 설계 적용례

본 장에서는 앞의 이론을 바탕으로 개발된 "CycloGear Works" Program에 4.1절과 4.2절에서 두 가지 예제를 적용하여 순간속도중심과 좌표변환을 이용한 사이크로이드 판기어 형상설계법과 "CycloGear Works"전산원용 프로그램의 유용성을 검증하고자 한다.

4.1 외륜 고정형 사이크로이드 감속기 적용례

사이크로이드 감속기의 두 가지 형태중 외륜 고정형으로 설계에 필요한 데이터는 Table 1과 같다. Fig. 12는 Table 1의 설계 데이터를 기초로 하여 설계한 사이크로이드 판기어의 형상을 나타낸

Table 1 Design variables for example I

Parameters	Values
Cycloid reducer type	Fixed out-ring type
Cycloidal plate gear type	Epicycloidal
Radius of Reducer	80 mm
Radius of Roller	10 mm
Number of Rollers	9 EA
Eccentricity of Center	5 mm

Table 2 Design variables for example II

Parameters	Values
Cycloid reducer type	Fixed out-ring type
Cycloidal plate gear type	Epicycloidal
Radius of Reducer	120 mm
Radius of Roller	9 mm
Number of Rollers	15 EA
Eccentricity of Center	4 mm

것이고, Fig. 13는 사이크로이드 판기어를 롤러기어에 결합되어 실제 동작과 같은 방식으로 시물레이션하는 과정을 보여주고 있다. Fig. 13에서 사이크로이드 판기어가 롤러와 간섭 없이 접촉을 이루면서 회전하고 있는 것을 볼 수 있다. 주어진 예제의 경우 속도비는 1:8이다.

4.2 외륜 회전형 사이크로이드 감속기 적용례

외륜 회전형 사이크로이드 감속기로, 설계에 필요한 데이터는 Table 2와 같다. Fig. 14는 Table 2의 설계 데이터를 기초로 하여 설계한 사이크로이드 판기어 형상을 나타낸 것이고, Fig. 15는 사이크로이드 판기어를 롤러기어에 결합되어 실제 동작과 같은 방식으로 시물레이션하는 과정을 보여주고 있다. Fig. 15에서 사이크로이드 판기어가 롤러와 간섭 없이 접촉을 이루면서 회전하고 있는 것을 볼 수 있다. 두 번째 예제의 경우 속도비는 1:1.071이다.

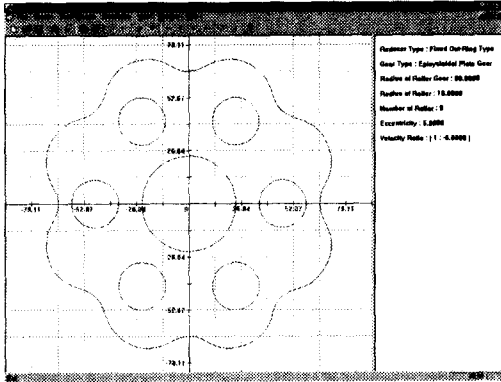


Fig. 12 Screen of cycloidal plate gear shape

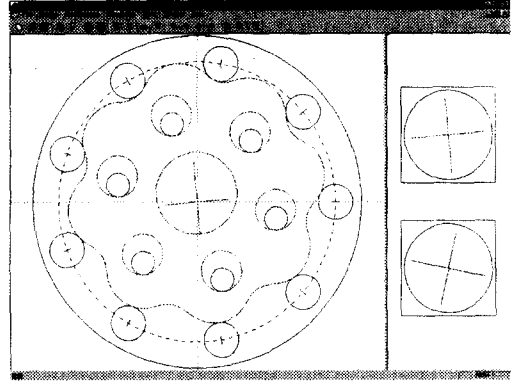


Fig. 13 Screen of intermediate simulation of cycloid reducer

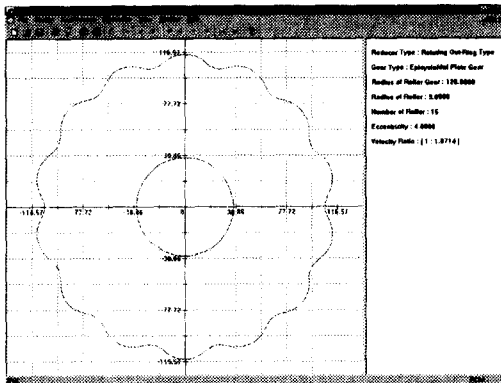


Fig. 14 Screen of cycloidal plate gear shape

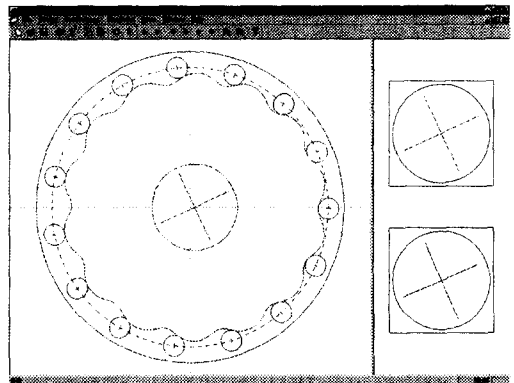


Fig. 15 Screen of intermediate simulation of cycloid reducer

5. 결론

본 논문에서는 정밀하고 우수한 성능으로 기계에 많이 이용되는 사이크로이드 감속기의 핵심 부품인 사이크로이드 판기어의 형상 설계에 대해서 연구하였다. 기구학적인 순간속도중심과 좌표 변환을 이용하여 사이크로이드 판기어 형상설계법을 제시하였고, 설계 자동화를 위하여 개발된 "CycloGear Works" 프로그램에 두 가지 예제를 적용하여 살펴본 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 사이크로이드 감속기의 두 가지 형태에 대해 정의하였다. 첫 번째 형태는 외륜 고정형 사이크로이드 감속기로 물러기어를 포함한 외륜이 고정되어 있고, 편심되어 조립되어 있는 사이크로이드 판기어가 공전 운동과 자전운동을 동시에

하면서 높은 속도비를 낸다. 또 하나의 형태는 외륜 회전형 사이크로이드 감속기로 물러기어를 포함한 외륜이 회전한다.

(2) 사이크로이드 판기어의 형상설계를 위하여 순간속도중심과 좌표변환을 이용한 형상설계법을 제시하였다. 기하학적인 형상에 연관 관계를 가지며 기구의 속도 해석에 사용되는 순간속도중심의 특성을 이용하여 물러와 연속적으로 접촉하며 회전하는 사이크로이드 판기어의 접촉각과 접촉점을 해석하였다. 그리고 각각의 기구에 좌표계를 정의하여 좌표변환을 통하여 사이크로이드 판기어의 형상식을 제시하였다.

(3) 사이크로이드 판기어 형상 설계법을 바탕으로 설계자동화를 위해 개발된 "CycloGear Works" 프로그램에 두 가지 예제를 적용하여 설계이론과 전산원용 프로그램을 검증하였다. 예제의 주어진

데이터에 대해 설계된 형상을 화면을 통해 확인하였고 외륜인 롤러기어와 조립된 모습과 시뮬레이션을 통하여 롤러와 사이크로이드 판기어가 간섭 없이 회전하는 것을 관찰하였다. 따라서 본 연구에서 제시된 형상설계방법과 자동화 구축을 위한 전산원용 프로그램인 "CycloGear Designer"은 실제로 응용되고 적용할 수 있음을 검증하였다.

후 기

본 연구는 한국과학재단 지정 창원대학교 공작기계기술연구센터의 지원에 의한 것입니다. 관계자 여러분께 감사드립니다.

참고문헌

- (1) Litvin, F. L., 1994, *Gear Geometry and Applied Theory*, Prentice-Hall Inc..
- (2) Litvin F. L. and Feng P. H., 1995, "Computerized Design and Generation of Cycloidal Gearing," *ASME, Design Engineering Technical Conferences*, Vol. 1, pp. 537~543.
- (3) 김성철, 정원지, 조승래, 이춘만, 1999, "사이클로이드 기어 설계 및 가공에 관한 연구," 한국정밀공학회지, 제16권, 제9호, pp. 48~53.
- (4) 신중호, 이춘만, 김종수, 1996, "Shape Design of Disk Cam Mechanisms Using Instant Velocity Center," *Proceedings of 6th International Symposium on Transport Phenomena and Dynamics of Rotating Machinery*, Vol. 1, pp. 178~186.
- (5) 신중호, 김종수, 1994, "디스크형 캠기구 설계를 위한 순간속도 중심설계법의 연구," 창원대학교 산기연 논문집, 제8집, pp. 123~129.
- (6) 신중호, 김종수, 하경훈, 1997, "캠 구동 슬라이더 기구의 기구동역학 해석에 관한 연구," 대한기계학회 논문집, 제21권 제6호, pp. 871~883
- (7) Martin, G. H., 1992, *Kinematics and Dynamics of Machines*, McGraw-Hill.
- (8) Norton, R. L., 1992, *Design of Machinery*, McGraw-Hill.
- (9) Shigly, J. E., and Mischke C. R., 1989, *Mechanical Engineering Design*, McGraw-Hill.
- (10) Shigly, J. E., 1980, *Theory of Machines and Mechanisms*, McGraw-Hill.
- (11) Fu, K. S., Gonzalez R. C. and Lee C. S. G., 1987, *Robotics*, McGraw-Hill.
- (12) 이성철, 오박균, 1987, "로봇용 내접 유성식 감속기의 설계에 대한 연구," 윤활학회지 Vol. 3, No. 2, pp. 72~80
- (13) 이종원, 1997, "사이클로이드 치형을 이용한 하모닉 감속기의 개발," 대한기계학회논문집 A, Vol. 21, No. 7, pp. 1166~1173, 1225~5963.