

# 전달함수합성법을 이용한 엔진마운트계의 민감도 해석

이두호\* · 황우석\*\* · 김찬묵\*  
(2000년 8월 17일 접수)

## Sensitivity Analysis of Engine Mount System using FRF-based Substructuring Method

Doo-Ho Lee, Woo-Seok Hwang and Chan-Mook Kim

**Key Words :** Design Sensitivity Analysis(설계민감도해석), FRF-based Substructuring Method(전달함수합성법), Engine Mount System(엔진마운트계)

### Abstract

A general procedure for the design sensitivity analysis of structural dynamic problems has been presented in frame of the FRF-based substructuring formulation. For a system response function, the proposed method gives a parametric design sensitivity formula in terms of the partial derivatives of the connection element properties and the transfer matrix of the subsystems. The derived design sensitivity formula is applied to an engine mount system. An interior noise problem in the passenger car is analyzed using the FRF-based substructuring method and the proposed formulation is adopted to study the response variations with respect to the dynamic characteristics of the engine mounts and the bushes. To obtain the FRFs, a finite element model is built for the engine mount structures, and test data is used for the trimmed body including cabin cavity. The comparison of sensitivities derived by the proposed method and the finite difference method shows that the proposed method is efficient and accurate. The proposed sensitivity analysis method indicates effectively the most sensitive location to the interior noise among the engine mounts and the bushes.

### 기호설명

- $b$  : 설계변수
- $F$  : 외력
- $H$  : 주파수응답함수(frequency response function)
- $H'$  : 연결요소의 리셉턴스(receptance)
- $D$  : 부분구조합성법 시스템 행렬
- $R_j$  :  $j$ 번째 연결점에서의 반력
- $x_r$  :  $r$ 점에서의 응답
- $\omega$  : 각속도(angular velocity)
- $k_i$  :  $i$ 번째 연결요소의 스프링의 강성
- $C_i$  :  $i$ 번째 연결요소의 감쇠계수

$\| \cdot \|$  : 벡터의 크기

### 1. 서론

해석기술이 점점 발전함에 따라 해석이 가능한 구조물도 점점 대형화되고 복잡화 되었다. 대형구조물 또는 복잡한 구조물의 해석 방법으로서 가장 효과적인 것 중의 하나가 부분구조합성법(sub-structure synthesis method)이다. 부분구조 합성법은 복잡한 구조물을 해석 가능한 여러 개의 부분구조로 나누고 각 부분구조를 시험적인 방법 또는 유한요소법 등의 해석적인 방법으로 모델링한 다음 합성하는 방법으로 부분구조를 표현하는 방법에 따라서 모드합성법(component mode synthesis method), 전달함수 합성법(FRF-based substructuring method), 특성행렬합성법 등으로 나눌 수 있으며<sup>(1)</sup> 자동차, 선박 등의 대형/복합 구조물의 해석에 유용하게 쓰이고 있다.<sup>(2,3)</sup> 특히 전달함수를 이용한

\* 회원, 국민대학교 자동차공학 전문대학원  
E-mail : dooho@kookmin.ac.kr  
TEL : (02)910-4805 FAX : (02)910-4718  
\*\* 대구대학교 자동차/산업/기계 공학부

부분구조 합성법은 해석적인 방법으로 접근이 어려운 동적 시스템에 대하여 중중파수 대역까지 시험적인 방법을 병행하여 해석이 가능하다는 장점이 있다.

부분구조합성법은 수많은 재해석이 요구되는 구조물의 동특성 설계 시에 전체계의 재해석 없이 변경되는 부분구조만의 재해석만으로 전체 응답을 쉽게 구할 수 있다는 장점이 있어 많은 연구가 이루어져 왔다. 동적 구조물의 설계는 보통 관심부분의 응답뿐만 아니라 공진주파수를 제한조건으로 갖는 경우가 대부분이다. 이러한 제한조건을 만족하는 설계를 얻기 위해서 단순히 직관 또는 경험에 의한 재해석의 반복을 피하고 설계변경시의 동특성 예측을 위한 동적 구조 변경(structural dynamic modification)방법 또한 많은 연구가 이루어지고 있다. 하지만 이러한 방법은 어느 설계변수를 변화시키는 것이 가장 효과적이라는 정보는 쉽게 알 수 없기 때문에 기본적으로 시행오차법에 의한 반복계산에 의거하는 단점이 있다. 효율적인 설계를 위해서는 설계변수가 변할 때 구조물의 응답 변화를 예측할 수 있는 민감도해석(sensitivity analysis)이 필요하다. 구조물에 대한 설계민감도해석의 절차는 참고문헌<sup>(4)</sup>에 잘 정리되어 있다.

구조물 동적 문제에 대한 설계민감도 해석은 주로 고유치나 고유벡터에 대해서 연구가 행해져 왔다.<sup>(5,6)</sup> 이와 같은 접근 방법에서는 시스템의 응답에 대한 설계민감도는 응답을 모드중첩원리에 따라서 모달 인자로 나타낸 다음 미분을 취하여 고유치와 고유벡터에 대한 민감도식으로 표현하는 간접적인 방법을 취한다. 또 다른 방법으로 주파수응답함수로부터 직접 민감도식을 얻기 위해서 많은 연구가 행해졌다. Akiyama 등<sup>(7)</sup>은 동적구조변경 개념을 전달함수 합성법에 응용하였으며 Lin 등<sup>(8)</sup>은 시험으로 얻은 주파수응답함수만으로 응답의 설계민감도를 구하는 방법을 제안하였다.

많은 장점에도 불구하고 부분구조합성법에 기초한 민감도 해석법은 아직 연구가 활발하게 이루어지고 있지 않은 편이다. Santos 등<sup>(9)</sup>은 모드합성법에 기초한 조인트 강성에 대한 민감도 공식을 이용하여 유한요소모델의 개선작업을 하였으며 Heo 등<sup>(10)</sup>은 모드합성법에 대한 민감도 해석법을 제안하고 특성을 연구하였다. 또 Lallemand 등<sup>(11)</sup>도 모드합성법의 틀에서 준해석적인 민감도 해석법을 제안하였다. 지태한 등<sup>(12)</sup>과 Chang 등<sup>(13)</sup>은 전달함수 합성법의 틀 속에서 전체 시스템의 전달함수 행렬을 부분구조의 전달함수로 미분 하고 연쇄법칙(chain rule)을 사용하여 구조물의 동특성 변경에 응용하였다.

본 연구에서는 구조계의 주파수응답함수를 이용한 부분구조합성법을 이용하여 새로운 설계민감도 해석법을 제시하였다. 제시된 방법은 부분구조 사이의 결합력에 대하여 설계변수에 대한 직접 미분 방법을 적용하여 응답의 설계변수에 대한 변화식을 직접 유도하였으며 응답 계산시 사용된 시스템 행렬을 민감도 계산시에 그대로 사용할 수 있어 대단히 효율적인 방법이다. 그리고 제시된 민감도해석법을 승용차의 엔진마운트 문제에 적용하여 민감도 공식의 정확성을 검증하고 엔진마운트 및 부쉬의 강성 및 감쇠계수가 실내소음에 미치는 영향을 살펴 보았다.

## 2. 전달함수합성법을 이용한 민감도해석

### 2.1 전달함수 합성법

Fig. 1 과 같은 부분 구조계를 고려한다. 부분구조 A 와 B 는 스프링과 댐퍼로 연결되어 있으며 외력  $F$  가 부분구조 A 에 작용하고 있다고 가정한다. 여기서 관심 있는 응답점은 부분구조 B 에 위치한 점  $r$  이고  $k_i$  와  $C_i$  는  $i$  번째 연결요소의 스프링의 강성과 감쇠계수이다. 두 부분구조를 연결하는 경계영역에는 위와 같은 연결요소가  $n$  개 있다고 가정한다. 그리고 아래의 식부터는 텐서 표기(tensor notation)를 행하여 중복되는 첨자는 해당 변수의 차원수까지의 합을 의미한다. 이와 같은 표기법을 따르면 부분구조 A 에서 경계영역에서의 변위는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$x_i^A = H_{ij}^A R_j + H_j^A F, \quad i=1, \dots, n \tag{1}$$

여기서  $x_i^A$  는 부분구조 A 에서  $i$  번째 연결점의 변위를 의미하며  $H$  는 주파수응답함수(frequency

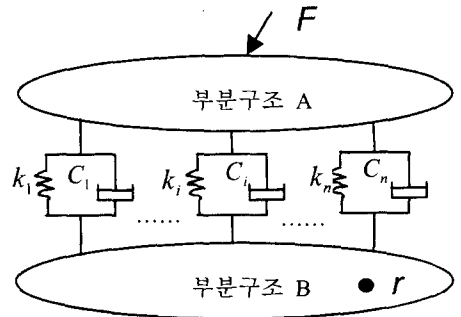


Fig. 1 A substructuring system

response function)을 표시하고 하첨자  $i, j$  와 상첨자  $A$  는 각각 응답점, 힘 입력점 및 부분구조의 이름을 의미한다. 기호  $R_j$  는  $j$  번째 연결점의 반력을 의미하고  $H_{ij}^A$  는 외력을 단위 힘으로 대체했을 때 부분구조 A 에서  $i$  번째 연결점의 주파수 응답함수이다. 부분구조 B 에 대해서 연결영역에서의 변위를 생각하면 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$x_i^B = -H_{ij}^B R_j, \quad i = 1, \dots, n \quad (2)$$

위식에서 반력은 식 (1)과 방향을 일치시키기 위하여 부호가 고려 되었음을 유의하여야 한다. 부분구조 B 에서 응답점  $r$  에서의 변위는 비슷한 방법으로 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$x_r^B = -H_{ri}^B R_i \quad (3)$$

두개의 부분구조는 Fig.1 에서 볼 수 있듯이 탄성스프링과 댐퍼로 연결이 되어 있다. 그러므로 두 부분구조의 결합을 위해서는 다음과 같은 적합조건을 만족하여야 한다.

$$H_{ij}^I R_j = x_i^B - x_i^A, \quad i = 1, \dots, n \quad (4)$$

$$\text{where } H_{ij}^I = \frac{1}{(k_i + \sqrt{-1}\omega C_i)}, \quad \text{if } i = j$$

$$= 0, \quad \text{if } i \neq j.$$

위식에서  $\omega$  는 각속도(angular velocity)를 의미한다. 식 (1)과 식 (2)를 식 (4)에 대입하면 다음과 같이 두 부분구조 사이에 발생하는 반력을 구할 수 있다.

$$R_i = -D_{ij}^{-1} H_{ij}^A F, \quad i = 1, \dots, n \quad (5)$$

여기서

$$D_{ij} = H_{ij}^I + H_{ij}^A + H_{ij}^B \quad (6)$$

최종적으로 부분구조 B 에 위치한다고 가정한 관심점  $r$  에서의 응답은 식 (5)를 식 (3)에 대입하면 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$x_r^B = H_{ri}^B D_{ij}^{-1} H_{ij}^A F \quad (7)$$

식 (7)을 이용하면 부분구조의 주파수응답함수와 연결상태의 정보만으로 전체 시스템의 응답을 계산할 수 있으며 이러한 방법이 전달함수를 이용한 부분구조합성법이다. 식 (7)에 사용된 주파수응답함수는 유한요소 해석에 의해서 구할 수 있음은 물론 시험에 의해서 구한 주파수응답함수도 사용할 수 있으며 두 방법을 혼합한 형태로도 사용될 수 있다. 또한, 본 논문에서는 유도의 편의를 위하여 두 개의 부분구조로 이루어진 경우만을 고려하였으나 여러 개의 부분구조로 이루어진 시스템에 대해서도 어려움 없이 확장할 수 있다.<sup>(1)</sup>

## 2.2 민감도해석

설계변수 변화에 의한 응답함수의 변화량을 알기 위해서는 설계변수에 대한 응답함수의 기울기 함수(gradient function)를 알아야 하며 이에 대한 해석이 곧 설계 민감도 해석(design sensitivity analysis)이다. 설계민감도 해석의 첫 단계는 설계변수의 변화에 대한 응답의 변화를 기지의 함수로 표현하는 것이다. 이를 위한 첫번째 단계로 식 (3)을 설계변수에 대해서 미분하면 다음과 같이 쓸 수 있다. 이 경우 동적응답의 설계변수에 대한 미분의 존재 및 연속성의 문제가 있지만 이산화 시스템의 동적응답의 경우 질량, 감쇠 및 강성 행렬이 설계변수에 대하여 미분가능하고 질량행렬이 특이하지 않으면(nonsingular) 설계변수에 대하여 미분가능하다는 것이 알려져 있으므로<sup>(4)</sup> 본 연구에서는 이를 가정한다.

$$\frac{dx_r^B}{db} = -\frac{\partial H_{ri}^B}{\partial b} \cdot R_i - H_{ri}^B \cdot \frac{\partial R_i}{\partial b} \quad (8)$$

여기서  $b$  는 설계변수를 의미한다. 위식에서 우변의 첫번째 미분 항은 하나의 부분구조 내에서의 주파수 응답함수에 대한 미분이므로 주파수응답함수를 알고 있다면 일반적인 주파수 응답함수에 대한 미분법으로부터 구할 수 있다.<sup>(14-18)</sup> 그러나 우변 두 번째항의 미분,  $\partial R_i / \partial b$  는 두 부분구조의 반력은 전체시스템의 특성에 따라 달라지므로 직접적으로 구할 수 없다. 미지의 값,  $\partial R_i / \partial b$  를 계산하기 위하여 식 (5)를 다시 써보면 다음과 같이 된다.

$$D_{ij} R_j = -H_{ij}^A F \quad (9)$$

위식을 설계변수에 대하여 미분하면 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$D_{ij} \frac{\partial R_j}{\partial b} = -\frac{\partial D_{ij}}{\partial b} R_j - \frac{\partial H_{ij}^A}{\partial b} F - H_{ij}^A \frac{\partial F}{\partial b} \quad (10)$$

위식을 살펴보면 우변의 모든 항은 계산 가능한 식으로 구성되어 있다. 그러므로 대수방정식을 풀면 설계변수 변화에 대한 반력의 변화량을 알 수 있다. 그리고 이를 위해서는 행렬  $D_{ij}$ 의 역행렬의 계산이 필요하지만 이 역행렬은 두 부분구조의 연결영역에서의 반력을 계산하기 위한 역행렬과 동일함에 유의해야 할 필요가 있다. 최종적인 설계민감도 공식을 얻기 위하여 부분구조 A에 작용하는 외력은 설계변수에 따라서 변하지 않는다고 가정하고 식 (10)을 식 (8)에 대입하면 다음과 같은 설계민감도 식을 얻을 수 있다.

$$\frac{dx_r^B}{db} = -\frac{\partial H_{ri}^B}{\partial b} \cdot R_i + H_{ri}^B D_{ij}^{-1} \cdot \left\{ \frac{\partial D_{jk}}{\partial b} \cdot R_k + \frac{\partial H_{ij}^A}{\partial b} \cdot F \right\} \quad (11)$$

설계민감도 식 (11)은 우변이 모두 계산 가능한 함수이기 때문에 수치적인 연산만으로 계산이 가능하다. 그리고 이 식은 주파수 응답함수에 기반한 부분구조합성법을 시스템 응답을 계산하기 위해서 사용하는 경우 설계민감도 해석을 위해서 새로 계산해야 하는 항은  $\partial D_{jk} / \partial b, \partial H_{ij}^A / \partial b, \partial H_{ri}^B / \partial b$  뿐이다. 또한 부분구조합성법의 체계에서 해석을 수행하므로 하나의 분계를 수정하는 경우 변경되지 않는 분계에 대한 미분 값들은 0이 되므로 많은 항의 계산이 필요하지 않게 된다. 그러므로 이와 같이 전달함수를 이용한 부분구조합성법의 틀에 맞게 개발된 설계민감도 해석방법을 이용하면 대단히 효율적으로 민감도 해석을 수행할 수 있다. 설계민감도 해석을 위한 추가 계산량은 설계변수의 선정에 따라서 많은 부분 달라지게 된다. 먼저 결합경계 연결 요소의 특성이 설계변수인 경우로 설계민감도 식 (11)에서  $\partial D_{ij} / \partial b$  항만이 0이 아니며  $\partial H_{ij}^A / \partial b$ 와 같게 된다. 미분값  $\partial H_{ij}^A / \partial b$ 는 또한 식 (4)의  $H_{ij}^A$ 에 관한 해석식으로부터 해석적으로 구할 수 있다. 또 다른 경우는 한 부분구조물의 질량이나 두 점 사이의 강성을 설계변수로 설정하는 경우이다. 이러한 경우에는 유도한 설계민감도식을 적용하기 위해서는 부분구조의 주

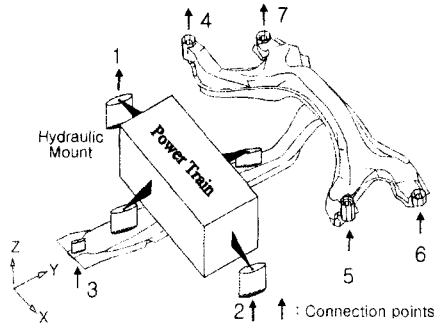


Fig. 2 An engine mount system

파수응답함수의 설계변수에 대한 미분값의 계산이 필요하게 된다. 주파수 응답함수에 대한 미분은 크게 두 가지 방법으로 구할 수 있다. 하나는 모드중첩원리를 이용하여 주파수 응답함수를 표시하고 이의 미분을 고유치와 고유벡터의 미분으로 표시하여 구하는 경우이다. 다른 하나의 방법은 주파수 응답함수로부터 직접적으로 이의 미분값을 계산하는 방법이다.<sup>(14-18)</sup> 이와 같은 방법은 고유해석이 필요 없이 주파수 응답함수에 대한 미분값을 구할 수 있으므로 경제적이라고 할 수 있다.

유도한 주파수 응답함수 기반의 부분구조합성법에서의 설계민감도 계산은 편의를 위하여 Fig. 1과 같은 시스템을 가정했지만 외력이 여러 개인 경우, 다수의 부분구조를 갖는 경우에 대해서도 어려움 없이 확장이 가능하다.

### 3. 엔진 마운트 시스템에의 적용

2장에서 유도한 설계민감도 식을 검증하고 유용성을 검토하기 위하여 수치예제를 도입하고 설계민감도 해석을 수행하였다. 응용 예제는 승용차의 엔진마운트 시스템으로 Fig. 2와 같다. 이 시스템은 중형차에 직렬 4기통 엔진을 장착하기 위한 것으로 3개의 고무 마운트와 1개의 유압(hydraulic) 마운트가 엔진을 지지하고 있으며 전후 엔진마운트는 서브프레임(subframe)에 장착되어 있다. 서브프레임과 차체는 모두 고무 부쉬로 연결되어 있다.

이와 같은 엔진마운트 시스템과 차체로 이루어진 시스템에 대한 부밍 소음의 부분구조 합성 해석은 저차 등에 의해서 다루어진 바 있다.<sup>(19)</sup> 본 논문에서 관심 있는 응답은 뒷좌석 귀 위치의 실내소음이고 가진력은 엔진의 폭발력이다. 엔진마운트 시스템을 하나의 부분구조로 보고 차체를 포함한 차체부분을 다른 하나의 부분구조로 보면

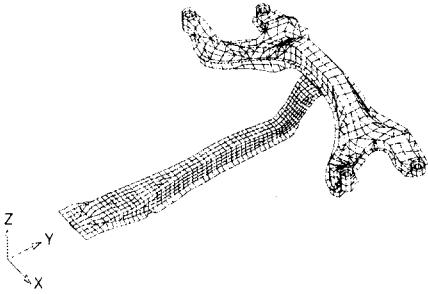


Fig. 3 An FE model of subframe

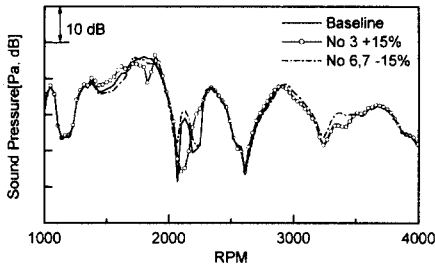
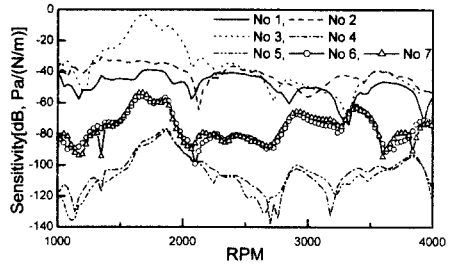


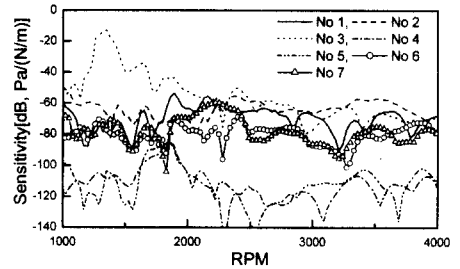
Fig. 4 Interior noise calculated by FRF-based substructuring method

Fig. 2 의 7 개의 엔진마운트 및 부쉬는 차체와 엔진마운트 시스템을 연결하는 연결점이 된다. 우선 주파수 응답함수를 이용한 부분구조합성법을 이용하여 실내소음을 계산하기 위하여 식 (7)을 이용하였다. 엔진마운트 시스템의 주파수 응답함수는 파워트레인은 관성값을 갖는 집중질량으로 모델링하고 서브프레임은 쉘 요소로 모델링한 유한요소 해석을 통하여 구하였다(Fig. 3). 차체를 포함하는 부분구조의 주파수전달함수는 충격망치 시험을 통하여 구하였다. 연결점을 이루는 엔진마운트 및 부쉬의 특성은 방진고무 시험기를 이용하여 측정하였으며 엔진의 폭발력은 실린더 내의 압력을 측정하여 등가의 힘을 구하였다. Fig. 4 는 주파수 응답함수를 이용한 실내소음의 부분구조 해석의 결과를 보여준다. 부분구조 해석에 의해서 계산된 실내소음의 결과는 1800 rpm 부근에 엔진 기진력에 의한 구조기인소음(structure-borne noise) 피크를 보여준다.

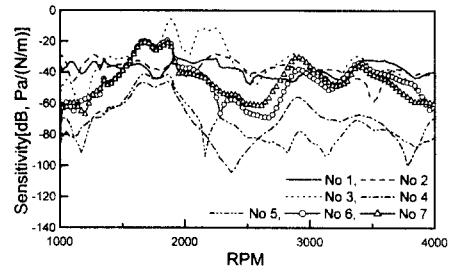
실내소음의 엔진마운트 및 부쉬의 특성에 대한 영향정도를 파악하기 위하여 유도한 설계민감도 공식을 이용하여 민감도 해석을 수행하였다. 목표 응답은 뒷좌석 귀 위치의 실내소음이고 설계변수는 두 부분구조를 연결하는 연결요소의 특성값으



(a) X-direction



(b) Y-direction

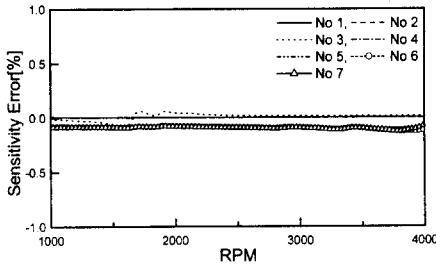


(c) Z-direction

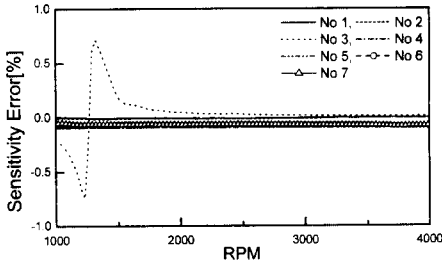
Fig. 5 Interior noise sensitivities w.r.t. stiffnesses

로 선정하였다. 연결점은 모두 7 점이고 방향성을 갖으며 강성계수와 감쇄계수의 두 특성값을 갖으므로 총 설계변수의 수는 42 개이다. 연결요소의 강성계수에 대한 설계민감도 해석의 결과를 Fig. 5 에 나타내었다.

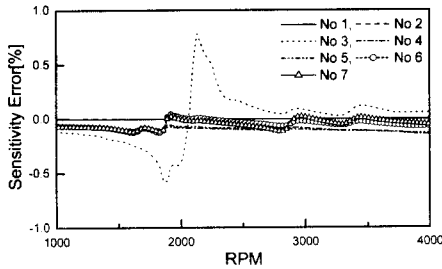
유도한 설계민감도 공식의 정확성을 검증하기 위하여 계산된 설계민감도와 유한차분법에 의한 설계민감도 결과를 비교하였다. 유한차분법은 다음과 같은 전방위 유한차분법(forward finite difference method)을 이용하였다.



(a) X-direction



(b) Y-direction



(c) Z-direction

Fig. 6 Comparison of the sensitivity results w.r.t. the stiffness

$$\left(\frac{dx_r}{db}\right)_{FDM} \cong \frac{x_r(b + \Delta b) - x_r(b)}{\Delta b} \quad (12)$$

유한 차분법에 의한 결과는 정확성의 검증에 위한 참고자료로 사용되고 있으나 계산의 효율성면에서는 유한차분법의 경우 설계변수마다 시스템을 전체를 재해석하여야 하므로 엔진마운트계에 대한 설계민감도를 얻기 위해서는 42 번의 응답을 해석해야되지만 본 연구에서 제시된 민감도공식을 이용

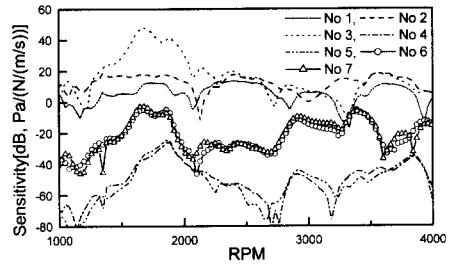


Fig. 7 Interior noise sensitivities w.r.t. the damping coefficient in X-direction

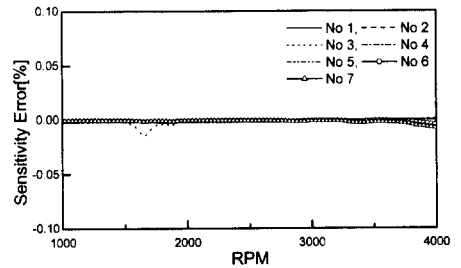


Fig. 8 Comparison of the sensitivity results w.r.t. the damping coefficient in X-direction

하면 1 회의 응답해석과 1 회의 민감도해석을 행하면 충분하고 민감도 해석시간은 응답의 1 회 해석시간보다 적으므로 본 방법이 대단히 효율적이라는 것에 유의하여야 한다. 유한차분법을 위한 설계변수의 섭동량은 0.1%로 하였으며 그 비교 결과를 Fig. 6 에 그렸다. 설계민감도의 결과는 감쇄의 영향으로 복소수 값을 가지나 편의를 위하여 값의 크기만을 비교하였다. 민감도의 오차 백분율은 다음과 같이 계산되었다.

$$Error[\%] = \frac{\left| (x'_r)_{FDM} \right| - \left| (x'_r)_{present} \right|}{\left| (x'_r)_{FDM} \right|} \times 100 \quad (13)$$

여기서  $x'_r$  는  $dx_r/db$  를 의미하고  $||$  는 벡터의 크기를 나타낸다. 유한차분법과 비교된 결과를 살펴보면 유도한 설계민감도 공식을 이용한 해석결과는 유한차분법의 결과와 매우 잘 일치하고 있어 제시된 방법의 정확성을 잘 보여주고 있다. 강성에 대한 민감도 해석 결과의 경우 최대 오차가 1%를 넘지 않은 정도로 잘 일치하고 있다. 그럼

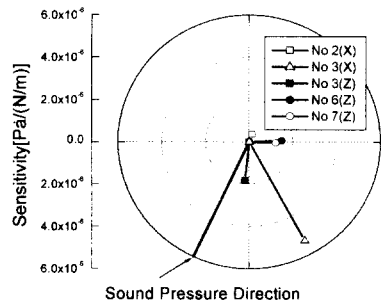
에서 3 번 부쉬에 대한 오차가 상대적으로 큰 이유는 3 번 부쉬의 경우 설계변화에 대한 응답의 변화가 상대적으로 커서 유한차분법의 결과가 부정확해지기 때문이다. 실제로 유한차분법의 섭동양을 더욱 작게 하면 두 결과가 일치해감을 확인할 수 있다. Fig. 7 에는 감쇄계수에 대한 설계민감도 해석의 결과를 그렸다. 감쇄계수에 대한 민감도는 식 (4)에서 예측할 수 있듯이 강성계수에 대한 결과와 비슷한 패턴을 보이고 있으나 각속도  $\omega$  가 급해져서 주파수에 따라서 약간의 패턴이 변하는 양상을 보인다. 그러므로 대표적으로 x 방향의 민감도 해석결과만을 보였다.

감쇄계수에 대한 민감도 결과도 정확성을 검증하기 위하여 0.1%의 유한차분법 결과와 결과를 비교하여 민감도 오차 백분율을 Fig. 8 에 나타내었다. 그림에서 보듯이 본 논문에서 제시한 민감도 공식을 유한차분법의 결과와 대단히 잘 일치하는 것을 알 수 있다. 감쇄계수에 대한 민감도 해석의 경우 유한차분법과 비교한 최대오차를 각 방향별로 Table 1 에 정리하였다. 감쇄계수에 대한 민감도의 최대오차는 0.13%로 대단히 정확하게 설계민감도가 계산되는 것을 알 수 있다.

목표 대역인 1800 rpm 대역의 강성 민감도 해석 결과인 Fig. 5 를 살펴보면 모든 방향에서 3 번 연결점의 강성이 큰 민감도 값을 가지며 6 번과 7 번의 z 방향 강성값도 실내소음에 큰 영향을 미치고 있음을 대략적으로 판단할 수 있다. 감쇄계수의 민감도 결과도 강성값의 민감도와 유사한 특성을 갖는다. 여기서 유의해야 할 점은 민감도 값과 실내소음은 모두 위상값을 갖는 복소수이며 따라서 하나의 설계변수가 단위량만큼 변화했을 때 예상되는 실내소음의 변화량은 민감도벡터와 실내소음 벡터 방향의 단위벡터와 내적(inner product)으로 나타내어진다. 그러므로 민감도의 크기만이 중요한 것이 아니고 민감도벡터의 방향도 역시 중요한 값이 된다. 이러한 특성을 감안하여 실내소음에 영향을 주는 각각의 설계변수의 민감도를 정확히 파악하기 위하여 1800 rpm 에서의 강성에 대한 설계민감도 해석결과를 극좌표에 그려서 Fig.9 에 표시하였다. Fig. 9 를 살펴보면 6 번과 7 번 부쉬의 강성민감도는 비교적 큰 민감도 값을 갖으나 실내소음 벡터 방향과 거의 수직을 이루고 있다. 결과적으로 6 번과 7 번의 강성변화가 실내소음을 변화시키는 양은 적을 것이라는 것을 알 수 있다. 이와는 반대로 3 번 부쉬의 z 방향 강성민감도는 크기는 6, 7 번 부쉬와 비슷하지만 방향은 실내소음의 벡터방향과 거의 일치한다. 그러므로 3 번의 강성

**Table 1** Maximum errors of the sensitivities w.r.t. the damping coefficients[%]

| 연결점 | 최대오차[%] |        |        |
|-----|---------|--------|--------|
|     | X 방향    | Y 방향   | Z 방향   |
| 1   | 9.6e-5  | 4.6e-4 | 6.2e-4 |
| 2   | 1.5e-4  | 1.9e-3 | 4.4e-4 |
| 3   | 1.4e-2  | 1.3e-1 | 7.5e-2 |
| 4   | 4.5e-3  | 3.6e-3 | 1.3e-2 |
| 5   | 4.8e-3  | 3.2e-3 | 1.3e-2 |
| 6   | 5.1e-3  | 1.8e-3 | 1.5e-2 |
| 7   | 7.8e-3  | 3.0e-3 | 1.2e-2 |



**Fig. 9** Noise sensitivities w.r.t. the stiffness at 1800 rpm

변화는 실내소음에 큰 영향을 줄 것이라는 것을 알 수 있다. 이러한 특성을 확인하기 위하여 3 번의 부쉬를 +15% 변화시킨 경우와 6, 7 번의 부쉬를 -15% 변화시킨 경우에 대하여 전달함수 합성법을 이용하여 재해석을 수행한 후 관심대역의 실내소음 수준이 줄어드는지 살펴보았다. 재해석 결과는 Fig. 4 에 나타내었다. 그림에서 보듯이 3 번의 부쉬를 변화시켰을 때는 1800 rpm 영역에서 피크최대 6dB 이상 감소한 반면 6, 7 번 부쉬의 변화에 대해서는 1~2 dB의 감소에 그쳤다. 이러한 결과는 본 논문에서 제시한 민감도 해석법의 유용성을 잘 보여주고 있다.

#### 4. 결론

본 논문에서는 전달함수합성법을 사용하여 대형/복합 구조물의 해석 시 유용하게 쓰일 수 있는 설계민감도 해석법을 제안하였다. 이를 위해서 주파수응답함수를 사용한 부분구조해석의 틀에 알맞은 설계인자에 대한 민감도 공식을 유도하였다. 유도된 민감도 공식은 하나의 부분구조만을 변경할 경우 다른 부분구조에 대한 계산은 불필요하다

는 부분구조합성법의 장점을 유지하는 것은 물론 부분구조해석 시 사용된 시스템 행렬을 사용하고 외력항만을 추가로 계산하여 민감도 해석을 수행하기 때문에 효율적임을 설명하였다. 또한 유도된 민감도 공식은 전달함수만을 사용하게 때문에 실험 및 해석의 혼합방법의 적용이 용이하며 별도의 모드해석이 필요 없이 직접 응답에 대한 설계민감도 해석이 가능하다.

또, 유도된 공식을 승용차의 엔진마운트 및 서브프레임의 부위의 강성 및 감쇄계수가 실내소음에 미치는 영향을 분석하는 데 응용하였다. 유한차분법과의 비교를 통하여 제시된 설계민감도 공식은 실제 문제에 있어서 정확한 민감도 계산이 가능하다는 것을 보였으며 민감도 해석을 바탕으로 설계변수를 변화시켜 실내소음의 변화를 관찰하여 제시된 민감도 해석법이 유용하게 쓰일 수 있음을 보였다.

## 후 기

본 연구의 일부는 BK21 사업에 의해서 지원되었으며 이의 지원에 감사 드립니다.

## 참고문헌

- (1) 長松昭男, 大態政明, 1991, 部分構造合成法, 培風館.
- (2) Huizinga, A. T. M. J. M., Campen, D. H. and Kraker, A., 1997, "Application of Hybrid Frequency Domain Substructuring for Modeling and Automotive Engine Suspension," *J. of Vibration and Acoustics*, Vol. 119, pp. 304~310.
- (3) Wyckaert, K., Brughmans, M., Zhang, C. and Dupont, R., 1997, "Hybrid Substructuring for Vibro-Acoustical Optimisation: Application to Suspension - Car Body Interaction," SAE Paper No. 971944.
- (4) Haug, E.J, Choi, K.K. and Komkov, V., 1986, *Design Sensitivity Analysis of Structural Systems*, Academic Press, New York.
- (5) Fox, R.L. and Kapoor, M.P., 1968, "Rate of Change of Eigenvalues and Eigenvectors," *AIAA Journal*, Vol.6, No. 12, pp. 2426~2429.
- (6) Nelson, R.B, 1976, "Simplified Calculation of Eigenvector Derivatives," *AIAA Journal*, Vol. 14, No. 9, pp. 1201~1205.
- (7) Akiyama, A., Asai, M., Sugita, H. and Hirsaka, N., 1993, "Road Noise Reduction Using Transfer Function Synthesis Method," SAE Paper No. 931325.
- (8) Lin, R.M. and Lim, M.K., 1997, "Derivation of Structural Design Sensitivities from Vibration Test Data," *Journal of Sound and Vibration*, 201(5), pp. 613~631.
- (9) Santos, J.M.C. and Arruda, J.R.F., 1990, "Finite Element Model Updating Using Frequency Response Functions and Component Mode Synthesis," *Proceedings of the International Modal Analysis Conference*, pp. 1195~1201.
- (10) Heo, J.H. and Ehmann, K.F., 1991, "A Method for Substructural Sensitivity Synthesis," *Journal of Vibration and Acoustics*, Vol. 113, 201~208.
- (11) Lallemand, B., Level, P., Duveau, H. and Mahieux, B., 1999, "Eigensolutions Sensitivity Analysis Using a Substructuring Method," *Computer & Structures*, Vol. 71, pp. 257~265.
- (12) 지대한, 박영필, 1996, "부분구조 응답함수 감도법을 이용한 동적구조변경," 대한기계학회논문집(A), 제 20 권 제 12 호, pp. 3782~3791.
- (13) Chang, K.-J., and Park, Y.-P., 1998, "Substructural Dynamic Modification Using Component Receptance Sensitivity," *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 12, No. 4, pp. 525~541.
- (14) He, Jimin, 1993, "Sensitivity Analysis and Error Matrix Method Using Measured Frequency Response Function (FRF) Data," *Proceedings of the International Modal Analysis Conference*, pp. 1079~1082.
- (15) Ting, T., 1993, "Design Sensitivity Analysis of Structural Frequency Response," *AIAA Journal*, Vol. 31, No. 10, pp. 1965~1967.
- (16) Girard, A., Roy, N.A. and Bugeat, L.P., 1989, "Sensitivity Analysis of Structural Frequency Response Functions," *Proceedings of the International Modal Analysis Conference*, pp. 765~771.
- (17) Hagiwara, I. and Nagabuchi, K., 1986, "Sensitivity Analysis for Structural Frequency Response Characteristics," *JSME Transactions(C)*, Vol. 54, No. 497.
- (18) Park, Y.H. and Park, Y., 1997, "Vehicle Interior Noise and Vibration Reduction Using Experimental Structural Dynamics Modification," SAE Paper No. 971915.
- (19) 황우석, 이두호, 2000, "전달함수를 이용한 차실소음의 부분구조 해석," 한국소음진동공학회지, 제 10 권 제 3 호, pp. 480~485.