

# 맥동유동하에 있는 유연성 있는 평판 사이의 벽면전단응력 : 벽면운동과 임피던스 페이즈 앵글과 비뉴턴유체의 영향

최주환\* · 이종선\*\* · 김찬중\*

(1999년 9월 29일 접수)

## Wall Shear Stress Between Compliant Plates Under Oscillatory Flow Conditions: Influence of Wall Motion, Impedance Phase Angle and Non-Newtonian Fluid

Ju Hwan Choi, Chong-Sun Lee and Charn-Jung Kim

**Key Words:** Blood Flow(혈류유동), Wall Shear Rate(벽면전단 변형률), Wall Shear Stress(벽면전단응력), Wall Motion(벽면운동), Impedance Phase Angle(임피던스 페이즈 앵글), Non-Newtonian Fluid(비뉴턴유체), Abdominal Aorta(복부 대동맥), Atherosclerosis(동맥경화).

### Abstract

The present study investigates flow dynamics between two dimensional compliant plates under sinusoidal flow conditions in order to understand influence of wall motion, impedance phase angle (time delay between pressure and flow waveforms), and non-Newtonian fluid on wall shear stress using computational fluid dynamics. The results showed that wall motion induced additional terms in the streamwise velocity profile and the pressure gradient. These additional terms due to wall motion reduced the amplitude of wall shear stress and also changed the mean wall shear stress. The trend of the changes was very different depending on the impedance phase angle. As the impedance phase angle was changed to more negative values, the mean wall shear stress decreased while the amplitude of wall shear stress increased. As the phase angle was reduced from  $0^\circ$  to  $-90^\circ$  under  $\pm 4\%$  wall motion, the mean wall shear stress decreased by 12% and the amplitude of wall shear stress increased by 9%. Therefore, for hypertensive patients who have large negative phase angles, the ratio of amplitude and mean of the wall shear stress is raised resulting in a more vulnerable state to atherosclerosis according to the low and oscillatory shear stress theory. We also found that non-Newtonian characteristics of the blood protect atherosclerosis by decreasing the oscillatory shear index.

### 기호설명

$p$  : 압력(pressure)  
 $u_i$  : 카테시안 좌표계에서의  $i$ 번째 속도성분;  $u_1$  과  $u_2$  는 각각  $u, v$  를 의미한다

$x_i$  : 카테시안 좌표계에서의  $i$ 번째 좌표;  
 $x_1$  과  $x_2$  는 각각  $x, y$  를 의미한다

$Q$  : 유량(flow rate)  
 $\dot{\gamma}$  : 전단율(shear rate)

$\rho$  : 밀도(density)  
 $\eta$  : 겔보기점도(apparent viscosity)  
 $\eta_0$  : 영전단율(zero shear rate)  
 $\eta_\infty$  : 무한전단율(infinite shear rate)

\* 회원, 서울대학교 기계항공공학부

\*\* 회원, 한동대학교 기계제어시스템공학부

E-mail : cslee@handong.edu

TEL : (054)260-1149 FAX : (054)260-1149

- $\phi$  : 임피던스 페이즈 앵글(impedance phase angle, IPA)
- $\phi$  : 스트레스 페이즈 앵글; 벽면운동에 의해 발생하는 hoop stress와 벽면전단응력 사이의 위상차

### 1. 서론

동맥혈관의 혈류유동에 의해 발생하는 벽면전단응력(wall shear stress)은 동맥경화(atherosclerosis) 현상과 밀접한 관계를 갖고 있는 것으로 알려져 있다. 지금까지 벽면전단응력의 크기와 분포에 대한 대부분의 실험 및 수치해석 결과는 유연성이 없는 모델에서 얻어졌으며 그 결과를 토대로 벽면전단응력이 동맥경화에 미치는 영향을 알아내려는 노력이 진행되어 왔다.<sup>(1-3)</sup> 그러나 실제의 혈관은 심장박동에 따라 주기적으로 운동(반지름방향으로 확장, 수축)하기 때문에, 혈관벽 근처의 유동은 혈관벽의 운동에 의해 영향을 받게 되고 결국 혈관벽에 작용하는 전단응력도 혈관신축운동(wall motion)의 정도에 따라 변하게 된다.

심장박동에 따라 변화하는 혈압으로 인한 혈관벽의 움직임을 고려할 때 중요한 사실은 혈압과 혈류와 사이에 위상차(impedance phase angle;  $\phi$ , 음의 임피던스 페이즈 앵글은 유량과가 압력과를 앞서는 경우임)가 존재한다는 점이다. 정상적인 사람의 경우에는 혈류가 혈압과 보다 45° 정도 ( $\phi \approx -45^\circ$ ) 앞선다. 고혈압 환자의 경우는 임피던스 페이즈 앵글이 -90° 에 가까운 음의 값을 갖게 되며 혈관신축제를 복용할 경우에도 임피던스 페이즈 앵글의 변화가 일어나는 것으로 알려져 있다.<sup>(4,5)</sup> 한편 관상동맥의 경우는 심장의 이완 시에 혈류가 발생하는 관계로 대동맥과는 상당히 다른 임피던스 페이즈 앵글 값을 갖게 된다.

Wang과 Tarbell<sup>(6,7)</sup>은 탄성을 갖는 직선튜브 모델에서 임피던스 페이즈 앵글이 벽면전단응력에 미치는 영향을 섭동방법(perturbation method)으로 해석하여 근사해를 구하였다. Qui와 Tarbell,<sup>(8)</sup> Lee와 Tarbell<sup>(9,10)</sup>은 인조혈관 모델과 동맥혈관의 분기관 모델에 대해 전산유체 모델과 실험을 통해 각각 유사한 연구를 수행하였다. 그러나, 아직까지도 혈관벽의 운동과 임피던스 페이즈 앵글의

변화에 따른 벽면전단응력의 변화에 대한 구체적 규명이 부족한 실정이고 특히 혈액을 비뉴턴유체로 모델링하여 연구한 결과는 아직 발표되지 않고 있다. 본 연구는 혈관벽의 운동, 임피던스 페이즈 앵글의 변화, 비뉴턴유체 특성이 혈관에 작용하는 벽면전단응력에 미치는 영향을 이해하기 위한 기초연구로서 유연성을 갖는 이차원 평판모델 사이의 유동을 수치적으로 해석하였다. 수치해석은 상용 전산유체역학 프로그램을 사용하였으며 해석결과를 분석하여 임피던스 페이즈 앵글의 변화가 동맥경화의 발생 가능성에 미치는 영향을 추론하였다.

### 2. 수치 모델

#### 2.1 혈관벽의 운동과 임피던스 페이즈 앵글

혈관의 점탄성(viscoelasticity)으로 인해 압력과 혈관벽의 움직임 사이에는 위상차가 존재하는데, 대동맥에서는 그 차이가 10° 이내이기 때문에 이를 무시할 수 있다.<sup>(11)</sup> 따라서, 본 연구에서는 혈관벽이 압력과와 같은 위상으로 운동한다고 가정하였으며, 압력과와 유량과 사이의 위상차(임피던스 페이즈 앵글)를 벽면운동과 유량과 사이의 위상차로 모델링하였다.

실제의 혈압과와 혈류과는 약 10여개의 하모닉 파가 모여 구성되며 그 중에 기본주파수에 해당하는 파가 가장 큰 영향을 미친다. 본 연구에서는 임피던스 페이즈 앵글이 벽면전단응력에 미치는 영향에 주된 관심이 있기 때문에 압력과와 유량과를 하나의 주파수를 갖는 사인함수로 가정하였으며, 두 파 사이에 위상차를 부여하였다. 결국 혈관벽은 사인함수의 형태로 반지름 방향으로 확장·수축하게 되며 유량과는 혈관벽과 위상차  $\phi$  (임피던스 페이즈 앵글)를 갖도록 모델링하였다.

#### 2.2 기하학적 형상 및 경계조건

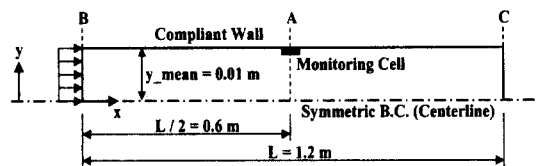


Fig. 1 Geometry of the parallel plate model (Half Model)

혈류유동을 해석하기 위해 Fig. 1과 같이 2차원 평행평판의 반쪽모델을 사용하였다. 벽면운동과 임피던스 페이즈 앵글에 따른 벽면전단응력의 변화를 일관성 있게 고찰하기 위해서 기준단면(reference section)과 기준단면을 통과하는 기준유량(reference flow rate,  $Q_{ref}$ )을 설정하였다. 본 연구에서는 단면 A를 기준단면으로 설정하였고 기준단면에서의 기준유량을 다음과 같이 사인함수의 형태로 표현함으로써 벽면신축운동과  $\phi$ 의 위상차를 갖도록 하였다.

$$Q_{ref} = Q_{mean} + Q_{amp} \sin(\omega t - \phi) \quad (1)$$

여기서,  $Q_{mean}$ 은 기준단면을 통과하는 시간평균유량,  $Q_{amp}$ 는 유량의 진폭,  $\omega(=2\pi/T)$ 는 각속도,  $t$ 는 시간,  $\phi$ 는 임피던스 페이즈 앵글을 의미한다. 유량의 입구(단면 B)에서는 균일 속도분포(flat velocity profile)를 부여하였으며, 유동이 기준단면 A 근처에서 충분히 발달(fully developed)되도록 기준단면의 0.6 m 상류에 입구를 위치시켰다. 해석을 통해 기준단면 A의 벽면에 인접한 요소(monoring cell)에서 벽면전단변형률과 벽면전단응력이 계산된다. 본 연구에 적용된 유동조건은 Lee와 Tarbell<sup>(9)</sup>의 실험에 사용된 값(복부 대동맥에서의 전형적인 값)의 2차원변환 형태이며,  $Q_{mean}$ 은  $3.678 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$ ,  $Q_{amp}$ 는  $4.340 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$ , 주기  $T$ 는 0.9 s, Womersley 수( $R\sqrt{\omega/\nu}$ )는 10.13, 시간평균된 Reynolds수( $2\bar{u}R/\nu$ )는 540이며, 모든 영역에서 난류유동은 발생하지 않는다고 가정하였다.

평판벽에는 점착조건(no slip condition)이 적용되며, 벽은 압력과 동일한 위상으로 시간에 따라 사인함수의 형태로 벽에 수직한 방향으로 운동하며 식 (2)와 같이 표현된다.

$$y(t) = y_{mean} + y_{amp} \sin(\omega t) \quad (2)$$

본 연구에서는 벽면의 움직임이 평판내에서 주유동방향( $x$ 방향)을 따라서 동일한 위상임을 가정하였는데 이는 혈관내에서 압력과의 속도가 매우 빠르다는 사실을 적용한 것이며 Wang과 Tarbell<sup>(6,7)</sup>의 직선탄성혈관의 섭동해(perturbation

solution)의 가정과 동일한 가정이다. 단면 B에서 균일 속도분포를 갖는 입구유량을 결정하기 위해 기준단면 A에서의 기준유량( $Q_{ref}$ )을 사용한다. 즉, 벽면운동이 있는 경우, 단면 B~A 사이의 체적변화와 비압축성 유체의 질량보존법칙으로부터 입구유량과 입구속도를 계산하면 식 (3), (4)와 같다.

$$\begin{aligned} Q_{inlet}(t) &= \frac{dV(t)}{dt} + Q_{ref}(t) \\ &= \frac{d}{dt} \left\{ 2y(t) \frac{L}{2} \right\} + Q_{ref}(t) \\ &= L \omega y_{amp} \cos(\omega t) + Q_{ref}(t) \end{aligned} \quad (3)$$

$$u_{inlet}(t) = \frac{Q_{inlet}(t)}{2y(t)} \quad (4)$$

출구인 Fig. 1의 단면 C에는 연직방향( $y$ 방향)으로의 압력구배를 고려할 수 있도록 평균압력을 지정하였다. 이 때, 압력 자체의 값보다는 압력차가 중요하기 때문에 출구에서의 평균 압력값은 임의의 값을 사용할 수 있으며, 본 연구에서는 영을 사용하였다. 또한, 출구의 영향을 가능한 줄이기 위해 단면 C를 기준단면 A에서 0.6 m 떨어진 곳에 위치시켰다.

### 2.3 혈액의 점도

혈액은 전단율의 감소에 따라 점도가 증가하는 shear thinning 비뉴턴유체로서 이를 모사할 수 있는 모델들이 문헌에 잘 보고되어 있다.<sup>(12)</sup> 혈액의 점도는 전단율(shear rate,  $\dot{\gamma}$ )의 함수로 나타낼 수 있으며, 다음과 같이 정의된다.

$$\dot{\gamma} = \left[ 2 \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + 2 \left( \frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (5)$$

본 연구에서는 비뉴턴유체의 모델로서 혈액의 유변학적 특성을 성공적으로 예측하고 있는 Carreau 모델을 적용하였으며, 겔보기점도(apparent viscosity)는 다음과 같이 표현된다.

$$\eta = \eta_{\infty} + (\eta_0 - \eta_{\infty}) [1 + (\lambda \dot{\gamma})^2]^{\frac{n-1}{2}} \quad (6)$$

본 연구에서는 Lee와 Tarbell<sup>(9)</sup>의 실험결과와의

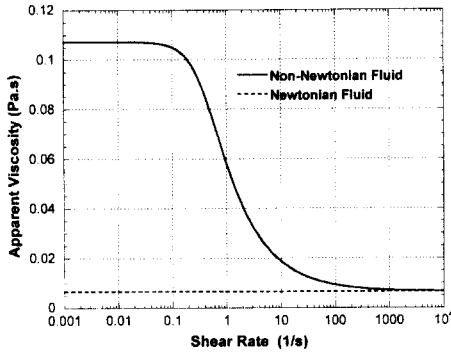


Fig. 2 Relation between shear rate and apparent viscosity; modified Carreau model

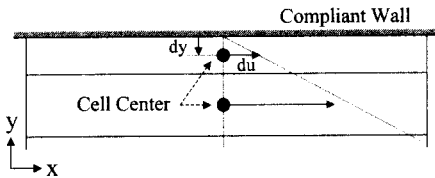


Fig. 3 Calculation of wall shear rate( $du/dy$ )

비교를 위해 그들이 사용한 유체의 점도와 밀도 값에 기초하여 Carreau 모델의 계수 값을 수정하였다. 즉, 식 (6)에서  $\eta_{\infty}$ 는 무한전단율(infinite shear rate)로서  $0.0066028 \text{ Pa} \cdot \text{s}$ ,  $\eta_0$ 는 영전단율(zero shear rate)로  $0.1072 \text{ Pa} \cdot \text{s}$ ,  $\lambda$ 와  $n$ 은 각각 특성시간과 상수로서  $2.6504 \text{ s}$ 와  $0.3568$ 을 사용하였다. 따라서, 전단율(shear rate,  $\dot{\gamma}$ )을 식 (5)로부터 구하면 그 지점에서의 점도는 식 (6)으로 결정된다. 식 (6)을 전단율을 수평축으로 하여 그래프로 나타내면 Fig. 2와 같다. 뉴턴유체의 경우에는 혈액의 점도로 Fig. 2의 무한전단율에서의 값( $\eta_{\infty}$ )을 사용하였다. 사용된 유체의 밀도는  $971.0 \text{ kg/m}^3$ 이다.

#### 2.4 벽면전단변형률과 벽면전단응력의 계산

벽에서의 전단변형률은 Fig. 3과 같이 벽에 인접한 요소(검사체적)의 중심 값을 이용하여 1차의 정확도로 근사하였고, 벽 근처에 매우 조밀한 격자를 구성하여 벽면전단율( $du/dy$ ) 값이 정확히 계산되도록 하였다. 벽면전단응력은  $\eta(du/dy)$ 로

계산되며 비뉴턴유체의 경우는 앞절에서 설명된 바와 같이 전단율에 따라 점도가 변화하는 것을 고려하여 전단응력이 계산된다.

### 3. 수치해석

#### 3.1 지배방정식

해석하고자 하는 모델은 혈관벽이 시간에 따라 움직이는 2차원, 비압축성, 비정상상태 문제이며 뉴턴유체와 비뉴턴유체의 경우를 각각 고려한다. 이를 해석하기 위한 지배방정식을 텐서형태로 나타내면 다음과 같다.

$$\frac{\partial u_j}{\partial x_j} = 0 \quad (7)$$

$$\rho \frac{\partial u_i}{\partial t} + \rho u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \eta \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right\} \quad (8)$$

여기서, 첨자  $i, j$ 는 각각 1, 2의 값을 가질 수 있으며 반복되는 첨자는 합을 의미한다. 식 (7), (8)에서  $u_i$ ,  $p$ ,  $\rho$ ,  $\eta$ 는 각각 속도성분, 압력, 밀도, 점도이다.

#### 3.2 격자계 구성

사용된 모델은 주유동방향( $x$ 방향)의 길이가 연직방향( $y$ 방향)에 비해 매우 길고, 주유동방향으로의 속도변화는 연직방향에 비해 매우 작기 때문에 연직방향의 격자수가 치수에 비해 주유동방향보다 상대적으로 많도록 "200×40"의 격자계를 선택하였다. 주유동방향으로는 일정한 크기의 요소 200개를 사용하였으며 연직방향으로는 0.96의 공비를 갖는 등비수열을 이용하여 40개의 요소를 구성하였다.

#### 3.3 수치해석 방법

해석을 위해 열·유체 해석분야에서 널리 알려진 상용코드, STAR-CD를 사용하였다. 공간에 대해서는 2차의 정확도를 갖는 중앙차분법(2nd order Central Difference Scheme), 시간에 대해서는 1차의 정확도를 갖는 암시도식(Implicit Euler Method)을 사용하였다. STAR-CD에서는 벽면운동

을 고려하기 위한 보존방정식으로서 SCL(Space Conservation Law)이 사용되며, 비정상상태 문제를 해결하기 위해 PISO(Pressure Implicit with Splitting of Operators) 알고리즘을 사용하였다.

시간에 따른 해의 정확도를 높이기 위해 시간 증분( $\Delta t$ )을 0.005 s로 매우 작게 설정하였으며, 수치해석을 수행한 시간구간은 0.0~4.5 s로 맥동의 5주기 동안이며 3, 4번째 주기부터는 해가 수렴된 것을 확인할 수 있었다. 그러므로 본 연구에서는 5번째 주기( $3.6 \leq t \leq 4.5$ )에서의 값을 사용하여 벽면전단응력을 계산하였다. 본 연구에 사용된 격자계와 시간증분에 대한 해의 수렴성 및 정확도에 대한 검토는 Choi 등<sup>(13)</sup>에 잘 나타나 있다.

#### 4. 결과 및 고찰

##### 4.1 뉴턴유체: 벽면운동이 없는 경우(rigid wall)

고정된 평행평판 사이에 길이방향으로 맥동성 압력(oscillatory pressure)이 가해지는 경우, 유체유동의 이론해가 존재한다.<sup>(14,15)</sup> 이 경우, 벽면운동이 없기 때문에 주유동방향의 속도성분만이 존재하며  $u(x, t)$ 로 표현할 수 있다. 벽면운동이 없는 경우, 벽면전단응력의 크기는 임피던스 페이즈 앵글과 무관하며 주어진 유량에만 의존하게 된다. 본 연구의 유동조건하에서 벽면전단변형률의 이론해를 평균값과 사인함수의 진폭으로 표현하면 " $55.17 \pm 235.70$  (1/s)" 이다. 벽면전단응력은 점도( $\eta = \eta_\infty$ )와 벽면전단변형률의 곱으로 구할 수 있으며 " $0.3643 \pm 1.5563$  (Pa)" 이다.

수치해석 결과의 검증은 위하여 이론해와 수치해석 결과를 비교하였다. 임피던스 페이즈 앵글이  $-60^\circ$ 인 경우에 대해 수행하였으며 Fig. 1의 단면 A(기준단면)에서의 주유동방향 속도분포는 Fig. 4와 같다. 벽면운동이 없는 경우는 임피던스 페이즈 앵글을 다르게 주어도 유동해석 결과는 같다.

Fig. 4에서 볼 수 있듯이 평판의 대칭중심( $y=0$ )에서의 주유동방향속도는 항상 양의 값을 갖는 반면, 벽근처( $y=0.01$ )에서는 속도성분이 한 주기내에서 양과 음의 값을 가지며 변동하는 것을 볼 수 있다. Fig. 4의 속도분포로부터 벽면전단변형률을 계산하면 " $55.61 \pm 235.90$  (1/s)" 이

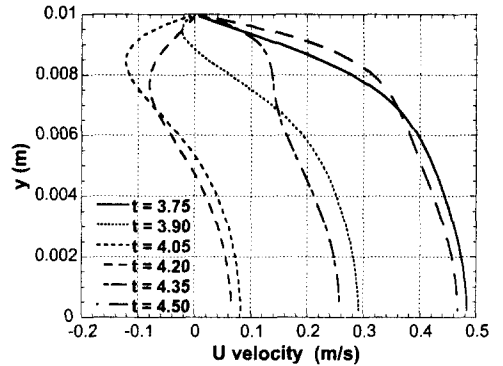
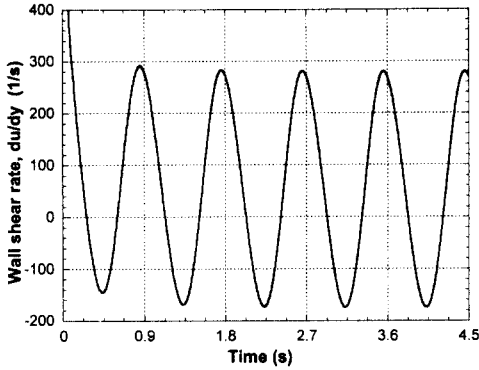


Fig. 4 Streamwise velocity profile at section A( $x=0.6m$ ); no wall motion, Newtonian fluid (5th period)

며, 이는 앞의 이론해와 1% 이내의 오차를 갖는다. 그러므로 본 연구에서 사용된 모델의 격자계와 0.005 s의 시간증분은 기준단면 A(Fig. 1)에서 완전 발달된 유동을 발생시키며 이론해에 거의 가깝게 근접함을 확인할 수 있었다. 시간간격을 줄임으로서 얻을 수 있는 정확도와 계산시간을 비교했을 때 본 연구의 상황에서는 0.005 s의 시간간격이 적절하다고 판단되었다.<sup>(13)</sup> 한편, 비뉴턴 유체의 경우는 점도의 증가로 인하여 유동이 더욱 빨리 발달되므로 뉴턴유체의 경우와 동일하게 0.6 m의 발달길이(entrance length)를 사용하였다.

##### 4.2 뉴턴유체: 벽면운동이 있는 경우(moving wall)

벽면운동이 있는 경우에는 임피던스 페이즈 앵글의 변화에 따라 벽면전단응력이 변한다. 본 연구에서는  $\pm 4\%$  벽면운동 조건에서 임피던스 페이즈 앵글을  $-90^\circ$ 에서  $+60^\circ$ 까지  $30^\circ$ 간격으로 바뀌가며 벽면전단변형률의 변화를 살펴보았다.  $\pm 4\%$ 의 벽면운동은 복부대동맥에서 가능한 벽면운동의 범위이며,<sup>(16)</sup> 대동맥에서 가능한 임피던스 페이즈 앵글의 범위는  $-90^\circ \sim 0^\circ$  이고 정상인의 경우는  $-45^\circ$  정도인 것으로 알려져 있다.<sup>(17)</sup> Fig. 5는 임피던스 페이즈 앵글이  $-60^\circ$ 인 경우에 맥동의 다섯 번째 주기까지 계산된 벽면전단변형률을 나타낸다.



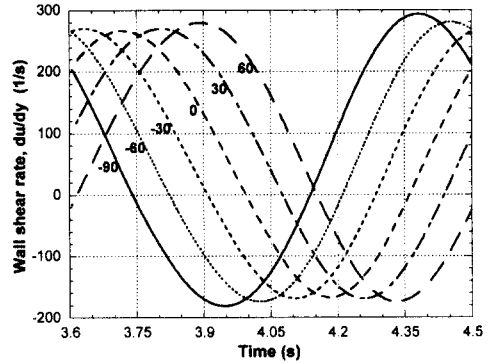
**Fig. 5** Wall shear rate at section A for five periods;  $\phi = -60^\circ$ ,  $\pm 4\%$  wall motion, Newtonian fluid

Fig. 5에서 볼 수 있는 바와 같이 3번째 주기부터는 벽면전단변형률의 변화가 거의 없다. 따라서 본 연구에서는 5번째 주기에서 얻어진 벽면전단변형률 값을 사용하였다. 각각의 임피던스 페이즈 앵글에 대해 벽면전단변형률을 한 주기내에서 나타내면 Fig. 6과 같다. 0.005 s 간격으로 계산된 벽면전단율 값에 식 (9) 형태의 사인함수와 최소자승법(Least Square Method)을 적용하여 Mean, Amp.,  $\Phi$ 를 구한다.

$$du/dy = Mean + (Amp.) \sin(\omega t - \Phi) \quad (9)$$

여기서, Mean과 Amp.는 각각 평균과 진폭을 의미하며  $\Phi$ 는 벽면운동과 벽면전단변형률 사이의 위상차를 나타낸다.  $\Phi$ 는 stress phase angle 이라 호칭되며(벽면운동은 탄성혈관내에 hoop stress를 발생시키고 벽면전단변형률은 혈관의 내피세포 표면에 전단응력을 일으키므로 두 응력 사이의 위상차를 의미함) 임피던스 페이즈 앵글( $\phi$ )과는 다른 변수이다. Table 1은 기준단면 A ( $x = 0.6$  m)에서 각 임피던스 페이즈 앵글에 따라 계산된 벽면전단변형률을 나타낸다.

Table 1을 보면, IPA(impedance phase angle)가 음의 값을 향해 감소할수록 WSR(wall shear rate)의 평균값은 감소한다. WSR의 진폭은 IPA의 절대값이 증가할수록 커지는 것을 알 수 있다. 한편 벽면운동이 없는 경우의 해와 비교하면 벽면운동으로 인해 WSR의 진폭이 감소됨을 알 수 있다(IPA가  $-90^\circ$  만 제외). 인체내에서 가능한 페



**Fig. 6** Wall shear rate depending on the impedance phase angle;  $\pm 4\%$  wall motion, Newtonian fluid

**Table 1** Wall shear rate (WSR) depending on the impedance phase angle (IPA);  $\pm 4\%$  wall motion, Newtonian fluid

$\phi$	Wall Shear Rate*, $du/dy$		
	Mean (1/s)	Amplitude (1/s)	$\Phi$ (degree)
$-90^\circ$	49.887	236.72	-134.84
$-60^\circ$	51.268	226.62	-104.34
$-30^\circ$	53.792	219.21	-72.536
$0^\circ$	56.765	216.55	-40.016
$30^\circ$	59.386	219.34	-7.5060
$60^\circ$	60.954	226.67	24.213

\* 벽면운동이 없는 경우에, WSR의 평균(mean)은 55.61(1/s), 진폭(amplitude)은 235.90 (1/s)의 값을 가졌다.

이즈 앵글의 변화 범위( $0^\circ$ 에서  $-90^\circ$  사이)에서 IPA의 변화에 따른 WSR의 평균값의 변화는 약 12%, 진폭의 변화는 약 9% 정도로 관찰되었다.

### 4.3 비뉴턴유체: 벽면운동이 없는 경우(rigid wall)

비뉴턴유체의 경우에는 맥동성유동에 대한 이론해가 존재하지 않는다. 비뉴턴유체를 고려하기 위해 수정된 Carreau 모델을 이용하였으며, 임피던스 페이즈 앵글이  $-60^\circ$  인 경우에 벽면전단변형률의 수치해는 " $72.381 \pm 214.54$  (1/s)" 이며 벽면전단응력은 " $0.57167 \pm 1.8258$  (Pa)" 이다. 앞 절의 뉴턴유체의 경우와 비교해보면 벽면전단변형률의 평균값은 약 30% 높아지고 진폭은 10% 낮아진다. 이런 결과가 나온 이유는 다음과

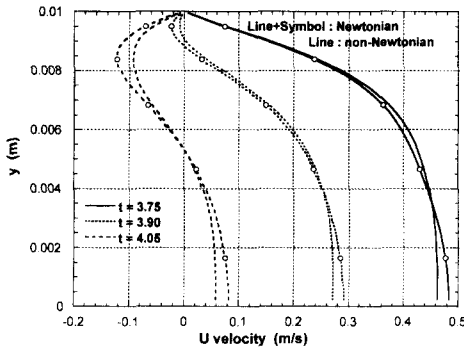


Fig. 7 Comparison of velocity profile between Newtonian and non-Newtonian fluid

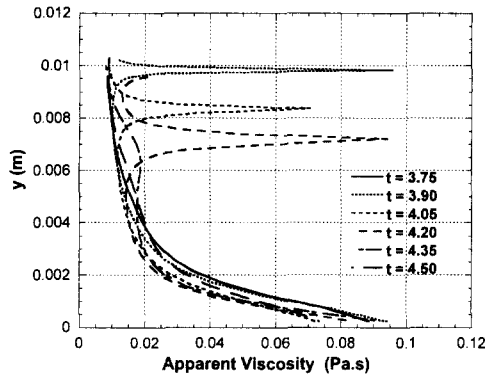


Fig. 9 Apparent viscosity profile at the monitoring cell adjacent to the wall at section A ( $x=0.6m$ );  $\phi = -60^\circ$ , non-Newtonian

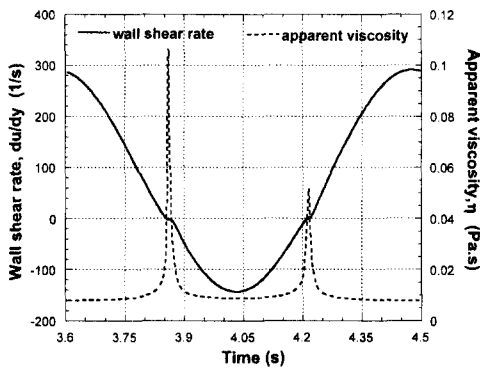


Fig. 8 Wall shear rate and apparent viscosity at the monitoring cell adjacent to the wall; no wall motion, non-Newtonian fluid

같이 설명된다.

Fig. 7에서 볼 수 있는 바와 같이 비뉴턴유체의 속도분포는 뉴턴유체보다 중앙에서 더욱 편평하고, 벽근처의 속도가 양일 경우( $t = 3.75$  s)에는 뉴턴유체에 비해 가파른 속도 기울기를 갖게 되어 최대 벽면전단변형률을 증가시킨다. 한편, 벽근처의 속도가 0을 지나 음의 값으로 바뀌면서 ( $t = 3.90$  s) 점도의 증가로 인해 벽근처의 역류 속도의 크기가 줄어들게 되고 결과적으로 역 벽면전단변형률(reverse wall shear rate)의 크기가 줄어들게 된다. Fig. 8은 속도 기울기( $du/dy$ )가 영이 되는 지점에서 순간적으로 점도가 증가하여 벽면전단변형률이 음의 값으로 감소하는 것을 역제시하고 있는 것을 보여 준다. 결과적으로 벽면

전단율의 양의 최대 값은 증가하고 음의 최소 값도 증가하므로(0에 가까워 짐) 평균은 늘어나되 진폭은 줄어들게 된다.

#### 4.4 비뉴턴유체: 벽면운동이 있는 경우(moving wall)

비뉴턴유체의 경우, 뉴턴유체와 다른 점은 점도가 공간과 시간에 따라 변한다는 사실이며 Fig. 9에 기준단면 A에서의 점도를 그려보았다. 그림을 보면 벽 부근( $y = 0.01$  m)에서 얼마의 시간동안 점도가 갑자기 상승하는 것을 볼 수 있는데 이것은 전단변형률( $du/dy$ )이 영에 가까워지는 지점이 존재하기 때문이다. 또한 중심에서는 ( $y = 0$ ) 대칭조건이 주어져 있기 때문에 전단변형률이 작고 따라서 큰 점도 값을 가지는 것을 볼 수 있다. Fig. 9에서 시간에 따라서 연직방향의 길이,  $y$ 가 0.01 m로 고정되어 있지 않은 것은 벽면운동이 있기 때문이다.

이와 같이 비뉴턴유체에서는 벽면전단변형률에 따른 점도의 차이로 인해 유동형태가 변화하며 벽면전단변형률과 벽면전단응력의 값에도 변화가 온다. Table 2는 비뉴턴유체에서 각 임피던스 페이즈 앵글에 따른 벽면전단변형률을 식(9)와 최소자승법을 이용하여 계산한 결과이다.

Table 2를 보면, 뉴턴유체의 경우와 마찬가지로 벽면운동은 WSR의 진폭을 감소시키는 것을 알 수 있다. WSR의 평균값은 뉴턴유체의 경우에 비해 약 30% 정도까지 증가하고, 진폭은 약 10%

정도 감소했다. 한편, 벽면운동과 임피던스 페이즈 앵글이 WSR에 미치는 영향은 뉴턴유체의 경우와 매우 유사함을 알 수 있다. 즉, IPA가 음의 값으로 감소할수록 WSR의 평균은 감소하고 진폭은 증가하였다.

4.5 벽면전단응력의 비교: 뉴턴 및 비뉴턴유체  
 뉴턴유체와 비뉴턴유체의 경우에 대해, 임피던스 페이즈 앵글의 변화에 따른 벽면전단응력의 변화를  $\pm 4\%$ 의 벽면운동을 갖는 경우에 대하여 Table 3과 Table 4에 각각 정리하였다. 비뉴턴유체 효과에 의해 WSS의 평균은 50~60% 증가하며 진폭은 15~20% 정도 증가함을 볼 수 있다.

**Table 2** Wall shear rate (WSR) depending on the impedance phase angle (IPA);  $\pm 4\%$  wall motion, non-Newtonian fluid

$\phi$	Wall Shear Rate*, $du/dy$		
	Mean (1/s)	Amplitude (1/s)	$\Phi$ (degree)
-90°	67.079	214.59	-132.72
-60°	67.756	205.10	-102.22
-30°	69.468	198.36	-70.417
0°	71.926	196.25	-37.896
30°	74.350	199.35	-5.4090
60°	76.108	206.67	26.275

\* 벽면운동이 없는 경우, WSR의 평균(mean)은 72.38 (1/s), 진폭(amplitude)은 214.54 (1/s)의 값을 갖는다.

**Table 3** Wall shear stress(WSS) depending on the impedance phase angle(IPA);  $\pm 4\%$  wall motion, Newtonian fluid

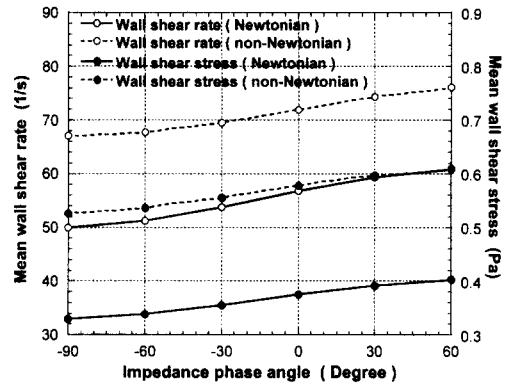
$\phi$	Wall Shear Stress, $\eta(du/dy)$		
	Mean (Pa)	Amplitude (Pa)	$\Phi$ (degree)
-90°	0.32939	1.5630	-134.84
-60°	0.33851	1.4963	-104.34
-30°	0.35518	1.4474	-72.536
0°	0.37481	1.4299	-40.016
30°	0.39211	1.4483	-7.5060
60°	0.40247	1.4966	24.213

\* 벽면운동이 없는 경우에, WSS의 평균(mean)은 0.3762 (Pa), 진폭(amplitude)은 1.5576 (Pa)의 값을 가졌다.

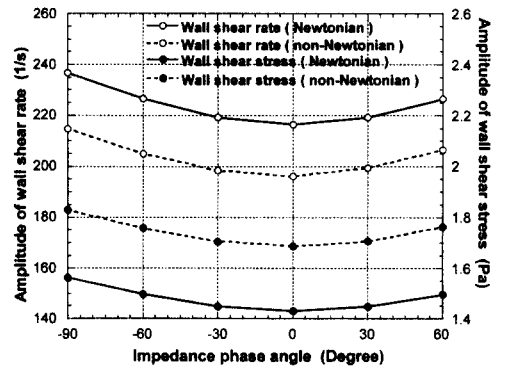
**Table 4** Wall shear stress(WSS) depending on the impedance phase angle(IPA);  $\pm 4\%$  wall motion, non-Newtonian fluid

$\phi$	Wall Shear Stress, $\eta(du/dy)$		
	Mean (Pa)	Amplitude (Pa)	$\Phi$ (degree)
-90°	0.52611	1.8297	-132.87
-60°	0.53659	1.7575	-102.27
-30°	0.55506	1.7048	-70.474
0°	0.57761	1.6866	-38.010
30°	0.59725	1.7080	-5.6720
60°	0.60859	1.7623	25.908

\* 벽면운동이 없는 경우에, WSS의 평균(mean)은 0.5717 (Pa), 진폭(amplitude)은 1.8258 (Pa)의 값을 가졌다.



**Fig. 10** Mean wall shear rate and wall shear stress depending on the impedance phase angle; comparison of Newtonian and non-Newtonian fluid,  $\pm 4\%$  wall motion



**Fig. 11** Amplitude of wall shear rate and wall shear stress depending on the impedance phase angle; comparison of Newtonian and non-Newtonian fluid,  $\pm 4\%$  wall motion



Fig. 10과 Fig. 11에는 IPA의 변화에 따른 WSR과 WSS의 변화를 그래프로 나타내었다. 임피던스 페이즈 앵글에 따른 벽면전단변형률 및 벽면전단응력의 변화는 뉴턴유체와 비뉴턴유체의 경우, 거의 유사한 거동을 보임을 볼 수 있다. Fig. 11에서 비뉴턴유체의 경우에는 뉴턴유체에 비해 WSR의 진폭은 감소하나 WSS의 진폭은 오히려 증가함을 관찰할 수 있다. 이는 점도의 증가 때 문임을 쉽게 알 수 있다.

4.6 교번전단지수

교번전단지수(Oscillatory shear index; OSI)는 벽면전단응력의 진폭과 평균값의 비율(진폭/평균)을 수치적으로 나타낸 지표로서 OSI 값이 동맥경화 현상과 관계한다는 결과가 보고된 바 있다.<sup>(2)</sup> Fig. 12에서 보는 바와 같이 OSI는 임피던스 페이즈 앵글이 음의 값을 향해 감소할수록 증가함을 알 수 있고 비뉴턴유체의 경우가 뉴턴유체에 비해 작은 값을 보이고 있다. 따라서, 고혈압 환자와 같이 임피던스 페이즈 앵글이  $-90^\circ$  까지 감소하는 경우,<sup>(4)</sup> 동맥경화에 더욱 노출된다고 볼 수 있다. 혈액을 비뉴턴유체로 모델링한 경우에는 벽면전단응력의 평균이 진폭에 비해 더 크게 증가하므로 OSI 값을 감소시킨다. 그러므로 혈액의 비뉴턴 특성이 동맥경화현상을 억제시키는 효과를 가짐을 알 수 있다.

4.7 타 연구결과와의 비교

Wang과 Tarbell은 벽면운동을 갖는 축대칭 탄

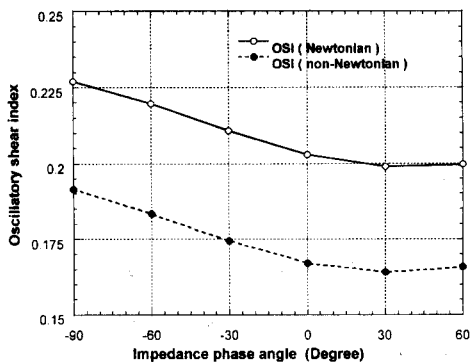


Fig. 12 Comparison of oscillatory shear index for Newtonian and non-Newtonian fluid;  $\pm 4\%$  wall motion

성튜브에 대한 뉴턴유동 근사해를 섭동이론을 사용하여 구하였다.<sup>(7)</sup> 그들의 해는 실험에 의해 여러차례 검증된 바 있다.<sup>(18,19)</sup> 그들의 해를 본 연구의 유동조건과 벽면운동조건을 갖는 축대칭모델에 적용하면 임피던스 페이즈 앵글이  $0^\circ$ 에서  $-90^\circ$ 로 감소할 때 벽면전단변형률의 평균값이 10% 감소하고 진폭은 18% 증가한 결과를 얻는다. 본 연구의 2차원 평판의 경우에는 벽면전단변형률의 평균의 12% 감소와 진폭의 9% 증가를 보였다(Table 1 참조).

최 등<sup>(20)</sup>은 최근, 축대칭 탄성튜브모델에 대하여 전산유동해석 결과를 발표하였다. 그들은 본 연구에서와 같이 벽면운동을 직접적인 경계조건으로 부여하여 수치해를 구하였는데 Wang과 Tarbell의 섭동해<sup>(7)</sup>와 매우 일치한 결과를 보였다. 그러므로 벽면운동을 직접적인 경계조건으로 부여하여 해를 구하여도 벽면의 탄성과 유체의 압력장의 상호관계에 따라 벽면운동을 하는 탄성혈관내의 유동장을 성공적으로 예측할 수 있음을 알 수 있다.

최 등<sup>(20)</sup>의 축대칭 탄성튜브의 해석결과를 본 연구의 평판모델 결과와 비교하면 IPA에 따른 WSR과 WSS의 변화는 그들의 축대칭모델과 본 연구의 평판모델에서 유사한 경향을 보이나 튜브 모델의 경우, 진폭의 변화가 두배 정도 크게 관찰되었다. OSI의 값은 IPA가  $0^\circ$ 에서  $-90^\circ$ 로 감소할 때 축대칭모델의 경우는 22% 증가하나 평판모델의 경우는 12% 증가에 그쳤다. 두 모델의 해석결과의 차이는 2차원 분기관모델(bifurcation model)의 해석결과를 사용하여 3차원 분기관의 벽면전단응력 해석결과를 예측할 때 도움이 될 것으로 사료된다.

Lee와 Tarbell<sup>(9)</sup>은 3.7%의 벽면운동을 갖는 복부동맥 분기관모델에서 임피던스 페이즈 앵글이  $-61^\circ$ ,  $-17^\circ$ ,  $+12^\circ$ 인 경우에 대하여 뉴턴유체를 사용하여 실험적으로 벽면전단응력을 측정하였다. 실험결과, 벽면운동은 벽면전단응력의 진폭을 감소시키고 임피던스 페이즈 앵글이 음의 값을 향해 갈수록( $-61^\circ$ ) 벽면전단변형률의 진폭이 증가하여 벽면운동이 없는 경우의 진폭 값에 근접해 감을 보였다. 이 결과는 본 연구의 결과와 유사한 결과이며 복잡한 모양의 혈관모델에서의 벽면운동과 임피던스 페이즈 앵글의 영향 역시 간

단한 평행평판 또는 축대칭 튜브모델에서 얻어지는 결과와 어느 정도 비슷한 경향을 가짐을 추론할 수 있다.

Qui와 Tarbell<sup>(8)</sup>은 인조혈관 문합모델에서 수치 해석을 수행한 바 있는데 문합부에서 혈관의 직경이 늘어나면서 벽면전단변형률이 급격히 감소하고 임피던스 페이즈 앵글의 변화에 따른 교번전단지수의 변화가 상대적으로 크게 관찰되었다. 그러므로 임피던스 페이즈 앵글이 벽면운동과 조합하여 벽면전단응력을 변화시키고 혈관의 기하학적 형상에 의해서도 임피던스 페이즈 앵글의 영향이 어느 정도 달라질 수 있음을 예상할 수 있다.

### 5. 결 론

평행평판 사이에서 맥동성 유동이 길이방향으로 가해지는 경우, 벽면운동과 임피던스 페이즈 앵글(압력과와 유량과 사이의 위상차)을 고려하여 벽면전단변형률 및 벽면전단응력의 변화를 살펴 보았다. 수치해석시에 혈관의 특성을 고려하여 벽면운동과 압력과의 위상을 같게 놓았으며 벽면운동의 위상이 평판모델내에서 동일함을 가정하였다(long wave length assumption). 본 연구의 결과로 나타난 벽면운동( $\pm 4\%$ )과 임피던스 페이즈 앵글의 영향을 혈관의 유동조건과 동맥경화 발생 가능성과 관련하여 요약하면 다음과 같다.

(1) 벽면운동은 전체적으로 벽면전단응력의 진폭을 감소시킨다. 또한 벽면운동으로 인한 벽면전단응력의 변화는 임피던스 페이즈 앵글의 값에 따라 달라졌다. 임피던스 페이즈 앵글이  $0^\circ$ 에서  $-90^\circ$ 로 감소하면 (대동맥에서 가능한 변화 범위) 벽면전단변형률의 평균은 12% 감소하고 진폭은 9% 증가하였다.

(2) 비뉴턴유체 특성(수정 카루모델)에 의해 벽면전단변형률의 평균값은 30% 정도 높아지지만 진폭은 오히려 10% 정도 감소하였다. 또한 점도의 증가로 인해 벽면전단응력은 50~60% 증가하고 진폭은 15~20% 정도 증가하였다.

(3) 임피던스 페이즈 앵글이 음의 값으로 갈수록 교번전단지수(OSI)는 증가하였으며 비뉴턴유체의 경우가 뉴턴유체보다 낮은 OSI값을 나타내었다. 결과적으로 고혈압 환자에게서 나타나는

음의 큰 페이즈 앵글은 동맥경화를 촉진시킴을 알 수 있으며 혈액의 비뉴턴유체 특성은 동맥경화를 억제시킴을 알 수 있다.

(4) 비뉴턴유체의 경우 임피던스 페이즈 앵글의 변화에 따른 벽면전단응력의 변화는 뉴턴유체의 경우와 매우 비슷한 양상을 보였다.

### 후 기

본 연구는 한국과학재단 핵심전문연구(981-0712-091-2)의 지원으로 수행되었음.

### 참고문헌

- (1) Friedman, M. H., Deters, O. J., Mark, F. F., Barger, C. B., and Hutchins, G. M., 1983, "Arterial Geometry Affects Hemodynamics: a Potential Risk Factor for Atherosclerosis," *Atherosclerosis*, Vol. 46, pp. 225-231.
- (2) Ku, D. N., Giddens, D. P., Zarins, C. K., and Glagov, S., 1985, "Pulsatile Flow and Atherosclerosis in the Human Carotid Bifurcation: Positive Correlation Between Plaque Location and Low and Oscillating Shear stress," *Arteriosclerosis*, Vol. 5, pp. 293-302.
- (3) Lou, Z., and Yang, W. J., 1992, "Biofluid Dynamics of Arterial Bifurcations," *Critical Reviews in Biomedical Eng.*, Vol. 19, pp. 455-493.
- (4) Merillon, J. P., Fontenier, G. J., Lerallut, J. F., Jaffrin, M. Y., Motte, G. A., Genain, C. P., and Gourgon, R. R., 1982, "Aortic Input Impedance in Normal Man and Arterial Hypertension; Its Modifications During Changes in Aortic Pressure," *Cardiovascular Res.*, Vol. 16, pp. 646-656.
- (5) White, K. C., Kavanaugh, J. F., Wang, D. M., and Tarbell, J. M., 1994, "Hemodynamics and Wall Shear Rate in the Abdominal Aorta of Dogs: Effects of Vasoactive Agents," *Circ. Res.*, Vol. 75, pp. 637-649.
- (6) Wang, D. M. and Tarbell, J. M., 1992, "Nonlinear Analysis of Flow in an Elastic Tube (Artery): Steady Streaming Effects," *J. Fluid Mech.*, Vol. 239, pp. 341-358.
- (7) Wang, D. M. and Tarbell, J. M., 1995, "Nonlinear Analysis of Oscillatory Flow, with a

- Nonzero Mean, in an Elastic Tube (Artery)," *ASME J. Biomechanical Eng.*, Vol. 117, pp. 127~135.
- (8) Qui, Y., Tarbell, J. M., 1996, "Computational Simulation of Flow in the End-to-End Anastomosis of a Rigid Graft and a Compliant Artery," *ASAIO*, Vol. 42, pp. m702~m709.
- (9) Lee, C.-S., Tarbell, J. M., 1997, "Wall Shear Stress Distribution in an Abdominal Aortic Bifurcation Model: Effects of Vessel Compliance and Phase Angle Between Pressure and Flow Waveforms," *ASME J. of Biomechanical Eng.*, Vol. 119, pp. 333~342.
- (10) Lee, C.-S., Tarbell, J. M., 1998, "Influence of Vasoactive Drugs on Wall Shear Stress Distribution in a Compliant Model of Abdominal Aortic Bifurcation," *Annals Biomedical Eng.*, Vol. 26, pp. 125~134.
- (11) Chandran, K. B., 1993, *Cardiovascular Biomechanics*, New York Univ. Press.
- (12) Cho, Y. I. and Hensey, K. R., 1989, "Effect of the Non-Newtonian Viscosity of Blood on Hemodynamics of Diseased Arterial Flows," *Advances in Bioengineering*, Vol. 107, pp. 257~267.
- (13) Choi, J. H., Lee, C.-S. and Kim, C.-J., 1999, "'99 STAR-CD Users' Conference, Korea," pp. 166~172.
- (14) Currie, I. G., 1993, *Fundamental Mechanics of Fluids*, McGRAW-HILL
- (15) Arpaci, V. S., Larsen P. S., 1984, *Convective Heat Transfer*, Prentice-Hall
- (16) Imura, T., Yamamoto, K., Kanamori, K., Mikami, T., Yasuda, H., 1986, "Non-Invasive Ultrasonic Measurement of the Elastic Properties of the Human Abdominal Aorta," *Circulation Research*, Vol. 20, pp. 208~214.
- (17) Merillon, J. P., Fontenier, G. J., Lerallut, J. F., Jaffrin, G. A., Motte, G. A., Genain, C. P., Gourgon, R. R., 1982, "Aortic Input Impedance in Normal Man and Arterial Hypertension: Its Modification During Changes in Aortic Pressure," *Cardiovascular Research*, Vol. 16, pp. 646~656.
- (18) Cohen, M. I., 1994, "Measurement of Oscillatory Flow Pressure Gradient in an Elastic Tube and in the Canine Thoracic Aorta," MS Thesis, Pennsylvania state univ.
- (19) Weston, M. W., 1995, "Wall Shear Rate Measurements in an Elastic Curved Artery Model," MS Thesis, Pennsylvania state univ.
- (20) 최주환, 이종선, 김찬중, 2000, "맥동유동하에 있는 탄성혈관에서 벽면운동과 임피던스 페이즈 앵글이 벽면전단응력에 미치는 영향," 대한의용생체공학회지, Vol. 21, pp. 363~372.