열 및 습도전달을 고려한 세라믹 애자 건조공정의 유한요소 해석

금영탁* · 정준호** · 김준한**

(2000년 2월 25일 접수)

Finite Element Analysis for Drying Process of Ceramic Electric Insulator Considering Heat and Moisture Transfer

Young Tag Keum, Jun Ho Jeong and Jun Han Kim

Key Words : Heat and Moisture Transfer(열 및 습도전달), Ceramic Electric Insulator(세라믹 애자), Drying Process(건조공정), Hygro-thermal Stress(습열응력), Deformed Shape(변형형상)

Abstract

Finite element analyses of the ceramic drying process are performed. The heat and moisture movements in green ceramics caused by temperature gradient, moisture gradient, conduction, convection and evaporation are considered. The finite element formulation for solving the temperature and moisture distributions which not only change the volume but also induce the hygro-thermal stress is carried out. In order to verify the formulation, the drying process of a ceramic electric insulator is simulated. Temperature distribution, moisture distribution, and hygro-thermal stress are compared with those of other researcher. Good agreements are achieved.

기호설명

A^M : 습도확산 텐서
A^T : 열-습도확산계수 텐서
A^g : 강제 플럭스계수 텐서
[B : 형상함수의 미분
C : 체적 열용량
e : 총변형률
E : 탄성계수
$\dot{I}_q$: 열원
j_q : 열플럭스 벡터
j_m : 습도플럭스 벡터
K^M : 습도-열전도계수 텐서
K^T : 열전도계수 텐서
k_q : 열전도상수
k_m : 습도전도상수
L : 잠열
<N> : 형상함수
n : 법선벡터
∂R : 영역 R의 경계
T : 온도
{T} : 절점 온도벡터
{u} : 절점변위 행렬의 전치
W : 습도
{W} : 절점 습도벡터
X : 계면의 위치
α : 열팽창계수
α_m : 대류 습도전달계수
α_q : 대류 열전달계수
β : 습도팽창계수
δ : 온도-확산상수
λ : 상변화열
ε : 습도 확산계수에 대한 증기확산 계수의 비
σ_0 : 초기 응력

* 회원, 한양대학교 세라믹공정연구센터(CPRC)
E-mail : ytkeum@email.hanyang.ac.kr
TEL : (02)2290-0436 FAX : (02)2298-6194
** 한양대학교 대학원 정밀기계공학과

1. 서 론

세라믹 제품의 품질은 외양뿐만 아니라 건조공정시의 변형, 응력, 습도함유량 등의 기계적 특성에 크게 영향을 받기 때문에 이러한 요구조건을 만족시키기 위하여 이들을 정량적으로 평가하는 것이 필요하다. 그러나 세라믹 생산공정은 다수의 공정변수를 갖는 복합공정이기 때문에 이들의 영향을 정량적으로 평가하는 것은 어려워 지금까지는 현장 기술자의 노하우에 의존해 왔다. 그러나 선진 외국에서는 컴퓨터 해석을 통해 공정변수를 최적화 시키는 컴퓨터 기술이 일반화되어 있다. 국내에서도 컴퓨터 기술에 의한 제품 및기술개발에 대해 관심이 점차 증대되고 있으며, 고정밀도의 제품을 신속히 생산할 수 있는 기술 개발체제가 요구되고 있다.

세라믹 건조공정시 열 및 습도 전달로 인한 온도 및 습도의 변화는 물질 체적을 변화시켜 습열응력을 유발시킨다. 열 및 습도전달과 이로 인한 습열응력은 본 연구에서 다루는 열-습도-응력 연계 문제의 기본이 된다. 이러한 세라믹의 온도, 습도, 변형, 응력을 정량적으로 평가하기 위해서는 수치적 모사시험 등이 개발되어야 한다. 컴퓨터 모사시험을 위한 수치해석 방법으로는 유한차분법(FDM), 유한요소법(FEM), 경계요소법(BEM) 등이 주로 이용되고 있으며, 특히 유한요소법은 적절한 경계조건을 설정하면 정도 높은 해석이 가능하기 때문에 널리 이용되고 있는 실정이며, 이에 관련된 연구도 활발히 진행되고 있다.

열전달과 습도전달의 상호관계는 Luikov에 의해 확립된 것으로 널리 알려져 있으며, 다공성 물질에서의 열 및 습도전달 현상 이론은 Luikov[1~3]와 Whitaker[4]에 의해 발전되었다. Luikov[2,3]는 후에 엔탈피와 온도, 습도 함유량과 습도 포텐셜 관계의 유사성을 조사하여, 온도와 습도 포텐셜에 관한 지배방정식을 제안하였다. De Vris 등[5,6]은 증류, 압력구배, 모세관 작용에 의한 열 및 습도 전달의 효과를 조사하여 열 및 습도전달의 복합 확산 방정식을 제안하였으며, Whitaker[4]는 다공성 물질에서의 열, 물질 및 운동량 전달을 해석하였다. Comini 등[7]은 열 및 물질전달을 포함한 2차원 문제의 수치해석을 수행하였으며, Thomas 등[8]은 목재건조에 유한요소법을 적용하여 열 및 물질 전달 문제를 비선형으로 해석하고 그 결과를 실험치와 비교하였다. Dhatt 등[9]은 콘크리트의 건조공정을 모델링 하였으며, Gong 등[10]은 콘크리트 건조공정을 유한요소법을 이용하여, 열전달 속도 및 습도 제거 속도를 조사하였다. Lewis 등[11]은 벽돌의 냉각, 세라믹 애자와 목재의 건조공정에 유한요소법을 이용하여 열 및 습도 전달에 의한 응력 분포를 해석하였고, Sih 등[12]은 복합재에서의 열 및 습도 전달에 의한 습열응력을 해석하였다.

본 연구에서는 세라믹 애자의 건조공정을 해석하기 위하여 유한요소 프로그램을 개발하였다. 온도 및 습도분포와 이로 인한 습열응력 분포를 해석하기 위한 유한요소 수식화를 수행하였다. 온도-습도장의 지배방정식은 복합 확산 방정식을 이용하였고, 요소 내에서의 상변화 현상을 효과적으로 처리하기 위하여 불연속 요소를 적용하였다. 개발된 유한요소 프로그램의 타당성을 검증하기 위하여 세라믹 애자의 건조공정을 시뮬레이션하고 그 결과를 Comini 등의 해석결과와 비교하였다

2. 수학적 모델링

2.1 온도-습도장

Luikov[1~3]가 제안한 복합 확산 방정식에 의한 온도-습도장의 지배 방정식은 다음과 같다 :

$$C\frac{\partial T}{\partial t} = -\nabla \cdot \mathbf{j}_q + \dot{I}_q = \nabla \cdot (\mathbf{K}^M \cdot \nabla W + \mathbf{K}^T \cdot \nabla T) + \dot{I}_q \quad (1)$$

$$\frac{\partial W}{\partial t} = -\nabla \cdot \mathbf{j}_m = \nabla \cdot (\mathbf{A}^M \cdot \nabla W + \mathbf{A}^T \cdot \nabla T + \mathbf{A}^g \cdot W\mathbf{g}) \quad (2)$$

여기서, **T**는 온도, **W**는 습도, **C**는 단위 체적 열용량, $\mathbf{j}_q$는 열 플럭스 벡터, $\mathbf{j}_m$은 습도 플럭스 벡터, $\dot{I}_q$는 열원, $\mathbf{K}^M$은 습도-열전도 계수

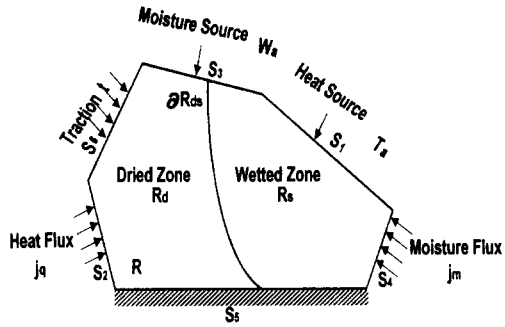


Fig. 1 Schematic view of heat and moisture transfer problem

텐서, $\mathbf{K}^T$는 열물성치들로부터 구해지는 열전도 계수 텐서, $\mathbf{A}^M$은 습도확산 텐서, $\mathbf{A}^T$는 열-습도 확산 계수 텐서, $\mathbf{A}^g$는 강제플럭스 계수 텐서를 나타낸다.

또한, 경계조건은 다음과 같다. (Fig. 1 참조)

$$T = T_a \quad \text{on} \quad S_1 \tag{3}$$

$$k_q \nabla T \mathbf{n} + \mathbf{j}_q + \alpha_q (T - T_a) + (1-\varepsilon)\alpha_m \lambda (W - W_a) = 0 \quad \text{on} \quad S_2 \tag{4}$$

$$W = W_a \quad \text{on} \quad S_3 \tag{5}$$

$$k_m \nabla W \mathbf{n} + \mathbf{j}_m + k_m \delta \nabla T \mathbf{n} + \alpha_m (W - W_a) = 0 \quad \text{on} \quad S_4 \tag{6}$$

$$S_1 \cup S_2 = \partial R \tag{7}$$

$$S_3 \cup S_4 = \partial R \tag{8}$$

여기서, T_a는 경계 S_1에서 설정된 온도, $\mathbf{j}_q$는 경계 S_2를 통한 열 플럭스, W_a는 경계 S_3에서의 습도, $\mathbf{j}_m$는 경계 S_4에서의 습도 플럭스, k_q는 열전도상수(thermal conductivity), k_m은 습도전도상수(moisture conductivity), $\mathbf{n}$은 경계면에서의 외향 법선 벡터, α_q는 대류 열전달계수, α_m는 대류 습도 전달계수, ε은 습도확산계수에 대한 증기확산계수의 비(ratio of the vapor diffusion coefficient to the coefficient of the total diffusion of moisture), λ는 상변화 열(heat of phase change), δ는 온도-확산상수(thermo-diffusion), ∂R는 영역R의 경계를 나타낸다.

초기조건은 다음과 같다.

$$T(\mathbf{x}, 0) = T_0(\mathbf{x}) \tag{9}$$

$$W(\mathbf{x}, 0) = W_0(\mathbf{x}) \tag{10}$$

상변화가 일어나는 이동 경계 ∂R_{ds}에서의 온도와 습도는 다음과 같다.

$$T = T_e \tag{11}$$

$$W = 0 \tag{12}$$

식 (4)와 식 (6)을 간단하게 정리하면 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$k_q \nabla T \mathbf{n} + \mathbf{j}_q^* = 0 \quad \text{on} \quad S_2 \tag{13}$$

$$k_m \nabla W \mathbf{n} + \mathbf{j}_m^* = 0 \quad \text{on} \quad S_4 \tag{14}$$

여기서,

$$\mathbf{j}_q^* = \mathbf{A}_q (T - T_a) + \mathbf{A}_\varepsilon (W - W_a) + \mathbf{j}_q \tag{15}$$

$$\mathbf{j}_m^* = \mathbf{A}_\delta (T - T_a) + \mathbf{A}_m (W - W_a) + \mathbf{j}_m - \frac{k_m \delta}{k_q} \mathbf{j}_q \tag{16}$$

$$\mathbf{A}_q = \alpha_q \tag{17}$$

$$\mathbf{A}_\varepsilon = (1-\varepsilon)\alpha_m \lambda \tag{18}$$

$$\mathbf{A}_\delta = -\frac{k_m \delta \alpha_q}{k_q} \tag{19}$$

$$\mathbf{A}_m = \alpha_m - \frac{(1-\varepsilon)\alpha_m k_m \lambda \delta}{k_q} \tag{20}$$

온도가 상변화 온도에 도달하면 재료내의 습도가 액화 또는 기화하는 상변화 현상이 생기면서 동시에 두개의 상이 존재하게 된다. 이 때, 상변화 과정 중에 방출 또는 흡수되는 잠열을 효율적으로 고려하여 열 및 습도전달을 해석하기 위해서는 다음과 같이 잠열의 효과를 고려한 에너지 보존식을 도입하여야 한다. (Fig. 2 참조)

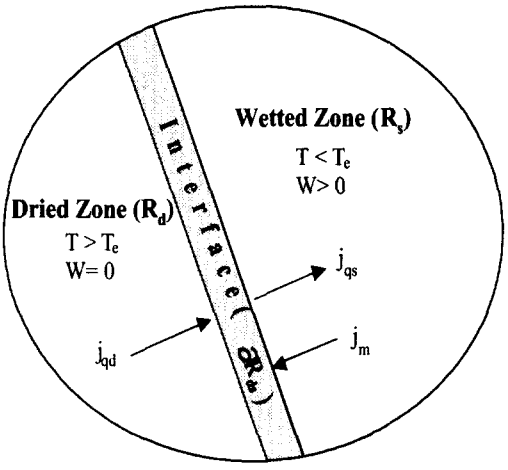


Fig. 2 Schematic view of heat and moisture moving boundary problem

$$L(W_0\dot{\mathbf{X}}+\mathbf{j}_m)\cdot\mathbf{n}_{ds}=(\mathbf{j}_{qd}-\mathbf{j}_{qs})\cdot\mathbf{n}_{ds} \quad (21)$$

여기서, L은 잠열, W_0는 잔류 습도, $\mathbf{X}$는 계면의 위치, $\mathbf{n}_{ds}$는 상변화가 일어나는 이동경계 ∂R_{ds}에서의 단위 법선 벡터, $\mathbf{j}_{qd}$는 기상에서의 열 플럭스 벡터, $\mathbf{j}_{qs}$는 액상에서의 열 플럭스 벡터를 나타낸다.

경계조건을 만족하는 지배방정식의 해를 유한요소법을 이용하여 구하기 위해 온도와 습도에 대한 근사해를 가정한다. 근사해와 엄밀해 사이의 오차에 의한 잔류에 가중함수를 곱하고 전 영역에 걸쳐 적분한 값을 0으로 취하면, 연립 방정식을 얻을 수 있다. 식 (1)과 식 (2)에 가중함수 u와 v를 각각 곱하고 영역 R에 대해서 적분한 후, 식 (3)~(8)의 경계 조건과 식 (21)을 이용하면 다음과 같은 적분형을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned}\int_R C\dot{T}u\,dR+\int_R(\mathbf{K}^T\cdot\nabla T+\mathbf{K}^M\cdot\nabla W)\cdot\nabla u\,dR\\ =-\int_{S_2}\left(\frac{\mathbf{K}^M}{\mathbf{A}^M}\mathbf{j}_m^*+\mathbf{j}_q^*\right)u\,dS+\int_R\dot{I}_q\,dR\\ -\int_{\partial R_{ds}}L(W_0\dot{\mathbf{X}}_m+\mathbf{j}_m)\cdot\mathbf{n}_{ds}u\,dS\end{aligned} \quad (22)$$

$$\begin{aligned}\int_R\dot{W}v\,dR+\int_R(\mathbf{A}^M\cdot\nabla W+\mathbf{A}^T\cdot\nabla T\\ +\mathbf{A}^g\cdot W\cdot\mathbf{g})\cdot\nabla v\,dR\end{aligned}$$

$$=-\int_{S_4}\left(\mathbf{j}_m^*+\frac{\mathbf{A}^T}{\mathbf{K}^T}\mathbf{j}_q^*\right)v\,dS \quad (23)$$

식 (22)와 식 (23)은 발산정리(divergence theorem)를 이용하여 구한 식들이다. 식 (22)의 잠열항을 잔류액체와 유입액체의 기화에너지로 각각 분리하여 정리하면 식 (24)와 같은 식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned}\int_R\overline{C}\dot{T}u\,dR+\int_R(\mathbf{K}^T\cdot\nabla T+\mathbf{K}^M\cdot\nabla W)\cdot\nabla u\,dR\\ =-\int_{S_2}\left(\frac{\mathbf{K}^M}{\mathbf{A}^M}\mathbf{j}_m^*+\mathbf{j}_q^*\right)u\,dS+\int_R\dot{I}_q\,dR\\ -\int_{\partial R_{ds}}L\mathbf{j}_m\cdot\mathbf{n}_{ds}u\,dS\end{aligned} \quad (24)$$

여기서, $\overline{C}$는 수정된 열용량이다.

식 (23)을 다시 정리하면 식 (25)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned}\int_R\dot{W}v\,dR+\int_R(\mathbf{A}^M\cdot\nabla W+\mathbf{A}^T\cdot\nabla T)\cdot\nabla v\,dR\\ =-\int_{S_4}\left(\mathbf{j}_m^*+\frac{\mathbf{A}^T}{\mathbf{K}^T}\mathbf{j}_q^*\right)v\,dS\\ -\int_R\mathbf{A}^g\cdot W\mathbf{g}\cdot\nabla v\,dR\end{aligned} \quad (25)$$

식 (15)와 식 (16)의 $\mathbf{j}_q^*$와 $\mathbf{j}_m^*$을 식 (24)와 식 (25)에 대입하면 다음과 같은 식으로 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned}\int_R\overline{C}\dot{T}u\,dR+\int_R(\mathbf{K}^T\cdot\nabla T+\mathbf{K}^M\cdot\nabla W)\cdot\nabla u\,dR\\ +\int_{S_2}\left[\left(\frac{\mathbf{K}^M}{\mathbf{A}^M}\mathbf{A}_\delta+\mathbf{A}_q\right)T+\left(\frac{\mathbf{K}^M}{\mathbf{A}^M}\mathbf{A}_m+\mathbf{A}_\varepsilon\right)W\right]u\,dS\\ =-\int_{S_2}\left[\left(\frac{\mathbf{K}^M}{\mathbf{A}^M}\mathbf{A}_\delta+\mathbf{A}_q\right)T_a\right.\\ \left.+\left(\frac{\mathbf{K}^M}{\mathbf{A}^M}\mathbf{A}_m+\mathbf{A}_\varepsilon\right)W_a-\frac{\mathbf{K}^M}{\mathbf{A}^M}\mathbf{j}_m-\mathbf{j}_q\right]u\,dS\\ +\int_R\dot{I}_q\,dR-\int_{\partial R_{ds}}L\mathbf{j}_m\cdot\mathbf{n}_{ds}u\,dS\end{aligned} \quad (26)$$

$$\begin{aligned}\int_R\dot{W}v\,dR+\int_R(\mathbf{A}^M\cdot\nabla W+\mathbf{A}^T\cdot\nabla T)\cdot\nabla v\,dR\\ +\int_{S_4}\left[\left(\mathbf{A}_\delta+\frac{\mathbf{A}^T}{\mathbf{K}^T}\mathbf{A}_q\right)T+\left(\mathbf{A}_m+\frac{\mathbf{A}^T}{\mathbf{K}^T}\mathbf{A}_\varepsilon\right)W\right]v\,dS\end{aligned}$$

$$= \int_{S_4} [(\mathbf{A}_\delta + \frac{\mathbf{A}^T}{\mathbf{K}^T} \mathbf{A}_q) T_a + (\mathbf{A}_m + \frac{\mathbf{A}^T}{\mathbf{K}^T} \mathbf{A}_\varepsilon) W_a - \mathbf{j}_m - \frac{\mathbf{A}^T}{\mathbf{K}^T} \mathbf{j}_q] v dS - \int_R \mathbf{A}^g \cdot W \mathbf{g} \cdot \nabla v dR \quad (27)$$

유한 요소에서의 온도 T, 습도 W, 온도구배 ∇T, 습도구배 ∇W를 다음과 같이 정의하면

$$T = \langle N \rangle \{T\} \quad (28)$$

$$W = \langle N \rangle \{W\} \quad (29)$$

$$\nabla T = [B] \{T\} \quad (30)$$

$$\nabla W = [B] \{W\} \quad (31)$$

여기서, $\langle N \rangle$은 형상함수, $\{T\}$는 절점 온도벡터, $\{W\}$는 절점 습도벡터, $[B]$는 형상함수의 미분을 나타낸다. 식 (28)~(31)을 식 (26)과 식 (27)에 대입하고, 유한요소 행렬식으로 표현하면 다음과 같다.

$$\sum_{e=1}^{E} \left(\begin{bmatrix} C^T & 0 \\ 0 & C^M \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{T} \\ \dot{W} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K^{TT} & K^{TM} \\ K^{MT} & K^{MM} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} T \\ W \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} F^T \\ F^M \end{Bmatrix} \right)_e = 0 \quad (32)$$

여기서,

$$C^T = \int_R \langle N \rangle \bar{C} \{N\} dR \quad (33)$$

$$C^M = \int_R \langle N \rangle \{N\} dR \quad (34)$$

$$K^{TT} = \int_R [B]^* \mathbf{K}^T [B] dR + \int_{R \cap S_2} \langle N \rangle (\frac{\mathbf{K}^M}{\mathbf{A}^M} \mathbf{A}_\delta + \mathbf{A}_q) \{N\} dR \quad (35)$$

$$K^{TM} = \int_R [B]^* \mathbf{K}^M [B] dR + \int_{R \cap S_2} \langle N \rangle (\frac{\mathbf{K}^M}{\mathbf{A}^M} \mathbf{A}_m + \mathbf{A}_\varepsilon) \{N\} dR \quad (36)$$

$$K^{MT} = \int_R [B]^* \mathbf{A}^T [B] dR + \int_{R \cap S_4} \langle N \rangle (\mathbf{A}_\delta + \frac{\mathbf{A}^T}{\mathbf{K}^T} \mathbf{A}_q) \{N\} dR \quad (37)$$

$$K^{MM} = \int_R [B]^* \mathbf{A}^M [B] dR + \int_{R \cap S_4} \langle N \rangle (\mathbf{A}_m + \frac{\mathbf{A}^T}{\mathbf{K}^T} \mathbf{A}_\varepsilon) \{N\} dR \quad (38)$$

$$F^T = \int_R \dot{I}_q dR - \int_{\partial R_{ds} \cap R} L \mathbf{j}_m \cdot \mathbf{n}_{ds} \{N\} dS + \int_{R \cap S_2} \langle N \rangle [(\frac{\mathbf{K}^M}{\mathbf{A}^M} \mathbf{A}_\delta + \mathbf{A}_q) T_a + (\frac{\mathbf{K}^M}{\mathbf{A}^M} \mathbf{A}_m + \mathbf{A}_\varepsilon) W_a - \frac{\mathbf{K}^M}{\mathbf{A}^M} \mathbf{j}_m - \frac{(\mathbf{K}^T - \mathbf{K}^M \delta)}{\mathbf{K}^T} \mathbf{j}_q] \{N\} dR \quad (39)$$

$$F^M = - \int_R [B]^* \mathbf{A}^g \cdot \mathbf{g} \{N\} dR + \int_{R \cap S_4} \langle N \rangle [(\mathbf{A}_\delta + \frac{\mathbf{A}^T}{\mathbf{K}^T} \mathbf{A}_q) T_a + (\mathbf{A}_m + \frac{\mathbf{A}^T}{\mathbf{K}^T} \mathbf{A}_\varepsilon) W_a - \mathbf{j}_m - \frac{(\mathbf{A}^T - \mathbf{A}^M \delta)}{\mathbf{K}^T} \mathbf{j}_q] \{N\} dS \quad (40)$$

식 (35)~식 (40)에서 *는 행렬의 전치를 나타낸다. 요소 내에서 두개의 상이 존재하는 경우 급격한 물성치 변화, 특히 열용량 변화로 인해 수치적 발산을 일으킨다. 이러한 문제를 방지하기 위하여 본 연구에서는 Fig. 3과 같은 불연속 요소 [13]를 도입하였다. Fig. 3(a)의 경우를 살펴보면 다음과 같다. 2차원 문제에서 4절점을 가진 사변형 요소의 온도 변화를 선형으로 가정하였기 때문에 온도가 일정하다고 가정한 계면은 직선으로 나타낼 수 있다. 계면이 p점과 q점을 통과한다면 p점과 q점의 x좌표는 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$x_p = x_j + \frac{T_{12} - T_j}{T_k - T_j} (x_k - x_j) \quad (41)$$

$$x_q = x_k + \frac{T_{12} - T_k}{T_l - T_k} (x_l - x_k) \quad (42)$$

여기서, T12는 영역 1과 영역 2를 분리하는 천이 온도이고, $T_e - 0.5 \triangle T_f \leq T_{12} \leq T_e + 0.5 \triangle T_f$의 값이다. (Fig. 4 참조) 이 관계를 y좌표인 y_p와 y_q에도 적용할 수 있다.

가장 간단한 불연속 요소 (Fig. 3(a)) 에서의 열용량은 다음과 같이 계산할 수 있다.

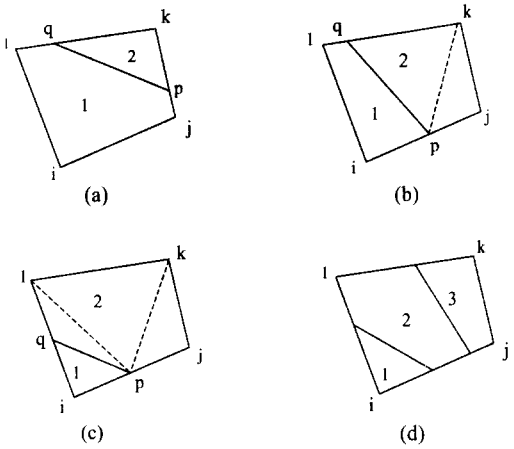


Fig. 3 Internally discontinuous, isoparametric element (1 or 3 for dried or wetted zone, 2 for phase transition zone)

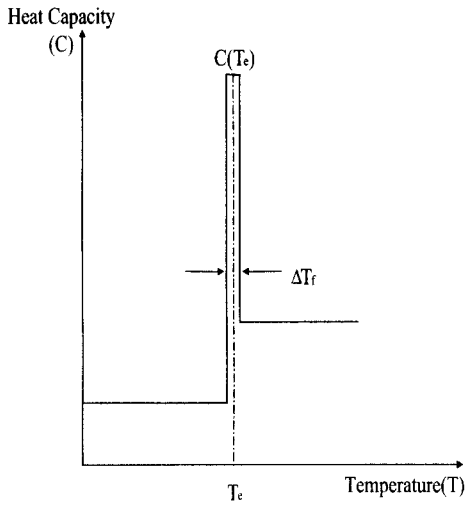


Fig. 4 Heat capacity(C) at phase transition temperature(T_e)

$$C^T = \int_R \{N\} C_1 \langle N \rangle dR + \int_{R_2} \{N\} \triangle C_{12} \langle N \rangle dR \quad (43)$$

여기서 R_2는 2영역이고 $\triangle C_{12} = C_2 - C_1$ 는 2영역과 1영역에서의 열용량 차이이다. 식(43)의 두 번째 항을 2영역의 도심(x_r, y_r)에서 적분하면 다음과 같다.

$$\int_{R_2} \{N\} \triangle C_{12} \langle N \rangle dR = \triangle C_{12} A_{R_2} \begin{bmatrix} N_1^2 & & 0 \\ & N_2^2 & \\ 0 & & \ddots \end{bmatrix}_{(s_r, t_r)} \quad (44)$$

여기서, A_{R2}는 R_2의 면적이고, (s_r, t_r)은 등매개 요소에서의 도심의 좌표이다. R_2가 사변형이나 오각형인 경우에 R_2는 Fig. 3(b)와 Fig. 3(c)같은 삼각형으로 나눌 수 있으며 Fig. 3(a)와 같은 방법으로 열용량을 계산할 수 있다. 상변화 영역이 매우 작을때는 Fig. 3(d)처럼 나타난다. 이러한 경우 열용량은 식(43)과 같은 방법으로 식(45)와 같이 나타낼 수 있다.

$$C^T = \int_R \{N\} C_1 \langle N \rangle dR + \int_{R_2+R_3} \{N\} \triangle C_{12} \langle N \rangle dR + \int_{R_3} \{N\} \triangle C_{23} \langle N \rangle dR \quad (45)$$

불연속 요소에서 $\mathbf{j}_m$이 상수라고 가정하면 식(24)의 유입 액체 기화 에너지는 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$\begin{aligned} \mathbf{j}_m &= -(\mathbf{A}^M \cdot \nabla W + \mathbf{A}^T \cdot \nabla T + \mathbf{A}^g \cdot W\mathbf{g}) \\ &= -(\mathbf{A}^M [B]\{W\} + \mathbf{A}^T [B]\{T\} \\ &\quad + \boldsymbol{A}^g \cdot g \langle N \rangle \{W\}) \end{aligned} \quad (46)$$

그러므로, 식(46)으로부터 식(39)의 두 번째 항은 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$\int_{\partial R_{ds} \cap R} L \mathbf{j}_m \cdot \mathbf{n}_{ds} \{N\} dS = L \cdot d \cdot |\mathbf{j}_m| \{N\} \quad (47)$$

여기서, d는 요소에서의 계면의 길이이다.

2.2 응력장

응력장에서의 지배방정식은 다음과 같다.

$$\nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} + \mathbf{f} = 0 \quad (48)$$

여기서, $\boldsymbol{\sigma}$는 응력텐서, $\mathbf{f}$는 체적력을 각각 나타낸다.

또한 경계조건은 다음과 같다.

$$u = u_5 \quad \text{on} \quad S_5 \tag{49}$$

$$\sigma \cdot n = t_6 \quad \text{on} \quad S_6 \tag{50}$$

응력장 구성방정식은 열과 습도에 의한 효과를 초기 응력값과 같이 취급하면 다음과 같다.

$$\sigma = \sigma_0 + E \cdot (e - \alpha \triangle T - \beta \triangle W)$$
$$= E \cdot e + \sigma_0' \tag{51}$$

여기서, e는 총변형률, E는 탄성계수, α는 열팽창계수, $\triangle T$는 온도 구배, β는 습도팽창계수, $\triangle W$는 습도 구배, σ_0는 초기응력을 각각 나타낸다.

유한 요소내에서의 변위와 변형률을 다음과 같이 가정한다.

$$u = [N_u]\{u\} \tag{52}$$

$$e = [B_u]\{u\} \tag{53}$$

여기서, $[N_u]$은 형상함수, $[B_u]$는 형상함수의 미분, $\{u\}$는 절점 변위를 나타낸다.

식(49)~(53)을 이용하여 식(48)을 유한요소 수식화하면 다음과 같다.

$$\sum_{e=1}^{E}([K]\{u\} - \{F\})_e = 0 \tag{54}$$

여기서,

$$[K] = \int_R [B_u]^* E [B_u] dR \tag{55}$$

$$\{F\} = \int_{S_6} [N_u] t dR + \int_R [N_u] f dR - \int_R [B_u]^* \sigma_0' dR \tag{56}$$

3. 수치해석 및 검증

본 연구에서 개발된 유한요소 수식화의 타당성 및 유용성을 검증하기 위하여 세라믹 애자 건조공정을 수치해석 하였다.

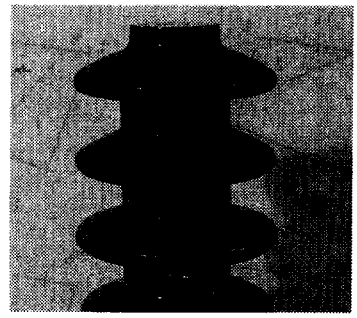


Fig. 5 Side view of ceramic electric insulator

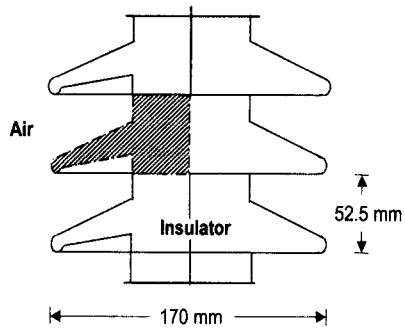


Fig. 6 Schematic view of ceramic electric insulator

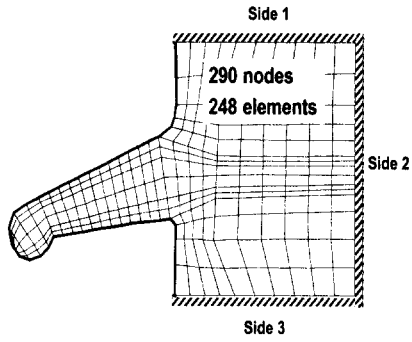


Fig. 7 Finite element model of ceramic electric

Fig. 5는 세라믹 애자의 실제형상이고, Fig. 6은 세라믹 애자의 개략도이며, Fig. 7은 해석에 사용된 유한요소 모델을 나타낸 그림이다. 축대칭 모델이기 때문에 반 단면만을 모델링 하였으며, 290개의 절점과 248개의 선형 사각형 요소로 이루어져 있다.

초기에 재료는 내부 온도가 25℃, 습도가 80kg/m^{3}으로 균일한 상태이며, 항온· 항습로의 온도와 습도가 각각 60℃와 40kg/m^{3}으로 유지된다. Side 1과 Side 3은 주기적 경계조건을 갖고 Side 2는 축대칭 경계조건을 갖는다. 세라믹 애자의 물성치는 Table 1[7]과 같다. 시간이 변화함에 따라 항온· 항습로에 노출된 경계에서 애자 내부로 열 및 습도전달이 발생한다.

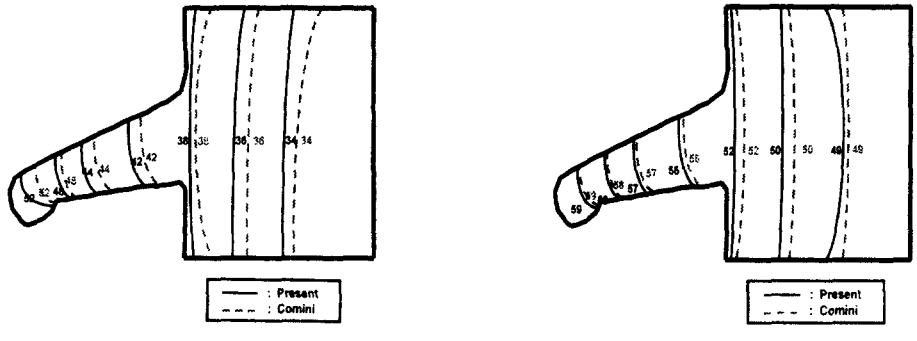
Table 1 Material properties of a ceramic electric insulator[7]

Material property	Value
Mass density (ρ)	2000 kg/m^3
Heat capacity (C)	1.214E+6 J/m^3℃
Heat conduction (K^T)	0.441 J/m℃s
Heat-moisture diffusion (A^T)	0.37E-7 kg/℃s
Moisture diffusion (A^M)	0.667E-7 m^2/s
Moisture-heat conduction (K^M)	0.18 Jm^2/kgs
Convective heat-transfer coefficient (α_q)	20 W/m^2℃
Convective moisture-transfer coefficient(α_m)	5.0E-6 m/s
Thermo-gradient coefficient (δ)	0.56 kg/m^3℃
Heat of phase change (λ)	2.5E+6 J/kg
Ratio of the vapour diffusion coefficient to the coefficient of the total diffusion of moisture (ε)	0.3
Thermal conductivity (k_q)	0.34 W/m℃
Moisture conductivity (k_m)	2.4E-7 m^2/s
Elastic modulus (E)	0.69E+11 Pa
Hygro expansion (β)	0.4E-4 m^3/kg
Thermal expansion (α)	0.3E-6 ℃ $^{-1}$

Fig. 8과 Fig. 9는 각각 1시간과 5시간이 지난 후 애자의 온도분포 및 습도분포를 나타낸 것이다. Fig.8에서 열전달은 외부에서 내부로 일어나고 있음을 볼 수 있다. 실선으로 표시된 것이 개발된 프로그램으로 해석한 결과이고 점선으로 표시된 Comini 등의 해석결과[7]이다. 두 결과가 유사한 경향이 있음을 그림에서 알 수 있다. Fig. 9에서도 개발된 프로그램으로 해석한 결과가 Comini 등의 해석결과와 유사한 경향이 있음을 알 수 있다. 시간이 지남에 따라 열이 내부로 전파되고 이로 인해 점차 건조됨을 알 수 있다.

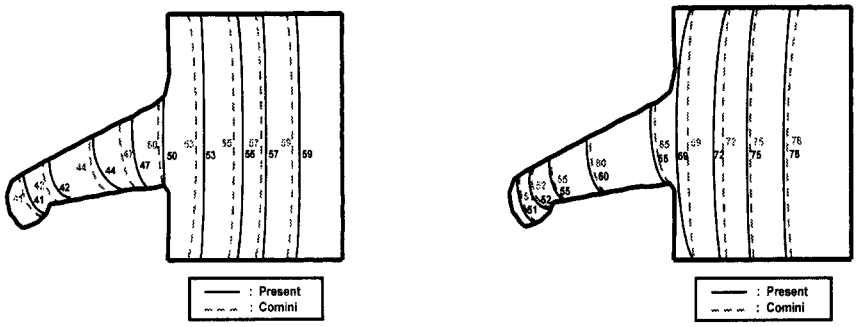
Fig. 10은 각각 1시간과 5시간이 지난 후 애자의 주응력 분포를 나타낸 것이다. 개발된 프로그램의 해석결과와 Comini 등의 해석결과 모두 애자의 코너부에서 최대 인장응력이 발생함을 알 수 있고, 이 지점에서 크랙이 발생할 확률이 가장 높다. 1시간이 지난 후의 최대 인장응력은 Comini 등의 해석결과가 40 MN/m^2 이고, 개발된 프로그램의 해석결과는 40.7 MN/m^2 이다. 최대 인장응력이 발생하는 지점에서의 오차는 1.75%이다. 5시간이 지난 후의 최대 인장응력은 개발된 프로그램의 해석결과는 174.0 MN/m^2 이다.

Fig. 11은 각각 1시간과 5시간이 지난 후 애자의 수축변형 형상을 나타낸 것이다. 변형의 정도는 10배로 확대하였다. 엷은 회색으로 표시된 부분이 초기형상이고, 짙은 검은색으로 표시된 부분이 변형된 애자의 형상이다. 최대 수축 변위는 1시간이 지났을 때 0.0612 mm이고, 5시간이 지났을 때 0.222 mm이다.



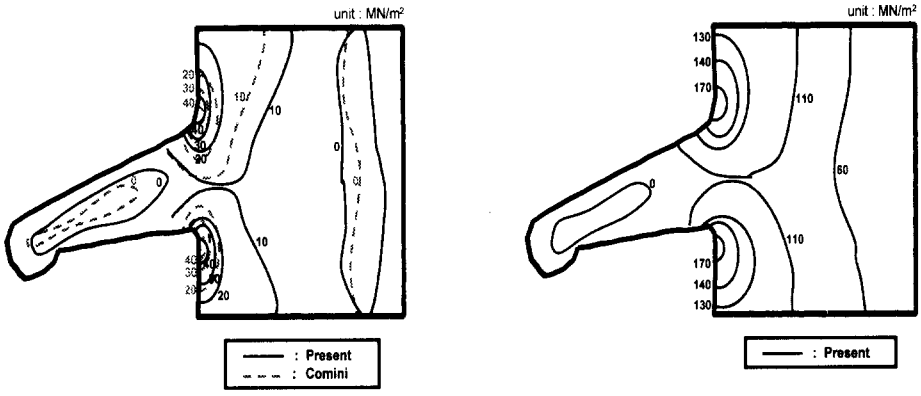
(a) 1 hour (b) 5 hours

Fig. 8 Comparison of temperature distribution of ceramic eletric insulator between Comini and present results after drying for



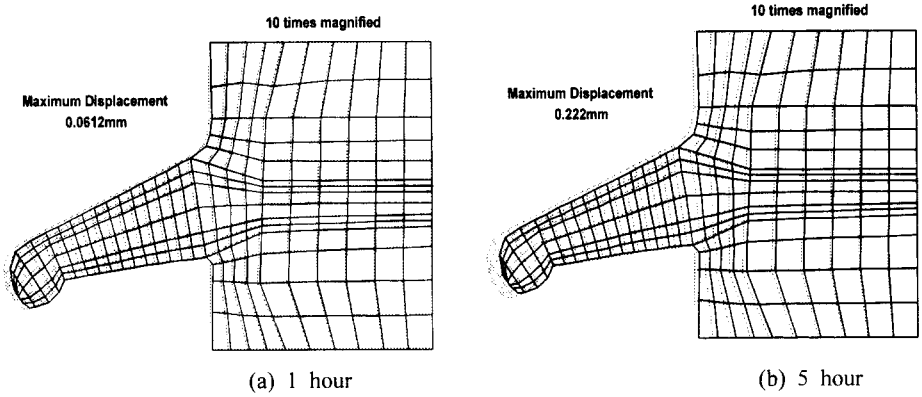
(a) 1 hour (b) 5 hour

Fig. 9 Comparison of moisture distribution of ceramic electric insulator between Comini and present results after drying for



(a) 1 hour (b) 5 hour

Fig. 10 Comparison of principal stress distribution of ceramic electric insulator between Comini andor



(a) 1 hour (b) 5 hour

Fig. 11 Deformed shape of ceramic electric insulator after drying for

Table 2 Maximum residual stress values (MN/m^2) after 5 hour drying associated with various environmental drying conditions

Temp. \ Mois.	28%	36%	40%	44%	48%
48℃	122	157	175	192	209
54℃	122	157	175	192	209
60℃	122	157	174	192	209
66℃	122	157	174	192	209
72℃	122	157	174	192	209

Table 3 Maximum shrinkage amounts (mm) associated with various environmental moisture conditions

Node No. \ Mois.	28%	36%	40%	44%	48%
90	0.155	0.199	0.222	0.244	0.267

다음은 주위의 건조조건이 변함에 따라 애자의 기계적 특성이 어떻게 변하는지 알아보고, 또 최적의 건조조건을 찾아내기 위하여 다양한 건조조건에서 해석하였다. 해석한 결과를 요약하면 Table 2와 같다. 다양한 건조온도와 외부습도 분포에 따른 애자내부의 최대 응력값을 보면, 온도에 따른 응력분포는 열팽창계수가 습도팽창계수보다 현저하게 작기 때문에 온도차이가 아주 크지 않는한 별 영향을 미치지 않지만 습도변화는 민감하게 달라진다. 즉, 외부습도가 올라 갈수록 응력집중이 커지게 된다.

또한, 다양한 건조, 습도조건에서 최대 수축량을 보면, Table 3에서와 같이 습도분포가 증가함에 따라 수축량이 커짐을 알 수 있다.

4. 결 론

본 연구에서는 세라믹 제품의 건조공정에서 열 및 습도전달과 이로 인한 습열응력, 변형형상을 해석할 수 있는 유한요소 프로그램을 개발하고, 이를 세라믹 애자의 건조공정에 적용하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 온도장과 습도장을 연계한 지배방정식의 유한요소 수식화를 수행하고, 습열응력장의 유한요소 수식화를 수행하였다.

(2) 대류경계조건을 고려한 세라믹 애자의 건조공정을 해석한 후, Comini등의 해석결과와 비교하여 온도장과 습도장을 연계한 유한요소 수식화의 정당성을 검증하였다.

(3) 두 개의 상이 존재하는 경우, 급격한 물성치 변화로 인한 수치적 발산현상을 방지하기 위해 불연속요소를 도입하였다.

(4) 개발된 프로그램을 사용함으로써 건조공정시 건조조건을 조정하여 세라믹애자의 품질을 향상시킬 수 있다.

후 기

본 연구는 한양대학교 세라믹공정연구센터를 통한 한국과학재단 우수연구센터 지원금에 의한 것입니다.

참고문헌

(1) Luikov, A V., 1975, "Systems of Differential Equations of Heat and Mass Transfer in Capillary-Porous Bodies (Review)," *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 18, pp. 1～14.

(2) Luikov, A. V., 1975, *Heat and Mass Transfer in Capillary Porous Bodies*, Pergamon, Oxford.

(3) Luikov, A. V., 1980, *Heat and Mass Transfer*, Mir Publishers, Moscow.

(4) Whitaker, S., 1977, "Simultaneous Heat, Mass and Momentum Transfer in Porous Media : A Theory of Drying," *Advances in Heat Transf.*, Vol. 13, pp. 119～203.

(5) De Vris, D. A., 1958, "Simultaneous Transfer of Heat and Moisture in Porous Media," *Trans. Am. Geophys. Un.*, Vol. 39, No. 5, pp. 909～916.

(6) Philip, J R. and De Vris, D. A., 1957, "Moisture Movement in Porous Materials under Temperature Gradients," *Trans. Am. Geophys. Un*, Vol. 38, No. 2, pp. 222～232.

(7) Comini, G. and Lewis, R. W. 1976, "A Numerical Solution of Two-Dimensional Problems

Involving Heat and Mass Transfer," *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 19, pp. 1387~1392.

(8) Thomas, H. R., Lewis, R. W. and Morgan, K., 1980, "An Application of The Finite Element Method to The Drying of Timber," *Wood Fibre*, Vol. 11, pp. 237~243.

(9) Dhatt, G., Jacquemier, M. and Kadje, C., 1986, "Modeling of Drying Refractory Concrete," Drying '86, No. 1, pp. 94~104.

(10) Gong Z. X. and Mujumdar, A. S. 1969, "Development of Drying Schedules for one-Heating Drying Refractory Concrete Slabs Based on A Finite Element Model," *J. Am. Ceram. Soc.* Vol. 79, No. 6. pp. 1649~1658.

(11) Lewis, R. W., Strada, M. and Comini, G. 1977, "Drying-Induced Stresses in Porous Bodies," *Int. J. Num. Meth. Engng.*, Vol. 11, pp. 1175~1184.

(12) Sih, G. C., Ogawa, A. and Chou, S. C. 1981, "Two-Dimensional Transient Hygrothermal Stresses in Bodies with Circular Cavities : Moisture and Temperature Coupling Effects," *J. Thermal Stresses*, Vol. 4, pp. 193~222.

(13) Steven, G. P., 1982, "Internally Discontinuous Element for Moving Interface Problems," *Int. J. Num. Meth. Engng.*, Vol. 18, pp. 569~582.