

정현적인 온도 분포를 갖는 두 수평 평판 사이에서의 작은 Rayleigh 수 열 대류

유 주 식^{*}, 김 용 진^{*}

안동대학교 기계공학교육과, *한국기계연구원 열유체 환경연구부

Low Rayleigh Number Thermal Convection Between Two Horizontal Plates with Sinusoidal Temperature Distributions

Joo-Sik Yoo^{*}, Yong-Jin Kim^{*}

Department of Mechanical Engineering Education, Andong National University, Andong 760-749, Korea

**Korea Institute of Machinery & Metals, Yuseong, P.O. Box 101, Daejeon 305-343, Korea*

(Received September 22, 2000; revision received November 6, 2000)

ABSTRACT: Low Rayleigh number thermal convection in a fluid layer confined between two-infinite horizontal walls kept at spatially sinusoidal temperature distributions, $T_L = T_m + \Delta T \sin kx$, $T_U = T_m + \Delta T \sin(kx - \beta)$, is theoretically investigated by a regular perturbation expansion method. For small wave numbers, an upright cell is formed between the two walls at $\beta=0$. The cell is tilted, as the phase difference increases, and a flow with two counter-rotating eddies occurs at $\beta=\pi$. When the wave number is large, isolated eddies are formed near the lower and upper walls, for all the phase differences. There exists a wave number at which maximum heat transfer rate at the walls occurs, at each of the phase differences. And the wave number increases with increase of the phase difference. For a fixed wave number, the heat transfer rate decreases with increase of the phase difference.

Key words: Thermal convection(열 대류), Sinusoidal temperature distribution(정현적인 온도 분포), Wave number(파동수), Phase difference(위상차), Cellular flow(셀 유동)

기 호 설 명

g : 중력 가속도 [m/s^2]
 H : 두 판 간의 거리 [m]
 k : 벽 온도 분포의 무차원 파동수
 Nu : 평균 Nusselt 수
 Pr : Prandtl 수, ν/α

p : 무차원 압력
 Ra : Rayleigh 수, $ag\Delta TH^3/\nu\alpha$
 t : 무차원 시간
 T_L : 아래 벽면의 온도 분포
 T_U : 위 벽면의 온도 분포
 ΔT : 벽면 온도 분포의 진폭 [K]
 \vec{u} : 무차원 속도 벡터
 u : 수평 방향의 속도 성분
 v : 수직 방향의 속도 성분
 x : 무차원 수평 좌표

[†] Corresponding author

Tel.: +82-54-850-5671; fax: +82-54-841-1624

E-mail address: jsyoo@andong.ac.kr

y : 무차원 수직 좌표

그리스 문자

- α : 열 팽창 계수 [1/K]
- β : 아래와 위 벽면의 온도 분포의 위상차
- θ : 무차원 온도
- θ_L : 무차원 아래 벽면의 온도 분포
- θ_U : 무차원 위 벽면의 온도 분포
- x : 열 확산 계수 [m^2/s]
- ν : 동점성 계수 [m^2/s]
- ρ_0 : 밀도 [Kg/m^3]
- Ψ : 유선 함수
- ω : 와도

하첨자

- L : 아래 벽면
- U : 위 벽면
- x : x 에 대한 미분, $\partial/\partial x$
- y : y 에 대한 미분, $\partial/\partial y$

1. 서 론

본 연구에서는 공간적으로 정현적인(sinusoidal) 온도 분포를 갖고 있는 두 수평 평판 사이에 제한된 유체층에서 일어나는 자연 대류 현상을 조사한다(Fig. 1). 아래와 위 벽면은 각각 $T_L = T_m + \Delta T \sin kx$, $T_U = T_m + \Delta T \sin(kx - \beta)$ 의 온도 분포를 가지고 있다. 이와 같이 벽면 온도가 균일하지 않고 불균일하지만 그 불균일성이 주기적인 상황은 전자 장치의 가열이나 냉각 등의 시스템에서 규칙적으로 배열된 여러 개의 열원(heat source)에 대한 가장 기본적인 모델의 하나가 될 수 있다. 자연 대류의 연구에서 대개 벽면의 온도가 일정한 경우를 고려하는데 여러 개의 열원이 있는 문제로서 Lai et al.⁽¹⁾은 수평 다공층(porous layer)에서 유한한 개수의 일정 크기의 열원이 균일한 간격으로 배열되어 있을 때의 대류를 연구하였다. 그리고 공간 주기적인 경계 조

건의 하의 문제로서 두 판의 형태가 길이 방향으로 정현적이거나 삼각과 등과 같이 물결 모양을 이루는 판 내에서의 자연 대류 혹은 강제 대류에 대한 연구가 수행되었다.⁽²⁻⁶⁾ 이와 같은 문제에 있어서는 그 벽면의 온도가 늘 일정하다고 하였으며 주로 정상 상태의 대류 현상을 조사하였다. 한편 Patankar et al.⁽⁷⁾은 축 방향으로 정현적인 온도 분포를 갖는 판 내에 충분히 발달된 강제 대류가 있을 때의 열전달 문제에 대한 연구를 하였다.

본 문제와 조금이나마 관련된 것으로 Kelly and Pall⁽⁸⁾에 의한 연구가 있다. 그들은 공간적으로 정현적인 불균일성을 갖는 경계 조건 하에서의 자연 대류에 대해 연구하였다. 하지만 그 불균일성의 정도가 아주 작다고 가정하였으며($\theta_L = 1 + \delta \sin kx$, $\theta_U = \delta \sin(kx - \beta)$; $\delta \ll 1$), 파동수(wave number) k 는 고전적인 Rayleigh-Benard 대류⁽⁹⁾에 있어서의 임계 파동수인 3.117로 고정시키고 Rayleigh 수는 임계값인 1707.8 근방의 것을 고려하였다. 즉, 정현적인 형태의 아주 작은 공간적인 불균일성($\delta \sin kx$)이 $\theta_L = 1$, $\theta_U = 0$ 의 경계 조건을 가지고 있는 고전적인 Rayleigh-Benard 대류에 어떤 영향을 미치는가를 살펴보았던 것이다.

본 연구에서는 Fig. 1과 같이 두 벽면이 같은 평균 온도와 진폭과 주기를 가지면서 공간적으로 정현적인 온도 분포를 갖는 경우에 대해 조사한다. 본 문제의 가장 큰 특징은 많이 연구되어 온 기존의 Rayleigh-Benard 문제^(8,9)와는 달리 상하 두 벽면 간에 평균적인 온도 차이가 없다는 것이다. 그러나 평균적인 온도 차이는 없지만 각각의 벽면에 있는 수평 방향의 온도 구배에 의해 대류가 일어난다. Rayleigh-Benard 문제와는 달리 정지 상태는 존재하지 않는다. 유동장은 벽면 온도와 같은 공간적인 주기를 가지므로 파장(wave

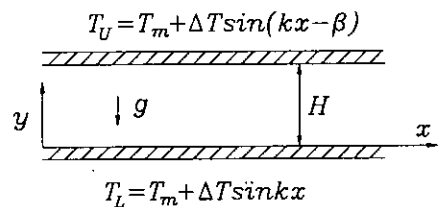


Fig. 1 Problem configuration.

length) $2\pi/k$ 는 시스템의 기하학적 형태를 나타내는 일종의 aspect ratio(길이/높이)에 해당되며 위상차(phase difference) β 는 두 벽면에 있는 열원의 배열의 어긋남의 형태를 나타내어 준다. 따라서 구동력(Rayleigh number)이 같아도 유동장의 특성은 파동수 k 와 위상차 β 에 따라 크게 달라질 수 있을 것으로 예측할 수 있다. 먼저 지배 방정식을 유도한 다음 Regular perturbation 방법을 사용하여 해석적인 해를 explicit하게 구한다. 이 연구에 있어서의 하나의 큰 초점은 벽면 온도의 공간적인 불균일성의 형태(k, β)에 따라서 어떠한 대류 현상이 일어나며 그때의 열전달 특성은 어떠한 것인가를 알아보는 데에 있다.

2. 해 석

2.1 지배 방정식

두 개의 수평 평행 평판 사이에 유체가 채워져 있으며, 두 벽면은 Fig. 1과 같이 정현적으로 변화하는 온도 분포를 가지고 있다. Boussinesq 근사 하에서 부력 항에서만 유체의 밀도 변화를 고려하고 다른 물성치들은 모두 일정하다고 가정한다. 에너지 방정식에서 점성 소산(viscous dissipation)도 역시 무시한다. 이와 같은 가정 하에서 질량, 운동량과 에너지에 대한 보존 방정식(Boussinesq equations)⁽¹⁰⁾을 특성 길이, 시간, 속도, 압력 및 온도를 각각 $H, H^2/\nu, \nu/H, \rho_0 \nu^2/H^2, \Delta T$ 로 택하여 무차원화시키면 지배 방정식은 다음과 같이 나타내어진다. 여기에서 $Pr = \nu/\alpha, Ra = ag\Delta TH^3/\nu\alpha$ 는 각각 Prandtl 수와 Rayleigh 수를 나타낸다.

$$\nabla \cdot \vec{u} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \nabla)\vec{u} = -\nabla p + Pr\nabla^2 \vec{u} + PrRa\theta \vec{j} \quad (2)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \nabla)\theta = \nabla^2 \theta \quad (3)$$

유선 함수(streamfunction) Ψ 와 와도(vorticity) ω 로써 표현되는 무차원화된 지배 방정식과 경계

조건은 다음과 같다.

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} = J(\Psi, \omega) + Pr\nabla^2 \omega + PrRa\theta_x \quad (4)$$

$$\nabla^2 \Psi = -\omega \quad (5)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = J(\Psi, \theta) + \nabla^2 \theta \quad (6)$$

여기에서 와도(ω)와 유선 함수(Ψ), Jacobian $J(f, g)$ 및 Laplacian은 다음과 같이 정의된다.

$$\begin{aligned} \omega &= v_x - u_y, \quad u = \Psi_y, \quad v = -\Psi_x \\ J(f, g) &= f_x g_y - f_y g_x, \quad \nabla^2 = \partial_{xx} + \partial_{yy} \end{aligned} \quad (7)$$

그리고 상하 벽면에서의 경계 조건은 다음과 같다.

$$\Psi = \Psi_y = 0 \quad \text{at } y=0, 1 \quad (8)$$

$$\theta = \sin kx \quad \text{at } y=0 \quad (9)$$

$$\theta = \sin(kx - \beta) \quad \text{at } y=1 \quad (10)$$

위의 식에서 k 는 벽면 온도의 공간 주기적인 변화의 파동수(wave number)이며, 위상차(phase difference) β 는 아래와 위 벽에서의 온도가 어떤 모양으로 어긋나게 분포하고 있는가를 나타낸다.

고려하고 있는 문제는 x 방향으로 주기적이므로 다음과 같이 평균 Nusselt 수를 정의하여 벽면에서의 열전달률을 구한다.

$$Nu = -\frac{k}{2\pi} \int_0^{2\pi/k} \frac{\partial \theta}{\partial y} dx \quad \text{at } y=0, 1 \quad (11)$$

2.2 작은 Rayleigh 수에서의 점근적인 해

식(4)~(6)으로부터 정상 상태의 지배 방정식을 다음과 같이 유동 함수와 온도로 나타낼 수 있다.

$$\nabla^2 \nabla^2 \Psi - Ra\theta_x = J(\nabla^2 \Psi, \Psi)/Pr \quad (12)$$

$$\nabla^2 \theta = J(\theta, \Psi) \quad (13)$$

본 문제는 Rayleigh-Benard 문제와는 달리 각의 경계면에 수평 방향의 온도 구배가 있으며

로 유체층 내에서 압력의 균형을 맞추어 주기 위해선 아무리 작은 온도 차이(ΔT)에서도 유동이 일어난다. 그런데 작은 Rayleigh 수에서는 부력에 의해 일어나는 그 유동이 약하므로 전도(conduction) 상태의 온도 분포는 그와 같은 유체의 운동에 의해서 거의 영향을 받지 않는다. 즉, 유체 내에서의 온도 분포는 거의 전도 상태의 온도 분포를 유지할 것이며 그때의 온도 구배에 의해서 운동 방정식에서 비선형 항을 무시할 수 있는 약한 유동이 일어난다. 이와 같은 개념 하에서 유동 함수와 온도를 다음과 같이 전개하여 식(12)~(13)의 해를 구한다.

$$\Psi = \Psi^0 + Ra\Psi^1 + Ra^2\Psi^2 + \dots \quad (14)$$

$$\theta = \theta^0 + Ra\theta^1 + Ra^2\theta^2 + \dots \quad (15)$$

위와 같은 Rayleigh 수에 대한 Regular perturbation expansion은 Wang and Bau⁽¹¹⁾에 의해 편심 환형관 내에서의 자연 대류 문제에서도 사용한 바가 있다. 식(14)~(15)를 식(12)~(13)에 대입하여 Ra 에 대해서 같은 차수를 갖는 계수들을 모아서 정리한 다음 이들 식과 경계 조건 (8)~(10)으로부터 그 해를 구한다.

zeroth order $O(Ra^0)$ 의 해는 유동이 없는 순수한 전도 상태에 해당된다.

$$\Psi^0 = 0, \quad \nabla^2 \theta^0 = 0 \quad (16)$$

여기에서 온도 θ^0 는 경계 조건 (8)~(10)으로부터 다음과 같이 구해진다.

$$\theta^0 = \left[-\frac{\sinh(ky)}{\tanh(k)} + \cosh(ky) \right] \sin(kx) + \frac{\sinh(ky)}{\sinh(k)} \sin(kx - \beta) \quad (17)$$

유선 함수에 대한 first order $O(Ra^1)$ 방정식은 다음과 같으며

$$\nabla^2 \nabla^2 \Psi^1 = \theta_x^0, \quad \Psi^1 = \Psi_y^1 = 0 \quad \text{at } y=0, 1 \quad (18)$$

해는 다음과 같이 구해진다.

$$\Psi^1 = h_1(y) \cos(kx) + h_2(y) \cos(kx - \beta)$$

$$h_1(y) = \left[A_0 + A_0 \left\{ \frac{k}{\tanh(k)} - 1 \right\} y - \frac{y^2}{8k \tanh(k)} \right] \sinh(ky) + \left(-ky A_0 + \frac{y^2}{8k} \right) \cosh(ky) \quad (19)$$

$$h_2(y) = h_1(1 - y)$$

$$A_0 = \frac{1}{8\{k^2 - \sinh^2(k)\}}$$

온도에 대한 first order 방정식은 다음과 같다.

$$\nabla^2 \theta^1 = J(\theta^0, \Psi^1), \quad \theta^1 = 0 \quad \text{at } y=0, 1 \quad (20)$$

θ^1 은 위의 식과 (17), (19)의 식으로부터 구해진다. 평균 Nusselt 수는 zeroth order 온도 분포로는 영(zero)이고 위의 first order의 해로써 구해지는 것은 다음과 같다.

$$Nu^1 = Ra\{N_1(k) + N_2(k) \cos(\beta)\}$$

$$N_1(k) = \frac{3 \cosh(k) \sinh(k) - 3k + k^3}{96k^3 \sinh^2(k)} + \frac{k \cosh(k) - \sinh(k)}{4 \sinh(k)} A_0 \quad (21)$$

$$N_2(k) = \{-3 \sinh(k) + 3k \cosh(k) - 3k^2 \sinh(k) - k^3 \cosh(k)\} / \{96k^3 \sinh^2(k)\} + \frac{\sinh(k) - k \cosh(k)}{4k} A_0$$

3. 결과 및 논의

본 문제에 있어서 중요한 변수는 파동수 k 와 위상차 β 인데 조사한 범위는 각각 $0.5 \leq k \leq 25$, $0 \leq \beta \leq \pi$ 이다. $\pi \leq \beta \leq 2\pi$ 에 대한 해는 본질적으로 $0 \leq \beta \leq \pi$ 에 대한 해와 같다. 유선과 등온선을 나타내는 그림에 있어서 그 영역은 모두 $0 \leq kx \leq 2\pi$, $0 \leq y \leq 1$ 이다. 등온선은 $\theta=0, \pm 0.2, \pm 0.4, \pm 0.6, \pm 0.8, \pm 1$ 의 선을 나타내며, 유선 사이의 간격

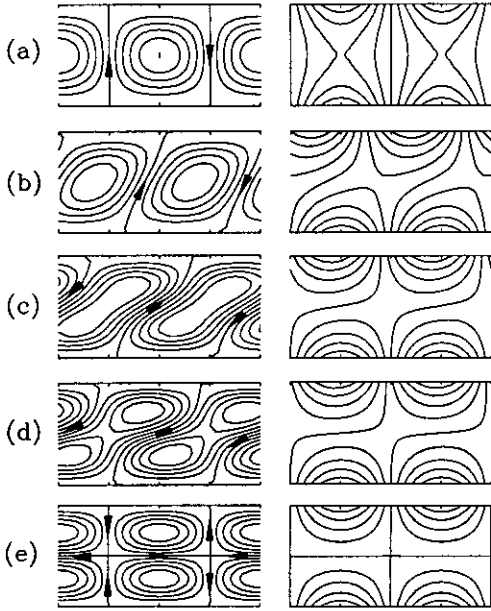


Fig. 2 Variation of streamlines and isotherms with respect to β with $k=3.1$: (a) $\beta=0$; (b) $\beta=0.7\pi$; (c) $\beta=0.9\pi$; (d) $\beta=0.95\pi$; (e) $\beta=\pi$. The left are streamlines and the right are isotherms.

은 $\Psi_{\max}/5$ 이다. 그리고 해의 정성적인 특성은 Rayleigh-Benard 대류에서의 임계 Rayleigh 수 1708보다 작은 값인 $Ra=500$ 의 값을 택하여 제시하였다.

먼저 Fig. 2에 $k=3.1$ 에 대하여 β 의 변화에 따른 유선과 등온선의 모양을 도시하였다. 상하 벽면 사이에 위상 차가 없는 $\beta=0$ 인 경우의 유동은, 벽면에서 최대 온도를 갖는 점($kx=\pi/2$)에서는 올라가고 최소 온도를 갖는 점($kx=3\pi/2$)에서는 내려가는 모양의 셀(cell)이 형성된다. 그러나 이 셀은 $0 < \beta < \pi$ 에서는 기울어진 모양을 하게 되며 β 가 커질수록 그 기울기는 점점 더 커지게 된다. 그리고 마침내 $\beta=\pi$ 에서는 이층 모양의 서로 반대 방향으로 회전하는 두 개의 셀이 생긴다. $\beta=0$ 와 $\beta=\pi$ 의 두 유동은 서로 아주 다르다. 그러나 Fig. 2는 β 에 따른 이와 같은 천이가 매끈하게 일어나는 것을 보여주고 있다.

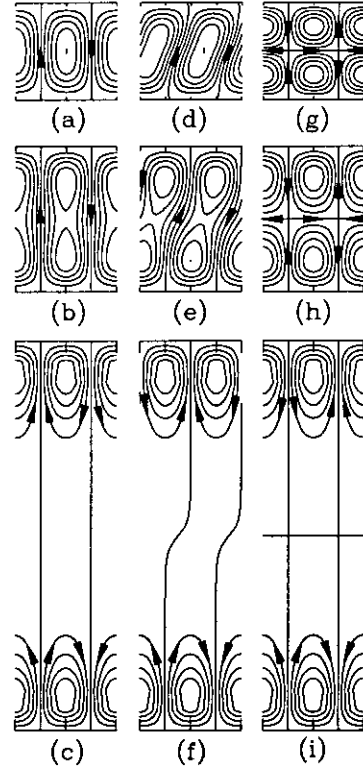


Fig. 3 Variation of streamlines with respect to k for $\beta=0, \pi/2$, and π : (a) $\beta=0, k=6$; (b) $\beta=0, k=9$; (c) $\beta=0, k=24$; (d) $\beta=\pi/2, k=6$; (e) $\beta=\pi/2, k=9$; (f) $\beta=\pi/2, k=24$; (g) $\beta=\pi, k=6$; (h) $\beta=\pi, k=9$; (i) $\beta=\pi, k=24$.

$k < 3$ 인 작은 k 에 대한 위상차 β 에 따른 유선과 등온선의 모양은 Fig. 2에 제시된 것과 같은 변화를 보여준다. 그러나 k 가 커짐에 따라 아래와 위 벽면 사이의 열적인 상호 작용은 감소하고 벽면에 있는 수평 방향의 온도 구배에 의해 각각의 벽면 근처에서 독립적인 소용돌이들이 형성된다. 이러한 거동들을 $\beta=0, \pi/2$ 에 대해 Fig. 3에 도시하였다. Fig. 3는 k 에 따른 유동장의 천이가 매끄럽게 일어남을 보이고 있다. 다른 β 에 대한 경향도 이와 비슷하다. $\beta=0$ 인 경우(Fig. 3(a), (b), (c)), $\pi/2 < kx < 3\pi/2$ 의 영역에서 아래와 위에 있는 두 소용돌이들은 모두 시계 방향으로 회

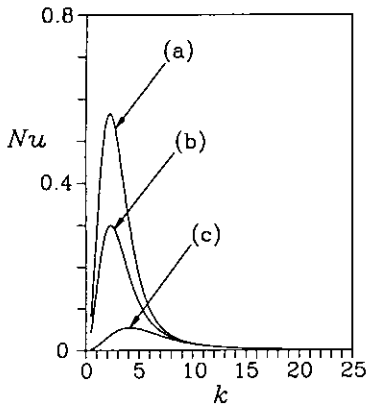


Fig. 4 Nusselt number as a function of k for several phase differences with $Ra=500$: (a) $\beta=0$; (b) $\beta=\pi/2$; (c) $\beta=\pi$.

전하고 있으며, 나머지 영역의 상하의 두 소용돌이들은 모두 반시계 방향의 흐름 방향을 가지고 있다. 따라서 높이의 중심 부분에서는 전단층 (shear layer)이 형성되는 것처럼 보인다. 하지만 작은 Rayleigh 수에서는 벽면에서의 온도 구배에 의해 일어나는 유동이 중심 근방의 유체까지 움직일 정도로 강하지 못하므로 전단층은 생기지 않는다. $\beta=0, \pi/2$ 인 경우 대략 $k>6$ 에서 이와 같이 $\Psi=0$ 에 의해 분리되는 하나의 대류 셀 (convection cell) 내에 두 개의 같은 방향으로 회전하는 소용돌이가 일어난다. 그러나 $\beta=\pi$ 인 경우 (Fig. 3 (g), (h), (i))에는 이와 같은 k 에 따른 유동 형태의 변화가 없다. 왜냐하면 이 경우에는 이미 작은 k 에 대해서도 상하의 벽면 부근에 분리된 셀들이 형성되기 때문이다. 그러나 $\beta=\pi$ 인 경우는 $\beta=0$ 와는 달리 상하의 두 셀들이 각각 서로 반대 방향으로 회전한다. 위상차 β 에 상관 없이 k 가 큰 경우 높이의 중심 ($y=1/2$) 부근의 유체는 거의 정체된 상태에 있다. 이것은 식(17)의 해로부터 알 수 있다. 식(17)의 온도 분포는 벽 근방의 $O(1/k)$ 두께의 열 경계층을 제외하고는 온도가 일정 ($\theta=0$)하다는 것을 보여준다.

과동수 k 와 위상차 β 에 대한 유동장의 모습은 Fig. 2와 Fig. 3과 같다. 다음에는 k 의 변화에 따른 평균 Nusselt 수의 거동을 $\beta=0, \pi/2, \pi$ 에 대해 Fig. 4에 도시하였다. 평균 Nusselt 수는 대략

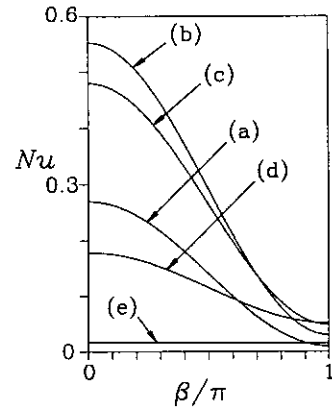


Fig. 5 Nusselt number as a function of β for several wave numbers with $Ra=500$: (a) $k=1$; (b) $k=2$; (c) $k=3.1$; (d) $k=5$; (e) $k=10$.

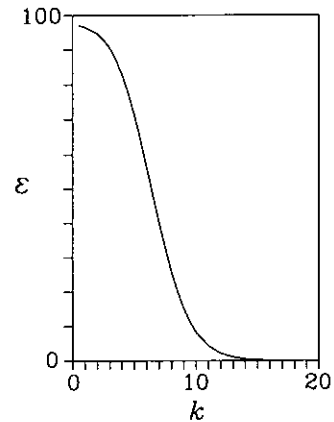


Fig. 6 Relative difference of the Nusselt numbers between $\beta=0$ and $\beta=\pi$, $\epsilon = \frac{Nu(\beta=0) - Nu(\beta=\pi)}{Nu(\beta=0)} \times 100(\%)$, as a function of k .

$2 < k < 4.5$ 에서 최대값을 갖고 k 가 작아지거나 커지면 0으로 접근해 간다. 즉, 모든 위상차 β 에 대해서 최대 Nusselt 수를 갖는 과동수 k 가 존재한다.

Fig. 5에는 β 의 변화에 따른 Nusselt 수의 거동을 $k=1, 2, 3.1, 5, 10$ 에 대해 도시하였다. 식(21)에서 알 수 있듯이 Nusselt 수는 모든 경우에

대해 위상차가 없을 때($\beta=0$) 가장 큰 값을 가지며 위상차가 커질수록 감소한다. 그리하여 위상차가 가장 클 때($\beta=\pi$)의 Nusselt 수가 가장 작은 값을 가지게 된다. Fig. 6에는 $\beta=0$ 와 $\beta=\pi$ 인 경우의 Nusselt 수의 상대적인 차이 $[Nu(\beta=0) - Nu(\beta=\pi)] / Nu(\beta=0)$ 를 파동수 k 의 함수로써 도시하였다. 두 값의 상대적인 차이는 $k \rightarrow 0$ 에서 가장 큰 값을 가지며 k 가 커질수록 급격하게 감소하여 $k > 10$ 에서는 거의 0으로 접근해 간다. $k=1$ 에서의 상대적인 차이는 $\epsilon \approx 96.6\%$ 의 값을 가진다. 그러나 $k > 10$ 에서는 $\epsilon < 10\%$, $k > 14$ 에서는 $\epsilon < 1\%$, $k > 17$ 에서는 $\epsilon < 0.1\%$, $k > 19$ 에서는 $\epsilon < 0.01\%$ 의 값을 가진다. 이와 같은 현상은 Fig. 3의 k 의 변화에 따른 유동장의 모습으로써 알 수 있다. 즉, k 가 커짐에 따라 아래와 위 벽면 사이의 열적인 상호 작용이 감소함에 따라 위상차 β 에 상관없이 큰 값의 k 에 있어서는 각각의 벽면 근처에 독립적인 roll들이 형성되기 때문이다.

끝으로 Fig. 7에는 최대 Nusselt 수를 갖는 k 를 구하여 β 의 함수로써 도시하였다. 위상차가 없는 경우($\beta=0$)의 최대 Nusselt 수를 갖는 파동수는 $k \approx 2.27$ 이며 β 가 커질수록 k 는 증가한다. 그러나 $0 \leq \beta \leq 0.6\pi$ 에서는 k 는 $2.27 \leq k \leq 2.38$ 의 거의 일정한 값을 갖고 $\beta \geq 0.7\pi$ 에서 약간 급격하게

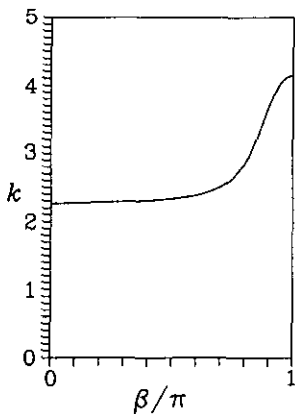


Fig. 7 Value of the wave number k when the Nusselt number has its maximum value, as a function of β .

증가한다. $\beta/\pi=0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9, 1$ 에서 최대 Nusselt 수를 갖는 파동수는 각각 $k \approx 2.27, 2.28, 2.29, 2.3, 2.33, 2.38, 2.5, 2.83, 3.69, 4.14$ 이다.

4. 결 론

공간적으로 정현적인 온도 분포, $T_L = T_m + \Delta T \sin kx$, $T_U = T_m + \Delta T \sin(kx - \beta)$ 를 갖고 있는 두 수평 평판 사이의 유체 내에서 일어나는 자연 대류 현상을 작은 Rayleigh 수에 대해 해석적인 해를 구하여 조사하였다. 파동수 k 가 작은 경우($k \leq 3.1$), 위상차 $\beta=0$ 이면 상하 벽면을 수직으로 연결하는 하나의 셀이 형성된다. 그러나 β 가 커지면 셀의 모양은 기울어지게 되며 마침내 $\beta=\pi$ 에서는 채널의 폭의 중심선에 대해 대칭인 이중 구조의 셀이 형성된다. 파동수가 커질수록 두 벽면간의 열적인 상호 작용이 감소함에 따라 벽면에 있는 수평 방향의 온도 구배에 의해 각각의 벽면 근처에서 독립적인 roll들이 형성된다. 모든 위상차 β 에 대해 최대 Nusselt 수를 갖는 파동수 k 가 존재한다. 이 파동수를 중심으로 하여 k 가 증가하거나 감소하면 Nusselt 수는 단조적으로 감소한다. 모든 파동수에 대해서 $\beta=0$ 인 경우가 가장 큰 Nusselt 수를 가지며 위상차가 증가할수록($\beta=\pi$ 까지) Nusselt 수는 단조적으로 감소한다.

참고문헌

1. Lai, F. C., Choi, C. Y. and Kulacki, F. A., 1990, Free and mixed convection in horizontal porous layers with multiple heat sources, J. Thermophysics, Vol. 4, pp. 221-227.
2. Watson, A. and Poots, G., 1971, The effect of sinusoidal protrusions on laminar free convection between vertical walls, J. Fluid Mech., Vol. 49, pp. 33-48.
3. Sparrow, E. M. and Charmchi, M., 1980, Heat transfer and fluid flow characteristics of spanwise-periodic corrugated ducts, Int.

- J. of Heat and Mass Transfer, Vol. 23, pp. 471-481.
4. Faghri, M. and Asako, Y., 1986, Periodic, fully developed, natural convection in a channel with corrugated confining walls, Int. J. of Heat and Mass Transfer, Vol. 29, pp. 1931-1936.
 5. Asako, Y., Nakamura, H. and Faghri, M., 1988, Heat transfer and pressure drop characteristics in a corrugated duct with rounded corners, Int. J. of Heat and Mass Transfer, Vol. 31, pp. 1237-1245.
 6. Riley, D. S., 1988, Steady two-dimensional thermal convection in a vertical slot with spatially periodic boundary imperfections, Int. J. of Heat and Mass Transfer, Vol. 31, pp. 2365-2380.
 7. Patankar, S. V., Liu, C. H. and Sparrow, E. M., 1978, The periodic thermally developed regime in ducts with streamwise periodic wall temperature or heat flux, Int. J. of Heat Mass Transfer, Vol. 21, pp. 557-566.
 8. Kelly, R. E. and Pal, D., 1978, Thermal convection with spatially periodic boundary conditions: resonant wavelength excitation, J. Fluid Mech., Vol. 86, pp. 433-456.
 9. Busse, F. H., 1981, Transition to turbulence in Rayleigh-Bénard convection, Edited by Swinney, H. L. and Gollub, J. P., Springer-Verlag, In Topics in Applied Physics, Vol. 45, pp. 97-137.
 10. Drazin, P. and Reid, W., 1982, Hydrodynamic stability, Cambridge University Press.
 11. Wang, Y. and Bau, H. H., 1988, Low Rayleigh number convection in horizontal eccentric annuli, Phys. Fluid, Vol. 31, pp. 2467-2473.