

## 축압기가 부착된 관로의 동특성 수치해석

서 용 권<sup>†</sup>

동아대학교 기계공학과

### Numerical Analysis of the Dynamical Characteristics of Fluid Flow Inside a Pipe with an Accumulator

Yong Kweon Suh<sup>†</sup>

Department of Mechanical Engineering, Dong-A University, Pusan 604-714, Korea

(Received September 18, 2000; revision received February 12, 2001)

**ABSTRACT:** This paper addresses characteristics of compressible flow dynamics inside a pipe with an accumulator and an inlet orifice. It also presents a simple but stable numerical method associated with the accumulator-orifice calculation. In particular, a focus is given to developing a method of finding an optimum design of the accumulator-orifice system (i.e., the accumulator size and the throttle resistance) that gives the most effective dissipation of the water-hammering problem. It is found that there exists indeed an optimum set of parameter values for the most effective dissipation of the wave energy.

**Key words:** Accumulator(축압기), Water hammering(수격현상), Throttle resistance(조리개 저항), Method of characteristics(특성방법)

#### 기 호 설 명

$a$  : 음속,  $\sqrt{\beta/\rho}$  [m/s]  
 $A_o$  : 밸브 교축부 단면적(입의 시점) [m<sup>2</sup>]  
 $A_\infty$  : 밸브 교축부 단면적(초기 시점) [m<sup>2</sup>]  
 $A_p$  : 관의 단면적 [m<sup>2</sup>]  
 $C$  : 특성함수값, 축압기 입구(Fig. 2)  
 $C_1, C_2$  : 상수  
 $c_v$  : 밸브의 유속계수  
 $D$  : 관 내경 [m]  
 $E$  : 상수  
 $f$  : 관마찰계수

$g$  : 중력 가속도 [m/s<sup>2</sup>]  
 $H_R$  : 관 입구부의 수심 [m]  
 $I$  :  $x$ -공간의 격자 수  
 $K_{ac}, K_v, K_{v0}$  : 상수  
 $L_p$  : 관 길이 [m]  
 $L_{ac}$  : 축압기 연결 관로의 길이 [m]  
 $m, n$  : 상수  
 $p$  : 압력 [Pa]  
 $p_{av}$  :  $|1 - p/p_\infty|$ 의 시공간 평균, 식(18b)  
 $p_{av0}$  : 축압기 없을 경우의  $p_{av}$   
 $p_{end}$  : 관 출구(밸브 전방) 압력 [Pa]  
 $p_\infty$  : 관 내에 유동 없을 때의 압력 [Pa]  
 $t$  : 시간 [s]  
 $t_c$  : 밸브 폐쇄시간 [s]  
 $t_e$  : 계산 완료 시점 [s]

<sup>†</sup> Corresponding author

Tel.: +82-51-200-7648; fax: +82-51-200-7656

E-mail address: yksuh@mail.donga.ac.kr

- $u$  : 유속 [m/s]
- $u_{0s}$  : 초기 정상상태의 유속 [m/s]
- $u_{av}$  :  $|u/u_{0s}|$ 의 시공간 평균, 식(18a)
- $u_{av0}$  : 축압기 없을 경우의  $u_{av}$
- $u_{in}$  : 관 입구에서의  $u$  [m/s]
- $x$  : 하류방향의 좌표 [m]
- $V$  : 체적 [m<sup>3</sup>]

**그리스 문자**

- $\beta$  : 유체 체적탄성계수 [Pa]
- $\xi$  : 축압기 조리개의 손실계수
- $\rho$  : 유체 밀도 [kg/m<sup>3</sup>]
- $\tau$  : 밸브의 상대 개도, 식(17)
- $\delta t$  : 축압기 계산의 시간 간격 [s]
- $\Delta t$  : 주관로 계산의 시간 간격 [s]
- $\Delta x$  : 공간 간격 [m]

**하첨자**

- 1, 2, 3 : 축압기 상류, 하류, 및 축압기 쪽 지점
- ac : 축압기
- ac0 : 축압기 내 기체의 초기 상태
- $i, N, W$  : 시공간 상에서의 격자점

**1. 서 론**

관 내에 유체가 흐르고 있을 때 밸브 등을 사용하여 흐름을 갑자기 차단하면 차단된 위치에서부터 압력파가 생기고 이것이 관 내의 상하류를 왕복하면서 관로 전체를 진동시키는 수격현상(water hammering)이 발생한다. 이때 압력파의 크기나 전파 속도는 밸브를 닫는 시간, 유체의 압축성, 관의 탄성, 관에 부착된 다른 기기들의 동적 특성 등에 의해 결정된다. 수격현상이 발생하면 진동에 의한 소음은 물론 관로 자체의 피로 파괴, 관로에 부착된 다른 기기들의 파손 및 압력 상승에 따른 성능 저하를 초래할 수 있다. 따라서, 관로 시스템을 설계할 때는 이러한 수격현상이 발생하지 않도록 하는 것이 중요하다. Yum et al.<sup>(1)</sup>은 유압 관로계에서 수격현상에 따른 액주

분리의 문제를 실험과 더불어 수치해석으로 연구한 바 있으며, Kang et al.<sup>(2)</sup>은 펌프의 급작스런 정지시 발생하는 수충격의 완화를 위해 공기 챔버를 설치한 경우 공기 챔버의 설계 및 성능 예측에 관한 수치해석적 연구를 수행한 바 있다. Han et al.<sup>(3)</sup>은 건축배관 시스템 내의 수격현상 문제를 약 10m 높이의 수조와 약 32m 길이의 관을 사용하여 실험적으로 연구한 바 있다. Lee and Kim<sup>(4)</sup>은 수격현상과 관의 진동과의 상호작용에 대해 수치해석적으로 연구하였다.

본 논문에서는 관로 내의 수격현상을 줄이기 위한 한 방안으로서 축압기를 사용하는 경우를 연구대상으로 한다. 축압기는 관로와 병렬로 연결되기 때문에 정상 상태 하에서는 유체의 흐름을 방해하지 않는다. 수격현상이 발생하면 압력파의 전파로 인해 관 내의 압력은 지역적으로 변동하게 된다. 축압기에 연결된 관로 지점의 압력이 평균보다 높으면 유체는 축압기 내로 흘러들어가기 때문에 관로 내의 압력 상승은 저지되고, 반대로 관로의 압력이 평균보다 낮으면 축압기 내의 유체가 관로 내로 흘러나오기 때문에 압력 하강이 또한 저지된다. 그러나 에너지 보존의 관점에서 보면, 밸브를 갑자기 닫았을 때 관 내에는 파동 에너지(운동 에너지와 압력 에너지)가 생기는데 이 에너지를 감쇠시키는 기구가 없으면 수격현상은 사라지지 않는다. 축압기는 압력의 급상승과 급하강을 저지하지만 에너지 감쇠장치는 아니다. 따라서 관로 내의 파동 에너지를 감쇠시키는 목적으로 축압기 입구에 조리개를 설치한 형태를 고려할 수 있다. 이 경우, 공학적으로 중요한 이슈는 가장 적합한 축압기의 크기와 조리개의 마찰계수를 결정하는 일이 될 것이다.

이와 같은 문제와 관련하여, 관로 내의 압축성 흐름에 대한 수치해석을 할 때는 일반적으로 1차원적으로 수행하고 있다. 관벽에서의 유체마찰에 따른 압력 강하는 Darcy의 식 등에 의해 단순히 모델링한다. 현재 관로 내 유동의 동특성 해석을 위해 가장 많이 사용되고 있는 수치해석 방법은 특성방법(method of characteristics)으로서, Wylie and Streeter<sup>(5)</sup>에 잘 설명되어 있다. 관마찰 손실의 좀더 정확한 예측방법으로서 관마찰계수를 진동수에 종속적인 것으로 하는 방법은 Zielke<sup>(6)</sup>의 연구를 필두로 하여 Trikha,<sup>(7)</sup> Suzuki et al.,<sup>(8)</sup> Schohl<sup>(9)</sup>의 연구 결과가 있다(본 연구에

서는 관마찰계수를 간단히 상수로 취급한다). 관로에 축압기가 부착된 경우에 대한 수치해석 방법도 Wylie and Streeter<sup>(6)</sup>의 89-93쪽에 설명되어 있다. 그러나, 축압기 관련 변수를 위한 관계식들이 비선형이어서 이 책에서는 반복법을 사용하여 풀어야 하는 것으로 되어 있다. 본 연구에서는 이들 방정식들을 좀더 손쉽게 처리하는 방법과 그 배경을 설명하고자 한다.

더불어, 구체적인 문제를 예로 들어, 수격현상 저지의 관점에서 최적의 축압기 크기와 입구 조리개의 마찰계수가 존재하는 것을 보이며 그것을 찾아내는 과정을 소개하고자 한다.

### 2. 관로의 동특성 해석을 위한 수식화

끈은 수평 관 속을 유체가 흐르는 경우, 1차원 압축성 흐름으로 가정하면 관 내의 유체유동을 지배하는 방정식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \beta \frac{\partial u}{\partial x} + u \frac{\partial p}{\partial x} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + u \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{fu|u|}{2D} = 0 \quad (2)$$

관이 수평이 아닌 경우에도 정수압만 추가로 고려하면 지배식의 형태는 변함 없고 경계조건만 달라진다.

위 두 식의 수치해석을 위한 특성해법은 Wylie and Streeter<sup>(6)</sup>에 잘 설명되어 있다. 여기서는 간단히 설명하고자 한다. 식(2)에 상수  $\pm a/\beta$ 를 곱한 뒤 그 결과를 식(1)에 더하여 정리하면 다음 결과를 얻게 된다.

$$\frac{du}{dt} \pm \frac{a}{\beta} \frac{dp}{dt} + \frac{fu|u|}{2D} = 0 \quad (3)$$

$$\frac{dx}{dt} = \pm a + u \quad (4)$$

여기서 전미분  $d/dt$ 는 다음과 같다.

$$\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \frac{dx}{dt} \frac{\partial}{\partial x}$$

식(3)을 차별화하기 위해 우선  $x$ -공간을  $(I-1)$

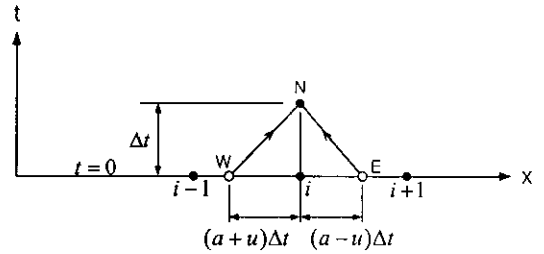


Fig. 1 Schematic illustration of implication given by the equations (3) and (4).

개의 작은 구간으로 분할하고 각 격자점에서만 정의되는  $u$  와  $p$ 를 미지수로 취급한다. 그리고, 시간 간격을  $\Delta t$ 라 할 때, 편의상 현재의 시점을  $t=0$ , 미래의 시점을  $t=\Delta t$ 로 정의한다(Fig. 1). 식(3)의 오일러(Euler)법에 의한 차별화 결과는 다음과 같다.

$$u_N + \frac{a}{\beta} p_N = C_W \quad (5)$$

$$\equiv u_W + \frac{a}{\beta} p_W - \frac{fu_W|u_W|}{2D} \Delta t$$

$$u_N - \frac{a}{\beta} p_N = C_E \quad (6)$$

$$\equiv u_E - \frac{a}{\beta} p_E - \frac{fu_E|u_E|}{2D} \Delta t$$

위 차별식들에서 하첨자는 시공간의 의미를 동시에 갖고 있다(Fig. 1 참조). 그리고  $C_W$ 와  $C_E$ 는 현재시점에서의 값으로 구할 수 있다. 식(5), (6)을 연립으로 하여 풀면,  $u_N$ 과  $p_N$ 을 구하는 식을 얻을 수 있다.

$$u_N = \frac{1}{2}(C_W + C_E) \quad (7)$$

$$p_N = \frac{\beta}{2a}(C_W - C_E)$$

결과적으로 식(4)는 두 점  $W$ 와  $E$ 를 구하는 데 활용되었다. 그런데 일반적으로 두 점은 격자점  $i-1$  및  $i+1$ 와 각각 일치하지 않기 때문에  $C_W$ 와  $C_E$ 는 보간법을 사용해서 구해야 한다. 만약 이것들이 격자점과 일치한다면 수치해석의 결과는 가장 정밀도가 높다. 그러나 이것은  $u=0$ 인

경우에만 가능하다. 또한 두 점 중 어느 하나도  $i-1$ 과  $i+1$  사이의 구간을 벗어나면 수치적으로 불안정해진다는 것이 알려져 있다.<sup>(5)</sup> 본 연구에서는 이러한 점들을 감안하여  $\Delta t$ 를

$$\Delta t = \frac{\Delta x}{a + |u|_{\max}}$$

으로 정하여 수치적으로 안정하면서도 정밀도가 높게 되도록 하였다.

차분식(7)을 위한 경계조건의 처리방법은 다음 절에서 실제 문제를 설명할 때 제시하기로 한다.

### 3. 축압기가 부착된 관로의 문제

Fig. 2는 본 연구에서 수치해석하고자 하는 관로 문제를 나타낸 그림이다. 상류 끝의 경계조건은 압력이 정수압으로서 일정하게 유지되는 조건이다.

$$p_N = \rho g H_R$$

경계에서의 유속  $u_N$ 은 이 결과를 식(6)에 대입하여 구할 수 있다.

하류 끝의 경계조건을 구하기 위해, 밸브를 통한 압력 강하와 유속과의 관계식을 사용한다. 밸브 바로 앞의 압력을  $p_N$ 이라 할 때, 밸브 바로 앞의 유속  $u_N$ 은 다음 식으로 구해진다.

$$u_N = K_v \sqrt{p_N}, \quad K_v = \frac{A_o C_v}{A_p} \sqrt{\frac{2}{\rho}} \quad (8)$$

여기서 밸브 후의 압력은 대기압으로 가정하여 0

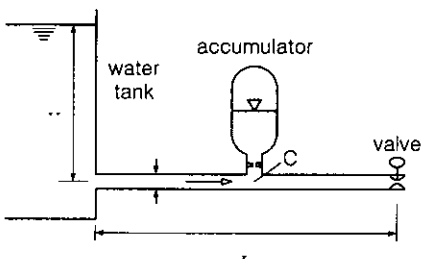


Fig. 2 A water pipe, attached to a tank, with an accumulator and a valve.

으로 두었다. 이 식과 식(5)를 연립으로 하여 풀면  $p_N$ 은 아래와 같이 구해진다.

$$p_N = 2(a/\beta)^2 \left[ (K_v^2 + 2aC_w/\beta) - \sqrt{(K_v^2 + 2aC_w/\beta)^2 - 4(a/\beta)^2 C_w^2} \right] \quad (9)$$

밸브 바로 앞에서의 유속은 이것을 식(5)에 대입하여 구할 수 있다.

축압기가 연결된 지점(즉 Fig. 2의 C점)에서의 경계조건을 구하기 위해 축압기와 관련된 방정식을 세우면 다음과 같다.

$$u_3 = u_1 - u_2 \quad (10)$$

$$p_{ac} V_{ac}^n = K_{ac} = p_{ac0} V_{ac0}^n \quad (11)$$

$$\rho L_{ac} \frac{du_3}{dt} = p_N - p_{ac} - \frac{1}{2} \zeta \rho u_3 |u_3| \quad (12)$$

$$\frac{dV_{ac}}{dt} = -A_p u_3 \quad (13)$$

식(10)은 점 C를 둘러싼 공간에 대한 연속 방정식이다. 단, 연결 관로의 직경은 주 관로의 직경과 같은 것으로 가정하였다. 식(11)은 축압기 내 기체의 압축/팽창 과정을 나타내는 식이다. 지수  $n$ 은 일반적으로 1~1.4의 값을 가진다. 식(12)는 축압기 연결 관로 내 유체의 운동량 방정식으로서, 좌변은 유체의 관성력 효과를 나타내며,  $L_{ac}$ 는 연결 관로의 길이,  $p_N$ 은 C 지점의 압력이다.  $p_{ac}$ 는 조리기 하류의 압력으로서, 축압기 내 기체의 압력과 같은 것으로 가정하였다. 식(13)은 축압기 내로 유입되는 유체에 의해 기체의 체적이 감소하는 것을 나타낸 식이다. 한편, 주 관로에서는 점 C의 상류에서 식(5)가 적용되며(단  $u_N$ 은  $u_1$ 이 됨), 하류에서는 식(6)이 적용되므로(단  $u_N$ 은  $u_2$ 가 됨), 두 식을 서로 빼고 식(10)을 적용하면

$$u_3 = C_w - C_E - \frac{2a}{\beta} p_N \quad (14)$$

을 얻을 수 있다. 그러면 네 개의 식(11)~식(14)에 의해 미지수  $p_N$ ,  $u_3$ ,  $p_{ac}$ ,  $V_{ac}$ 가 결정된다. 여

기서 식(12)와 식(13)의  $d/dt$ 는 앞의 식(3)과 식(4)에서 사용한 것과는 물론 다르다. 여기서는 단순히 고정된 지점에서의 시간 미분을 의미한다. 계속해서 식(11)과 식(14)에 의해 식(12)의  $p_{ac}$ 와  $p_N$ 을 소거하면, 식(12)는

$$\rho L_{ac} \frac{du_3}{dt} = -\frac{K_{ac}}{V_{ac}^n} + \frac{\beta}{2a}(C_W - C_E - u_3) - \frac{1}{2} \xi \rho u_3 |u_3| \quad (15)$$

으로 된다.

이제 지배식은 식(13)과 식(15)이며, 미지수는 2개로 줄어들었다. Wylie and Streeter<sup>(5)</sup>에서는 결국  $L_{ac}$ 를 무시하여 식(15)의 좌변을 0으로 둔 것과 식(13)을 Crank-Nicolson 법으로 차분화한 결과를 상호 결합한 비선형 방정식을 반복법으로 푸는 알고리즘을 제시하고 있다.

본 연구에서는 보다 더 단순한 방법을 위해 우선  $L_{ac}$ 를 무시하지 않은 상태에서 식(13)과 식(15)를 양적인 오일러의 방법으로 처리하였다. 이때, 시간 간격  $\delta t$ 는 주 관로에서의 시간 간격  $\Delta t$ 보다 작게 잡아야 한다. 다시 말한다면, 주 관로의 계산이 하나의 시간 단계에서 끝나면  $C_W$ 와  $C_E$ 가 결정되고, 이 값들이 고정된 상태에서 식(13)과 식(15)를 시간  $t$ 에서부터  $t + \Delta t$ 까지, 시간 간격  $\delta t$ 를 자연수  $m$ 에 대해  $\delta t = \Delta t/m$ 와 같이 하여 적분해야 한다. 수치해석 결과,  $L_{ac}$ 를 작게 하면 안정된 해를 구하기 위해서는  $m$ 이 증가되어야 하는 것으로 나타났다.

$L_{ac} \rightarrow 0$ 의 경우  $m$ 이 증가되어야 하는(따라서 계산시간이 길어지는) 원인은 식(15) 및 식(13)의 분석으로부터 알 수 있다. 만약  $L_{ac}$ 가 충분히 작은 상태에서 식(15)의 우변이 0이 되지 않은 초기 조건을 부여하면  $u_3$ 는 우변을 0으로 만들기 위해 초기치로부터 급격히 변한다. 이 경우 시간 스케일은  $L_{ac}$ 에 비례한다. 따라서 이러한 초기의 급격한 거동 때문에  $\delta t$ 를 충분히 작게 취하지 않으면 수치해석적인 불안정성을 초래하여 계산을 수행할 수 없게 하는 것이다. 한편, 이 과정에서  $V_{ac}$ 의 변화는 상대적으로 매우 미약하다. 그것

은 식(13)에서 보는 바와 같이  $V_{ac}$ 의 변화가 매우 짧은 시간 동안  $u_3$ 를 적분한 결과이기 때문이다. 초기  $u_3$ 의 급격한 변화를 거치고 나면 식(15)의 우변이 거의 0이 되어 버리고 그 다음부터는 식(13)에 의해  $V_{ac}$ 가(또한 이에 따라  $u_3$ 도) 상대적으로 서서히 변화하는 양태가 된다.

연결 관로 내 유속  $u_3$ 의 초기 급격한 변화가 주 관로의 동특성 혹은 수치해석적 안정성에 미치는 영향은 거의 없다고 가정하고, 본 연구에서는  $L_{ac} = 0$ 인 경우에 대한 수치해법으로서, 식(15)의 우변이 0이 되도록  $u_3$ 를 먼저 정하고(간단히 2차 방정식의 근의 공식을 사용하면 된다) 이를 식(13)에 대입하여 새로운  $V_{ac}$ 를 구하는 방법을 사용하였다. 이때 식(15)의  $V_{ac}$ 는 상수로 취급하였다(상수로 취급할 수 있는 근거는 앞에서 설명한 바와 같다). 이렇게 하여 수치해석한 결과,  $m = 1$ 에서도 안정된 해를 구할 수 있었다. 만약 이렇게 하지 않고, 예를 들어 초기에  $V_{ac}$ 와  $p_N$ 이 주어진 상태에서 식(11)에 의해  $p_{ac}$ 를 구하고, 이어서 식(12)의 우변이 0이 되도록  $u_3$ 를 구하며, 식(13)과 식(14)에 의해  $V_{ac}$ 와  $p_N$ 을 각각 구하는 방법을 사용한다면 안정된 해를 구할 수 없게 된다. 이러한 방법들은 축압기가 부착된 관로의 수치해석을 처음 수행하는 연구자에게는 처음부터 시도되는 방법들이기 때문에, 시간 절약의 차원에서 본 연구의 결과는 좋은 참고자료가 될 것으로 생각된다.

주 관로에서의 수격현상은 관로 끝에 있는 밸브를 닫음으로써 발생한다. 그런데 수격현상의 정도는 밸브를 닫는 시간에 따라 달라진다. 본 연구에서는 오리피스식의 단면적  $A_o(t)$ 가 Wylie and Streeter<sup>(5)</sup>에서 설정된 대로,

$$A_o = A_{oo} \tau(t), \quad \tau(t) = (1 - t/t_c)^E \quad (16)$$

와 같이 감소하는 것으로 하였다. 단,  $t > t_c$ 이면  $\tau = 0$ 으로 둔다.

관로의 동특성 수치해석을 수행하기 위해서는 유속과 압력의 초기 조건을 필요로 한다. 초기 조건은 밸브가 전개된 상태에서 관로 내 흐름이

정상상태가 되었을 때의 유동해로부터 얻을 수 있다. 정상상태 하에서 유체의 압력분포는, 식(1)에서  $\partial/\partial t$ 를 모두 0으로 놓고, 두 식으로부터  $\partial u/\partial x$ 을 소거한 뒤  $|u| \ll |a|$ 의 가정과  $u \cong \text{const.}$ 의 가정에 의해 구할 수 있으며, 속도는  $x = L_p$ 에서의 압력값을 식(8)에 넣어서 구할 수 있다. 결과는 다음과 같다.

$$p_{\text{end}} = \frac{\rho g H_R}{1 + f \rho L_p K_{v0}^2 / 2D}$$

$$u = K_{v0} \sqrt{p_{\text{end}}} \equiv u_{0s}, \quad p = \rho g H_R - \frac{f \rho u^2}{2D} x$$

단,  $K_{v0}$ 는 밸브가 막 열리기 시작하는 시점에서의  $K_v$ 이다.

#### 4. 수치해석 결과 및 검토

우선 프로그램의 신뢰성 확보를 위해 축압기 없는 경우, Wylie and Streeter<sup>(5)</sup>에서 제시한 조건인,  $a=1200 \text{ m}$ ,  $\rho=1000 \text{ kg/m}^3$ ,  $D=0.5 \text{ m}$ ,  $H_R=150 \text{ m}$ ,  $L_p=600 \text{ m}$ ,  $f=0.018$ ,  $E=1.5$ ,  $A_{\infty} c_v=0.009 \text{ m}^2$ ,  $t_c=2.1 \text{ s}$ 에 대해  $I=51$ ,  $m=1$ 로 하여 수치해석하였다(다음에서 제시하는 거의 모든 결과는  $m=1$ 로 하여 구한 것이다). 본 논문에서 물리량은 모두 SI 단위를 가진다. Fig. 3은 이 조건에

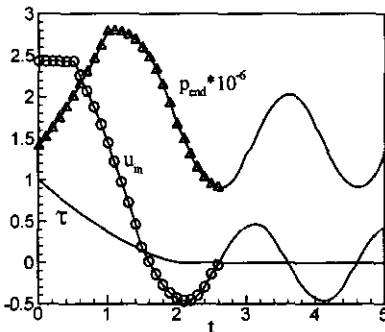


Fig. 3 Numerical results of  $u_{in}$ , the inlet velocity, and  $p_{\text{end}}$ , the pressure at the pipe end, obtained for the case without the accumulator. Symbols indicate the data given by Wylie and Streeter.<sup>(5)</sup>

서 구한 수치해석 결과를  $u_{in}$ 과  $p_{\text{end}}$ 의 시간변화로써 나타낸 것이다. 그림에서 기호는 Wylie and Streeter<sup>(5)</sup>의 데이터인데, 본 연구에서 구한 결과와 완전히 일치하고 있음을 알 수 있다. 단, 이 경우는 식(1)과 식(2)에서 마찰 항을 제외한 나머지 비선형 항은 모두 무시한 결과이며, 이 항들을 두고 수치해석하여도 큰 차이는 없다. 이 다음에서 제시하는 결과들은 이 항들을 모두 포함시켜 구한 것이다. 그리고,  $I$ 를 201로 증가하여도 결과는 거의 마찬가지이다.

위 조건들 중에서 축압기가 없는 경우에 있어서 수격현상의 제어와 관련하여 중요한 파라미터는 관의 길이  $L_p$ (관의 직경은 기준으로 삼는 물리량이기 때문에 일정하게 둔다), 밸브를 닫는 시간  $t_c$ 이다. Fig. 4는 축압기가 없는 경우에 있어서 이 두 파라미터들을 변화시켰을 때,  $u_{in}$ 과  $p_{\text{end}}$ 의 시간변화를 보여준 것이다. 우선 Fig. 4의 (a)와 (b)는 동일한 관 길이 600 m에서  $t_c$ 를 매우 작게 그리고 원래대로  $t_c=2.1 \text{ s}$ 로 한 경우를 보여주고 있는데,  $t_c$ 가 작으면 파동 에너지가 커지는 것을 알 수 있다. 따라서 일반적으로 잘 알려진 사실이지만 수격현상을 줄이기 위해서는 밸브를 서서히 닫아야 하는 것이다. 그러나 밸브를 닫는 시간과 수격의 정도는 관의 길이와 관계있다. Fig. 4의 (c)와 (d)는 관의 길이가 4배로 긴

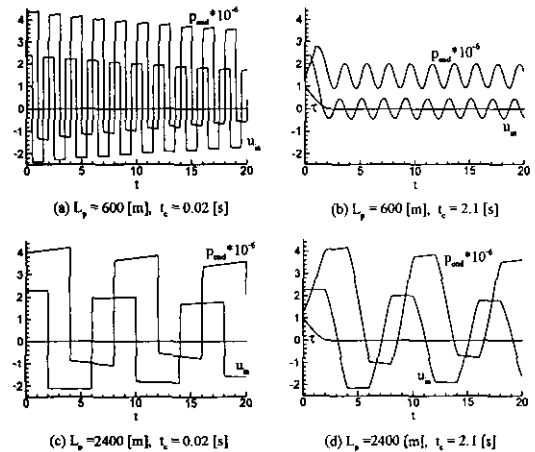


Fig. 4 Transient behavior of  $u_{in}$  and  $p_{\text{end}}$  for different sets of  $L_p$  and  $t_c$  for the case without the accumulator.

경우에 대해 역시  $t_c$ 를 매우 작게 그리고 원래대로 한 경우를 보여주고 있다. 밸브 닫는 시간을 600m의 경우와 각각 같게 하였지만, 여기서는 그 효과의 차이가 뚜렷하지 않다. 실제로 이 경우는  $t_c$ 를 4s 이상 했을 때 효과가 나타난다. 그리고 수격현상에 따른 진동주기는 관의 길이에 비례한다는 기존의 선형해석 결과도 이 그림을 통해 확인할 수 있다.

이제 축압기가 부착된 경우에 대한 수치해석 결과를 살펴본다. 본 연구에서는 축압기 내의 기체는 등온변화를 하는 것으로 가정하여  $n$ 을 간단히 1로 두었다. 동일한 조건에서 축압기를 부착하면 적절한 파라미터 조건에서 수격현상을 현저히 줄일 수 있다. 그 효과를 정량화하기 위해 아래와 같이, 밸브가 닫힌 뒤부터의 데이터를 시공간적으로 평균화한 양들을 정의한다.

$$u_{av} = \frac{1}{L_p(t_e - t_c)} \int_{t_c}^{t_e} \int_0^{L_p} \left| \frac{u}{u_{0s}} \right| dx dt \quad (17a)$$

$$p_{av} = \frac{1}{L_p(t_e - t_c)} \int_{t_c}^{t_e} \int_0^{L_p} |1 - p/p_{\infty}| dx dt \quad (17b)$$

여기서,  $t_e = 50$ s로 하였다. 그런데 앞서서도 검토된 바와 같이 압축파동의 강도는 축압기의 사양과 별도로 관의 길이와 밸브 닫는 시간에 의해서도 달라진다. 따라서 여기서는 같은 조건에서 축압기를 부착하였을 때의 순수한 효과를 보기 위해서, 축압기가 없는 경우에 대해 식(17a), 식(17b)로 구한 값을 각각  $u_{av0}$ ,  $p_{av0}$ 로 하고, 그 비  $u_{av}/u_{av0}$ ,  $p_{av}/p_{av0}$ 로써 검토하였다. 이 값들은 밸브가 완전히 닫힌 뒤부터 압축파동의 강도가 얼마만큼 큰가하는 것을 축압기가 없을 때를 기준으로 해서 시공간 평균적으로 나타낸 것이라 말할 수 있다. 앞으로는  $u_{av}/u_{av0}$ 를 '유속변동의 상대적 크기', 그리고  $p_{av}/p_{av0}$ 를 '압력변동의 상대적 크기'라 부르기로 한다.

Fig. 5는 관의 길이를 4가지로 하였을 때,  $V_{ac}$ 와  $\zeta$ 의 값에 따른  $\log(u_{av}/u_{av0})$ 의 분포를 그린 것이다.  $V_{ac}$ ,  $\zeta$  및  $L_p$ 를 제외한 다른 모든 파라미터는 이 절의 시작부분에서 제시한 것과 같으며, 다만  $I$ 는 101부터 시작하여  $L_p$ 와 더불어 증

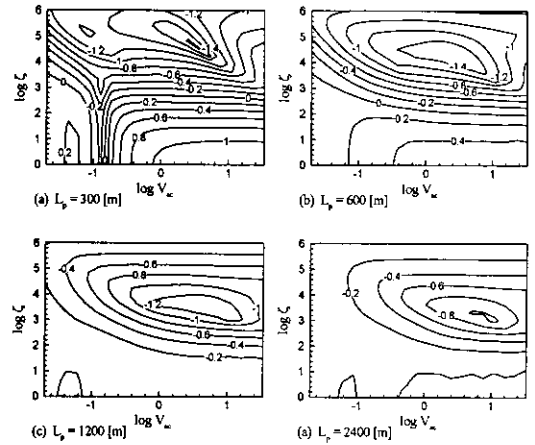


Fig. 5 Contour plots of  $\log(u_{av}/u_{av0})$  in the parameter space ( $\log V_{ac}$ ,  $\log \zeta$ ) for 4 pipe lengths.

가시켰다. 그리고 축압기는 관로의 중앙에 설치하였다. 우선 각 경우에 있어서  $\log(u_{av}/u_{av0})$ 가 최소가 되는 파라미터 조건이 존재한다는 것을 알 수 있다. Table 1은  $\log(u_{av}/u_{av0})$ 가 최소가 되는  $V_{ac}$ ,  $\zeta$ 의 값과 이때의  $u_{av}/u_{av0}$  값을 %로 제시한 것이다. 축압기가 있음으로 하여 주어진 관 길이의 범위에서 유속변동의 상대적 크기는 1.4~8.7%까지 줄일 수 있음을 알 수 있다. 최적의  $V_{ac}$ 와  $\zeta$ 는 물론 압력변동의 상대적 크기까지 고려하여 결정해야 할 것이다. Fig. 6은 관의 길이를 4가지로 하였을 때,  $V_{ac}$ 와  $\zeta$ 의 값에 따른  $\log(p_{av}/p_{av0})$ 의 분포를 그린 것이다. 여기서는,  $L_p = 300$ m의 경우만 제외하면,  $V_{ac}$ 가 증가할수

Table 1 Optimum values of  $V_{ac}$  and  $\zeta$  resulting in minimum of  $u_{av}/u_{av0}$  for  $D = 0.5$ m; also shown are values of  $p_{av}/p_{av0}$  at the corresponding parameter set.

$L_p$ [m]	300	600	1200	2400
$V_{ac}$ [ $m^3$ ]	2.5	3.5	5.6	11
$\zeta$	70000	16000	3200	1000
$u_{av}/u_{av0}$	1.4%	2.4%	4.0%	8.7%
$p_{av}/p_{av0}$	0.9%	1.5%	3.7%	8.9%

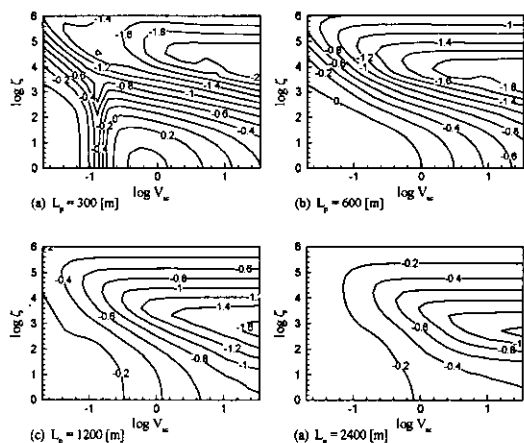


Fig. 6 Contour plots of  $\log(p_{av}/p_{av0})$  in the parameter space ( $\log V_{ac}$ ,  $\log \zeta$ ) for 4 pipe lengths.

록 압력변동의 상대적 크기는 지속적으로 감소하는 것으로 나타났다. Table 1에서 제시한  $p_{av}/p_{av0}$ 의 수치는 최소  $u_{av}/u_{av0}$  시의 값이다.

여기서, 연결 관로 조리개의 마찰계수  $\zeta$ 의 영향을 물리적인 관점에서 검토해 본다. 극단적으로  $\zeta$ 가 0이면, 앞에서도 언급한 바와 같이 파동 에너지를 감쇠시키는 장치가 없는 것과 마찬가지로 유속 및 압력의 변동 크기를 줄일 수가 없다. Fig. 5, 6에서  $\zeta$ 가 어느 정도 이하가 되면 그 값이 감소함에 따라 변동의 크기가 증가하는 것은 이러한 이유 때문이다. 다른 한편,  $\zeta$ 가 너무 크면 주 관로에서 축압기로 가는 길목이 막히는 효과로 인해 축압기가 없는 것과 마찬가지로 되어 역시 효과적일 수가 없다.

다음으로, 축압기의 크기에 비례하는  $V_{ac}$ 의 영향을 검토해 본다.  $V_{ac}$ 가 0으로 접근할수록 이것은 축압기가 없는 것과 마찬가지로 된다. Fig. 5, 6에서,  $L_p=300$  m의 경우를 제외하고, 좌측으로 갈수록 변동의 크기가 증가하는 이유를 이로부터 이해할 수 있다. 또  $V_{ac}$ 가 매우 크면  $p_{ac}$ 가 거의 일정한 값을 유지할 수 있기 때문에 주 관로의 압력이 높을 때는 축압기가 일종의 소스(source)로 낮을 때는 싱크(sink)로 작용한다. 그러면 일단은 압력 변동의 크기는 최대한 줄일 수 있는 것으로 예상할 수 있다. 그러나 문제는 유

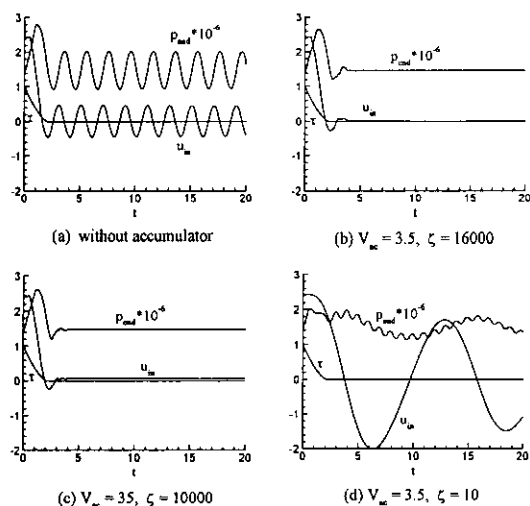


Fig. 7 Effect of various sets of parameter values of the accumulator on the transient behavior of  $u_{in}$  and  $p_{end}$ .

속 변동의 크기에 있다. 축압기 내의 압력은 초기에 Fig. 2의 C점의 압력과 동일하다. 그 후 밸브가 닫히면 급격적으로 C점의 압력은 초기값보다 더 커진다. 반면에, 축압기 내 기체의 체적이 충분히 크기 때문에 축압기 압력은 거의 초기압력을 그대로 유지한다. 그러면 탱크 내의 유체는 C점 상류의 주 관로와 연결 관로를 통해 지속적으로 축압기로 유입되는 정상 상태를 초래한다. Fig. 6에서 압력변동의 크기는  $V_{ac}$ 의 증가와 더불어 지속적으로 감소하는 반면, Fig. 5에서 유속 변동의 크기는 그렇지 않은 것은 이러한 이유 때문이다.

Fig. 7은  $L_p=600$  m에서, 축압기 없는 경우(a)를 기준으로 하여,  $V_{ac}$ 와  $\zeta$ 를 최적조건으로 하였을 때(b),  $V_{ac}$ 를 매우 크게 한 경우(c), 그리고  $\zeta$ 를 작게 한 경우(d)에 대해  $u_{in}$ 과  $p_{end}$ 의 시간 변화를 비교적으로 보여주어 있다. 최적조건(b)에서는  $t=4$  s에 이르러 모든 변동이 거의 사라진 것을 확실히 볼 수 있다.  $V_{ac}$ 를 크게 하면(c), 압력은 곧 일정한 값으로 유지되지만,  $u_{in}$ 은 0으로 되지 못하고 지속적으로 양의 값을 유지한다. 그 이유는 앞에서 설명한 바와 같다.  $V_{ac}$ 를 이보다 약간 더 줄이면  $u_{in}$ 은 0을 기준으로 하여 큰 주



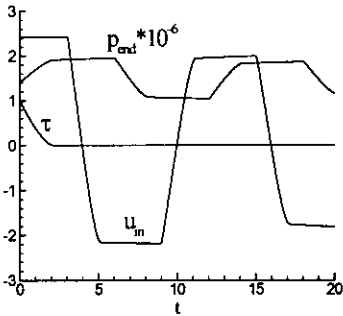


Fig. 8 Numerical result for  $a=200$  m/s for the case without the accumulator at  $L_p=600$  m.

기로 변동하는 것을 확인할 수 있는데, 이것은 물론 축압기 상류의 주 관로 내 유체의 관성 때문이다.  $V_{ac}$ 는 최적조건과 같이 하고  $\zeta$ 를 충분히 작게 하면(d), 특히  $u_m$ 의 변동 크기와 주기가 증가한다. 압력변동이 이에 비해 상대적으로 크지 않음으로 보아, 이는 축압기가 싱크와 소스의 역할을 어느 정도 하면서도 조리기에서의 감쇠효과가 미약하기 때문에 축압기는 단지 이것이 있음으로 하여 주 관로 자체의 재료역학적 탄성을 떨어뜨리는 것과 같은 효과를 준 것으로 이해할 수 있다. 즉, 축압기가 없는 상태에서 주 관로 재질의 탄성이 떨어져서  $\beta$ 가 감소하면 음속  $a$ 가 감소하고 이로 인해 밸브 닫는 시간이 상대적으로 짧아진 효과가 있는 것이다. Fig. 8은 이를 확인하기 위한 것으로서 축압기가 없는 상태에서  $L_p=600$  m,  $t_c=2.1$  s로 하고,  $a=200$  m/s로 하였을 때의 수치해석 결과를 보인 것이다. 유속변동과 압력변동의 크기와 주기가 Fig. 7(d)와 유사함을 알 수 있다.

축압기 및 조리개의 설정과 관련하여 Table 1을 다시 돌아보면, 첫째, 관이 길수록 변동의 상대적 크기가 증가하므로 축압기가 낼 수 있는 효과는 점점 감소한다는 것을 알 수 있다. 둘째, 이 표는 또한 관의 길이에 따른 축압기의 최적 크기를 정할 수 있게 한다. 표의  $V_{ac}$ 는 축압기 내 기체의 체적이지만 이것보다 약간 더 크게 하여 축압기의 설계체적으로 결정할 수 있다. 셋째, 관이 길수록 축압기의 최적 크기는 증가함을 알 수 있다. 넷째, 축압기 입구 조리개의 최적 마찰계수는 관이 길수록 감소한다. 본 논문을 통해 밝히지

못한 이러한 것들의 이유는 좀더 심층적인 분석을 통해서만 가능한 것으로 예상되며, 추후의 연구과제로 남겨 둔다.

덧붙여 본 연구의 계산결과들은 관의 내경을  $D=0.5$  m로 고정하여 얻은 것이므로 위 검토결과들도 이 경우에 한정하여 적용된다.  $D$ 를 달리 하면 판마찰계수도 당연히 달라질 것이며 이에 따라 최적의 축압기 및 조리기 사이즈는 달라질 것이다. 내부 유체의 왕복운동 주기에 종속적인 판마찰 효과를 고려하였을 때의 최적 설계조건을 찾는 일도 추후의 흥미있는 연구과제가 될 수 있다.

## 5. 결 론

축압기가 부착된 관로의 동적 특성을 수치해석함에 있어서 축압기 관련 변수들을 위한 방정식을 효과적으로 처리하는 양적인 방법을 제시하였으며 이와 관련한 근본 이치를 밝혔다.

개발된 수치해석 방법을 사용하여 축압기가 부착된 직경 0.5 m의 실제 관로의 수격현상을 해석하였으며, 수격현상을 최소화할 수 있는 축압기의 크기와 조리개의 마찰계수 조건이 존재함을 알 수 있었다.

본 논문에서 제시한 해석기법들은 관로를 사용하여 유체를 수송하는 모든 분야에서 적용할 수 있다. 수력발전소의 관로 설계, 도시차원 및 소규모 주택단지 차원의 상수도 관망의 설계, 각종 유압장치의 관로 설계 등은 극소수의 예에 지나지 않는다.

## 후 기

이 논문은 2000학년도 동아대학교 학술연구조성비(공모과제)에 의하여 연구되었음.

## 참고문헌

1. Yum, M. O., Lee, J. K., Lee, I. Y. and Kim, H. K., 1988, A study on fluid transient accompanying column separation in oil hydraulic pipeline, Trans. KSME, Vol. 12, No. 5, pp. 984-991.
2. Kang, S. H., Ryu, H. S. and Park, M. S.,

- 1992, Design and performance prediction of an air chamber for reduction of water hammering, Korean Journal of Air-Conditioning and Refrigeration Engineering, Vol. 4, No. 1, pp. 57-64.
3. Han, H. T., Kim, J. M. and Kim, J. P., 1994, A study on water hammer phenomena in piping systems of buildings, Trans. KSME, Vol. 18, No. 9, pp. 2251-2256.
  4. Lee, U. and Kim, J. H., 1995, Internal flow-induced vibration of a series pipeline, Trans. KSME, Vol. 19, No. 12, pp. 3230-3240.
  5. Wylie, E. B. and Streeter, V. L., 1982, Fluid transients, FEB Press.
  6. Zielke, W., 1968, Frequency-dependent friction in transient pipe flow, ASME J. Basic Engineering, Vol. 90, pp. 109-115.
  7. Trikha, A. K., 1975, An efficient method for simulating frequency-dependent friction in transient liquid flow, ASME J. Fluids Engineering, Vol. 97, pp. 97-105.
  8. Suzuki, K., Taketomi, T. and Sato, S., 1991, Improving Zielke's method of simulating frequency-dependent friction in laminar liquid pipe flow, ASME J. Fluids Engineering, Vol. 113, pp. 569-573.
  9. Schohl, G. A., 1993, Improved approximate method for simulating frequency-dependent friction in transient laminar flow, ASME J. Fluids Engineering, Vol. 115, pp. 420-424.