

경계조건에 따른 가스터빈 블레이드 냉각공기 유량변화

신 지 영^{*}, 박 병 규^{*}

동의대학교 기계산업시스템 공학부, ^{*}한국기계연구원 열유체환경연구부

Effect of Boundary Conditions on the Flow Rate of the Internal Coolant in Gas Turbine Blades

Jee-Young Shin^{*}, Byung Kyu Park^{*}

School of Mechanical and Industrial System Engineering, Dong-Eui University, Pusan 614-714, Korea

^{*}Korea Institute of Machinery and Materials, Taejon 500-700, Korea

(Received February 20, 2001; revision received July 10, 2001)

ABSTRACT: Advanced gas turbine engines employ turbine entry temperatures so high that cooling of the turbine blades is essential. The coolant flow introduces losses which need to be minimized, and therefore it is important that the minimum amount of coolant should be used. This work presents the result of the one-dimensional analysis and the effect of the boundary conditions on coolant flow rate in gas turbine blades.

Key words: Internal cooling(내부 냉각), Gas turbine blade(가스터빈 블레이드)

기 호 설 명

r, y, z : Cartesian 좌표계

A : 면적
 C_p : 정압비열
 D_h : 수력직경
 f : 마찰계수
 h : 엔탈피
 h_c : 열전달계수
 \dot{m} : 질량유량
 N : 회전속도
 P : 압력
 R : 기체상수
 T : 온도
 V : 속도

그리스 문자

γ : 비열비
 ρ : 밀도

하첨자

aw : 단열조건
 inj : 분사
 n : 노드
 w : 벽면

1. 서 론

가스터빈 시스템의 열효율을 향상시키기 위해서는 압력비, 터빈입구온도(TIT) 등을 포함하여 많은 변수들이 최적화되어야 한다. 압력비를 높

† Corresponding author

Tel.: +82-51-890-1650; fax: +82-51-890-2232

E-mail address: jyshin@dongeui.ac.kr

이게 되면 엔진의 전체 중량이 증가하며, 이것은 항공기용 엔진에는 오히려 단점으로 작용한다. 터빈입구온도를 높이면 열효율이 개선되고 연료소모량이 줄어든다. 따라서, 터빈입구온도를 높이는 것이 훨씬 더 효과적이라는 것은 잘 알려진 사실이다. 터빈입구온도는 블레이드 재질의 용융온도보다 높게 유지되는 경우가 많으며, 이는 내구성을 감안할 때 고온부에 위치한 몸체, 노즐, 로터 블레이드, 로터 디스크 등을 별도로 냉각해야 한다는 것을 의미한다. 특히, 로터 블레이드는 높은 회전속도와 이로 인한 응력 그리고 열부하 때문에 더욱 설계에 주의를 요한다. 보통의 경우 블레이드를 냉각하는 유체는 압축기에서 추가하여 사용하며, 냉각 후 주유동으로 분사되어 터빈에서 일을 발생하게 된다. 분사되는 주유동과 혼합되며, 이로 인해 발생하는 주유동의 변화는 전체 가스터빈 시스템의 성능에 영향을 미친다.

이러한 측면에서 터빈 냉각기술의 발전이 최근 몇 년간 가스터빈 시스템 성능향상의 주요 부분을 차지하고 있다. 냉각공기의 역할은 첫째, 블레이드의 온도를 재료허용온도 이내로 유지하는 것이고, 둘째, 열응력으로 인해 블레이드의 수명을 저하시킬 수 있는 온도 기울기를 감소시키는 것이다. 그러나, 현재의 기술로서는 냉각기술에 의한 성능향상에 한계가 있으며, 과도한 냉각공기의 사용은 압축, 펌핑, 공기역학적 손실에 의해 오히려 성능향상을 방해하는 요인으로 작용한다.^(1,2)

냉각기술의 최적화는 냉각공기 유량을 최소화함으로써 구현할 수 있으며 이를 위해서는 내부 냉각수 유로에서의 열전달과 압력손실 분포에 관한 정보가 필수적이다. 그러나, 실제 가스터빈 엔진의 운전조건은 매우 가혹하기 때문에 고온가스 유로를 해석하기 위한 실험적 접근보다는 수치해석적 접근이 좀더 용이하다. 유동, 열전달, 응력 등 모든 물리적 현상을 효과적으로 결합하여 해석하여야만 설계에 영향을 미치는 주요 요소를 최적화할 수 있고 이는 실험보다는 해석적 접근으로 가능하다.

실제 엔진 운전상태에서 블레이드 열전달에 관한 연구를 진행하기는 힘들다. 제한된 실험조건에서의 실험 또는 수치해석 또한 복잡한 냉각수 유로에 의해 제한받는다. 수치해석은 복잡한 유로형태를 적절한 격자계로 구성하기가 힘들고, 또한, 이러한 현상에 적합한 검증된 모델도 확립

되어 있지 않다.

유동현상을 파악하고 예측하는 것은 냉각공기의 양을 최소화하고 정확한 열전달 자료를 얻기 위한 것이다. 최종적인 목표는 가혹한 운전조건에서의 블레이드 수명을 증가시키는 것이다. 블레이드의 수명은 기기의 운전부하 변동과 이에 의한 응력의 변화에 의해 좌우된다. 응력해석을 위해서는 열전달과 관련한 정보가 필수적이다. 이를 위한 초기단계에서의 실험은 전술한 바와 같이 많은 연구비와 노력을 필요로 하며, 3차원 모델에 의한 수치해석 또한 많은 어려움이 있다.

이러한 측면에서 1차원 모델은 냉각유로에 대한 각종 실험결과를 실험식의 형태로 이용하여, 초기설계단계에서 블레이드 냉각에 대한 정성적인 기초자료로 활용할 수 있는 장점이 있다. 또한, 추후 실험에 의한 수정을 통해 정량적인 결과를 제공할 수도 있기 때문에 Rolls-Royce Ltd.,⁽³⁾ General Electric Aircraft Engine⁽⁴⁾ 등의 엔진 제작사에 의해 많은 연구가 이루어지고 있으나, 기술개발 경쟁이 치열하기 때문에 결과가 공개되고 있지 않다.

이 연구에서는 이러한 관점에서 냉각공기의 유량을 최적화하기 위한 초기단계로서 간략한 1차원 모델에 의해 가스터빈 블레이드에 의한 열전달을 해석하여 냉각공기 유량이 블레이드 경계조건에 의해 어떻게 변화하는지 고찰하고자 한다. 이 연구는 실험과 3차원 수치해석의 단점을 극복하고 비교적 간단한 해석과정에 의해 정성적, 정량적인 결과를 제시할 수 있을 것이다. 추후, 실험결과와 비교하여 보완하면 초기설계단계에서 검토해야 하는 경우의 수를 줄일 수 있는 좋은 자료가 될 것이다.

2. 계산과정

냉각공기 유로에 대한 유동과 열전달을 예측하기 위한 1차원 해석 프로그램의 필요성과 유용성은 서론에서 이미 서술한 바 있다.

2절에서는 냉각유로의 유동을 계산하는 1D 모델에 대해서 간략히 서술하고자 한다. 유로 모델링과 계산을 위한 식들로부터 출발하여 기초 모델이 만들어지고 열역학적인 정확성을 검증하였다. 열전달 축진을 위한 다양한 방법과 그 열전달과 압력손실에 의한 영향을 고려할 수 있는 실

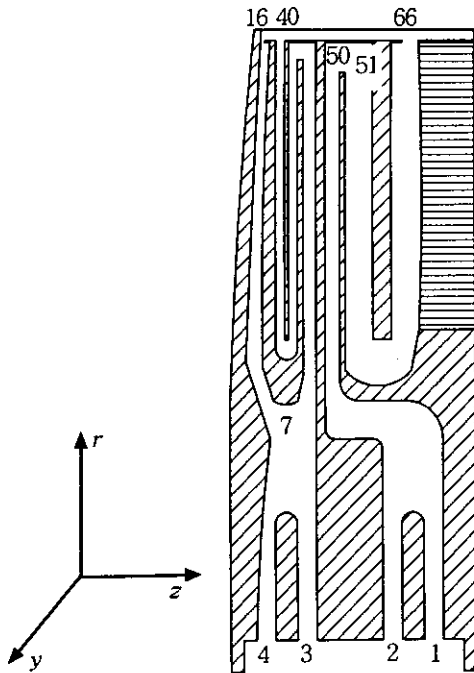


Fig. 1 Schematic diagram of turbine blade coolant passage.

협 상관식을 도입하였다. 유로 분기와 분사 구멍을 통한 유동 또한 고려하였다.^(5,6)

2.1 가정 및 구속조건

Fig. 1은 실제 블레이드의 냉각 경로를 보여주고 있다. 냉각유로의 면적이 일정하지 않기 때문에 기하학적인 측면에서 면적 변화가 고려되어야 한다. 냉각수는 유로를 통과하며 가열되는데 이는 채널 즉, 터빈 블레이드의 벽면을 냉각한 결과이다. 이것은 초음속 영역에서 일어나기 때문에 압축성 유동해석이 필요하다. 유동이 복잡한 채널을 통과함에 따라 압력손실이 발생한다. 유동 분기가 대부분의 설계에 반영되어 있기 때문에 질량의 가감 또한 고려되어야 한다.

냉각 유동해석은 1D 압축성 운동량/에너지 방정식을 정의된 유동경로를 따라 해석하는 것이며, 이러한 식들은 면적 변화, 구심력, 마찰, 가열, 질량의 가감 등을 포함한다. 오차에 영향을 주지 않는 범위 내에서 두 가지 조건을 가정하였다. 정상수준의 압력상태인 공기가 냉각제로 사

용되기 때문에 이상기체로 가정하였다. 냉각공기는 음속 이하의 유동으로 가정하였다.

1D 해석은 근본적으로 모든 변수, 특히, 열전달계수, 벽면온도, 냉각공기의 온도에 대하여 원주 방향 평균값을 사용한다. 따라서, 유동경로에 수직인 평면의 변화는 고려하지 않는다.

2.2 유로 모델링 및 지배방정식

유동경로는 Fig. 1에 나타난 바와 같이 Cartesian 좌표계 (z, r, y)를 사용하여 정의하였다. 실제 블레이드의 크기는 z방향 120 mm, y방향 342 mm이다. 그림에 1, 2, 3, 4로 표시되어 있는 구멍의 크기는 10.5 mm이며, 그림에 표시되어 있는 노드 1~66에 대하여 높이와 폭을 일일이 지정해 주었다. 예를 들어 1번 노드의 폭과 높이는 각각 10.5 mm, 8.5 mm이다.

유동경로의 기하학적 형상은 냉각경로를 따라 이산화된 노드로서 서술될 수 있다. 좌표값들은 각 노드에서 단면적, 수력 직경을 나타낸다. 각 노드간 경로의 형태는 프로그램의 입력에서 다른 변수를 사용하여 처리된다.

유동경로에 따른 해는 정의된 유동경로를 따라 진행하면서 구할 수 있다. 각 노드의 압력과 온도는 이전 노드의 값으로부터 Euler 적분을 통해 결정된다.

검사체적에 대한 운동량 방정식은 다음과 같고 이상기체임을 가정하면 압력과 온도기울기 등으로 표현된 운동량방정식을 유도할 수 있다.

$$\frac{dp}{dx} \left(A - \frac{\dot{m}^2 RT}{Ap^2} \right) = \left(\frac{-2\dot{m}RT}{pA} + V_{in,x} \right) \frac{d\dot{m}}{dx} - \left(\frac{\dot{m}^2 R}{pA} \right) \frac{dT}{dx} + \left(\frac{\dot{m}^2 RT}{pA^2} \right) \frac{dA}{dx} - \frac{1}{2} \rho V^2 f \frac{(4A)}{D_h} + rN^2 \rho A \frac{dr}{dx} \tag{1}$$

검사체적에 공급되는 열량은 대류에 의한 것으로 가정하면, 에너지방정식은 다음과 같다. 운동량방정식과 마찬가지로 이상기체임을 가정하고 정리하면, 에너지방정식 또한 압력과 온도기울기 등으로 표현된 형태로 변환할 수 있다.

$$\begin{aligned} \frac{dT}{dx} \left(\dot{m}C_p + \frac{\dot{m}^2RT}{pA} \cdot \frac{\dot{m}R}{pA} \right) = & \\ \left[-\frac{\dot{m}^2RT}{pA} \cdot \frac{RT}{pA} - C_p T + C_{p,inj} T_{inj} \right. & \\ \left. - \frac{1}{2} \left(\frac{\dot{m}RT}{pA} \right)^2 + \frac{1}{2} V_{inj}^2 \right] \frac{d\dot{m}}{dx} & \quad (2) \\ + \left(\frac{\dot{m}^2RT}{pA} \cdot \frac{\dot{m}RT}{pA^2} \right) \frac{dA}{dx} & \\ + \left(\frac{\dot{m}^2RT}{pA} \cdot \frac{\dot{m}RT}{p^2A} \right) \frac{dp}{dx} & \\ + h_c P (T_w - T_{aw}) & \end{aligned}$$

압력과 온도기울기는 식(1), (2)에 주어진 운동량방정식과 에너지방정식으로부터 구할 수 있다.⁽⁷⁾

2.3 계산과정

프로그램에 사용된 계산과정은 3개의 계산회로로 구성되어 있다. 외부회로는 질량유량, 출구압력을 계산한다. 내부회로는 노드 간의 유동변수를 계산한다. 입구부터 주 유동분기점까지의 계산이 중간회로를 구성한다. 주어진 입구조건과 출구압력에 대하여 질량유량을 가정하면 반복계산을 통해서 계산된 출구압력이 주어진 출구압력에 수렴할 때까지 계산한다. Mach 수, 압력, 온도가 수렴할 때까지 반복 계산한다.

부분기점 또는 누출구멍을 가진 유동의 해는 반복계산을 통해 구해지며 계산과정은 다음과 같다.

- (1) 입구로부터 주 분기점으로 진행한다.
- (2) 부분기점에서의 분기가 행해진다면, 부분기점의 해는 전 부분분기를 진행하면서 구해진다.
- (3) 주 분기의 진행과정으로 복귀한다. 부분기점을 만나면 과정(2)를 반복한다.
- (4) 두 개의 분기를 연결하는 누출유동의 경우 배압을 가정하거나 최선에 계산된 평균압력을 사용한다.
- (5) 누출유동의 배압이 잘못 판단되었을 경우 유동역류를 교정한다.

(6) 배압이 수렴한 이후에, 주 분기점의 지정된 출구압력 또는 배압이 일치하는가를 검사한다. 일치하지 않는다면 질량유량을 수정하고 과정(1)로 돌아간다.

(7) 출구압력이 주어진 경우 수렴성을 검사하고 만족하지 않을 경우 과정(1)로 되돌아간다.

질량유량 조건을 만족하지 못하는 경우 계산은 자동 정지된다.

2.4 유동 및 열전달 모델링

채널의 직경이 급격히 변화하지 않는 거친 파이프 유동의 마찰계수는 Welty et al.⁽⁸⁾의 식을 사용하였으며 식(3), 식(4)에 나타내었다. 열전달 관련은 층류에 대하여 Meitner⁽⁹⁾의 상관식을 사용하였다. 대표적으로 원관유동의 경우 사용된 상관식을 식(5)에 나타내었다. 난류에 대하여 Dittus-Boelter의 상관식을 이용하였으며 식(6)에 나타내었다. 급격한 수축/확대가 존재하는 채널유동의 경우 마찰계수는 수축/확대 전후의 반경비로부터 계산되는 압력손실계수를 이용하여 계산할 수 있다.

$$f = \frac{16}{Re} \quad (Re < 2300) \quad (3)$$

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 4.0 \log_{10} \frac{D}{e} + 2.28 \quad (Re > 3000) \quad (4)$$

$$Nu_D = 3.2 + 0.10887 \left(\frac{2 \times L/D_h}{Re \times Pr} \right)^{-0.75} \quad (5)$$

$$Nu_D = 0.023 Re_D^{0.8} Pr^{0.4} \quad (6)$$

Dipprey와 Sabersky가 제시한 마찰과 열전달 상사성 법칙에 대한 이론과 유사한 방법에 바탕을 두고 난류축진 유로에 대한 변형된 상관식을 사용하였다.⁽¹⁰⁾ 채널 형상비, 수력 직경에 대한 리브 높이비, 리브 각도 등의 기하학적인 요소에 따른 변수들이 마찰계수를 표현하기 위한 인자이다. 유사한 방법으로 열전달계수를 마찰계수, Stanton 수의 함수로 표현하였다. 같은 맥락으로 60° V-형상 리브의 열전달과 마찰계수에 대한 상관식은 Han et al.⁽¹¹⁾에 정리되어 있다.

핀 배열에 대한 계산과정은 기본적으로 Metzger 등의 연구⁽¹²⁾에 바탕을 두고 있다. 열전달계수와 마찰계수의 계산은 핀의 배열에 대한 기하학적 인자, 핀 직경의 급격한 변화 등을 인자로 포함한다.

2.5 유동분기 모델링

내부 냉각유로는 선단과 후미의 작은 구멍을 통한 분기나 분사를 가진다. 이러한 형태는 서로

다른 분기와 배열에 대하여 대략의 질량유량을 예측할 수 있어야 하기 때문에 예비설계단계에서 중요하다. 사용자가 분사구멍의 위치를 지정할 수 있는 항목이 프로그램에 반영되어 있으며, 누설계수를 도입하여 손실을 반영하였다.

두 유로가 만나는 부분에서는 유동을 받아들이는 유로의 배압을 가정하거나 또는 그 구간의 평균 압력을 계산하여 각 유로의 유량을 계산한다. 이러한 과정을 1~66번까지의 모든 유로에 대하여 1번부터 진행해 가면서 가정한 압력과 유량을 계산하고 다시 계산된 노드의 평균 압력이 같아질 때까지 반복 계산한다. 이러한 계산이 모든 주-유로(main branch), 부-유로(sub-branch)를 포함한 모든 유로에 대하여 반복된다.

3. 계산결과 및 고찰

실제 가스터빈 블레이드 형상에 적용한 결과를 통해 작동조건이 냉각유량에 미치는 정성적인 영향을 살펴보았다. 블레이드 형상과 노드 표현은 Fig. 1에 나타내었다. 해석은 유동분기 및 누출, 냉각형상의 영향을 포함한다.

Fig. 2에 입구압력 변화가 냉각유량에 미치는 영향을 나타내었다. 다른 모든 조건, 즉 냉각공기 출구압력, 냉각유로 벽면온도, 입구온도가 일정한 상태에서 냉각공기의 입구압력이 증가하면, 입출구 압력차가 커지기 때문에 냉각공기의 유량이 증가하는 것을 알 수 있다. 입구압력이 약 30% 증가하는 데 비하여 냉각공기의 유량은 60% 이상 증가하는 것으로 나타난다.

위의 결과로부터 유추하여 볼 때, 입구압력을

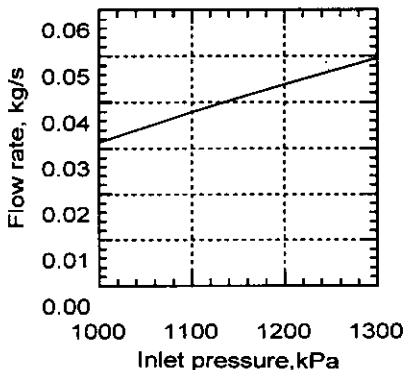


Fig. 2 Effect of cooling air inlet pressure on coolant flow rate.

고정시키고 출구압력을 떨어뜨리면, 역시 입출구 압력차가 커지기 때문에 냉각공기의 유량은 증가할 것으로 추정할 수 있으며, Fig. 3에 출구압력 변화가 냉각유량에 미치는 영향을 나타내었다. 그러나, 이 경우 출구압력의 변화가 20% 정도인데 반해 냉각공기 유량의 변화는 10% 정도에 그친다. 즉, 입구압력의 변화가 출구압력의 변화보다 냉각유량의 변화에 더 큰 영향을 미치는 것을 알 수 있다.

Fig. 4에 냉각유로 벽면온도 변화가 냉각유량에 미치는 영향을 나타내었다. 벽면온도가 증가하면 냉각공기의 온도의 상승이 더 커지게 된다. 냉각공기의 온도가 올라가면 밀도가 낮아지기 때문에 질량유량이 줄어드는 것으로 판단된다. 이러한 특성으로 인해 벽면온도가 증가하면 냉각유량이 더 늘어나야 함에도 불구하고, 입구, 출구압력을 고정시킨 상태에서 비교한 결과이기 때문

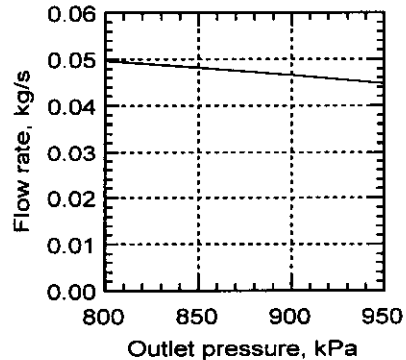


Fig. 3 Effect of cooling air outlet pressure on coolant flow rate.

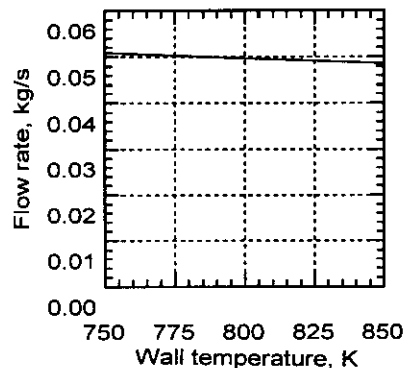


Fig. 4 Effect of wall temperature on coolant flow rate.

에, 공기의 물성치로 인해 오히려 유량이 줄어드는 것을 알 수 있다. 그러나, 벽면온도 100℃ 정도의 변화에 대해 유량은 5% 정도로 매우 작은 범위에서 변화하는 것을 알 수 있다.

Fig. 5에는 냉각공기 입구온도 변화가 냉각유량에 미치는 영향을 나타내었다. 마찬가지로 입구공기의 온도가 올라가게 되면 밀도의 영향으로 인해 냉각공기의 유량이 줄어드는 것을 알 수 있으나, 이 또한 온도변화의 정도에 비해 유량의 변화 정도가 그다지 크지 않다.

블레이드 전연(leading edge, 노드 9~17번)을 통과하는 냉각공기의 온도변화를 Fig. 6에 나타내었다. 출구압력 800 kPa, 벽면온도 800 K, 냉각공기 입구온도 700 K인 경우이다. 블레이드 내부를 진행하면서 온도가 상승하는 것을 볼 수 있으며, 출구부분에서 상승 정도가 둔화되는 것을 알 수 있다. 입구압력이 낮아지면 냉각공기의 유량이 줄어들게 되기 때문에 온도의 상승이 높아지

는 것을 확인할 수 있다.

입구압력 1,300 kPa, 출구압력 800 kPa, 냉각공기 입구온도 700 K인 경우 블레이드 전연을 통과하는 냉각공기의 온도변화를 Fig. 7에 나타내었다. 벽면온도는 750, 800, 850 K로 변화시킨 경우이다. 벽면온도가 높을수록 냉각공기의 유량이 줄어들기 때문에 냉각공기의 온도가 벽면온도에 좀더 근접하여 진행되는 것을 알 수 있다.

Fig. 8에는 블레이드 전연을 통과하는 냉각공기의 열전달계수를 나타내었다. 출구압력이 낮아지면 유량이 늘어나기 때문에 열전달계수가 크게 나타나는 것을 확인할 수 있다. 냉각유로에 진입하는 부분인 노드 9, 10번 부분에서 열전달이 급격히 증가하는 것을 알 수 있다. 또한, 노드 12, 13 부분에서는 본 연구에서 대상으로 잡은 블레이드 유로의 넓이가 확장되는 부분이기 때문에 냉각공기의 유속이 감소하여 열전달계수가 다소 감소하는 것을 볼 수 있다.

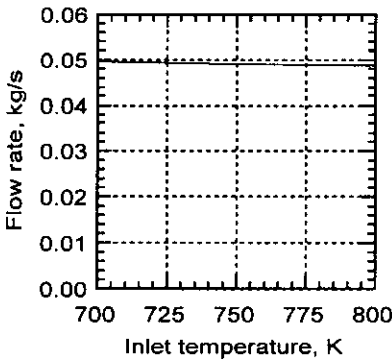


Fig. 5 Effect of cooling air inlet temperature on coolant flow rate.

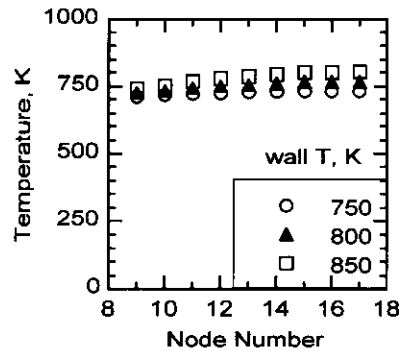


Fig. 7 Effect of the blade wall temp. on the node temperature.

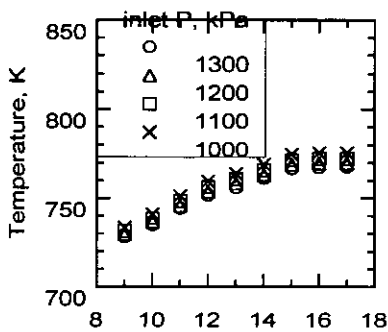


Fig. 6 Effect of the cooling air inlet pressure on the node temperature.

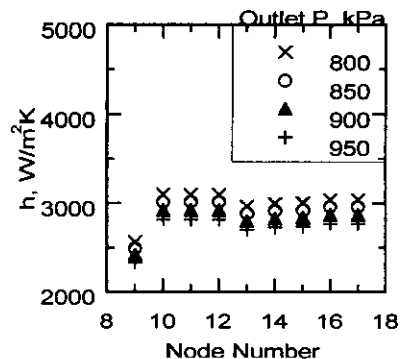


Fig. 8 Effect of the cooling air outlet pressure on the heat transfer coefficient.

4. 결 론

(1) 가스터빈 블레이드의 냉각유동을 해석하기 위한 1차원 해석에 관련된 지배방정식과 프로그램을 구성하였다.

(2) 간단한 1D 모델링을 통해 실제 블레이드 형상에 대한 해석을 수행하여 외부 작동조건이 냉각유량에 미치는 정성적인 영향을 살펴보았다.

(3) 작동조건의 변화가 냉각공기의 온도와 열전달계수에 미치는 정성적인 영향을 살펴보았다.

(4) 이 연구는 실험과 3차원 수치해석의 단점을 극복하고 비교적 간단한 해석과정에 의해 정성적, 정량적인 결과를 제시할 수 있었다. 추후, 실험결과와 비교하여 보완하면 초기설계단계에서 실험 및 3차원 수치해석을 통해 검토해야 하는 경우의 수를 줄일 수 있는 좋은 자료가 될 것으로 판단된다.

후 기

이 논문은 과학기술부 지원으로 수행하는 특정 연구개발사업 중 중점국가연구개발사업(기계설비 요소기술개발)으로 지원되어 수행하였습니다. 이에 관계자 여러분들께 감사드립니다.

참고문헌

- Kim, T. S. and Ro, S. T., 1997, The Effect of Gas Turbine Coolant Modulation on the Part Load Performance of Combined Cycle Plant, Part 1: gas turbines, J. of Power and Energy, Part A of the Proceedings of Institution of Mechanical Engineers, Vol. 211, No. A6, pp. 443-451.
- Kim, T. S., Kim, J. H. and Ro, S. T., 1999, Performance Analysis of an Axial Flow Turbine Stage with Coolant Ejection from Stator Trailing Edge, Trans. KSME, Vol. 23 (B), No. 7, pp. 831-840.
- Holland, M. J. and Thake, T. F., 1980, Rotator blade cooling in high pressure turbines, AIAA 80-4061.
- Lee, H., Goel, S., Tong, S. S., Gregory, B. and Hunter, S., 1993, Toward modelling the concurrent design of aircraft engine turbines, ASME Paper No. 93-GT-193.
- Ebenhoch, G. and Speer, T. M., 1996, Simulation of cooling systems in gas turbines, ASME J. of Turbomachinery, Vol. 118, pp. 301-306.
- Kutz, K. J. and Speer, T. M., 1994, Simulation of the secondary air system of aero engines, ASME J. of Turbomachinery, Vol. 116, pp. 306-315.
- Lippert, A. M., 1994, Numerical prediction of internal coolant flow in gas turbine blades, MS thesis, University of Pretoria, Pretoria, South Africa.
- Welty, J. R., Wicks, C. E. and Wilson, R. E., 1976, Fundamentals of momentum, heat and mass transfer, 2nd ed., John Wiley & Sons.
- Meitner, P. L., 1989, Computer code for predicting coolant flow and heat transfer in turbomachinery, AVSCOM TR No. 89-C-008.
- Dipprey, D. F. and Sabersky, R. H., 1963, Heat and momentum transfer in smooth and rough tubes at various Prandtl numbers, Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 6, pp. 329-353.
- Han, J. C., Zhang, Y. M. and Lee, C. P., 1991, Augmented heat transfer in square channels with parallel, crossed, and V-shaped angled ribs, ASME J. Heat Transfer, Vol. 113, pp. 590-596.
- Metzger, D. E., Shephard, W. B. and Haley, S. W., 1986, Row resolved heat transfer variations in pin-fin arrays including effects of non-uniform arrays and flow convergence, ASME Paper No. 86-GT-132.