

두 상이한 등방성 이종재료용 동적 광탄성 하이브리드법 개발에 관한 연구

신동철* · 황재석* · 권오성**
(2000년 6월 17일 접수, 2001년 1월 4일 심사완료)

A Study on the Development of the Dynamic Photoelastic Hybrid Method for Two Dissimilar Isotropic Bi-Materials

Dong-Chul Shin, Jai-Sug Hawong and O-Sung Kwon

Key Words: Dynamic Photoelastic Hybrid Method(동적 광탄성 하이브리드법), Propagating Interfacial Crack(진전 계면 균열), Near-Field Stress(전단 응력장), Dynamic Stress Intensity Factor(동적 응력확대계수), Dynamic Loading Device(동적 하중장치), Crack Propagating Velocity(균열 전파속도), Rayleigh Wave Velocity(레이레이파 속도)

Abstract

When the interfacial crack of two dissimilar isotropic bi-materials is propagated with constant velocity along the interface, stress and displacement components are derived in this research. The dynamic photoelastic experimental hybrid method for bimaterial is introduced. It is assured that stress components and dynamic photoelastic hybrid method developed in this research are valid. Separating method of stress component is introduced from only dynamic photoelastic fringe patterns. Crack propagating velocity of interfacial crack is 80~85 % (in case of aluminum, 24.3~25.9 %) of Rayleigh wave velocity of epoxy resin. The near-field stress components of crack-tip are similar with those of pure isotropic material under static or dynamic loading, but very near-field stress components of crack-tip are different from those.

1. 서론

최근 산업 분야에는 이종재료로 이루어진 구조물들을 많이 볼 수 있다. 이는 단일 재료로서는 얻을 수 없는 많은 장점을 가지고 있기 때문이다. 예를 들면 제진(制振) 강판에서 사용되는 재료는 방진고무와 강판과의 이종재료이며, 항공 우주 산업에서 널리 사용되는 방열을 위한 재료도 세라믹과 복합재료의 이종재료라고 할 수가 있다. 그러나 대부분의 이종재료들은 각 재료사이의 계면이 가장 취약하다는 단점을 갖고 있다.

그러므로 다양한 형태의 하중을 받는 이종재료의 분리(debonding) 혹은 층간분리(delamination)에 대한 문제가 주요한 관심거리이다. 이 문제를 연구하기 위해서는 두 상이한 이종재료 계면의 분리 혹은 층간분리과정에서 발생하는 크랙전단의 응력장과 변위장을 알 필요가 있다.

지금까지의 연구는 전단 응력장 및 변위장의 이론적인 유도^(1,2) 혹은 하나의 미지수를 가정하여 이를 유한 요소법에 적용하여 응력 확대 계수 등을 구하는데 그치거나,⁽³⁾ 동적 광탄성 실험을 통한 계면균열 진전시 동색선 무늬 양상 및 전파속도와 응력확대계수를 구하는 정도^(4,5)였다. 그러므로 본 연구자들은 두 상이한 등방성 이종재료의 계면을 따라 등속으로 진전하는 균열전단의 응력장과 변위장을 새로이 유도하고, 이를 동적 광탄성 실험에 적용할 수 있는 Hybrid법을 개발하고 그 유효성을 확인하며, 전단 응력성분들을 분리하고 동적 응력확대계수를 구하고자 한다.

* 회원, 영남대학교 대학원 기계공학부

† 책임저자, 회원, 영남대학교 기계공학부

E-mail : jshawong@yu.ac.kr

TEL : (053)810-2445 FAX : (053)813-3703

** 영남대학교 대학원 기계공학부

2. 두 상이한 등방성 이종재료 내의 계면 진전 균열 선단 응력장

선형 동-탄성(elastodynamic) 평면문제에서 계면 균열이 c 의 속도로 계면을 따라 진전할 때, Fig. 1과 같이 (X, Y) 는 초기 균열선상을 X-축으로 하는 고정 직교좌표계이고, (x, y) 는 균열선단을 원점으로 하는 이동좌표계이며 두 좌표계 사이에는 $y=Y, x=X-ct$ 의 관계가 있다. 따라서 물체력을 무시하면 평형 방정식은 식 (1)과 같이 표현된다.

$$\sigma_{ij,i} = \rho c^2(t) \frac{\partial^2 u_i}{\partial x^2} = R \frac{\partial^2 u_i}{\partial x^2} \quad (1)$$

여기서 ρ 는 재료의 밀도이고 u_i ($i=1,2$)는 변위 성분들이다. 또한, 선형 탄성체의 평면 문제에 서 응력-변형률 관계식은 식 (2)와 같다.

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{a} \boldsymbol{\sigma} \quad (2)$$

$$\boldsymbol{a} = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ a_2 & a_4 & a_5 \\ a_3 & a_5 & a_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{16} \\ a_{12} & a_{22} & a_{26} \\ a_{16} & a_{26} & a_{66} \end{bmatrix} \text{ or } \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{16} \\ b_{12} & b_{22} & b_{26} \\ b_{16} & b_{26} & b_{66} \end{bmatrix}$$

여기서 $\boldsymbol{a} = a_{ij}$ 평면 응력상태에 대한 것이고, $\boldsymbol{a} = b_{ij}$ 는 평면 변형률상태에 대해 정의된 것이다. 재료가 등방성체인 경우에는 $a_3 = a_5 = 0$ 이고 $a_6 = 2(a_1 - a_2)$ 이다.

식 (1)의 오른쪽 항에서 등방성체에 대한 미분식은 식 (3)과 같이 쓸 수 있다.

$$\frac{\partial^2 u_1}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial x}(\varepsilon_{11}) = \frac{\partial}{\partial x}(a_1 \sigma_{11} + a_2 \sigma_{22}) \quad (3.a)$$

$$\frac{\partial^2 u_2}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial x}(a_6 \sigma_{12}) - \frac{\partial}{\partial y}(a_1 \sigma_{11} + a_2 \sigma_{22}) \quad (3.b)$$

$z = x + \mu y$ 라 두고, 식 (3)을 식 (1)에 대입하여 정리하면 식 (4)를 얻는다.

$$(1 - a_1 R) \frac{\partial \sigma_{11}}{\partial z} - a_2 R \frac{\partial \sigma_{22}}{\partial z} + \mu \frac{\partial \sigma_{12}}{\partial z} = 0 \quad (4)$$

$$a_1 R \mu \frac{\partial \sigma_{11}}{\partial z} + (1 + a_2 R) \mu \frac{\partial \sigma_{22}}{\partial z} + (1 - a_6 R) \frac{\partial \sigma_{12}}{\partial z} = 0$$

지금 에어리 응력함수(Airy stress function) ϕ 를 사용하고, 식 (4)를 만족하는 응력성분들은 식 (5)와 같다.

$$\sigma_{11} = \{a_2 AR + (1 + a_2 R)\mu^2\} \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2}$$

$$\sigma_{22} = \{A(1 - a_1 R) - a_1 R \mu\} \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} \quad (5)$$

$$\sigma_{12} = \{-[1 + (a_2 - a_1)R]\mu\} \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2}$$

여기서 $A = (1 - a_6)R$ 이고, μ 는 식 (8)에서 얻어지는 특성근이다.

일반적인 2차원 적합 방정식은 식 (6)과 같다.

$$2\varepsilon_{12,12} = \gamma_{12,12} = \varepsilon_{11,22} + \varepsilon_{22,11} \quad (6)$$

또한 에어리 응력함수 ϕ 는 해석적인 복소함수 T 를 사용하여 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\phi = \text{Real}[T(z)] \quad (7)$$

따라서 식 (5)와 (7)을 응력-변형률 관계식 (2)에 대입하고, 이것을 식 (6)에 대입하여 정리하면 식 (8)과 같은 특성 방정식을 얻을 수 있다.

$$p_3 \mu^4 + p_2 \mu^2 + p_1 = 0 \quad (8)$$

$$p_3 = a_1, \quad p_2 = 2a_2 + a_6 - R[a_1 a_6 + a_1^2 - a_2^2]$$

$$p_1 = a_1 - R[a_1 a_6 + a_1^2 - a_2^2] + R^2 a_6 [a_1^2 - a_2^2]$$

균열 전파속도 $\alpha(t)$ 가 0일 때, 식 (8)은 정적인 문제에 대한 Lekhnitskii⁽⁶⁾의 식과 같다.

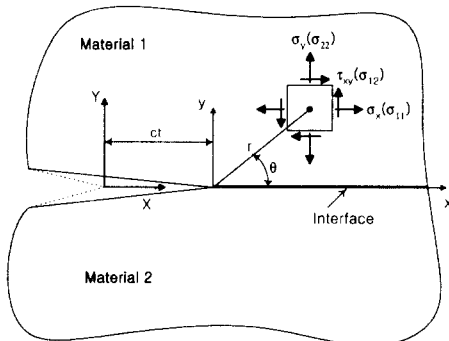


Fig. 1 Coordinate system and stress components

등방성체에 있어서 특성 방정식 (8)의 근은 균열전파속도가 횡파(transverse wave) 및 종파(longitudinal wave)의 속도와 같을 때, 복소수근이 실근으로 전환된다.⁽³⁾ 그러나 일반적인 경우에 균열전파속도는 이러한 값에 미치지 못한다. 그러므로 본 연구에서는 식 (8)의 근은 별개의 두 쌍의 복소수근을 가진다. 그러므로 이 경우 식 (7)은 다음과 같이 쓸 수 있다.⁽³⁾

$$\Phi_k = \text{Real} \left(\int \Omega_{1k} dz_{1k} + \int \Omega_{2k} dz_{2k} \right) \quad (9)$$

여기서 $z_{ik} = x + \mu_{ik}y$ ($i, k=1,2$) 이고 k 는 고려되는 재료를 의미한다. Ω_{ik} 는 식 (10)과 같이 복소 멱급수로 나타낼 수 있다.⁽¹⁻³⁾

$$\begin{aligned} \Omega_{1k} &= C_{1k}z_{1k}^{\bar{1}} + D_{1k}z_{1k}^{\bar{2}} \\ \Omega_{2k} &= C_{2k}z_{2k}^{\bar{1}} + D_{2k}z_{2k}^{\bar{2}} \end{aligned} \quad (10)$$

식 (10)을 식 (9)에 대입하여 그 결과를 다시 식 (5)에 대입하여 정리하면, 각 응력성분들이 다음과 같이 얻어진다(주의, $A=1-a_6R = -\mu_1^2$).

$$\sigma_k = \text{Real} (S_k \Omega_{ok}) \quad (11)$$

$$\sigma_k = \begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \end{bmatrix}_k, \quad S_k = \begin{bmatrix} E_{1k} & E_{2k} \\ F_{1k} & F_{2k} \\ G_{1k} & G_{2k} \end{bmatrix}, \quad \Omega_{ok} = \begin{bmatrix} \Omega_{1k} \\ \Omega_{2k} \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} E_{1k} &= \mu_{1k}^2, \quad E_{2k} = \mu_{2k}^2 + a_2R(\mu_{2k}^2 - \mu_{1k}^2) \\ F_{1k} &= -\mu_{1k}^2, \quad F_{2k} = -[\mu_{1k}^2 + a_1R(\mu_{2k}^2 - \mu_{1k}^2)] \\ G_{1k} &= -(1-(a_1-a_2)R)\mu_{1k}, \quad G_{2k} = -(1-(a_1-a_2)R)\mu_{2k} \end{aligned}$$

또한 식 (11)을 구성 방정식 (2)에 대입하고 그 결과를 변위-변형률 관계식에 대입하여 정리하면, 각 변위성분들도 식 (12)와 같이 얻을 수 있다.

$$u_k = \text{Real} [U_k \Omega_{uk}] \quad (12)$$

$$u_k = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}_k, \quad U_k = \begin{bmatrix} P_{1k} & P_{2k} \\ Q_{1k} & Q_{2k} \end{bmatrix}, \quad \Omega_{uk} = \begin{bmatrix} \Omega_{1k} \\ \Omega_{2k} \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} P_{1k} &= (a_1-a_2R)\mu_{1k}^2, \quad P_{2k} = a_1\mu_{2k}^2 - a_2R\mu_{1k}^2 \\ Q_{1k} &= \{ [a_2 - (1+a_1-a_1R)]\mu_{1k}^2 \} / \mu_{1k} \\ Q_{2k} &= \{ [a_2(1+a_2R) - a_1^2]\mu_{2k}^2 - [(a_2^2 - a_1^2)R + a_1]\mu_{1k}^2 \} / \mu_{2k} \end{aligned}$$

균열 표면(음의 x-축상)의 표면력-자유 조건(traction-free condition)으로부터 식 (10)의 복소계수들 간의 관계식을 식 (13)처럼 얻을 수 있다.

$$\begin{bmatrix} C_{2k} \\ D_{2k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{1k} & \bar{K}_{2k}e^{-\alpha_k} \\ K_{2k}e^{\alpha_k} & \bar{K}_{1k} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_{1k} \\ D_{1k} \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} K_{1k} &= \frac{\bar{F}_{2k}G_{1k} - F_{1k}\bar{G}_{2k}}{R_0}, \quad K_{2k} = \frac{F_{1k}G_{2k} - F_{2k}G_{1k}}{R_0} \\ R_0 &= F_{2k}\bar{G}_{2k} - \bar{F}_{2k}G_{2k}, \quad \alpha_k = \begin{cases} 2i\lambda\pi & \text{for } k=1 \\ -2i\lambda\pi & \text{for } k=2 \end{cases} \end{aligned}$$

균열선단 앞부분 즉, 양의 x축상에서의 계면 양면의 응력과 변위의 연속조건으로부터 식 (14)를 얻을 수 있다.

$$\begin{bmatrix} H_{11}(1-e^\alpha) & \bar{H}_{11}(1-e^{-\alpha}) & -H_{12}(1-e^{-\alpha}) & -\bar{H}_{12}(1-e^\alpha) \\ H_{21}(1-e^\alpha) & \bar{H}_{21}(1-e^{-\alpha}) & -H_{22}(1-e^{-\alpha}) & -\bar{H}_{22}(1-e^\alpha) \\ H_{31} + H_{41}e^\alpha & \bar{H}_{31} + \bar{H}_{41}e^{-\alpha} & -(H_{32} + H_{42}e^{-\alpha}) & -(\bar{H}_{32} + \bar{H}_{42}e^\alpha) \\ H_{51} + H_{61}e^\alpha & \bar{H}_{51} + \bar{H}_{61}e^{-\alpha} & -(H_{52} + H_{62}e^{-\alpha}) & -(\bar{H}_{52} + \bar{H}_{62}e^\alpha) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_{1k} \\ \bar{D}_{1k} \\ C_{2k} \\ \bar{D}_{2k} \end{bmatrix} = 0 \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \alpha &= 2i\lambda\pi, \quad H_{1k} = F_{1k} + F_{2k}K_{1k} = -\bar{F}_{2k}K_{2k}, \\ H_{2k} &= G_{1k} + G_{2k}K_{1k} = -\bar{G}_{2k}K_{2k}, \quad H_{3k} = P_{1k} + P_{2k}K_{1k}, \\ H_{4k} &= \bar{P}_{2k}K_{2k}, \quad H_{5k} = Q_{1k} + Q_{2k}K_{1k}, \quad H_{6k} = \bar{Q}_{2k}K_{2k} \end{aligned}$$

복소계수 C_{ik} 와 D_{ik} 가 유용한 해를 가질 조건은 식 (14)의 행렬식(determinant of matrix)이 0일 때이다. 이 조건으로부터 식 (15)가 얻어진다.

$$(1-x)^2(1+2bx+x^2) = 0 \quad (15)$$

$$\begin{aligned} x &= e^\alpha, \quad b = R/2Q \\ R &= 2\text{Real} [A_1B_5 - A_2B_2 + A_6B_1 - A_3\bar{A}_7 + A_5\bar{A}_4] \\ Q &= -A_1B_4 - A_2\bar{A}_7 + A_6\bar{A}_4 + \bar{A}_1B_3 - \bar{A}_3\bar{B}_2 + \bar{A}_5\bar{B}_1 \\ A_1 &= H_{11}H_{22} - H_{12}H_{21}, \quad A_2 = H_{11}H_{32} + H_{12}H_{41} \\ A_3 &= H_{11}H_{42} + H_{12}H_{31}, \quad A_4 = H_{11}H_{62} + H_{12}H_{51} \\ A_5 &= H_{22}H_{31} + H_{21}H_{42}, \quad A_6 = H_{21}H_{32} + H_{22}H_{41} \\ A_7 &= H_{22}H_{51} + H_{21}H_{62}, \\ B_1 &= \bar{H}_{11}\bar{H}_{52} + \bar{H}_{12}\bar{H}_{61}, \quad B_2 = \bar{H}_{21}\bar{H}_{52} + \bar{H}_{22}\bar{H}_{61} \\ B_3 &= \bar{H}_{41}\bar{H}_{52} - \bar{H}_{32}\bar{H}_{61}, \quad B_4 = \bar{H}_{42}\bar{H}_{51} - \bar{H}_{31}\bar{H}_{62} \\ B_5 &= \bar{H}_{31}\bar{H}_{52} + \bar{H}_{41}\bar{H}_{62} - \bar{H}_{32}\bar{H}_{51} - \bar{H}_{42}\bar{H}_{61} \end{aligned}$$

여기서 변수 R 및 Q 는 실수이고, 실변수 $b \geq 1$ 이다. $b=1$ 이면 두 재료는 동일한 경우이다.^(3,5)

식 (15)로부터 균열 선단에 유한 변위가 발생되

는 조건을 만족하는 고유치는 식 (16)과 같다. 이때, 주의할 것은 $\lambda=1/2+i\epsilon$ 과 $\lambda=1/2-i\epsilon$ 은 동일한 해를 유도하므로 오직 $\lambda=1/2+i\epsilon$ 에 대해서만 고려하였다.

$$\begin{aligned} \lambda_n &= \frac{n}{2} + i\epsilon, & n &= 1, 3, 5, \dots \\ \lambda_n &= n & n &= 2, 4, 6, \dots \end{aligned} \quad (16)$$

$$\epsilon = \frac{1}{2\pi} \log(b + \sqrt{b^2 - 1}) \quad (17)$$

여기서 식 (17)의 ϵ 즉, 복소 고유치의 허수부는 이종재료의 진동거동을 지배하는 진동지수 (oscillation index)로 알려져 있다.

각 고유치에 상응하는 고유함수를 구하기 위해 우선 고유치 λ_n 가 복소수 ($n=1,3,5,\dots$)인 경우 식 (14)의 첫 세 개의 방정식으로부터 \bar{D}_{11} , C_{12} 및 \bar{D}_{12} 을 C_{11} 항으로 나타내고 나머지 미지수를 풀기 위해서 식 (13)을 사용하면

$$\begin{bmatrix} C_{11} & D_{11} \\ C_{21} & D_{21} \\ C_{12} & D_{12} \\ C_{22} & D_{22} \end{bmatrix}_n = \begin{bmatrix} M_{11} & \bar{M}_{21} \\ M_{31} & \bar{M}_{41} \\ M_{12} & \bar{M}_{22} \\ M_{32} & \bar{M}_{42} \end{bmatrix}_n \begin{bmatrix} \beta & 0 \\ 0 & \bar{\beta} \end{bmatrix}_n \quad (18)$$

단, $\beta_n = C_{11n} + D_{11n}$, $M_{11} = 1$, $M_{21} = \frac{M_1}{M_0} e^a$,

$$\begin{aligned} M_{31} &= K_{11} + \frac{M_1}{M_0} \bar{K}_{21}, & M_{41} &= K_{21} e^a + \frac{M_1}{M_0} \bar{K}_{11} e^a, \\ M_{12} &= \frac{M_2}{M_0} e^a, & M_{22} &= \frac{M_3}{M_0}, & M_{32} &= \frac{M_2}{M_0} K_{12} e^a + \frac{M_3}{M_0} \bar{K}_{22} e^a, \\ M_{42} &= \frac{M_2}{M_0} K_{22} + \frac{M_3}{M_0} \bar{K}_{12} \\ M_0 &= (\bar{H}_{12} \bar{H}_{21} - \bar{H}_{11} \bar{H}_{22})(H_{42} + H_{32} e^a) + (H_{12} \bar{H}_{21} - \bar{H}_{11} H_{22}) \\ &\quad \times (\bar{H}_{32} + \bar{H}_{42} e^a) + (H_{12} \bar{H}_{22} - \bar{H}_{12} H_{22})(\bar{H}_{41} + \bar{H}_{31} e^a) \\ M_1 &= (\bar{H}_{12} H_{21} - H_{11} \bar{H}_{22})(H_{42} + H_{32} e^a) + (H_{12} H_{21} - H_{11} H_{22}) \\ &\quad \times (\bar{H}_{32} + \bar{H}_{42} e^a) + (\bar{H}_{12} H_{22} - H_{12} \bar{H}_{22})(\bar{H}_{31} + \bar{H}_{41} e^a) \\ M_2 &= (\bar{H}_{12} \bar{H}_{21} - \bar{H}_{11} \bar{H}_{22})(H_{31} + H_{41} e^a) + (\bar{H}_{12} H_{21} - H_{11} \bar{H}_{22}) \\ &\quad \times (\bar{H}_{41} + \bar{H}_{31} e^a) + (H_{21} \bar{H}_{11} - H_{11} \bar{H}_{21})(\bar{H}_{32} + \bar{H}_{42} e^a) \\ M_3 &= (H_{12} H_{21} - H_{11} H_{22})(\bar{H}_{41} + \bar{H}_{31} e^a) + (H_{11} \bar{H}_{21} - H_{21} \bar{H}_{11}) \\ &\quad \times (H_{42} + H_{32} e^a) + (H_{12} \bar{H}_{21} - H_{22} \bar{H}_{11})(H_{31} + H_{41} e^a) \end{aligned}$$

이며, K_{ik} 는 식 (13)에서 정의된 것과 같다.

고유치 λ_n 이 실수($n=2,4,6,\dots$)인 경우 $e^a = e^{-a} = 1$ 이며 모든 미지수는 단독으로 정의될 수 없고 단지 식 (19)와 같은 부분함수로 정의될 수 있다.

$$\begin{aligned} O_{11} &= C_{11} + D_{11}, & O_{21} &= C_{21} + D_{21} \\ O_{12} &= C_{12} + D_{12}, & O_{22} &= C_{22} + D_{22} \end{aligned} \quad (19)$$

O_{ik} 에 대해서 풀기 위해 식 (14)의 세 번째와 네 번째 식으로부터 C_{12} 과 \bar{D}_{12} 를 C_{11} 과 \bar{D}_{11} 의 항으로 나타냄으로써 O_{12} 를 O_{11} 과 \bar{O}_{11} 의 항으로 표현하고, 또한 식 (13)을 이용하여 O_{21} 과 O_{22} 를 O_{11} 과 \bar{O}_{11} 의 항으로 나타내면 식 (20)이 얻어진다.

$$\begin{bmatrix} O_{11} \\ O_{21} \\ O_{12} \\ O_{22} \end{bmatrix}_n = \begin{bmatrix} M_{11} & \bar{M}_{21} \\ M_{31} & \bar{M}_{41} \\ M_{12} & \bar{M}_{22} \\ M_{32} & \bar{M}_{42} \end{bmatrix}_n \begin{bmatrix} \beta \\ \bar{\beta} \end{bmatrix}_n \quad (20)$$

단, $\beta_n = C_{11n} + D_{11n}$, $M_{11} = 1$, $M_{21} = 0$,

$$\begin{aligned} M_{31} &= K_{11}, & M_{41} &= K_{21}, & M_{12} &= \frac{M_1}{M_0}, & M_{22} &= \frac{M_2}{M_0}, \\ M_{32} &= K_{12} \frac{M_1}{M_0} + \bar{K}_{22} \frac{M_2}{M_0}, & M_{42} &= K_{22} \frac{M_1}{M_0} + \bar{K}_{12} \frac{M_2}{M_0} \\ M_0 &= (H_{32} + H_{42})(\bar{H}_{52} + \bar{H}_{62}) - (\bar{H}_{32} + \bar{H}_{42})(H_{52} + H_{62}) \\ M_1 &= (H_{31} + H_{41})(\bar{H}_{52} + \bar{H}_{62}) - (\bar{H}_{32} + \bar{H}_{42})(H_{51} + H_{61}) \\ M_2 &= (H_{32} + H_{42})(H_{51} + H_{61}) - (H_{31} + H_{41})(H_{52} + H_{62}) \end{aligned}$$

응력성분과 변위성분을 나타내기 위하여 식 (18)과 (20)을 식 (11)과 (12)에 대입하여 정리하면 각 재료 $k(k=1, 2)$ 에 대해서 식 (21)을 얻는다.

$$\begin{aligned} \sigma_{11} &= \sum_{n=1}^{\infty} \text{Real} \left[\lambda_n (E_{1k} M_{1kn} z_{1k}^{\lambda_n - 1} + \bar{E}_{1k} M_{2kn} \bar{z}_{1k}^{\lambda_n - 1} \right. \\ &\quad \left. + E_{2k} M_{3kn} z_{2k}^{\lambda_n - 1} + \bar{E}_{2k} M_{4kn} \bar{z}_{2k}^{\lambda_n - 1}) \beta_n \right] \\ \sigma_{22} &= \sum_{n=1}^{\infty} \text{Real} \left[\lambda_n (F_{1k} M_{1kn} z_{1k}^{\lambda_n - 1} + \bar{F}_{1k} M_{2kn} \bar{z}_{1k}^{\lambda_n - 1} \right. \\ &\quad \left. + F_{2k} M_{3kn} z_{2k}^{\lambda_n - 1} + \bar{F}_{2k} M_{4kn} \bar{z}_{2k}^{\lambda_n - 1}) \beta_n \right] \\ \sigma_{12} &= \sum_{n=1}^{\infty} \text{Real} \left[\lambda_n (G_{1k} M_{1kn} z_{1k}^{\lambda_n - 1} + \bar{G}_{1k} M_{2kn} \bar{z}_{1k}^{\lambda_n - 1} \right. \\ &\quad \left. + G_{2k} M_{3kn} z_{2k}^{\lambda_n - 1} + \bar{G}_{2k} M_{4kn} \bar{z}_{2k}^{\lambda_n - 1}) \beta_n \right] \end{aligned} \quad (21a)$$

$$\begin{aligned} u_1 &= \sum_{n=1}^{\infty} \text{Real} \left[(P_{1k} M_{1kn} z_{1k}^{\lambda_n} + \bar{P}_{1k} M_{2kn} \bar{z}_{1k}^{\lambda_n} \right. \\ &\quad \left. + P_{2k} M_{3kn} z_{2k}^{\lambda_n} + \bar{P}_{2k} M_{4kn} \bar{z}_{2k}^{\lambda_n}) \beta_n \right] \\ u_2 &= \sum_{n=1}^{\infty} \text{Real} \left[(Q_{1k} M_{1kn} z_{1k}^{\lambda_n} + \bar{Q}_{1k} M_{2kn} \bar{z}_{1k}^{\lambda_n} \right. \\ &\quad \left. + Q_{2k} M_{3kn} z_{2k}^{\lambda_n} + \bar{Q}_{2k} M_{4kn} \bar{z}_{2k}^{\lambda_n}) \beta_n \right] \end{aligned} \quad (21b)$$

여기서 $E_{ik}, F_{ik}, G_{ik}, P_{ik}, Q_{ik}$ ($i=1,2$)는 식 (11)와 (12)에서 정의된 복소계수들이며, M_{mkn} ($m=1,2,3,4$)은 n 번째 고유치에 대해 식 (18)과 (20)에서 정의된 복소 계수들로 주어진 재료(k)의 물성치와 균열진전속도에 관계되는 알고 있는 값들이다. 또한 n 번째 고유치 λ_n 은 식 (16)과 (17)에서 얻어지는 값이며 z_{ik} 는 각 재료의 특성근과 균열선단에서의 위치만 주어지면 결정되는 값이다. 따라서 식 (21)의 미지수는 오직 β_n 이다. 그러므로 식 (21)의 선단 응력장을 동적 광탄성 실험에 적용하고, 동적 광탄성 무늬 데이터(x, y 좌표값 및 무늬차수)를 취한 후 여기에 수치해석을 적용하여 미지수 β_n 을 구할 수 있다. 그러므로 그 조건에 유효한 선단 응력장과 변위장을 얻을 수 있다.

3. 동적 광탄성 하이브리드법

식 (21)을 광-응력 법칙인 식 (22)에 대입하면 식 (23)과 같은 등색선 데이터와 응력성분들과의 관계식을 얻는다.

$$D = \left(\frac{f_{\omega} N_f}{t} \right)^2 = (\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + 4\sigma_{12}^2 \quad (22)$$

$$D = \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} \text{Real} \left[\lambda_n (2E_{11} z_1^{\lambda_n - 1} + 2 \bar{E}_{11} M_{21n} \bar{z}_1^{\lambda_n - 1} + (E_{21} - F_{21}) M_{31n} z_2^{\lambda_n - 1} + (\bar{E}_{21} - \bar{F}_{21}) M_{41n} \bar{z}_2^{\lambda_n - 1}) \beta_n \right] \right\}^2 + 4 \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} \text{Real} \left[\lambda_n (G_{11} M_{11n} z_1^{\lambda_n - 1} + \bar{G}_{11} M_{21n} \bar{z}_1^{\lambda_n - 1} + G_{21} M_{31n} z_2^{\lambda_n - 1} + \bar{G}_{21} M_{41n} \bar{z}_2^{\lambda_n - 1}) \beta_n \right] \right\}^2 \quad (23)$$

여기서 f_{ω} 는 동적 응력프린지치로 실험에 의해 측정되어지고, N_f 는 등색선 무늬차수, t 는 시편의 두께이다. 그러므로 식 (23)은 오직 β_n 만의 함수이다.

동적 응력확대계수와 β_n 과의 관계식은 균열선단의 응력특이성을 제거함으로써 Aminpour⁽³⁾에 의한 정의된 것처럼 식 (24)와 같이 표현할 수 있다. 이 때 $z_{1k} = z_{2k} = r$, $n=1$ 이며 $k=1$ 이다.

$$K_1 = \sqrt{2\pi} \text{Re}[A_2 \beta_1] \quad (24)$$

$$K_2 = \sqrt{2\pi} \text{Re}[A_3 \beta_1]$$

$$A_2 = \lambda_1 (F_{11} + \bar{F}_{11} M_{211} + F_{21} M_{311} + \bar{F}_{21} M_{411})$$

$$A_3 = \lambda_1 (G_{11} + \bar{G}_{11} M_{211} + G_{21} M_{311} + \bar{G}_{21} M_{411})$$

미지의 복소계수 β_n 을 구할 수 있다면 식 (20)과 (21)을 통하여 두 상이한 등방성 이종재료내의 계면 진전균열에 대한 각 응력성분들과 변위성분들을 구할 수 있으며, 뿐만 아니라 동적 응력확대계수도 구할 수 있다. 식 (23)의 비선형식을 선형화하여 이를 최소자승법에 의해 계수를 구하는 뉴턴 랩슨(Newton-Raphson)법에 의한 비선형 최소자승법⁽⁷⁾을 사용하면 복소계수 β_n 을 구할 수 있다. 그러므로 동적 광탄성 실험을 통해 두 상이한 등방성 이종재료 내의 계면 진전균열선단 주위의 동적 등색선 무늬 데이터를 얻고, 이것을 사용하여 식 (23)의 미지 복소계수 β_n 를 비선형 최소자승법을 통해 구하고 이것을 식 (20), (21) 및 식 (24)에 대입하여 각 경우의 균열선단의 각 응력성분과 변위성분 및 동적 응력확대계수를 구하는 이러한 방법을 본 연구에서는 “두 상이한 등방성 이종재료용 동적 광탄성 하이브리드법”이라 칭한다.

4. 실험 장치 및 실험방법

4.1 시편 및 실험장치

시편의 재료는 시바-가이거(CIBA-GEIGY)사의 아랄다이트(Araldite) B41을 주재료하고 경화제 HT903을 중량비 10:3의 비율로 성형한 에폭시판과 알루미늄 판(Al 6061)을 에폭시 접착제를 사용하여 접착두께가 50 μm 이하가 되도록 접착하였다. 이 때 균열은 계면 사이에 테프론을 삽입하여 접착제가 굳은 후에 제거하는 테프론 삽입법⁽⁷⁾을 사용하여 자연 균열에 가깝도록 하였다.

본 연구에서 사용된 동적 광탄성 실험장치⁽⁸⁾는 Fig. 3과 같고, 동적 응력상태를 등색선 무늬형태

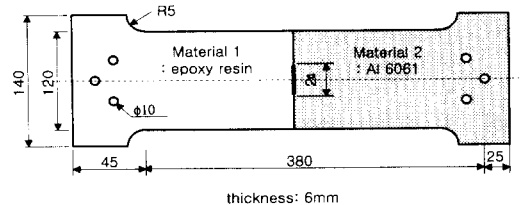


Fig. 2 Dimensions of the specimen(unit: mm)

로 볼 수 있도록 크랜즈-샬딘형식 카메라 시스템 (Cranz-Schardin pattern camera system)을 사용하였으며, 이 카메라 장치는 프레임률이 10⁶ frame/sec 로써 전체 16개의 상(image)을 얻을 수 있으며, 1 μsec 단위까지 광원의 스파킹(sparking) 시간 간격을 조정할 수 있다.

4.2 실험 방법

Fig. 3의 실험장치를 사용하여 1축(uniaxial)의 동적 인장하중을 가하여 동적 광탄성 실험⁽⁸⁾을 행한 후, 동적 광탄성 실험의 하이브리드 법 적용 방법은 다음과 같다.

(1) 필름 현상을 통해 얻은 균열 주위의 등색선 무늬 데이터 측정(이 때 경계부근의 부정확한 데이터를 피하여 정수배 혹은 0.5배 차수의 등색선 무늬 데이터를 취함, 데이터 개수는 만일 n=9이면 미지수는 18개가 되며, 따라서 이 경우 필요한 데이터수는 적어도 미지수의 5배인 90개 이상이어야 하므로 본 연구에서는 130~140여 개로 함) 및 균열 속도를 측정한다.

(2) 최소 자승법 프로그램에 의해 복소계수 β_n (n=9~11)을 구하고 실제 등색선 무늬와 비교하여 유효성 확인한다.

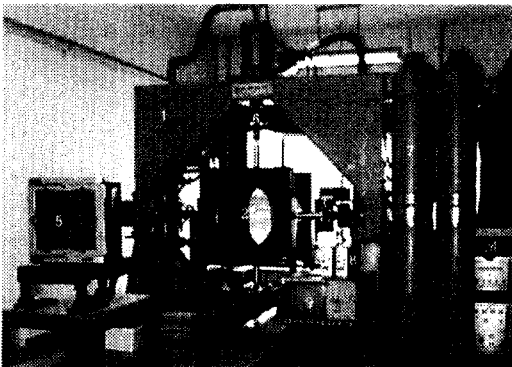
(3) (2)의 과정에서 구한 복소계수 β_n로부터 균열 주위의 응력성분을 도출하고 동적 응력확대

계수를 구한다. 이 때 고차항 n은 n<9 이하에서는 균열선단에서의 등색선 무늬가 잘 일치하지 않으며, n>11 이상에서는 균열선단에서의 무늬는 잘 일치하나 균열선단에서 떨어진 위치에서의 등색선 무늬가 잘 일치하지 않았다. 본 연구에서는 그 중 가장 잘 일치하는 9~11차 항까지 고려하였으며 수렴한계는 10³으로 하였다.

5. 실험결과 및 검토

본 연구에서 사용한 이종재료 시편의 각 재료의 물성치는 Table 1과 같다.

Fig. 4는 광원이 트리거(trigger)된 후의 경과시간에 대한 균열진전 속도 c를 에폭시 수지의 레이레이파의 속도 C_R로 무차원화 하여 나타낸 것으로 초기 충격하중의 크기는 3.97 kN이다. 균열 속도는 현상된 등색선 무늬 사진을 통해 측정된 균열길이를 경과시간으로 나누어 계산하였다. Fig. 4에서 보듯이 균열진전 속도가 거의 일정함을 볼 수 있다. 따라서 이 경우의 균열진전속도는 723.8 m/s로 하였다. 그리고 이 속도는 레이레이파의 약 80~85 %정도로써 순수한 에폭시인 경우의 균열전파속도는 에폭시판의 레이레이파 속도의 약 45~60 %정도⁽⁸⁾임을 감안할 때 상당히 빠르다는 것을 알 수 있다. 이 것은 알루미늄 판의



- 1. Dynamic biaxial loading frame
- 2. Field lens & Polarizer & Quarter wave plate
- 3. Multi-spark light source 4. Multi-spark control box
- 5. Multi-camera 6. Load-cell 7. Accumulator
- 8. Dynamic amplifier 9. Oscilloscope

Fig. 3 Dynamic loading device

Table 1 Material properties of specimen

Properties	Epoxy resin	Al 6061
Young's modulus, E(GPa)	3.20	71
Possion's ratio, ν	0.38	0.33
Density, ρ (kg/m ³)	1316	2770
L-wave velocity, C _L (m/s)	1688	5363
S-wave velocity, C _S (m/s)	937	3104
R-wave velocity, C _R (m/s)	880	2890
Stress fringe value, f _σ (kN/m)	10.61	

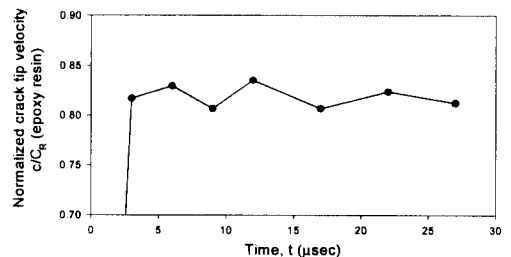


Fig. 4 Variations of crack-tip velocity

영향^(4,5)에 의한 것으로 생각된다.

Fig. 5는 동적 광탄성 실험을 통해 얻은 실제 등색선 무늬사진(왼쪽)과 본 연구에서 개발된 하이브리드 법을 통해 얻은 응력성분들을 이용하여 다시 그래픽한 것(오른쪽)을 비교한 것이다. 여기서 “+”표시는 데이터를 취한 지점을, “□”표시는 데이터를 취한 영역을 의미하며 그래픽한 등색선 무늬에서 숫자는 균열선단을 원점으로 하는 거리 좌표(mm단위)이다. 이 때, 균열선단의 등색선 무늬차수의 식별이 불가능하므로 식별이 가능한 균열선단에서 조금 떨어진 지점(선단에서 2mm 이상의 지점)의 데이터를 취하였다. 또한 무늬 간격이 큰 경우는 정확한 위치를 선정하기가 쉽지 않으므로 무늬 간격이 크지 않은 범위에서 데이터를 취하는 것이 데이터 선정의 오차를 줄일 수 있다고 생각된다. Fig. 5에서 보듯이 실제 등색선 무늬와 그래픽한 등색선 무늬가 거의 일치하고 있음을 볼 수 있다. 따라서 본 연구에서 개발된 두 상이한 등방성 이중재료용 동적 광탄성 하이브리드 법이 유효하다는 것을 알 수 있다. 그리고 본 실험을 통하여 균열 진전에 따른 등색선 무늬가 거의 변화가 없음을 알 수 있는데, 이는 정적 하중하에서 균열길이가 증가함에 따라 등색선 무늬차수도 증가한다는 점과는 대조되는 것이다.

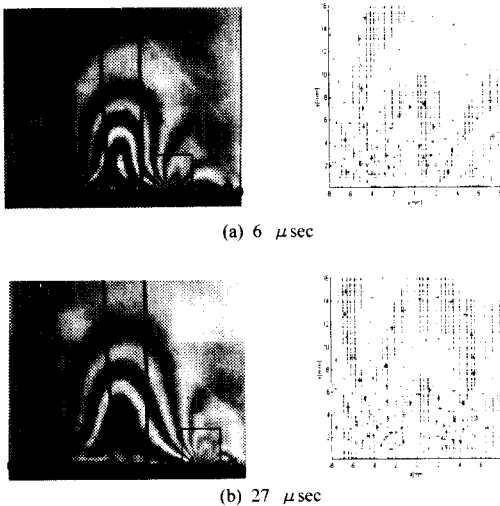


Fig. 5 Actually dynamic isochromatics and graphic isochromatics

Fig. 6은 균열전파시간에 대해 초기 충격하중과 초기 균열길이(2a=10 mm)에 대한 응력확대계수 $K_0(= \sigma_0 \sqrt{\pi a})$ 로 무차원화한 동적 응력확대계수를 나타낸 것이다. Fig. 6에서 보듯이 모드-I(mode-I)하중이 가하여졌지만 동적 응력확대계수는 K_2 의 값도 나타남을 볼 수 있는데 이러한 현상은 순수한 등방성체인 경우는 모드-I하중 하에서는 K_1 값만이 발생하는 것과는 대조되는 현상이다. 또한 K_1/K_0 값과 K_2/K_0 값 모두 초기에는 조금 증가하다가 감소한다. 이것은 정적인 경우 조건과 재료 및 균열전파속도에 따라 영향을 많이 균열길이가 증가하면 응력확대계수도 증가하는 것과는 대조되는 현상이며 동적 응력확대계수는 균열길이보다는 두 재료의 물성치와 균열전파속도에 더 큰 영향을 받음을 알 수 있다.

Fig. 7은 균열전파시간에 대한 모드 혼합도(mode mixity) $\phi(= \tan^{-1}[K_2/K_1])$ ^(4,5)를 나타낸 것으로 약 25~30°의 값을 가진다. 동적 실험은 실험이 받기 때문에 선행 연구자들과의 비교가 곤란한 점이 있다. Rosakis의 실험⁽⁴⁾(재료: PSM-1/Aluminum, aluminum쪽에 폭발에 의한 충격 인장하중)이 본 연구와 비슷하며 모드 혼합도는 약 40~50° 사이의 값을 가지며, Shukla의 실험(재료: PMMA/Steel, 계면 바로 아래쪽 강판(steel plate)에

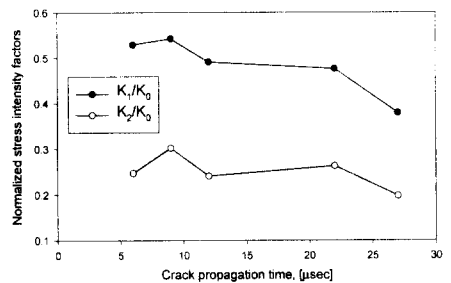


Fig. 6 Variation of dynamic stress intensity factors

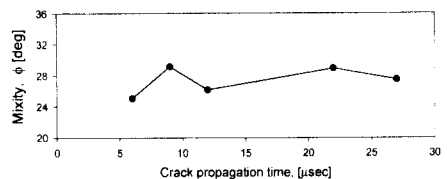


Fig. 7 Variation of mode mixity

발사된 총알에 의한 충격하중⁽⁵⁾의 경우는 모드 혼합도가 약 50° 임을 볼 수 있다.

Fig. 8은 트리거(trigger)된 후 6 μ sec일 때 하이브리드 법으로 구한 복소계수를 이용하여 각 응력성분을 가하여진 초기 충격응력(5.51 MPa)으로 무차원화하여 0.1단위로 나타낸 것이다. Fig. 8에서 균열선단에서 조금 떨어진 곳의 각 응력성분들의 분포는 Fig. 9의 정적⁽⁷⁾ 혹은 동적⁽⁸⁾ 하중을 받는 순수한 등방성재료(에폭시 수지)일 때의 응력성분 분포와 비슷하지만, 균열선단에서는 다르다는 것을 볼 수 있다. 이러한 것은 이종재료에서 각 재료의 응력파의 속도가 틀리기 때문에 나타나는 현상으로 생각된다. 실제 균열이 아음속(subsonic-레이레이파 속도이하) 상태와 천이음속(intersonic) 상태에서 광탄성 실험한 논문⁽⁹⁾을 살펴보면 아음속 상태에서는 등색선 무늬에서도 이러한 현상이 잘 구분이 되지 않으나, 천이음속

상태에서는 이러한 현상이 명확히 구분되며, 특히 초음속(super-sonic) 상태에서는 균열선단이 마치 두 개인 것(actual crack tip and pseudo-crack tip) 처럼 나타난다.⁽⁹⁾ 따라서 균열전파속도가 레이레이파(Rayleigh wave) 속도의 약 80~85 % (알루미늄에 대해서는 약 24.3~25.9 %) 인 본 연구에서의 각 응력성분은 이러한 현상을 잘 반영하고 있다. 또한 Fig. 8에서 알 수 있듯이 균열표면에서의 표면력-자유(traction-free) 조건을 만족하고 있다. 따라서 본 연구에서 개발한 선단 응력장과 하이브리드법이 유효하다는 것을 알 수 있다.

6. 결 론

본 연구를 통하여 다음과 같은 결론을 얻었다.
 (1) 두 상이한 등방성 이종재료내의 진진하는 계면 균열에 대한 동적 광탄성 실험의 하이브리드

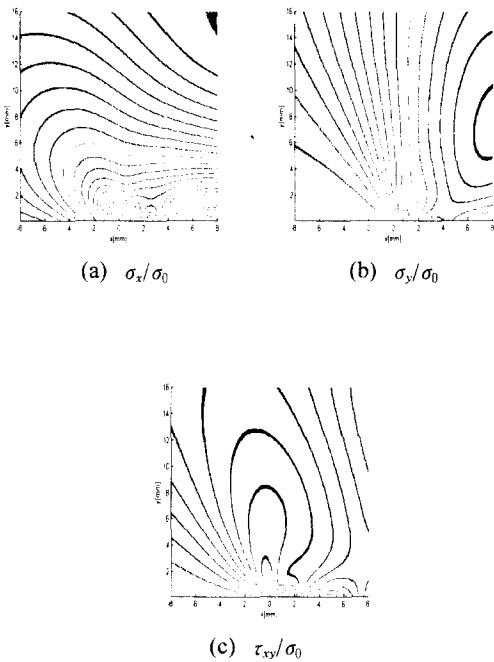


Fig. 8 Contours of normalized stress components for epoxy resin/aluminum bimaterial

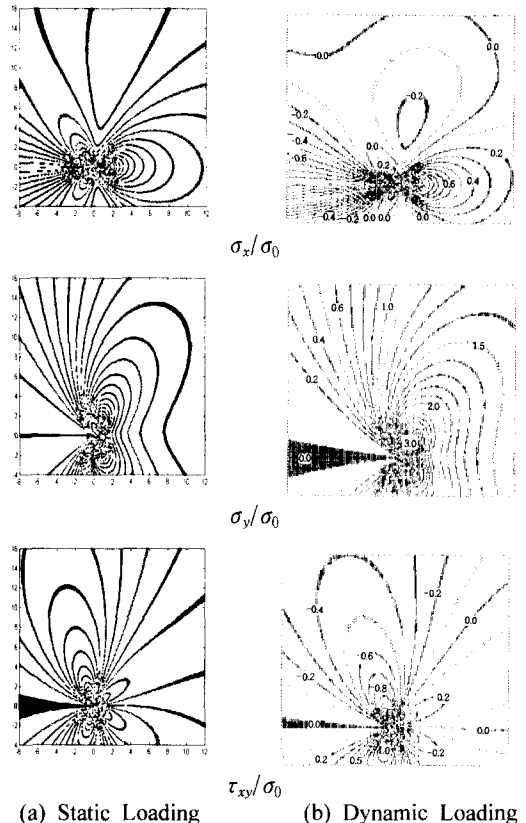


Fig. 9 Contours of normalized stress components for epoxy resin material

법이 개발되었으며 그 유효성이 확인되었다.

(2) 본 논문에서 연구된 모드-I 충격하중을 받는 두 상이한 등방성 이종재료내의 진전 계면균열에서의 동적 응력확대계수 K_1 값 뿐만 아니라 K_2 값도 발생하며, 동적 응력확대계수는 균열길이의 영향보다는 재료의 물성치와 균열전파속도에 더 큰 영향을 받음을 알았다.

(3) 에폭시/알루미늄으로 이루어진 이종재료에서의 계면 균열전파속도는 에폭시 수지의 레이리파 속도(Rayleigh-wave velocity)의 약 80~85 % (알루미늄에 대해서 약 24.3~25.9 %)정도로 순수한 에폭시 판의 균열전파속도보다 큰 값을 가짐을 알았다.

(4) 두 상이한 등방성 이종재료내의 계면 진전 균열선단의 응력성분들의 분포는 균열선단에서 멀리 떨어진 위치에서는 정적 또는 동적 하중하의 순수한 등방성체인 경우와 유사하나 선단 부근에서는 차이가 남을 알 수 있었고, 이 것은 이종재료에서 각 재료의 물성치와 응력파의 속도차에 의한 영향인 것으로 생각된다.

후 기

본 연구는 한국과학재단 특정기초연구과제(과제번호:97-0200-04-01-3)의 일부로써 수행된 것이며 지원에 감사드립니다.

참고문헌

- (1) Deng, X., 1992, "Complete Complex Series Expansions of Near-tip Fields for Steadily Growing Interface Cracks in Dissimilar Isotropic Materials," *Engr. Frac. Mech.*, Vol. 42, No. 2, pp. 237~242.
- (2) Deng, X., 1993, "General Crack-tip Fields for Stationary and Steadily Growing Interface Cracks in Anisotropic Bimaterials," *J. of Appl. Mech.*, Vol. 60, pp. 183~189.
- (3) Aminpour, M. A. and Holsapple, K. A., 1990, "Near-Field Solutions for Propagating Cracks at the Interface of Dissimilar Anisotropic elastic Materials," *Engr. Frac. Mech.*, Vol. 36, No. 1, pp. 93~103.
- (4) Lambros, J. and Rosakis, A. J., 1995, "Dynamic Decohesion of Bimaterials: Experimental Observations and Failure Criteria," *Int. J. Solids Structures*, Vol. 32, No. 17/18, pp. 2677~2702.
- (5) Singh, R. P., Kavaturu, M. and Shukla, A., 1997, "Initiation, Propagation and Arrest of an Interface Crack Subjected to Controlled Stress Wave Loading," *Int. J. of Fracture*, Vol. 83, pp. 291~304.
- (6) Lekhnitskii, S. G., 1963, "Theory of Elasticity of an Anisotropic Body," Translated by P. Fren, edited by J. J. Brandstatter, Holden-Day Series in *Mathematical Physics*, Holden-Day Inc..
- (7) Shin, D. C., 1997, "A Study on the Development of Photoelastic Experimental Hybrid Method," Ms. Thesis, Yeungnam Univ. Korea.
- (8) 신동철, 황재석, 2000, "등방성체용 동적 광탄성 하이브리드 법 개발에 관한 연구," 대한기계학회논문집 A권, 제24권 제9호, pp. 2220~2227.
- (9) Singh, R. P. and Shukla, A., 1996, "Subsonic and Intersonic Crack Growth along a Bimaterial Interface," *J. of App. Mech.*, Vol. 63, pp. 919~924.

(1) Deng, X., 1992, "Complete Complex Series Expansions of Near-tip Fields for Steadily