

# 3차원 셸 요소를 이용한 섬유보강 고무모재 공기 스프링의 유한요소해석

이 형욱\*, 허 훈†

(2000년 5월 12일 접수, 2001년 2월 10일 심사완료)

## Finite Element Analysis of Air Springs with Fiber-Reinforced Rubber Composites Using 3-D Shell Elements

Hyoung-Wook Lee and Hoon Huh

**Key Words :** Diaphragm-Type Air Spring(다이아프램형 공기스프링), Shell Element(셸 요소), Finite Element Method(유한요소법), Physical Stabilization(물리적 안정화기법), Equivalent Thickness(등가두께), Cord Angle(코드지 교차각)

### Abstract

This paper is concerned with the orthotropic problem of diaphragm-type air springs which consist of rubber linings, nylon reinforced rubber composite and bead ring. The analysis is carried out with a finite element method developed to consider the orthotropic properties, geometric nonlinearity using four-node degenerated shell element with reduced integration. Physical stabilization scheme is used to control the zero-energy mode of the element. The analysis includes an inflation analysis and a lateral analysis of an air spring for the deformed shape and the spring load with respect to the vertical and lateral deflection. Numerical results demonstrate the variation of the outer diameter, the fold height, the vertical force and the lateral force with respect to the inflation pressure and the lateral deflection.

### 기호설명

- $\hat{\quad}$  : 국지 좌표계에서 표현된 항
- $\hat{\sigma}$  : Cauchy 응력텐서
- $\hat{f}^{int}$  : 내부 하중벡터
- $\hat{K}^{int}$  : 내부 강성행렬
- $\hat{B}$  : 형상함수의 구배행렬
- $\hat{\eta}$  : 속도변형률 텐서
- $\hat{v}_i$  : 절점 속도벡터
- $\xi, \eta, \zeta$  : 자연 좌표계의 기저벡터
- $N_i$  : 형상함수
- $\hat{C}$  : 구성텐서
- $l, m, n$  : 절점 좌표계의 기저벡터

### 1. 서론

고속전철 현가장치의 핵심부품 중의 하나인 공기 스프링은 일반적으로 차량의 현가장치의 부품으로 사용되며 타제품에 비해서 승차감이 매우 우수하기 때문에 대형 고속 수송기관의 현가장치 부품으로 주로 쓰이고 있다.<sup>(1)</sup> 신간선과 TGV 등의 외국 고속전철에도 공기 스프링이 사용되고 있다. Fig. 1에 다이아프램형 공기 스프링을 도시하였다.

공기 스프링은 고무재질을 모재로 하고 있으므로 비선형 탄성재질과 비압축성의 특징을 가지게 되며,<sup>(2)</sup> 에어백의 소재로 고무 모재의 내부에 보강 섬유가 함침된 복합재료를 사용하므로 공기 스프링은 고무와 보강섬유와의 연결방향과 접착력에 따라 이방성과 비선형성을 가지게 된다. 또한 대변형에 의한 기하학적 비선형성을 가지게 된다.

지금까지의 해석은 공기 스프링을 단순한 형태의 모델로 가정하여 해석을 한 예<sup>(3-5)</sup>와 내부의

† 책임저자, 회원, 한국과학기술원 기계공학과

E-mail : bhuh@kaist.ac.kr

TEL : (042)869-3222 FAX : (042)869-3210

\* 한국과학기술원 기계공학과

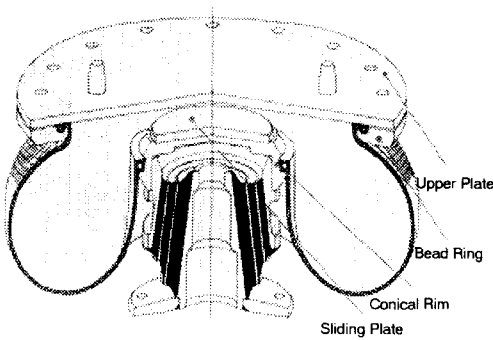


Fig. 1 Mounting hardware of a diaphragm-type air spring

코드지(Cord Carcass)를 직접 또는 간접적으로 모델링해서 해석을 한 예<sup>(6,7)</sup>가 있다. ABAQUS 로 공기 스프링을 해석한 경우<sup>(7)</sup>에는 리바(Rebar)요소를 사용하여 에어백을 하나의 층으로 모델링하여 해석을 하였다. 이 경우 코드지에 따라 물성치와 교차각을 실제와 같이 부위별로 다르게 모델링하지 않았고, 공기 스프링의 정확한 형상을 모델링하지 않았기 때문에 실제의 변형을 정확히 모사하지 못하였다. Lee 와 Huh<sup>(8)</sup> 등은 실제 다이아프램형 공기 스프링 제품의 분석을 통한 정확한 형상 모델링과 축대칭 해석을 통하여 설계변수에 대한 검증을 수행하였다.

공기 스프링의 3 차원 해석에서 나타난 문제점은 자유도의 증가로 해석시간이 많이 소요된다는 것이다. 이를 해결하기 위해서 셀 요소를 사용하여 자유도를 줄이는 것이 방법이 될 수 있다. 공기 스프링을 해석하기 위해서는 적층된 복합재료의 특성을 해석할 수 있는 셀 요소가 필요하다.

셀 요소는 수렴성과 가상적인 무에너지 모드(Zero Energy Mode)가 없는 안정된 거동이 요구된다. 수식적으로 정식화하기 간단하고 응용이 편리하며 정확한 응력의 계산이 수행되어야 하며, 전단변형 구속과 막 변형 구속이 없고, 상대적으로 형상의 비틀림에 대해 덜 민감하여야 한다. 추후로 비선형에 대한 확장의 용이성도 필요하다.<sup>(9)</sup>

현재까지 개발되어온 셀 요소는 평면 셀 요소와 셀 이론을 바탕으로 한 곡면 셀 요소<sup>(10)</sup> 그리고 가장 많이 쓰이는 감절점 셀 요소<sup>(11)</sup>가 있다. 감절점 셀 요소는 특정한 셀 이론의 추가 없이 임의의 셀 형상의 유한요소 모델에 대해 적용할 수 있고, 두께방향 전단변형의 고려로 얇은 셀, 두꺼운 셀, 복합 적층 셀을 모델링할 수 있다. 변형 기하학이 등매개 변수(Iso-parametric)에 의해 표현이 가능하여 요소 사이의 적합성을 만족하므로, 낮은

차수의 형상함수를 이용할 수 있다. 또한 비선형으로의 확장이 용이하다. 그러나 전단 변형 구속 및 막 변형 구속의 제거가 필요하여 저감 적분법, 선택적 저감 적분법,<sup>(12)</sup> 안정화 행렬<sup>(13,14)</sup> 등의 방법을 사용하여야 한다. 셀 요소는 일반적으로 경제성과 기하학적 뒤틀림에 덜 민감하고 고차 요소에 비해 적은 계산시간으로 높은 정확도를 얻을 수 있으며 안정적인 4 절점 요소를 사용한다.

1970 년 Ahmad 등<sup>(11)</sup>에 의해 감절점 셀 요소가 개발 된 후로 많은 연구자들이 셀 요소를 개발해왔다. 1981 년 Hughes 와 Liu<sup>(15)</sup>에 의해 선택적 저감 적분법을 이용한 셀 요소가 개발 되었고, 1984 년 Belytschko 등<sup>(13)</sup>에 의해 인위적인 계수를 이용한 무에너지 모드 제어기법이 개발 되었다. 이후로 무에너지 모드를 제어하기 위한 방법으로 인위적인 계수를 사용하지 않는 기법이 개발되었고, 1994 년 Belytschko 와 Leviathan<sup>(14)</sup>에 의해 안정화 행렬을 이용한 제어기법이 개발되었다. Liu 등<sup>(16)</sup>은 합응력 감절점 셀 요소(Resultant Stress Degenerated Shell)를 개발하였다. Allman<sup>(17)</sup>에 의해 제한된 드릴링 자유도(Drilling Degrees of Freedom)는 면내 거동을 향상시키고, 구속현상을 줄일 수 있었다. 이후로 드릴링 자유도는 Cook,<sup>(18)</sup> Hughes,<sup>(19)</sup> Zhu 등<sup>(20)</sup>에 의해 발전되었다.

본 논문에서는 두께방향의 전단변형을 허용하는 셀 이론의 기본 가정과 유한요소의 등매개 변수 개념을 바탕으로 한 감절점 셀 요소를 사용하기로 한다. Belytschko 등에 의해 제한된 셀 수식화를 기본으로 한 저감 적분법을 사용하고, 무에너지 모드의 제어는 Belytschko 와 Leviathan<sup>(14)</sup>에 의해 제한된 물리적 안정화 기법(Physical Stabilization Method)을 사용하였다.

## 2. 이론

### 2.1 셀 요소의 이론적 수식화

셀 요소를 정의하는 Fig. 2 의 좌표계는 전체 좌표계(Global Coordinate)와 자연 좌표계(Natural Coordinate), 국지 좌표계(Local Coordinate) 그리고 절점 좌표계(Nodal Coordinate)가 있다.

형상 함수를 이용하면 요소의 형상은 식 (1)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix} = \sum_{I=1}^4 N_I \begin{Bmatrix} x_I \\ y_I \\ z_I \end{Bmatrix} + \frac{1}{2} \zeta h_I \begin{Bmatrix} l_{3I} \\ m_{3I} \\ n_{3I} \end{Bmatrix} \quad (1)$$

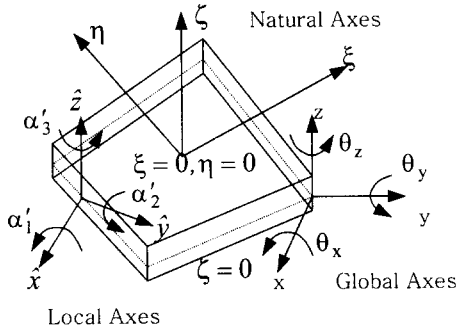


Fig. 2 Geometry and coordinate systems

여기서  $h_i$  는 쉘의 절점에서의 두께를 나타내며,  $l, m, n$  은 각 절점 좌표계의 기저 벡터이다. 그리고 형상 함수는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$N_i = \frac{1}{4}(1 + \xi_i \xi)(1 + \eta_i \eta) \tag{2}$$

응력장식으로부터 가상일의 원리와 발산정리를 적용하여 약형을 구성하고, 형상함수의 임의성을 이용하면 약형으로부터 다음과 같은 강성행렬과 하중벡터를 국부 좌표계에서의 값으로 얻을 수 있다.<sup>(15)</sup>

$$\hat{f}_i^{int} = \int_{\Omega} \left( \hat{B}_i^o + \zeta \hat{B}_i^{\zeta} + \xi \hat{B}_i^{\xi} + \eta \hat{B}_i^{\eta} + \xi \zeta \hat{B}_i^{\xi \zeta} + \eta \zeta \hat{B}_i^{\eta \zeta} \right)^T \left( \hat{\sigma}^o + \xi \hat{\sigma}^{\xi} + \eta \hat{\sigma}^{\eta} + \xi \zeta \hat{\sigma}^{\xi \zeta} + \eta \zeta \hat{\sigma}^{\eta \zeta} \right) d\Omega \tag{3}$$

$$\hat{K}_{IJ}^{int} = \int_{\Omega} \left( \hat{B}_i^o + \zeta \hat{B}_i^{\zeta} + \xi \hat{B}_i^{\xi} + \eta \hat{B}_i^{\eta} + \xi \zeta \hat{B}_i^{\xi \zeta} + \eta \zeta \hat{B}_i^{\eta \zeta} \right)^T \hat{C} \left( \hat{B}_j^o + \zeta \hat{B}_j^{\zeta} + \xi \hat{B}_j^{\xi} + \eta \hat{B}_j^{\eta} + \xi \zeta \hat{B}_j^{\xi \zeta} + \eta \zeta \hat{B}_j^{\eta \zeta} \right) d\Omega \tag{4}$$

여기서  $\hat{B}$  은 형상함수의 미분 벡터로 자연 좌표계의 성분에 따라 구분을 할 수 있다.  $\hat{C}$  은 물성에 따른 구성 텐서이다. 따라서 변형률 속도는 식 (5)와 같이 정의되며, 응력의 시간에 대한 미분항은 Taylor 급수 전개에 의해 식 (6)으로 나타낼 수 있다.

$$\hat{\eta} = \hat{B}_i \hat{v}_i = \left[ \hat{B}_i^m + \hat{B}_i^b + \hat{B}_i^s \right] \hat{v}_i \tag{5}$$

$$= \left[ \hat{B}_i^o + \zeta \hat{B}_i^{\zeta} + \xi \hat{B}_i^{\xi} + \eta \hat{B}_i^{\eta} + \xi \zeta \hat{B}_i^{\xi \zeta} + \eta \zeta \hat{B}_i^{\eta \zeta} \right] \hat{v}_i$$

$$\dot{\hat{\sigma}} = \dot{\hat{\sigma}}^o(\zeta) + \xi \dot{\hat{\sigma}}^{\xi} + \eta \dot{\hat{\sigma}}^{\eta} + \xi \zeta \dot{\hat{\sigma}}^{\xi \zeta} + \eta \zeta \dot{\hat{\sigma}}^{\eta \zeta} \tag{6}$$

식 (3)과 식 (4)는 자연 좌표계의 성분에서  $\xi, \eta$  에 대해 직접 적분하면 다음과 같은 식으로 나타

낼 수 있다.

$$\hat{f}_i^{int} = \hat{f}_i^o + \hat{f}_i^{stab} \tag{7}$$

$$\hat{K}_{IJ}^{int} = \hat{K}_{IJ}^o + \hat{K}_{IJ}^{stab} \tag{8}$$

여기서 ‘o’는 상수 항이 되고, ‘stab’는 안정화 항이 된다. 이 식을 전체 좌표계로 변환시킨 후 비선형 행렬식을 풀게 된다. 식 (7)과 식 (8)의 성분을 식 (9)에서 식 (12)에 나타내었다.

$$\hat{f}_i^o = \int_{\Omega} \left[ \hat{B}_i^o + \zeta \hat{B}_i^{\zeta} \right]^T \hat{\sigma}(\zeta) d\Omega$$

$$= \int_{-\frac{a}{2}}^{+\frac{a}{2}} \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} J d\xi d\eta \left[ \hat{B}_i^o + \zeta \hat{B}_i^{\zeta} \right]^T \hat{\sigma}(\zeta) dt \tag{9}$$

$$= \frac{aA}{2} \sum \left[ \hat{B}_i^o + \zeta_k \hat{B}_i^{\zeta} \right]^T \hat{\sigma}(\zeta_k) w_k$$

$$\hat{K}_{IJ}^o = \int_{\Omega} \left[ \hat{B}_i^o + \zeta \hat{B}_i^{\zeta} \right]^T \hat{C}(\zeta) \left[ \hat{B}_j^o + \zeta \hat{B}_j^{\zeta} \right] d\Omega$$

$$= \frac{aA}{2} \sum \left[ \hat{B}_i^o + \zeta_k \hat{B}_i^{\zeta} \right]^T \hat{C}(\zeta_k) \left[ \hat{B}_j^o + \zeta_k \hat{B}_j^{\zeta} \right] w_k \tag{10}$$

$$\hat{f}_i^{stab} = \int_{\Omega} \left( \xi \hat{B}_i^{\xi} + \eta \hat{B}_i^{\eta} + \xi \zeta \hat{B}_i^{\xi \zeta} + \eta \zeta \hat{B}_i^{\eta \zeta} \right)^T \left( \xi \hat{\sigma}^{\xi} + \eta \hat{\sigma}^{\eta} + \xi \zeta \hat{\sigma}^{\xi \zeta} + \eta \zeta \hat{\sigma}^{\eta \zeta} \right) d\Omega$$

$$= \frac{aA}{9} \left[ 3 \left( \hat{B}_i^{\xi} \right)^T \hat{\sigma}^{\xi} + 3 \left( \hat{B}_i^{\eta} \right)^T \hat{\sigma}^{\eta} \right. \tag{11}$$

$$\left. + \left( \hat{B}_i^{\xi \zeta} \right)^T \hat{\sigma}^{\xi \zeta} + \left( \hat{B}_i^{\eta \zeta} \right)^T \hat{\sigma}^{\eta \zeta} \right]$$

$$\hat{K}_{IJ}^{stab} = \frac{aA}{9} \left[ 3 \left( \hat{B}_i^{\xi} \right)^T \hat{C}(0) \hat{B}_j^{\xi} + 3 \left( \hat{B}_i^{\eta} \right)^T \hat{C}(0) \hat{B}_j^{\eta} \right. \tag{12}$$

$$\left. + \left( \hat{B}_i^{\xi \zeta} \right)^T \hat{C}(0) \hat{B}_j^{\xi \zeta} + \left( \hat{B}_i^{\eta \zeta} \right)^T \hat{C}(0) \hat{B}_j^{\eta \zeta} \right]$$

여기서  $w_k$  와  $\zeta_p$  는 각각 가우스 적분법에서 가중치와 적분점이고,  $a$  는 요소 중심에서의 두께이며  $A$  는 요소의 면적이다.

### 2.2 쉘 요소에서의 복합 재료의 구성방정식

복합 재료의 구성방정식을 적용하기 위해서는 앞 절의 식 (4)에 나타난 구성 텐서를 각 층에서 대칭성이 있는 세 개의 직교 평면을 갖는 직교이방성 재료로 모델링하여야 한다. 복합 적층판을 평면 응력상태로 가정하고 변형 중에 쉘의 두께의 변화가 무시할 만 하다고 가정하자. 이때 국지좌

표계가 재료의 주축과 평행할 때 직교이방성 재료의 구성방정식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\sigma_{1,2,3} = \bar{D} \varepsilon_{1,2,3} \quad (13)$$

여기서

$$\sigma_{1,2,3} = [\sigma_1 \quad \sigma_2 \quad \tau_{12} \quad \tau_{13} \quad \tau_{23}]^T \quad (14)$$

$$\varepsilon_{1,2,3} = [\varepsilon_1 \quad \varepsilon_2 \quad \gamma_{12} \quad \gamma_{13} \quad \gamma_{23}]^T \quad (15)$$

$$\bar{D} = \begin{bmatrix} \bar{D}_1 & \bar{D}_{12} & 0 & 0 & 0 \\ \bar{D}_{12} & \bar{D}_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \bar{D}_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \bar{D}_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \bar{D}_5 \end{bmatrix} \quad (16)$$

그리고

$$\begin{aligned} \bar{D}_1 &= E_1/\Delta, \bar{D}_2 = E_2/\Delta, \bar{D}_{12} = E_1\nu_{12}/\Delta \\ \bar{D}_3 &= G_{12}/\Delta, \bar{D}_4 = K_1G_{13}, \bar{D}_5 = K_2G_{23} \end{aligned} \quad (17)$$

여기서  $\Delta = 1 - \nu_{12}\nu_{21}$ 이며,  $K_1$ 과  $K_2$ 는 전단수 정계수로 본 논문에서는 5/6으로 평균적인 값으로 사용하였다.

일반적으로 비등방성 재료의 주축은 국지좌표계와 일치하지 않고 임의의 각도만큼 회전되어 있다. 따라서 식 (13)을 텐서변환 행렬에 의해 변환시켜야 한다. 식 (4)의 구성 텐서는 텐서변환 행렬에 의해 변환된 직교이방성 재료의 구성텐서를 사용하면 된다.

### 2.3 적층 셸 이론

공기 스프링의 에어백은 6 겹의 코드지와 두 겹의 내피와 외피로 이루어져 8 층이 적층된 구조이다. 이러한 공기 스프링을 해석하기 위해서는 각 층이 요소 강성행렬에 기여하는 양을 수치적분을 사용해서 구해야 한다. 본 논문에서는 복합 적층 셸을 해석하기 위해 Panda와 Natarajan<sup>(21)</sup>에 의해 제안된 방법을 사용하였다. 자연 좌표계  $\zeta$ 는 -1에서 1까지의 값을 갖는데 가우스 적분법을 이용하기 위해서  $\zeta$ 를  $\zeta_p$ 로 수정한다.  $\zeta_p$ 는  $p$  번째 층 내에서 -1에서 1까지의 값을 갖게 한다. 그러면  $\zeta$ 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\zeta = -1 + \left[ 2 \sum_{j=1}^p t_j - t_p (1 - \zeta_p) \right] / h \quad (18)$$

그리고,

$$d\zeta = \frac{t_p}{h} d\zeta_p \quad (19)$$

여기서  $h$ 는 셸의 총두께를 나타내고,  $t_p$ 는  $p$  번째 층의 두께를 나타낸다.

식 (18)과 식 (19)를 식 (3)과 식 (4)에 대입하면 복합 적층 셸을 해석할 수 있는 강성행렬을 구할 수 있다.

## 3. 유한요소해석

### 3.1 공기 스프링의 모델링

#### 3.1.1 해석 모델

공기 스프링의 셸 요소 모델링을 위한 형상을 Fig. 3에 도시하였다. 도시된 그림은 K-TGV 용으로 설계될 모델을 2차원으로 유한요소화한 것이다.

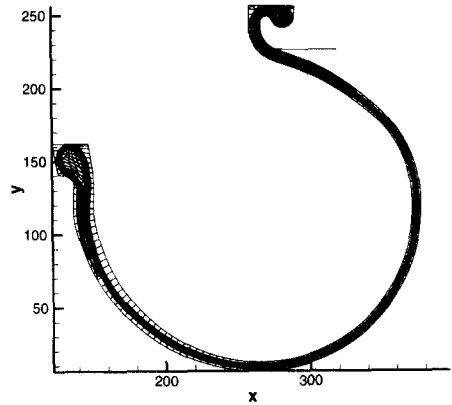


Fig. 3 Finite element mesh of the air spring model for K-TGV

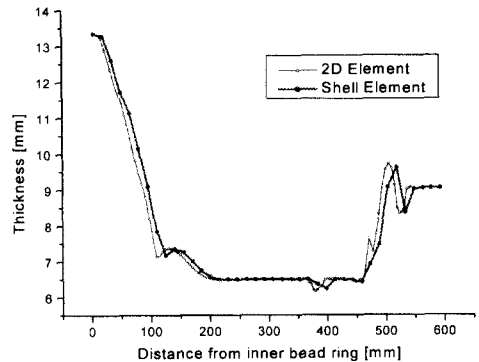


Fig. 4 Thickness distributions of an air spring

해석에 사용된 물성치는 고무모재와 나일론 66 섬유유의 물성치로부터 Halpin-Tsai 식<sup>(22)</sup>을 이용하여 구하였다. 고무모재의 탄성계수는 3.3 MPa, 푸아송 비는 0.49 이며, 나일론 66 섬유유의 탄성계수는 1.83GPa, 푸아송 비는 0.3 이다. 부피 비는 나일론 66 섬유의 직경과 모재의 두께로부터 구하였다.

3.1.2 두께 및 교차각 모델링

정확한 셸의 해석을 위해서는 정확한 두께의 모델링이 필요하다. 2 차원 유한요소모델로부터 두께를 측정하여 3 차원 셸 모델에 적용을 하였다.

Fig. 4 는 2 차원 모델과 3 차원 셸 모델의 두께 분포를 나타낸 것이다. 2 차원으로부터 잘 근사 되었음을 알 수 있다.

에어백 코드지의 교차각은 최대 외경에서 ±45° 가 되게 식 (20)을 이용하여 계산된 각도를 적용 하였다. 이론적으로 계산된 각도와 684N 다이아프램 공기 스프링의 측정된 각도는 Fig. 5 에 도시하였다. Fig. 5 에서 ‘M’으로 표시된 것은 측정된 각도이며, ‘A’로 표시된 것은 계산된 각도이다.

$$\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{r}{R} \tan \theta\right) \quad (20)$$

여기서 R 은 기준 최대외경으로 유한요소의 최대 외경 값으로 하였고, r 은 각 유한요소의 중심의 반경이다. θ는 최대외경에서의 교차각으로 본 해석에서는 45°로 하였고, 교차각 α는 경도와의 각도로 표현된다.

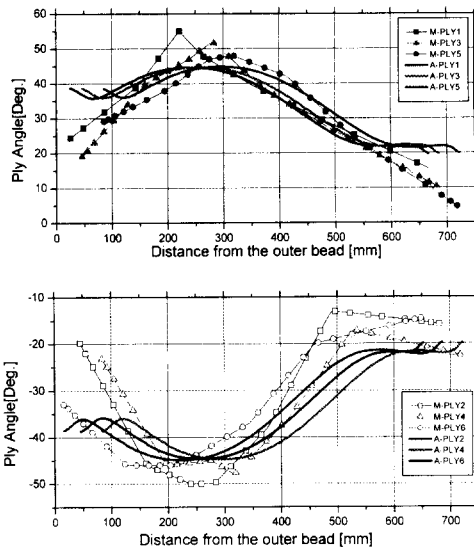


Fig. 5 Analytic cord angles for K-TGV and measured cord angles of the 684N diaphragm air spring

3.1.3 유한요소 모델링

공기 스프링의 해석을 위해 2 차원의 유한 요소의 중심을 따라서 모델링을 수행하였다. 기하학적 형상으로부터 유한요소 모델링을 한 초기 유한 요소는 Fig. 6 에 나타나 있다. 구성된 유한요소 모델은 663 개의 절점과 600 개의 요소로 되어있다. 교차각은 이론적으로 계산된 값을 사용하였다.

3.2 공기 스프링의 유한요소해석

제 2 장에서 유도된 수식화를 이용하여 프로그램을 구성하고, 구성된 프로그램으로 공기 스프링의 변형 해석을 수행하였다.

3.2.1 해석 조건

공기 스프링의 에어백은 직교 이방성 재료로 모델링 하였고, 코드지의 각도는 이론적으로 계산한 각도를 사용하였다. 에어백은 6 층의 섬유보강 고무 복합재료로 구성된 코드지와 고무재질의 내피와 외피로 구성되어 총 8 개의 층으로 되어있다.

2 차원 해석에서는 각 층을 각각 요소로 모델링을 하여 해석을 수행했으나 본 논문에서는 셸 요소의 해석 시 각 층의 두께를 모두 모델링하지 않고 요소의 등가 두께를 구하여 추후의 다른 해석에도 적용할 수 있도록 하였다. 공기 스프링의 에어백은 8 층으로 되어있기 때문에 내피와 외피의 두께를 동일하게 하고 내부의 6 층의 두께를 동일하게 하여 등가의 두께를 구하였다. 내피와 외피는 각각 2mm 로 설정하고, 나머지 두께를 6 층의 코드지 두께로 하였다. 에어백의 두께가 7.6mm 가 넘지 않는 곳에서는 6 층의 코드지의 최소 두께를 설정한 후 내피와 외피의 두께를 설정하였다. 실제의 에어백에서 코드지의 두께는 0.6mm 에서 0.7 mm 사이의 값을 가지고 있기 때문에 최소 두께를 0.6mm 와 0.7mm 내에서 설정을 하여 등가의 두께를 구하였다. 본 논문에서는 0.6, 0.65, 0.68 그리고 0.7mm 로 4 가지로 설정을 하였다.

에어백에 부과되는 압력은 실제의 작동 압력인 6 기압을 내부에 부과하였고, 횡 방향 변형해석 시

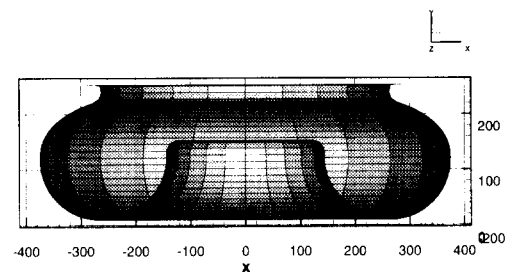


Fig. 6 Finite element mesh of a diaphragm air spring

에는 첫 단계로 내압을 부과하고, 추후에 횡 방향으로의 변형해석을 수행하였다. 횡 방향 변형 시에는 에어백 부피의 변화가 거의 없는 것으로 하여 압력을 계속 유지하도록 하였다.

팽창해석 시의 경계 조건은 비드링이 있는 부분을 모두 구속하였고, 슬라이딩 판이 있는 쪽도 모두 구속을 하였다. 횡 방향 변형의 경우 상판을 횡 방향으로 이동시키는 것으로 경계조건을 부과하였다.

3.2.2 공기 스프링의 팽창 해석

두께를 최소 0.7mm 로 한 경우의 팽창 해석의 결과를 Fig. 7 에 도시하였다. 내부의 섬유직경이 0.5mm 로 일정하기 때문에 코드지의 두께가 커질수록 약한 물성이 계산되어 팽창의 정도가 커지게 된다. 변형한 형상을 보면 내압에 의해 에어백이 전체적으로 커지기 때문에 내부의 코드지의 교차각은 크게 변하지 않을 것으로 보여지며, 변형 모드는 물리적으로 적합한 것으로 볼 수 있다.

Fig. 8 에 도시 된 팽창해석시 외경의 변화를 보면 이차원 축 대칭 해석<sup>(1,8)</sup>에 비해 두께가 0.7mm 일 때의 외경의 변화는 더 크고, 두께가 0.6mm 일 때는 더 적게 변화하는 것을 알 수 있다. 내압에 따른 변화를 보면 코드지의 두께가 0.68mm 일 때가 축 대칭 해석과 가장 근사하게 맞음을 알 수 있다. Fig. 9 에 도시 된 에어백의 장착 높이의 변화 역시 같은 형태를 보이고 있다. 이것은 2 차원 해석은 요소의 두께를 이용해서 하나의 코드지를 하나의 요소로 모델링하여 해석을 할 수 있기 때문에 위치에 따라 두께를 다르게 하거나 층별로 두께를 다르게 하였지만, 3 차원 해석의 경우에는 요소의 두께를 위치와 층에 따라 관계없이 고정시켰기 때문이다. 그러나 각 층의 두께는 실제적으로 0.6mm 에서 0.7mm 사이에 존재하게 되므로 3 차원 해석에서는 등가의 두께인 0.68mm 로 2 차원 해석과 거의 같은 수치를 얻을 수 있었다.

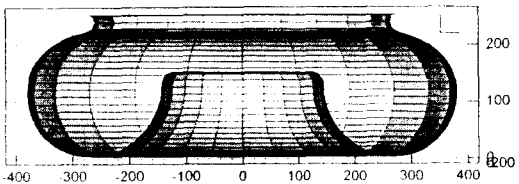


Fig. 7 Deformed shape in an inflation analysis (6 bars, minimum thickness= 0.7mm)

Fig. 8 과 Fig. 9 에서 선도의 경로가 달라지는 이유는 축 대칭 해석에서는 비드부의 경계조건을 접촉을 부과하여 정확하게 모사하였으나 3 차원 해석에서는 비드부를 단순화하여 경계조건을 부과하였기 때문이다. 3 차원 해석에서도 두께를 실제와 유사하게 모델링하고 동일한 경계조건과 접촉을 고려하면 2 차원 해석과 동일한 수치를 얻을 수 있을 것이다.

Fig. 10 에 도시 된 내압의 변화에 따른 지지하중은 축 대칭해석과 거의 비슷하게 나타난 것을 알 수 있다. 이것은 지지 하중의 경우 주로 내부의 부피의 변화에 따른 내압의 크기에 의해 결정되기 때문이다. 선도에서의 차이는 접촉조건에 의한 영향에 의해 나타난 것이라 할 수 있다.

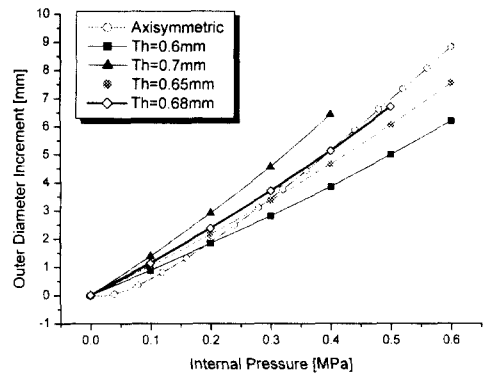


Fig. 8 Variation of the outer diameter with respect to the internal pressure

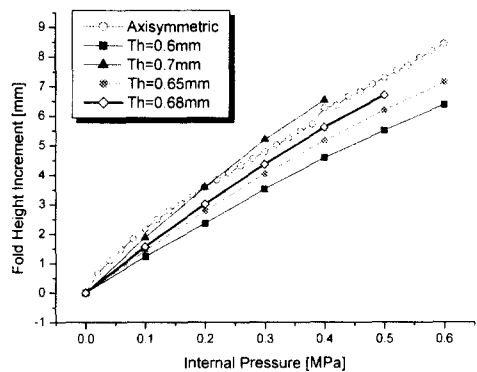


Fig. 9 Variation of the fold height with respect to the internal pressure

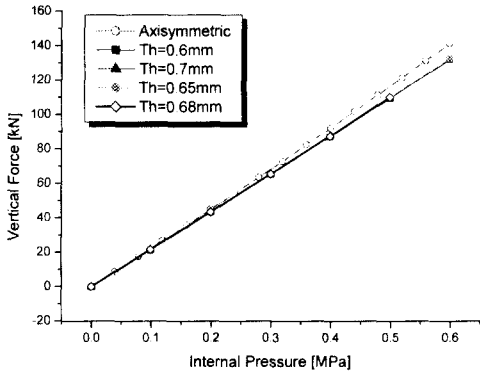


Fig. 10 Variation of the vertical force with respect to the internal pressure

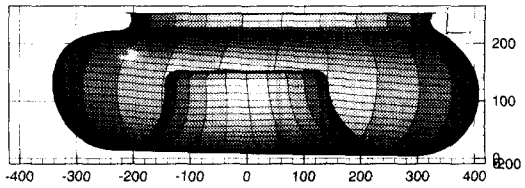


Fig. 11 Deformed shape in a lateral deformation analysis (60mm, 2 bars)

3.2.3 공기 스프링의 횡 방향 변형 해석  
 공기 스프링의 횡 방향 변형 해석에서는 2 단계의 해석을 수행하였다. 1 단계로 내압을 부과하여 팽창해석을 수행하고, 2 단계에서는 1 단계에서 부과한 내압을 상수로 유지하면서 횡 방향 변형을 부과하였다. 압력의 부과는 2 기압과 4 기압의 두 가지 경우를 적용하였고, 횡 방향의 변위는 60mm를 부과하였다.

Fig. 11 와 Fig. 12 에 2 기압과 4 기압의 압력 해석 후 60mm의 횡 방향 변형 해석의 결과를 도시하였다. 변형 형상은 물리적으로 타당한 것으로 나타났다. Fig. 13 에 횡 방향 변형 시 횡 방향 지지 하중을 도시하였다. 도시된 횡 방향 지지 하중은 실제의 양상과 다르게 내압에 큰 영향이 없는 것으로 나타났으며 이것은 내부에 부과된 압력이 변형 중에 변화하지 않는다는 가정 때문인 것으로 보여진다. 보다 정확한 계산을 위해서는 추후 횡 방향 이동에 의한 내부의 파괴변화를 고려한 내부 압력의 변화를 계산해 적용시켜야 할 것으로 보여진다.

위의 결과에서 3 차원 셀 요소를 이용한 프로그램의 개발과 이차원 해석 프로그램의 개발로 공기 스프링의 팽창해석에 적용할 수 있음을 보였고,

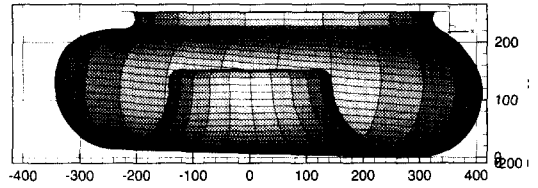


Fig. 12 Deformed shape in a lateral deformation analysis (60mm, 4 bars)

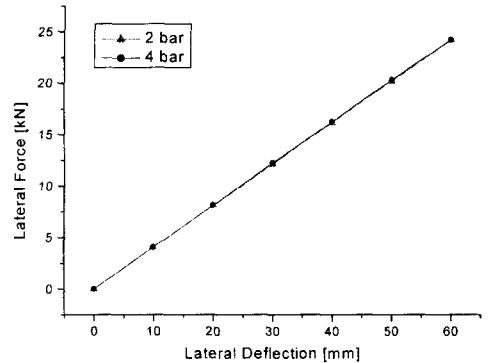


Fig. 13 Variation of the lateral force with respect to the lateral deflection for the constant internal pressure

향후 내부압력 변화를 계산에 적용시키면 횡 방향 변형 해석등에도 적용할 수 있음을 확인하였다.

#### 4. 결론

본 논문에서는 셀 요소를 이용한 공기 스프링의 3 차원 해석 기법을 개발 및 정립하였고, 정립된 이론을 바탕으로 한 공기 스프링 해석용 자체 프로그램을 개발하여 해석을 수행하였다. 개발된 프로그램을 이용하여 팽창해석과 횡 방향 변형 해석을 통해 공기 스프링의 설계 변수를 검증하였다. 2 차원 해석 결과와의 비교를 통하여 3 차원 해석에서 간단히 적용할 수 있는 등가의 두께를 구하였고, 이를 바탕으로 횡 방향 변형 해석을 수행할 수 있음을 보였다.

본 논문에서 얻어진 프로그램을 이용하면 빠른 시간과 저렴한 비용으로 공기 스프링의 내압에 따른 하중지지 능력과 형상해석, 취약부분을 파악할 수 있고, 이러한 결과를 바탕으로 공기 스프링의 설계방향을 제시하고, 설계 안의 검증 및 평가를 할 수 있을 것이다. 향후 내압의 변화를 고려하여 공기 스프링의 횡방향 변형 해석을 보완해야 할 것이다.

## 후 기

본 연구는 건설교통부와 산업자원부 및 과학기술부에서 시행한 G7 고속전철 기술개발사업에 의하여 연구한 결과 중 일부이며, 이에 관계자 여러분께 감사 드립니다.

## 참고문헌

- (1) 허훈, 이형욱, 김세호 1999, 공기스프링 FEM 해석기법 개발, 대원강업(주) 수탁연구과제보고서.
- (2) Morton, J. E., 1987, *Rubber Technology*, 3rd Ed., Van Nostrand Reinhold, New York.
- (3) Gent, A. N. and Thomas, A. G., 1974, "Force-Deflection Relations for a Model Air Spring," *Rubber Chemistry and Technology*, Vol. 47, pp. 384~395.
- (4) Agnew, B., 1991, "A Note on the Design of Air Springs," *Proc. Instn. Mech. Engrs.*, Vol. 205, pp. 207~209.
- (5) Boros, A., Kovacs, F. and Lengyel, K., 1991, "Modelling of Axial-Symmetric Fibre-Reinforced Rubber Membranes Loaded by Inner Pressure. Computer Simulation of Air-Springs," *International Rubber Conference (IKT/IRC 91)*, pp. 487~489.
- (6) Maßann, C., 1995, "FE-Berechnungen an Cord-Gummi Verbundwerkstoffen zur Ermittlung von Ermüdungsmechanismen in Luftfedern," *Kautschuk Gummi Kunststoffe*, Vol. 48, pp. 423~429.
- (7) Hibbit, Karlsson and Sorenson Inc., 1996, *ABAQUS/Standard Manual*.
- (8) 이형욱, 김세호, 허훈, 김진영, 정수교, 1999, "다이아프램형 공기 스프링의 유한요소 해석," 대한기계학회 논문집, 제 23 권, 제 9 호, pp. 1569~1576.
- (9) 백종균, 1994, "대체 변형률장에 의한 효율적인 4 절점 쉘 유한요소의 개발," 한국과학기술원 박사 논문.
- (10) Simo, J. C. and Fox, D. D., 1989, "On a Stress Resultant Geometrically Exact Shell Model - Part I: Formulation and Optimal Parametrization," *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, Vol. 72, pp. 267~304.
- (11) Ahmad, S., Irons, B. M. and Zienkiewicz, O. C., 1970, "Analysis of Thick and Thin Shell Structures by Curved Finite Elements," *Int. J. Numer. Meth. Engrg.*, Vol. 2, pp. 419~451.
- (12) Hughes, T. J. R., Cohen, M. and Haroun, M., 1979, "Reduced and Selective Integration Techniques in the Finite Element Analysis of Plates," *Nuclear Engineering and Design*, Vol. 46, pp. 203~222.
- (13) Belytschko, T., Lin, J. I. and Tsay, C. S., 1984, "Explicit Algorithms for the Nonlinear Dynamics of Shells," *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, Vol. 42, pp. 225~251.
- (14) Belytschko, T. and Leviathan, I., 1994, "Physical Stabilization of the 4-Node Shell Element with One Point Quadrature," *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, Vol. 113, pp. 321~350.
- (15) Hughes, T. J. R. and Liu, W. K., 1981, "Nonlinear Finite-Element Analysis of Shells; Part I: Three-Dimensional Shells," *Int. J. Numer. Meth. Engrg.*, Vol. 26, pp. 331~362.
- (16) Liu, W. K., Law, E. S., Lam, D. and Belytschko, T., 1986, "Resultant-Stress Degenerated-Shell Element," *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, Vol. 55, pp. 259~300.
- (17) Allman, D. J., 1988, "A Quadrilateral Finite Element Including Vertex Rotations for Plane Elasticity Problems," *Int. J. Numer. Meth. Engrg.*, Vol. 26, pp. 717~739.
- (18) Cook, R. D., 1994, "Four-Node 'Flat' Shell Element: Drilling Degrees of Freedom, Membrane - Bending Coupled, Warped Geometry and Behavior," *Comput. Struct.*, Vol. 35, pp. 621~641.
- (19) Hughes, T. J. R. and Brezzi, F., 1989, "On Drilling Degrees of Freedom," *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, Vol. 72, pp. 105~121.
- (20) Zhu, Y. and Zacharia, T., 1996, "A New One-Point Quadrature, Quadrilateral Shell Element with Drilling Degrees of Freedom," *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, Vol. 136, pp. 165~203.
- (21) Panda, S. and Natarajan, R., 1981, "Analysis of Laminated Composite Shell Structures by Finite Element Method," *Comput. & Struct.*, Vol. 14, pp. 225~230.
- (22) Tsai, S. W. and Hahn, H. T. 1980. *Introduction to Composite Materials*. Technomic Publishing Co., Inc.