

삼각 패치 알고리즘을 이용한 복합 재료 구조물의 전체 최적화

오 승 환[†] · 이 병 채^{*}

(2000년 9월 5일 접수, 2001년 2월 3일 심사완료)

Global Optimization of Composite Structures Using Triangular Patch Algorithm

Seung Hwan Oh and Byung Chai Lee

Key Words : Global Optimization(전체 최적화), Triangular Patch Algorithm(삼각패치 알고리즘), Composite Structure(복합재료 구조물)

Abstract

Several design problems of composite structures are studied via a global optimizer based on attraction regions. MSC/NASTRAN is adopted for static and eigenvalue analysis. The method of modified feasible direction in DOT is used for local optimization. Through the review of global optimization algorithms, the triangular patch algorithm is selected because the algorithm is known to be efficient, robust and powerful for general nonlinear optimization problems. For general applicability, various mechanical properties are considered as design objectives; strain energy, eigenvalue, weight, displacement, and buckling load. In all cases considered, the triangular patch algorithm results in a lot of optimum points and useful design patterns, that are not easy by local algorithms or conventional global algorithms can be determined.

1. 서 론

복합 재료는 두 가지 이상의 재료들을 결합하여 기존의 재료보다 강도/무게, 강성/무게의 비가 크고, 다양한 성능을 구현할 수 있는 설계가 가능하며 용도에 맞게 제작이 용이하다는 점 등의 장점으로 인해, 항공기, 자동차, 잠수함, 압력 용기, 스포츠 용품 등 많은 구조물에서 사용 빈도가 높아지고 있다. 구조 재료로서 복합재료의 중요도가 높아짐에 따라 다양한 환경에서 복합재료의 기계적 성질을 알 수 있는 해석 방법에 관련되어 상당히 많은 연구가 진행되어 왔으며,⁽¹⁻⁷⁾ 복합 재료의 최적 사용을 위한 설계 방법론도 함께 관심의 대상이 되어 왔다.⁽⁸⁻¹⁰⁾

복합 재료 해석은 운동학적 가정에 따라 이론

적으로 고전 적층 이론과 전단 변형 적층 이론으로 구분되는 2 차원 평판 이론과 전형적인 3 차원 수식화와 적층별 이론이 포함되는 3 차원 탄성 이론, 그리고 이 둘을 혼합한 혼합 모델 등이 있다. 3 차원 탄성 이론을 바탕으로 하는 모델 방법은 다양한 경우에 대해 해석이 정확하지만, 해석 시간이 길고, 최적 설계를 하기 위해 필요한 설계 변수 수가 너무 많아 실질적으로 최적 설계에 이용하기에는 적합하지 않다. 따라서 최적 설계에서는 대부분 2 차원 평판 이론에 근거하여 정적 거동을 해석하는데 고전 적층 이론은 전단 변형을 고려하지 않아 얇은 판에 대해서만 적용 가능하고 판의 두께가 두꺼워지게 되면 적용하기 힘들어진다. 전단 변형 적층 이론은 정확도를 보장할 수 있는 해석의 범위와 효율성, 두 가지 모두를 일정 수준 이상 만족시킬 수 있어 복합 재료의 최적 설계 분야에서 가장 많이 사용되고 있는 해석 방법이며 NASTRAN 과 ABAQUS 등 많은 상용 유한 요소 해석 프로그램들이 채택하고 있는 방법이기도 하다.

[†] 책임저자, 회원, KAIST 기계공학과
E-mail : osh@syz713.kasit.ac.kr
TEL : (042)869-5034 FAX : (042) 861-1694

^{*} KAIST 기계공학과

복합 재료를 적용하고자 하는 구조물의 기하학적 특성, 하중의 종류 및 작용 위치 등 각 상황에 가장 적합하게 사용하게 되면 어느 한 재료에서 얻을 수 있는 기계적, 물리적 성질을 효과적으로 상호 보완하고 효율을 극대화할 수 있으므로, 무게, 변형 에너지, 변위, 응력, 고유 진동수, 좌굴 하중 등 많은 물리량들을 목적함수 혹은 제한 조건식의 대상으로 많은 최적화 연구가 이루어져 왔다.

최적화 방법론은 파라미터들의 변동성에 대한 고려 여부에 따라 확률적 방법-결정론적 방법, 설계 변수가 연속인가 혹은 불연속인가에 따라 연속-불연속-혼합 방법, 본 연구에서 관심 있는 국부적인 최적화 조건만 고려하는가 그렇지 않은가에 따라 국부 최적화-전체 최적화 등으로 나눌 수 있으며, 그 밖에도 대형 문제를 풀기위한 다단계 최적화 법, 복합된 물리 영역을 다루는 다영역 최적화 등이 있다.

본 연구에서는 지금까지 개발되어온 전체 최적화 알고리즘을 간단히 소개하고 문헌에 나오는 알고리즘들의 수치적, 정성적 평가를 바탕으로 복합 재료 최적화에 적용할 전체 최적화 알고리즘을 선택한 후 상용 해석 프로그램인 MSC/NASTRAN, 상용 국부 최적화 프로그램인 DOT 를 부 프로그램으로 사용하여 몇가지 문제에 적용한다. 적용례를 통해 복합 재료 최적 설계를 하는데 국부 최적화가 아닌 전체 최적화가 필요함을 강조하고 선택한 전체 최적화 알고리즘으로 설계자에게 최적 값과 바람직한 설계 패턴을 제공할 수 있음을 보인다.

2. 전체 최적화 알고리즘

현재까지 개발되어 온 전체 최적화 알고리즘은 통계적 요소가 포함되어 있는가의 유무에 따라 크게 결정론적 방법과 통계적 방법의 두 가지로 나눌 수 있다.⁽¹¹⁾ 결정론적 방법은 정해진 알고리즘대로 같은 문제를 같은 환경에서 다시 풀어도 같은 결과가 나오지만 통계적 방법은 알고리즘 내의 랜덤(random number) 발생 방법에 따라 계산할 때마다 다른 결과가 나올 수 있다. 결정론적 방법의 경우, 문제에 대한 수학적 특성이 주어지면 각각의 경우에 대해 매우 효율적이면서 신뢰성 있는 방법을 만들 수 있지만 적용 범위가 작고, 일반적인 문제에는 적용하기 힘들다는 단점이 있다. 본 연구에서는 일반적인 비선형 문제에 적용 가능한 통계적 방법들을 주로 고찰한다. 통계적 방법은 일반적인 함수 공간에서 전역 최적점에 관한 수학

적 보장을 할 수 없기 때문에 해를 찾아가는 과정과 최적해를 관한 판단을 통계적으로 처리하는 방법이다.

결정론적 방법이나 통계적 방법 모두 대개 제한조건이 없는 경우를 대상으로 개발되어 왔으며 제한 조건이 있는 경우에는 벌칙 함수 방법(penalty method)이나 라그랑지안 승수(Lagrangian multiplier)를 이용하여 제한조건이 없는 문제로 변환시킬 수 있다. 이들 알고리즘들은 각각 구할 수 있는 최적점들의 개수, 함수 계산량 등이 다르게 된다. 또한 불연속 문제에 적용이 쉽게 되는 것과 그렇지 못한 것들이 있다.

결정론적 방법 중 가장 기본적인 방법인 전역 탐색은 설계 영역 전체를 일정한 작은 부분으로 나누어 모두 탐색하는 것으로 강건하나 계산 시간이 과도하게 소요되어 실제 문제에 적용하기 어렵다. 커버링 방법은⁽¹²⁾ 전역 탐색과 비슷하나 탐색하는데 설계 함수값을 반영하여 한 번에 탐색하는 거리를 조절하는 방법이다. 이 방법은 전체 탐색에 비해 설계 공간 정보를 더 잘 반영할 수 있고 특수한 경우에 대해서는 좋은 효율을 보였으나 일반적인 함수 공간에서는 효율이 문제였다. 주밍 방법은⁽¹³⁾ 보통의 국부 최적화 알고리즘을 이용하는데 기존의 최적화 수식화에 현재까지 구한 함수의 최소값보다 작아야 한다는 제한 조건을 첨가한 것으로, 아주 좁은 가용 영역만이 존재할 때도 해를 찾아갈 수 있는 매우 강건한 국부 최적화 알고리즘이 있어야 한다. 일반화된 감소 방법은⁽¹⁴⁾ 국부 최적화 궤적의 함수값, 기울기, 곡률 등을 질량, 감쇠 계수, 가속도 등을 의미하는 계수로 사용하여 이차 미분 방정식을 구성하고 방정식의 근을 구함으로써 전체 최적점을 찾아내는 방법이다. Kam 등은 여러 개의 임의의 시작점으로부터 출발시키고 통계적 수렴 방법인 베이시안 방법과 결합하여 통계적 방법으로 확장한 감소 방법으로 복합 재료 최적화를 수행하였다.^(15,16) 이 방법은 파라미터의 값에 상당히 민감한 것으로 알려져 있다. 뚝기 방법은⁽¹⁷⁾ 현재까지 구한 최소점 중 가장 작은 점과 같은 함수값을 갖는 설계점을 찾아내어 그곳부터 다시 국부 최적화를 수행하는 방법이다. 그러나 새로운 시작점을 찾아내는 것 자체가 새로운 전체 최적화 문제가 되고, 전체적인 알고리즘의 성능도 그리 좋지 않다. 채우기 방법은 결정론적 방법 계열에서 가장 효율이 좋은 방법으로 알려져 있는데 이 등은⁽¹⁸⁾ 호모토피 방법과 결합하여 안정적인 해법을 제공하였다. 보통 결정론적 방법들은 전체 최적점 한 개에 대해서만 관심을 갖는 경우가 많다.

통계적 방법의 가장 기본이 되는 임의 탐색 방법은 임의의 랜덤 수를 발생시켜 이 수를 이용하여 설계 영역을 탐색해 가는 방법으로서 전역 탐색과 성능 면에서 별 차이가 없다. 임의 조절 탐색 방법⁽¹⁹⁾ 결정론적 방법에서의 전역 탐색-커버링 방법 관계와 비슷하게 임의탐색 방법-임의 조절 탐색 방법의 짝을 이루는 방법인데 임의 탐색 방법에 함수값의 정보를 이용하여 탐색 영역을 조절하게 된다. 이 방법은 제한 조건이 없는 문제에 적용할 수 있다. 시뮬레이티드 어닐링,⁽²⁰⁾ 유전자 알고리즘⁽²¹⁾ 등은 자연계에서 보통 전체 최적점으로 향하는 현상을 모사하여 알고리즘화한 것이다. 시뮬레이티드 어닐링은 일정 온도에서 금속의 분자 구조를 가장 안정적으로 구성하는 과정인 어닐링 과정을 모사한 것이고, 유전자 알고리즘은 자연계의 생명체들이 적자 생존 과정을 우수한 유전자를 갖는 개체들이 살아 남아 그들의 유전 정보를 후손에게 물려주는 과정을 모사한 것이다. 그러나, 자연계에서 일어나고 있는 최적화 과정 자체가 오랜 시간을 요구하는 것이어서 이들의 효율이 다른 알고리즘들에 비해 좋지 않음을 여러 문헌을 통해 알 수 있다. 이들 방법은 타부 방법⁽²²⁾과 비슷하게 설계 인자가 불연속인 문제에서도 쉽게 적용할 수 있다는 장점이 있다. 다중 출발 방법은 시작점을 달리하면서 국부 최적화를 수행하는 방법으로서 통계적으로 잘 정리된 수렴 기준을 가지고 있고⁽²³⁾ 국부 최적화 과정의 효율성을 그대로 이용할 수 있는 장점이 있다. 하지만, 한 번 수렴한 곳으로 여러 번 수렴할 가능성이 있어 계산상 비효율이 존재한다. 이러한 비효율을 제거하기 위해 유력 영역(attraction region) 개념을 도입하여 가능한 같은 곳으로의 수렴을 방지하고자 하는 시도가 있어왔다. 군집 방법⁽²⁴⁾ 일정한 값 이상을 갖는 점들을 골라내는 전체 단계가 있고 유력 영역을 만드는 방법을 기준으로 크게 밀도 군집 방법(density clustering method), 단일 연결 군집 방법(single linkage clustering method), 모드 분석 군집 방법(mode analysis clustering method), 벡터 양자화 다중 출발 방법(vector quantization multi-start method), 다단계 군집 방법(multi-level clustering method)로 분류할 수 있다. 군집 방법은 설계 변수의 수가 많아질 때 효율이 급격히 나빠지는 경향이 있다.

Elwakeil 과 Arora 는 강건한 국부 최적화 알고리즘을 이용하여 국부 최적화 알고리즘이 해를 내주는 문제에 모두 이용할 수 있는 영역 제거 방법(domain elimination method)과 주밍 방법(zooming methods) 등을 개발하였다.⁽²⁵⁾ 이 방법들의 연장

선상에서 오 등은⁽²⁶⁾ 삼각 패치 알고리즘을 제안했는데 현재까지 탐색했던 국부 최적화 자취들을 점과 선, 그리고 삼각 패치 등으로 기억시킨 후 이 자취들을 다음 탐색 시에 다시 따라 가지 못하도록 탐색 영역에서 제외하는 전략을 사용한 방법이며 효율성과 신뢰성, 실용적인 측면에서 매우 우수한 전체 최적화 알고리즘으로 소개되었다.

3. 삼각 패치 알고리즘

삼각 패치 알고리즘은 시작점, 최적점, 제거점들로 이루어진 점들의 집합과 시작점부터 최적점, 혹은 시작점부터 제거점까지의 궤적을 선형으로 연결한 선들의 집합, 두 개 이상의 시작점으로 이루어진 삼각패치들의 집합들로 국부 최적화의 자취를 기록한 후 현재의 국부 설계점이 이 자취들의 영역에 속하게 되면 더 이상의 국부 최적화를 수행하지 않게 함으로써 다중 출발법의 효율을 높인 방법이다.⁽²⁶⁾

Fig. 1 은 점, 선, 삼각 패치로 이루어진 유력 영역을 표현하는 단위들을 나타낸 그림이다.

삼각 패치 알고리즘은 수렴 기준이 만족할 때까지 임의의 시작점을 발생시켜 가며 예전에 기록해 두었던 국부 최적화의 자취 영역에 포함되지 않는 한 국부 최적화를 수행해가며 새로운 국부 최적화의 자취들을 기록해 나가는 방법이다.

Fig. 2 는 삼각 패치 알고리즘을 간략하게 설명한 유통도이다. 유통도에서 X_0 는 시작점들의 유력 영역 집합, X_r 은 제거된 점들의 유력 영역 집합,

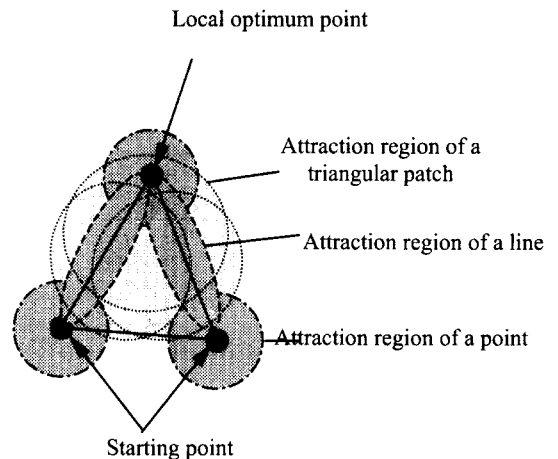


Fig. 1 Expression units of attraction regions

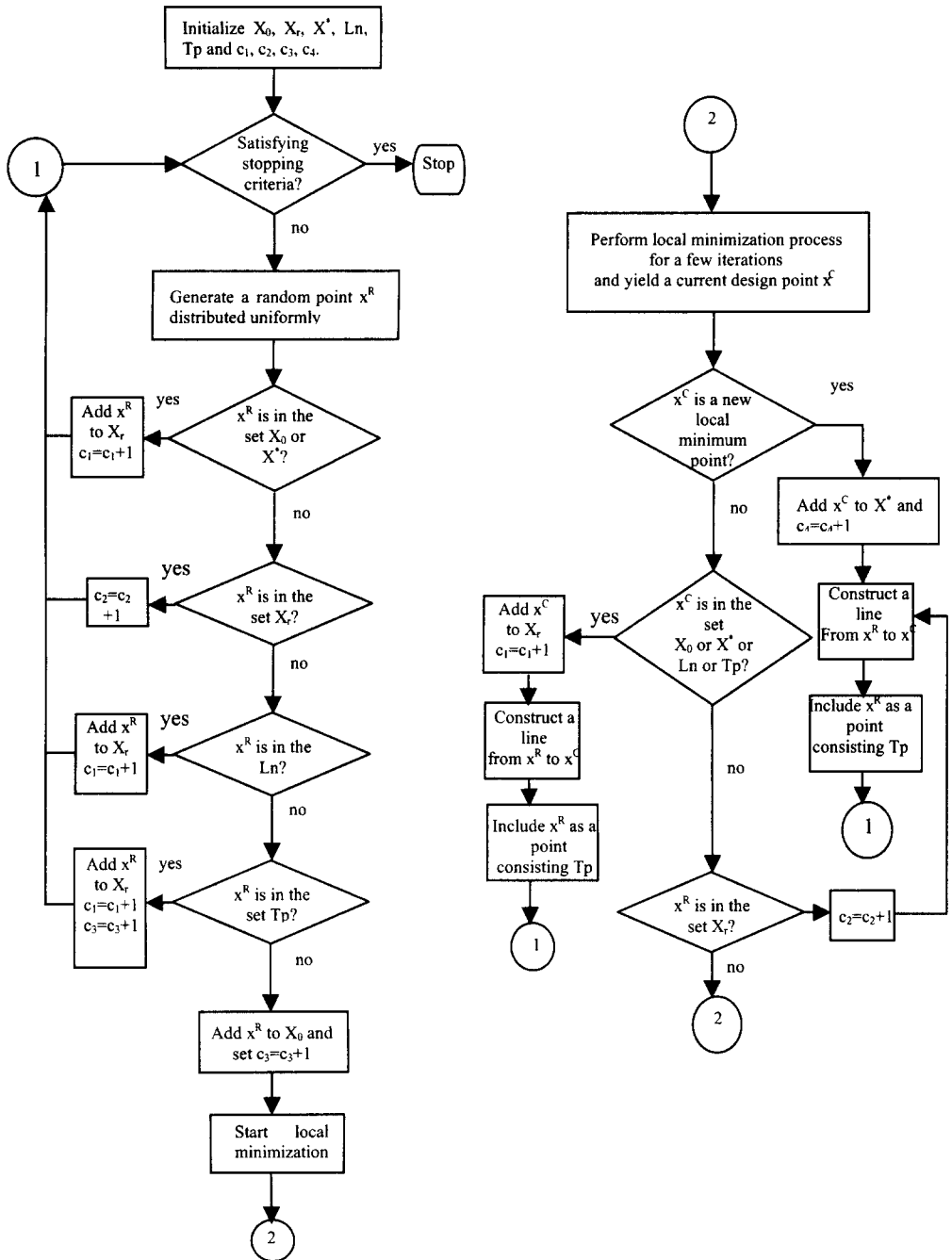


Fig. 2 Flow chart of the proposed triangular patch algorithm

X^* 은 국부 최적점들의 유력 영역 집합이며, L_n 은 선들의 유력 영역 집합, T_p 는 삼각 패치들의 유력 영역 집합이다. c_1, c_2, c_3, c_4 는 각각 제거점들의 개수, 제거점에 의해 제거된 점들의 개수, 시작점들의 개수, 최적점의 개수를 의미하는 qus 수들이다.

삼각 패치 알고리즘의 수렴 기준은 기본적으로 Boender 등이 제안한 베이스안 통계 기준법을 사용하는데 본 논문에서는 최적점들의 유력 영역 크기를 시작점 개수로 판단하는 통계기준에 의해 수렴 여부에 대한 정보를 제공해주는 방법을 선택하였다. 식 (1)과 (2)는 (현재 유력 영역 크기의 총합)/(전체 설계 영역 크기)의 평균과 그의 분산을 표현한 것이다. 본 논문에서는 유력 영역의 크기의 평균이 0.95 이상이 되었을 때 수렴한 것으로 판정 하였다.

$$E(\Omega | n_1, \dots, n_w) = \frac{(n-w-1)(n+w)}{n(n-1)} \quad (1)$$

$, n \geq w+2$

$$\sigma^2(\Omega | \{n_1, \dots, n_w\}) = \frac{2(n+w)(n-w-1)w(w+1)}{(n-1)^2 n^2 (n+1)} \quad (2)$$

$, n \geq w+2$

w : 최적점의 개수

n : 국부 최적화를 시도한 총 개수

(랜덤수 발생 회수)

n_i : i 번째 최적점으로 수렴한 랜덤수의 개수

4. 수치 예제

4.1 전체 최적화를 위한 시스템 구성

본 연구에서는 전체 최적화 알고리즘인 삼각 패치 알고리즘, 상용 국부 최적화 프로그램인 DOT,⁽²⁷⁾ 상용 유한 요소 해석 프로그램인 MSC/NASTRAN 으로⁽²⁸⁾ 전체 최적화를 위한 시스템을 구성하였다. DOT는 수정 가용 방법, 순차 이차 계획법, 순차 이차 계획법 등의 일반적인 제한 조건이 있는 비선형 문제에 대한 국부 최적화 알고리즘 들을 제공하며, MSC/NASTRAN은 선형 탄성 응력 해석, 고유 진동 문제, 좌굴 문제 등 다양한 범위의 해석 기능과 복합 재료를 적절히 모델링 할 수 있는 전단 변형 적층 이론으로 수식화된 셀 요소인 QUAD4를 제공해 준다. 이 요소는

두꺼운 판재에 대해서는 적층각이 수직으로 이루어질 경우에만 정확한 해석 해를 제공해주는 것으로 알려져 있다.

4.2 하니컴 복합 평판 구조물에서의 변형 에너지, 고유치 최적화

하니컴 구조는 샌드위치 구조 형식의 하나로서 양 판재 사이에 심재를 접착 또는 용접하여 경량화 및 강도 향상을 꾀한 구조물로서 큰 비강도(strength-to-weight ratio), 매끈한 면의 유지, 안정성의 증가, 높은 하중 감당 능력, 피로 수명의 증가, 내음 피로(sonic fatigue endurance)의 향상 등의 장점을 갖고 있어서 항공기의 날개, 헬리콥터 로터 블레이드, 항공기 동체 등에 응용이 급증하고 있다.

샌드위치를 이루고 있는 면재는 일반적으로 얇고, 강성이 크며, 상대적으로 밀도가 큰 재료를 사용하게 되는데 주로 축 하중, 굽힘 하중, 면내 전단 하중(inplane shear load)을 받으므로 충분한 굽힘 강성과 면내 전단 강성을 가지도록 해야 하며, 재질로는 알루미늄, 티타늄과 같은 금속재 뿐만 아니라 최근에는 유리 섬유 강화 복합재(glass-fiber reinforced plastic: FRP), 탄소 섬유 강화 복합재(graphic fiber reinforced plastic)와 같은 복합재가 사용되고 있다.⁽²⁹⁾

또한, 샌드위치를 구성하고 있는 심재는 면재를 안정적으로 지지하기 위하여 충분한 횡전단 강성을 가져야 하는데, 그 재질로는 하니컴이나 발사(balsar)와 같은 목재 또는 스티로폼 등의 발포재 등을 사용하게 된다. 심재로 가장 많이 사용되는 하니컴은 알루미늄, FRP, Kraft지 등의 박판을 벌집 모양으로 만들어 접착시켜 만든다. 하니컴 심재의 물성치는 박판의 재질과 심재의 셀(cell)의 형상에 따라 다르며 일반적으로 직교 이방성을 가진다.

샌드위치 평판의 최적 설계 연구는 1960년대부터 시작되어 최근까지 계속되고 있는데, 초기에는 간단한 모델의 면내 하중에 대한 좌굴 강도의 최대화가 많이 이루어졌고, 최근에는 복잡한 시스템에 적용되는 실제 하니컴 구조물들의 무게, 강도, 고유치 등의 최적화 연구가 진행되고 있다. 1986년에는 Vinson 이⁽³⁰⁾ 일축 압축 받는 복합 재료 하니컴 샌드위치 평판에 대하여 설계 변수로 면재의 두께, 심재의 두께, 심재의 셀 벽의 두께, 셀의 크기 등을 채택하여 무게의 경량화를 수행하였고, Eschenauer와 Fuchs는 평판 중심에 작용하는 정적 하중 아래에서 단순지지 평판이 최소 변형을 하고 최소 무게를 갖도록 최적화를 수행하였다.⁽³¹⁾

1987 년에 Ding 은⁽³²⁾ 설계 변수로 샌드위치 구조의 심재와 면재의 두께로 설정하여 유한 요소 방법에 의하여 무게의 경량화를 수행하였다. 1994 년에는 Butler 등이⁽³³⁾ 실제 구조물에 적용되는 하중 조건을 고려하고 일반 상용 유한 요소 프로그램과 최적 설계 프로그램을 이용하여 하니컴 구조물의 좌굴, 강도 최적화를 수행하였다 1997 년에 오 등 은⁽³⁴⁾ 고리 원자력 발전소 등에서 사용하고 있는 노즐 댐을 복합 재료 하니컴 구조물로 대체하는 연구를 수행하면서 복합 재료 면재의 각도 및 두께에 따라 구조물의 강도 및 응력에 어떤 변화가 일어나는지 알아보기 위해 설계 변수 하나에 대한 파라미터 분석을 하였다. 1998 년에는 Verijenko 등이⁽³⁵⁾ 고차 이론으로 수식화된 유한 요소법을 이용하여 응력 최적화를 수행하였다.

이러한 복합 재료를 사용한 구조물의 최적 설계 연구는 일정한 두께를 가지는 적층판이 설계에 요구되는 최대의 성능을 가지도록 적층각을 찾아내는 최대 성능 설계 문제와 정해진 적층각에 대하여 각 적층각의 두께를 최소화하는 최소 중량 설계 문제로 나눌 수 있다.

본 연구에서는 미리 정하여진 평판의 두께에 대하여 균일 분포 하중이 작용하는 경우에 대하여 여러 중횡비의 단순 지지 샌드위치 평판을 면재의 각 층의 섬유 방향을 설계 변수로 하고, 평판의 변형과 관련된 평판의 변형 에너지 U 와 고유치를 각각 목적 함수로 하여 복합 재료 면재를 갖는 샌드위치 평판의 강성을 최대화 하였다.

Fig. 3 에 표시된 좌표계에 대하여 x, y 방향으로 유한한 길이 a, b 이고 심재 두께 t_c , 상하 면재 두께는 각각 t_1, t_2 인 모든 경계에서 단순지지되어 있는 복합 재료 면재를 갖는 샌드위치 평판을 고려한다.

이 샌드위치 평판은 면재를 이루는 미지의 섬유 방향을 가진 각 층의 물성과 층의 수, 심재의 물성, 하중 상태 등은 주어진다. 하중은 평판위의 모든 점에 분포 하중으로 작용하게 된다.

샌드위치 평판은 심재의 횡 전단 강성이 일반적으로 면재에 비하여 매우 낮기 때문에 일반 평판 이론과는 달리 심재의 횡전단 변형(shear deformation)을 무시할 수 없다. 하중이 작용하지 않을 때 면재에 수직인 심재의 단면은 하중이 작용하여 변형후에도 직선을 유지하나 면재에 수직하지는 않는다. MSC/NASTRAN 은 전단 변형을 고려한 해석 도구이므로 이러한 변형 형상을 잘 표현할 수 있다.

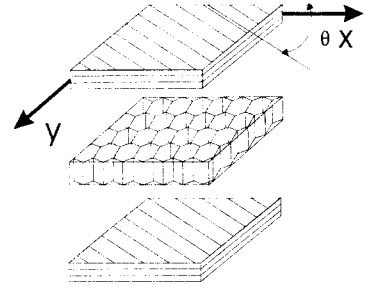


Fig. 3 Design variables of a sandwich plate(layer angles of composite faces)

Table 1 Material properties of the honeycomb structure

ν	$E_1(\text{GPa})$	$E_2(\text{GPa})$	ν_{12}	$G_{12}(\text{GPa})$
Graphite/Epoxy	181	10.3	.25	7.17
Core	$G_{13}(\text{MPa})$	$G_{23}(\text{MPa})$		
Honeycomb	117	117		

변형 에너지의 최소화 과정을 정리하면 다음과 같이 표현된다. 정적인 횡 하중을 받는 네 변이 모두 단순지지 된 샌드위치 평판이 주어진 기하학적 조건에 대하여 최대의 강성을 갖도록 하기 위하여 최소의 변형 에너지를 갖도록 복합 재료 면재의 각 층의 섬유 방향을 결정한다. 여기서, 구속 조건은 면재의 섬유 방향이 -90 도와 90 도 혹은 0 도와 180 도 안에 있도록 하는 것이다. 이러한 최적화 문제를 수학적으로 표현하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \min U \\ -90^\circ \leq \theta, \leq 90^\circ \text{ or } 0^\circ \leq \theta, \leq 180^\circ \end{aligned} \quad (3)$$

본 연구에서 사용한 복합 재료 면재를 갖는 샌드위치 평판의 재료 상수는 Table 1 과 같으며 다른 절에서는 Graphite/Epoxy 의 물성치를 사용한다. 평판의 기준 길이로는 y 방향의 길이를 1m 로 하였으며 심재의 두께는 $t_c = 2\text{cm}$, 면재의 두께 t_f 는 5mm 로 하여 계산하였다. 면재는 심재를 중심으로 위 아래 3 층씩 대칭으로 놓여져 있다. 분포 하중은 1000Pa 의 크기로 요소 전체에 골고루 분포 하도록 하였으며 최적화의 설계 변수인 복합재료 면재의 섬유 방향은 각도로 표시하였다.

수치 실험은 중횡비를 1:1, 1:1.2, 1:1.5, 1:2, 1:3 으로 바꾸어 가며 하였으며 목적함수를 변형 에너지와 고유 진동수, 두 가지로 하여 각각 최대 최소 값들의 경향을 검토하였다.

Table 2 Minimized strain energies and design variables for aspect ratio 1:1

Optimum Point	Optimum Orientation			Optimum strain energy (10^{-3})
	$\theta_1(^{\circ})$	$\theta_2(^{\circ})$	$\theta_3(^{\circ})$	
1	-90	-42	18	5.054
2	45	90	-56	4.984
3	64	-18	-43	4.907
4	44	-52	11	4.885
5	15	90	17	5.501
6	2	68	90	5.305
7	-17	53	28	4.989
8	3	-61	56	5.035
9	90	8	17	5.281
10	-80	20	-12	5.126
11	49	-51	-55	4.508
12	-50	50	-75	4.626
13	-90	-59	-10	5.28
14	14	90	64	5.316
15	-56	-60	50	5.305
16	53	-41	67	4.654
17	19	-51	-44	4.865
18	90	17	90	5.204
19	-41	-54	-41	6.129
20	-82	9	42	5.053
21	-69	19	-59	5.002
22	48	90	74	5.347
23	51	53	13	6.314
24	90	20	-48	4.968
25	90	90	29	5.351
26	-47	53	84	4.622

Table 2 는 $-90^{\circ} < \theta_i < 90^{\circ}$ 일 때 목적함수를 변형 에너지로 하고 종횡비 1:1 일 때 최소값들을 정리한 것이다. 국부 최소값의 개수는 26 개이고 가장 작은 최소값은 설계 변수가 (49,-51,-55) 도 일 때 4.508 이고 가장 큰 최소값은 설계 변수가 (51,53,13)도일 때 6.314 로 최소값의 약 1.4 배가 된다. 전체 최소값들의 설계 변수 패턴을 알기 위해 상위 3 개의 설계 변수 (49,-51,55), (-47,53,84), (53,-41,67)를 관찰하면, 바깥층 적층 방향이 50 도 정도이며 다음 층과의 방향 차이가 90 도 정도가 유지된다는 것을 알 수 있다. 국부 최소점이 매우 많기 때문에 일반적인 국소 최적화 알고리즘으로는 전체 최적점을 찾기가 쉽지 않을 것이다.

적층 각도 최적 설계는 최적 적층 순서가 반드시 존재하듯이 최악의 경우도 존재한다. 최악의 경우는 변형 에너지가 최대가 되는 경우이므로 본

Table 3 Maximized strain energies and optimum design variables for aspect ratio 1:1

Optimum Point	Optimum Orientation			Optimum Strain Energy(10^{-3})
	$\theta_1(^{\circ})$	$\theta_2(^{\circ})$	$\theta_3(^{\circ})$	
1	-58	-65	-5	6.155
2	75	78	-56	5.267
3	-24	-18	-43	6.316
4	44	-90	11	5.532
5	29	27	17	6.47
6	41	49	-37	5.456
7	90	0	0	5.328
8	3	-19	7	6.061
9	49	-90	-55	4.986
10	-50	50	-75	4.626
11	-46	-33	-11	6.378
12	-30	-24	-76	6.28
13	14	12	-90	6.074
14	-56	-60	90	5.773
15	77	-90	77	5.479
16	-31	-50	-44	6.116
17	-64	90	7	5.517
18	-82	9	42	5.053
19	-69	19	-59	5.002
20	-33	59	6	4.935
21	74	-34	53	4.773
22	83	-90	-12	5.408
23	6	-1	90	5.96
24	52	-13	-66	5.003
25	-29	-22	90	6.155
26	-22	90	-17	5.516
27	46	-45	-85	4.647
28	-90	60	70	5.172
29	-5	10	62	5.794
30	33	-90	89	5.351
31	90	-90	-90	5.514

절에서는 변형 에너지의 최대값들을 구하였다.

Table 3 는 종횡비 1:1 일 때 최대값들을 정리한 것이다. 최대값의 개수는 31 개이고 최대값의 최대값은 설계 변수가 (29,27,17) 도 일 때 6.47 이고 최대값의 최소값은 설계 변수가 (74,-34,53)도 일 때 4.773 로 최소값의 약 1.4 배가 된다. 큰 값을 갖는 최대값 설계 변수들의 패턴을 알기 위해 상위 3 개의 설계 변수 (29,27,17), (-46,-33,-11), (-24,-18,-43)를 관찰하면, 첫번째, 두번째, 세번째 변수의 차이가 적은 범위 내에서 변한다는 것을 알 수 있다. 특이한 사항은 (-50,50,-75)와 (-82,9,42), (-69,19,-59)는 최소값과 최대값에 모두 포함이 되어 있

는 것인데 이는 목적함수가 이 부분에서 평평한 까닭에 최적화가 더 이상 진행되지 못해서 조기에 축차가 끝나버림으로 인해 일어나는 현상이다.

Table 2 와 3 를 비교해 보면 가장 작은 값은 4.508, 가장 큰 값은 6.47로서 약 1.43 배이다.

Table 4 은 $-90^\circ < \theta_1 < 90^\circ$ 이고 종횡비가 1:1.2 가 되었을 때 최소값들을 정리한 것이다.

최소값의 개수는 21 개이고 가장 작은 최소값은 설계 변수가 (72,-50,-55) 도 일 때 6.689 이고 가장 큰 최소값은 설계 변수가 (2,90,90)도 일 때 9.037 로 최소값의 약 1.35 배가 된다. 최소값의 최소값의 설계 변수들의 패턴을 알기 위해 상위 3 개의 설계 변수 (72,-50,-55), (74,-57,67), (73,-56,-90)을 살펴 보면 첫번째 변수가 70 근방에 있고 두 번째 변수가 -55 근방에 있으면서 둘 사이의 각이 약 50도 정도 차이가 있는 것을 알 수 있다.

한편 5 번째 국소점과 17 번째 국소점을 살펴 보면 (90,90,90)과 (90,-90,-90)처럼, 최적 설계 수식화에서는 어쩔 수 없이 구분되어 있는 점들이지만 물리적으로는 같은 설계점들이 있는 것을 관찰할 수 있다.

이는 종횡비가 커짐에 따라 국소 최적점들이 90 도 근방으로 몰림에 따라 나타나는 현상이므로 불필요한 계산의 반복을 막기 위해 설계 변수의 영역을 0 도에서 180 도로 변경하였다.

Table 5 는 설계 영역을 $0^\circ < \theta_1 < 180^\circ$ 로 변경한 결과를 정리한 것인데 최소점의 개수가 21 개에서 10 개로 줄어들었고, 가장 작은 최소값은 6.668, 가장 큰 최소값은 11.03 으로 다소 차이를 보였지만 최소값의 최소값에 해당하는 변수들은 (109, 59, 66)으로 앞의 값들과 매우 유사한 경향을 보임을 알 수 있다. 첫번째 변수의 값이 90 도와 대칭인 70,110 도이고 두번째 변수의 값이 첫번째 변수의 값과 50 도의 차이가 나는 것을 관찰할 수 있다. 최대값이 차이가 나는 이유는 첫번째 변수의 값이 0 도 보다 작아야 하는데 설계 변수의 제한 조건으로 인해 자유로운 변화가 제한되기 때문이다. 복합 재료 최적화에서는 이렇게 설계 변수의 제한 조건에 따라 최적점들의 값이나 분포가 달라지게 된다.

Table 4 Minimized strain energies and optimum design variables for aspect ratio 1:1.2

Optimum Point	Optimum Orientation			Optimum Strain Energy(10^{-3})
	$\theta_1(^{\circ})$	$\theta_2(^{\circ})$	$\theta_3(^{\circ})$	
1	-90	-62	18	7.026
2	83	90	-56	6.938
3	3	-79	-90	9.011
4	90	90	11	7.132
5	90	90	90	7.139
6	2	90	90	9.037
7	-76	63	34	6.827
8	73	-56	-90	6.742
9				8.792
10	-86	22	-13	7.357
11	72	-50	-55	6.689
12	-77	62	-75	6.743
13	90	-90	-11	7.131
14	-90	-8	-90	7.483
15	-78	60	-20	6.927
16	74	-57	67	6.702
17	90	-90	-90	7.139
18	-90	-90	-49	6.962
19	-82	9	42	7.343
20	90	20	-45	7.132
21	-90	-11	-54	7.366

Table 5 Minimized strain energies values and optimum design variables for aspect ratio 1:1.2

Optimum Point	Optimum Orientation			Optimum Strain Energy(10^{-3})
	$\theta_1(^{\circ})$	$\theta_2(^{\circ})$	$\theta_3(^{\circ})$	
1	0	15	108	11.03
2	0	88	0	9.483
3	66	123	107	6.711
4	77	127	68	6.702
5	79	120	180	7.005
6	92	180	38	7.41
7	95	17	101	7.303
8	98	14	38	7.319
9	99	56	126	6.679
10	109	59	66	6.668

Table 6 Maximized strain energies values and optimum design variables for aspect ratio 1:1.2

Optimum Point	Optimum Orientation			Optimum Strain Energy ($\times 10^{-3}$)
	$\theta_1(^{\circ})$	$\theta_2(^{\circ})$	$\theta_3(^{\circ})$	
1	15	-90	18	9.197
2	-2	-4	-56	11.65
3	15	12	17	12.44
4	-78	60	-20	6.927
5	11	-90	82	8.956
6	-82	9	42	7.343

Table 7 Minimized strain energies values and optimum design variables for aspect ratio 1:1.5

Optimum Point	Optimum Orientation			Optimum Strain Energy(10^{-3})
	$\theta_1(^{\circ})$	$\theta_2(^{\circ})$	$\theta_3(^{\circ})$	
1	0	90	0	16.47
2	87	108	44	9.397
3	98	72	47	9.425
4	92	17	97	10.54
5	95	71	108	9.413
6	93	83	179	9.645
7	94	83	0	9.648
8	94	14	37	10.70

Table 8 Maximized strain energies values and optimum design variables for aspect ratio 1:1.5

Optimum Point	Optimum Orientation			Optimum Strain Energy ($\times 10^{-3}$)
	$\theta_1(^{\circ})$	$\theta_2(^{\circ})$	$\theta_3(^{\circ})$	
1	0	0	0	28.47

Table 6 은 종횡비가 1:1.2 일 때 최대값들을 정리한 것이다. 최대값의 개수가 줄어들었음을 알 수 있으며 최대값은 (15,12,17)도에서 12.44 로 가장 작은 최소값 6.668 보다 1.85 배 크다. 이는 종횡비가 1:1 일 때의 비 1.43 보다 큰 차이를 보임을 알 수 있다.

Table 7 은 목적함수를 변형 에너지로 하고 종횡비 1:1.5 일 때 $0 < \theta_i < 180$ 에 대해 최소값들을 정리한 것이다. 최소값의 개수는 8 개이고 전체 최소값은 설계 변수가 (87,108,44) 도일 때 9.397 이고 가장 큰 최소값은 설계 변수가 (0,90,0)도일 때 16.314 로 최소값의 약 1.73 배가 된다. 전체 최소값의 설계 변수들의 패턴을 알기 위해 상위 3 개의 설계 변수 (87,108,44), (95,71,108), (98,72,47) 를 관찰하면, 첫번째 변수들은 90 도에서 5 도 안쪽에 위치하면서 두번째 변수들은 90 도에서 20 도 안쪽에 놓여 있음을 알 수 있다.

Table 8 에서는 최대값이 (0,0,0) 에서 하나만 존재한다는 것을 알 수 있다.

Table 9 는 종횡비가 1:2 일 때의 결과를 정리한 것인데 최소점들의 각도가 90 도에 가까워 지는 것을 볼 수 있다. 설계 변수의 극한점인 0 도도 간혹 나타난다.

Table 10 에서 최대값은 1:1.5 의 종횡비일때와 마찬가지로 모든 설계 변수의 값이 0 도일 때 70.6 도의 값을 갖는다. 최소값과의 비율은 5.23 배로서 비율이 점점 커짐을 알 수 있다.

Table 9 Minimized strain energies and optimum design variables for aspect ratio 1:2

Optimum Point	Optimum Orientation			Optimum Strain Energy(10^{-3})
	$\theta_1(^{\circ})$	$\theta_2(^{\circ})$	$\theta_3(^{\circ})$	
1	0	90	87	25.66
2	92	90	37	13.54
3	91	16	96	15.68
4	88	90	104	13.51
5	89	92	180	13.74
6	90	0	15	16.59

Table 10 Maximized strain energies and optimum design variables for aspect ratio 1:2

Optimum Point	Optimum Orientation			Optimum Strain Energy ($\times 10^{-3}$)
	$\theta_1(^{\circ})$	$\theta_2(^{\circ})$	$\theta_3(^{\circ})$	
1	0	0	0	70.6

Table 11 Minimized strain energy values and optimum design variables for aspect ratio 1:3

Optimum Point	Optimum Orientation			Optimum Strain Energy(10^{-3})
	$\theta_1(^{\circ})$	$\theta_2(^{\circ})$	$\theta_3(^{\circ})$	
1	0	90	90	44.67
2	91	91	38	21.68
3	91	16	97	25.77
4	90	89	97	21.50
5	90	90	180	21.88
6	91	13	35	26.74

Table 11 에서 종횡비가 1:3 이 되면 전체 최소점의 설계 변수의 값은 (90,89,97)로 거의 모두가 90 도에 가까운 값을 가지게 됨을 알 수 있다. 가장 큰 최소값은 1.9 배의 차로써 종횡비가 늘어남에 따라 국부 최소값의 분포가 커지게 됨을 알 수 있다.

다음 예로 변형 에너지 최적화와 함께 문헌에서 많이 다루어온 최소 고유치를 최대화 하는 문제를 고려한다. 설계 변수는 마찬가지로 하니컴 구조를 이루는 면재의 3 층의 각도이고, 이들의 외연적 제한 조건은 0 도에서 180 도 사이가 된다.

Table 12 는 종횡비가 1:1 일 경우의 최대값들을 정리한 것인데 전체 최대점은 (50,129,125) 이고, (133,52,52)와 (50,128,54)에서의 최대값도 유사하다. 변형 에너지 최소화 문제에서 종횡비 1:1 일 때의 전체 최소점 변수값이 (49,-51,55) 즉 (45,129,55) 임과 비교해 변형 에너지 최소화에서의 값과 동일한 패턴으로 고유치 최대화 문제의 최대점이 생김을 알 수 있다.

Table 13 은 목적함수를 고유진동수로 하고 종횡비 1:1.5 일 때 $0 < \theta_i < 180$ 에 대해 최대값들을 정리한 것이다. 최대값의 개수는 4 개이고 전체 최대값은 설계 변수가 (89,101,50)도일 때 147.5 이다. 이는 변형 에너지의 전체 최적점 (87,108,44)도와 비슷한 경향을 보임을 알 수 있다.

Table 14 에서 종횡비가 1:2 일 경우에도 앞의 경우와 마찬가지로 변형 에너지 전체 최적점 (88,90,104)과 비슷한 점인 (90,89,102)가 전체 최적점이 된다.

Table 12 Maximized eigenvalues and optimum design variables for aspect ratio 1:1

Optimum Point	Optimum Orientation			Optimum Eigenvalue
	$\theta_1(^{\circ})$	$\theta_2(^{\circ})$	$\theta_3(^{\circ})$	
1	2	119	180	155.4
2	99	180	50	161.4
3	133	52	52	171.8
4	50	129	125	171.9
5	50	128	54	169.9
6	180	111	11	155.6

Table 13 Maximized eigenvalues and optimum design variables for aspect ratio 1:1.5

Optimum Point	Optimum Orientation			Optimum Eigenvalue
	$\theta_1(^{\circ})$	$\theta_2(^{\circ})$	$\theta_3(^{\circ})$	
1	0	90	0	109.4
2	89	101	50	147.5
3	84	100	118	147.4
4	88	95	180	145.3

Table 14 Maximized eigenvalues and optimum design variables for aspect ratio 1:2

Optimum Point	Optimum Orientation			Optimum Eigenvalue
	$\theta_1(^{\circ})$	$\theta_2(^{\circ})$	$\theta_3(^{\circ})$	
1	0	90	85	101.5
2	92	88	55	143.9
3	90	17	96	131.5
4	90	89	102	143.9
5	90	92	180	142.2
6	92	13	36	129.4

재료 면재를 갖는 샌드위치 평판이 네 변 모두 단순지지된 경계 조건하에서 정적인 횡하중을 받을 때 그 내부에 생기는 변형 에너지와 고유 진동수가 최소,최대가 되도록 각도 최적화를 수행한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

수행한 모든 문제에 대하여 국소 최적점들이 많아 국부 최적화 만으로는 전체 최적점을 찾기가 어려움을 알 수 있었고, 국부 최적점끼리의 값의 차이가 10%에서 100%이상 남으로써 전체 최적화가 필요함을 알 수 있었다. 각각의 문제에 대하여 전체 최적값에 가까운 설계 변수들의 일정한 패턴을 찾을 수 있었고 이 패턴을 찾는 데에는 여러 개의 최적점들이 필요로 하므로 본 논문에서 사용한 삼각 패치를 이용한 영역 제거법이 상당히 유용한 수단이 되었다.

전체적인 설계의 경향은, 임의의 종횡비에 대하여 짧은 변 방향으로 더 많은 굽힘 강성이 요구되므로 전체 최적점의 방향은 전반적으로 짧은 변 방향으로 기울어지게 됨을 알 수 있었다. 특히 제일 바깥쪽에 위치한 면의 섬유 방향이 가장 그러한 경향이 잘 나타나고 두번째와 세번째는 적절히 강성을 보완해주는 역할을 함을 알 수 있다.

변형 에너지를 최소화 하는 문제와 고유치를 최대화 하는 문제는 여러 경우의 종횡비에 대하여 비슷한 전체 최적점의 값을 보임을 알 수 있었다.

4.3 외팔보 구조물의 변형 에너지 최적화

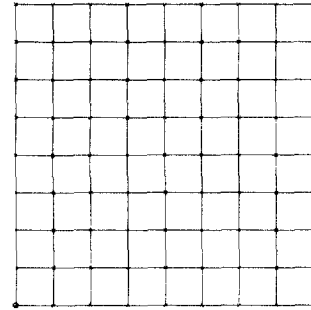
이 절에서는 전체 최적화 알고리즘의 신뢰성을 알아보기 위하여 최적해의 이론치가 알려져 있는 복합재료 외팔보 구조물의 변형 에너지 최적화를 수행하였다. 외팔보 구조물은 3 층씩 대칭으로 이루어져 있다. 길이를 5m 이고 각 층의 두께는 5mm 로 하였다. Table 15 에 최적화 결과를 정리하였다. 모두 40 개의 최적점을 구하였고 이론치와 같은 0 혹은 180 도일 때 두 개의 전체 최소값을 가졌다. 제일 안쪽에 위치한 층의 각도는 최적값에 큰 영향을 미치지 못하는 것을 알 수 있으며 첫째층과 두번째 층이 0 인 것까지 합하면 40 개 중에 모두 13 개인 것으로 나타났다.

다양한 문제에서 여러 개의 국부 최적점이 나오는 사실을 확인하기 위해 변위 제한 조건을 만

4.4 변위 제한조건을 만족하는 복합 재료 평판의 두께 최적화

Table 15 Minimized strain energies values and optimum design variables

Optimum Point	Optimum Orientation			Optimum Strain Energy(10^{-4})
	$\theta_1(^{\circ})$	$\theta_2(^{\circ})$	$\theta_3(^{\circ})$	
1	180	4	47	1.00
2	100	180	180	2.85
3	0	180	0	0.96
4	0	55	180	1.26
5	180	78	88	1.33
6	180	110	45	1.32
7	180	48	116	1.30
8	27	97	158	3.80
9	0	100	30	1.32
10	180	65	180	1.27
11	180	95	105	1.33
12	180	90	180	1.27
13	180	110	10	1.28
14	96	180	57	3.15
15	180	135	119	1.29
16	180	133	102	1.29
17	180	90	34	1.31
18	0	70	53	1.33
19	83	180	32	3.02
20	180	128	180	1.25
21	0	180	65	1.00
22	0	180	104	1.00
23	0	0	47	1.00
24	0	180	55	1.00
25	180	7	111	1.01
26	58	176	12	2.76
27	105	180	58	3.14
28	175	5	26	1.00
29	31	168	86	2.05
30	180	0	117	1.00
31	0	0	132	1.00
32	180	145	132	1.25
33	0	180	166	0.97
34	180	85	86	1.33
35	180	0	140	0.99
36	86	180	130	3.13
37	40	180	130	2.34
38	0	180	98	1.00
39	180	142	180	1.22
40	180	0	0	0.96

**Fig. 4** Finite element model of a rectangular plate for weight optimization with displacement constraint**Table 16** Minimum weights and optimum thickness of the plate satisfying displacement constraint

Optimum point	Optimum thickness				Weight(kg)
	t ₁ (mm)	t ₂ (mm)	t ₃ (mm)	t ₄ (mm)	
1	0.3925	0.1011	0.1011	0.2665	0.4355
2	0.3969	0.1042	0.2	0.168	0.4395
3	0.398	0.2653	0.1012	0.1012	0.4378
4	0.2332	0.3014	0.2361	0.212	0.4968

축하면서 무게를 최소화하는 복합재료 평판의 두께를 최적화하는 문제를 선택하였다. Fig. 4 는 한쪽이 고정되어 있고 다른 한쪽 끝에서 집중 하중을 받는 8 층으로 이루어진 복합재료 정사각형 평판이다.

복합재료 층을 구성하는 각은 $[0^{\circ}, 90^{\circ}, 45^{\circ}, -45^{\circ}]_{\text{sym}}$ 로 고정되어 있고 각 층의 두께는 0.1mm 에서 0.5mm 로 변화될 수 있고, 변위 제한 조건은 1mm 로 하였다. 이를 수식화 하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} & \min \text{Weight} \\ & \text{subject to } \max(\text{displacement}) \leq 1\text{mm} \quad (4) \\ & 0.1\text{mm} \leq t_i \leq 0.5\text{mm} \end{aligned}$$

최적화를 수행한 결과는 Table 16 과 같다.

두 번째 구한 최적점이 전체 최적점이 됨을 알 수 있었다. 정성적으로 표현하면 첫번째 변수는 설계변수의 상한값인 0.4mm, 두 번째 변수는 설계 변수의 하한값인 0.1mm, 셋째 변수와 넷째 변수는 셋째 변수가 조금 큰 정도일 때 전체 최적값을 갖는다고 말할 수 있다.

전체 최적점 값과 거의 비슷한 나머지 두 개의 최적점들의 경향과 비교하면, 첫째 변수의 값이 외연적 제한 조건의 상한에 가깝게 존재해야 한다는 경향은 서로 일치하지만, 나머지의 경향은 일치하고 있지 않음을 알 수 있다. 이를 통해 현재 설계 단계에서는 가장 바깥층에 있는 층의 두께를 최대화하고 다른 층들은 융통성 있게 조절하라는 설계 지침을 내릴 수 있을 것이다.

4.5 횡좌굴 하중을 받은 컷아웃 구조물의 최적 설계

구조물의 컷아웃은 구조적, 기능적 이유, 관리 보수의 필요상, 자주 요구되고 있다. 컷아웃은 하중 분포의 왜곡을 불러 일으켜 응력 집중이 일어나기 때문에 컷아웃의 주위를 보강해줄 필요가 있다. 본 연구에서는 사각 평판의 복합 재료 구조물 중심에 있는 컷아웃에 대해 보강을 할 때 좌굴 하중을 최대화 하는 보강재의 복합재료 섬유 방향 최적화를 수행한다. 이를 위해 MSC/NASTRAN 의 좌굴 해석 모듈을 이용하여 목적함수로 사용되는 좌굴 하중의 값을 제공한다.

Fig. 5 는 마주보는 두 쌍의 변 중에서 한 쌍은 단순지지되어 있고 다른 한 쌍은 자유단인 150mmx150mm 의 컷아웃이 있는 평판이 면내 압축 하중을 받을 때 좌굴 하중을 구하기 위한 유한 요소 모델이다. 컷아웃으로부터 반경 방향 8 번째의 요소들까지 보강재가 있는 부분이다. 판재는 4 개의 층으로 구성되어 있고 보강재는 4 개의 층이 양쪽으로 붙어 있다.

Fig. 6 은 컷아웃 부분의 단면 형상을 확대한 그림이다. 가운데 부분에 보강재가 양쪽으로 붙어 있는 모습을 볼 수 있다. 보강재 각 층의 섬유각이 설계 변수가 된다.

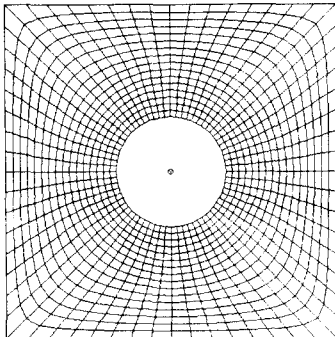


Fig. 5 Finite element model of a cut-out rectangular plate

테이블 17 는 최대 좌굴 하중 최적화 결과를 정리한 것이다. 국부 최적점은 2.323 부터 2.137 까지 분포하고 있는 걸 알 수 있다. 최대값일때의 설계 변수는 (61,-59,90,6,58,-48,15,89)와 (66,-63,-6,-58,25,90,-52,74) 두 가지이다. 그 다음의 좌굴 하중 2.322 의 설계 변수(87,-32,31,90,-1,56,-90,-60)과 같이 분석을 해 보면 각도를 적절히 열기설기 엮어 놓는 것이 좌굴 하중을 최대로 하는 설계 방법임을 알 수 있다.

5. 결론

효율적이면서도 국부 최적점들을 여러 개 구해주는 삼각 패치 알고리즘을 이용하여 전체 최적화를 수행하였다. 예제로 선택한 여러 복합 재료 구조 최적화 문제들이 비교적 간단한 문제들이었음에도 불구하고 많은 국부 최적점들이 발견되었다. 단순한 국부 최적화만으로는 구하고자 하는 전체 최적점을 찾기가 어렵다는 것을 알 수 있었으며 국부 최적점들의 값의 차이가 작지 않으므로 전체 최적화 과정이 꼭 필요함을 알 수 있었다.

단순히 설계 변수의 상·하한만 다르게 해도 구하는 최적점의 개수가 상당히 달라졌는데 이는 제한 조건에 따라 물리적으로는 같은 설계점이지만 수치적으로는 다른 값인 것처럼 보이는 설계점들이 존재하기 때문이다.

삼각 패치 알고리즘은 대개의 전체 최적화 알고리즘처럼 하나의 최적 값만 제공해주는 것이 아니라 다수의 국부 최적점들을 구해줌으로써 설계자가 그 중에 하나를 선택할 수 있는 설계의 유연성을 제공해주며 좋은 설계 패턴을 정립할 수 있게 한다. 문헌에서 언급된 것처럼 효율 면에서도 우수한 알고리즘이기 때문에 일반적인 공학 최적화 문제에 유용하게 이용될 수 있을 것이다.

앞으로는 좀더 복잡한 복합재료 구조물들에 대하여 전체 최적화를 수행하고 각 문제에 대해 유용한 설계 패턴을 자동으로 추출할 수 있는 분석 도구에 대한 연구가 필요하다고 여겨진다.



Fig. 6 Sectional view of the cut-out structure

Table 17 Maximum buckling load and fiber angles of the cut out structure

Optimum point	Optimum Orientation								Optimum Buckling Load
	$\theta_1(^{\circ})$	$\theta_2(^{\circ})$	$\theta_3(^{\circ})$	$\theta_1(^{\circ})$	$\theta_2(^{\circ})$	$\theta_3(^{\circ})$	$\theta_2(^{\circ})$	$\theta_3(^{\circ})$	
1	-90	-46	29	69	61	-90	3	-57	2.313
2	-59	68	-90	12	24	90	60	2	2.281
3	90	90	43	90	-70	-21	90	42	2.284
4	65	90	-54	27	45	-61	90	-15	2.313
5	-90	3	-50	52	77	2	62	-62	2.318
6	87	-32	31	90	-1	56	-90	-60	2.322
7	-90	43	-69	-33	31	14	76	-54	2.320
8	-1	-56	67	90	20	78	68	-63	2.311
9	-8	-90	-57	-50	-12	-90	1	-6	2.137
10	11	68	-59	-65	44	-22	-62	-90	2.313
11	-39	35	88	90	54	90	53	-78	2.310
12	-90	-50	57	20	38	-75	-90	-34	2.319
13	-25	-81	37	30	-67	-59	-87	57	2.304
14	7	-86	9	56	-3	-6	-90	-52	2.223
15	-89	5	-50	54	-81	90	-54	57	2.316
16	-90	-60	-23	44	-49	90	17	64	2.316
17	61	-59	90	6	58	-48	15	89	2.323
18	90	90	46	43	16	-90	-50	2	2.262
19	75	-56	20	11	48	1	74	-63	2.319
20	44	90	-18	90	-84	-13	58	-69	2.315
21	72	-77	-43	25	-13	72	28	-71	2.319
22	69	-58	10	-73	64	6	-69	4	2.278
23	66	-63	-6	-58	25	90	-52	74	2.323
24	-26	53	-80	-75	63	13	74	-64	2.316
25	-83	47	-40	90	-66	-73	57	-12	2.320
26	90	25	90	50	-36	76	34	-72	2.287
27	3	90	48	90	70	-90	-51	15	2.262
28	-90	-60	45	-16	-75	-3	-46	-90	2.302
29	8	-58	70	23	45	-60	-13	-90	2.279
30	-52	35	85	85	-48	-90	-90	-5	2.282
31	-42	-90	-89	34	-47	37	86	90	2.320
32	-4	-90	-90	-51	52	-90	-66	-13	2.256

후 기

이 연구는 한국 과학 재단 지정 한양 대학교 최적 설계 신기술 연구 센터의 연구비 지원으로 수행되었습니다.

참고문헌

- (1) 이영신, 문흥기, 1986, "직교 이방성 복합재료 원통셸의 자유진동 해석," 대한기계학회논문집, 제 10 권, 제 5 호, pp. 758~769.
- (2) 안국찬, 김문생, 1988, "유한 요소법에 의한 적층 복합 보의 충격 해석," 대한기계학회논문집, 제 12 권, 제 4 호, pp. 652~661.
- (3) 이영신, 이현, 1989, "적층된 축대칭 복합재료 셸 구조물의 정, 동 구조해석," 대한기계학회논문집, 제 13 권 제 6 호, pp. 1203~1214.
- (4) 이영신, 박웅, 1990, "고차 전단 변형 이론에 의한 복합재료 적층판의 저속 충격 응답," 대한기계학회논문집, 제 14 권, 제 6 호, pp.1365~1381.
- (5) 이강용, 1991, "복합재료의 층간 파괴 인성," 대한기계학회논문집, 제 15 권, 제 5 호, pp. 1479~1485.

- (6) 홍창선, 1992, "복합 재료 적층 구조의 역학적 특성," 대한기계학회논문집, 제 32 권, 제 1 호, pp. 4~17.
- (7) 김천욱, 김치균, 1992, "복합재 원통 셸의 동적 거동 연구," 대한기계학회논문집, 제 16 권, 제 10 호, pp. 1807~1815.
- (8) 강수춘, 김동민, 1992, "복합재료 풍차 날개의 구조설계," 대한 기계학회 논문집, 제 16 권, 제 1 호, pp. 162~174.
- (9) 이영신, 이열화, 1993, "최대 열적 좌굴 하중을 갖는 두꺼운 복합 재료 적층판의 설계," 대한 기계학회논문집, 제 17 권, 제 7 호, pp.1761~1771.
- (10) 김창환, 황운동, 1996, "강도를 고려한 원통형 복합재료 구조물의 최적설계," 대한 기계학회 논문집, 제 20 권, 제 3 호, pp. 968~977.
- (11) Arora, J. S., Elwakeil, O. A. and Chahande, A. I., 1995, "Global Optimization Methods for Engineering Applications: a Review," *Structural Optimization*, Vol. 9, 137~159.
- (12) Evtushenko, Y. G., 1985, *Numerical Optimization Techniques*, Optimization Software, Inc., New York, 1-561.
- (13) Arora, J. S., 1992, *Global Optimization Methods for Engineering Applications*, Technical Report, Optimal Design Laboratory, Iowa Univ.
- (14) Snyman, J. A. and Fatti, L. P., 1987, "A Multistart Global Minimization Algorithm with Dynamic Search Trajectories," *Journal of Optimization Theory and Application*, 54(1), 121~141.
- (15) Kam, T. Y., and Chang, R. R., 1993, "Design of Laminated Composite Plates for Maximum Buckling Load and Vibration Frequency", *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 106, pp. 65~81.
- (16) Kam, T. Y., and Chang, F. M., 1995, "Design of Laminated Composite Plates for Optimal Dynamic Characteristics Using a Constrained Global Optimization Technique," *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 120, pp. 389~402.
- (17) Levy, A. S. and Montalvo, A., 1985, "The Tunneling Algorithm for Global Minimization of Functions," *SIAM Journal of Sciences and Statistical Computation*, 6, 15~29.
- (18) Lee, J. B., and Lee, B. C., 1996, "A Global Optimization Algorithm Based on the New Filled Function Method and the Genetic Algorithm," *Engineering Optimization*, 27, 1~20.
- (19) Price, W. L., 1987, "Global Optimization Algorithms for a CAD Workstation," *Journal of Optimization Theory and Application*, 55(1), 133~146.
- (20) May, S. A. and Balling, R. J., 1992, "A Filtered Simulated Annealing Strategy for Discrete Optimization of 3D Frameworks," *Structural Optimization*, 4, 142~148.
- (21) Goldberg, D. E. and Kou, C. H., 1987, "Genetic Algorithms in Pipeline Optimization," *Journal of Computing in Civil Engineering*, 1, 128~141.
- (22) Glover, F., 1977, "Heuristics for Integer Programming Using Surrogate Constraints," *Decision Science*, 8, 156~166.
- (23) Boender C. G. E. and Rinnooy Kan A. H. G., 1987, "Baysian Stopping Rules for Multistart Global Optimization Methods," *Mathematical Programming*, Vol. 37, 59~80.
- (24) Rinnooy Kan, A. H. G. and Timmer, G. T., 1987, "Stochastic Global Optimization Methods, Part I: Clustering Methods," *Mathematical Programming*, 39, 27~56.
- (25) Elwakeil, O. A. and Arora, J. S., 1996, "Two Algorithms for Global Optimization of General NLP Problems," *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 39(19), 3305~3325.
- (26) 오승환, 이병채, 2000, "영역 제거법의 확장을 통한 전체 최적화 알고리즘의 개선," 대한 기계학회 논문집 A 권, 제 24 권 제 1 호, pp. 240~249.
- (27) Vanderplaats M., 1993, *DOT User's Manual*, Ver.4, VMA Engineering.
- (28) Caffrey J., 1994, *MSC/NASTRAN User's Manual*, Ver.68, MacNeal-Schwendler cooperation.
- (29) 권일범, 1989, 복합재료 면재를 갖는 샌드위치 평판의 최적화, 한국과학기술원 항공공학과 석사논문.
- (30) Vinson J. R., 1986, "Optimum Design of Composite Honeycomb Sandwich Panels subjected to Uniaxial Compression," *AIAA Journal* Vol. 24(10), pp. 1690~1696.
- (31) Eschenauer H. A., and Fuchs W., 1986, "Fiber Reinforced Sandwich Plates under Static Loads-Proposals for Their Optimization," *Transaction of the ASME*, Vol. 108, pp.152~158.
- (32) Ding Y., 1987, "Optimum Design of Sandwich Constructions," *Computers and Structures*, Vol. 25(1), pp. 51~68.
- (33) Butler R., Tyler A. A. and Cao W., 1994, "Optimum Design and Evaluation of Stiffened Panels with Practical Loading," *Computers and Structures*, Vol. 52(6), pp. 1107~1118.
- (34) Oh J. H. and Lee D. G., 1997, "Composite Nozzle Dam in the Steam Generator of a Nuclear Reactor," *Composite Structures*, Vol. 38(2), pp. 203~213.
- (35) Verijenko V. E., Summers E. B., Adali S., and Walker M., 1998, "Minimum Stress Design of Transversely Isotropic Sandwich Plates Based on Higher-Order Theory," *Structural Optimization*, Vol. 15(2), pp. 114~123.