

# T-형 및 L-형 배관내 반타원 표면균열에서의 구속상태

이 형 일\*

(2000년 8월 29일 접수, 2001년 7월 7일 심사완료)

## Constraint of Semi-elliptical Surface Cracks in T and L-joints

Hyungyil Lee

**Key Words:** Semi-elliptical Surface Crack (반타원 표면균열), Finite Element Analysis (유한요소해석), Line-spring Finite Element (Line-spring 유한요소),  $J$ -integral ( $J$ -적분),  $T$ -stress ( $T$ -응력), T-joint (T-형 배관), L-joint (L-형 배관)

### Abstract

Critical defects in pressure vessels and pipes are generally found in the form of a semi-elliptical surface crack, and the analysis of which is consequently an important problem in engineering fracture mechanics. Furthermore, in addition to the traditional single parameter  $K$  or  $J$ -integral, the second parameter like  $T$ -stress should be measured to quantify the constraint effect. In this work, the validity of the line-spring finite element is investigated by comparing line-spring  $J$ - $T$  solutions to the reference 3D finite element  $J$ - $T$  solutions. A full 3D-mesh generating program for semi-elliptical surface cracks is employed to provide such reference 3D solutions. Then some structural characteristics of the surface-cracked T and L-joints are studied by *mixed mode* line-spring finite element. Negative  $T$ -stresses observed in T and L-joints indicate the necessity of  $J$ - $T$  two parameter approach for analyses of surface-cracked T and L-joints.

### 1. 서 론

파괴역학의 주된 역할은 계산과 측정으로 구할 수 있는 균열선단 지배변수들을 통해, 실험실 시편의 파괴와 실제 균열구조물의 거시적 파괴현상 사이의 상관관계를 설명해 주는 것이다. 이러한 균열구조물들의 거시적 파괴현상과 실험실 시편파괴 사이의 상관관계는 균열선단 응력과 변형상태의 유사성에 기초하고 있다. 전통적으로 균열선단 응력과 변형상태는 선형탄성 파괴역학의 응력확대계수  $K$ 와 탄·소성 파괴역학의  $J$ -적분과 같은 단지 하나의 변수에 의해 기술되어진다. 만일 이러한  $K$ 나  $J$ 가

시편과 구조물의 균열선단 영역들에서 공히 “지배적”이라면, 같은 물성치를 갖는 다른 균열구조물의 거시적 파괴현상을 예측할 수 있을 것이다. 그러나 이러한 1차변수들의 유효성은 시편의 기하형상이나 하중상태에 의해 크게 제한 받는다. 이로 인해 균열선단에서의 응력장과 변형률장을 정량화함에 있어, 위의 1차변수인  $K$  또는  $J$ 와 더불어 기하형상이나 하중조건을 반영할 수 있는 새로운 인자가 필요하다.

Larsson과 Carlsson<sup>(1)</sup>은 Williams<sup>(2)</sup>의 탄성균열선단에서의 응력장 전개식 중 두 번째 항이, 탄·소성 균열선단에서 발생하는 소성역의 크기와 형상에 중요한 영향을 줄을 보였다. 이러한 점에 주목하여 Rice<sup>(3)</sup>는 균열선단에서 뺀어 나오는 두 개의 대칭 전단밴드모델을 통하여 두 번째 항의 소성역 크기에 대한 영향을 해석적으로 기술하였다. 여기서 Rice는

\* 회원, 서강대학교 기계공학과  
E-mail : hylee@ccs.sogang.ac.kr  
TEL : (02)705-8636 FAX : (02)712-0799

응력장 고유전개식 중 두 번째 항을  $T$ -응력이라고 칭하였는데, 이는 균열에 평행한 방향의 비특이성 인장 또는 압축응력성분을 나타낸다. Betegon과 Hancock<sup>(4)</sup>은 여러 가지  $T$ -응력을 갖는 변형경화 평면 변형률 시편들의 균열선단 응력장을 살펴봄으로써, 소규모 항복 조건하에서의 탄·소성 균열선단 응력 상태를 Williams 응력장 전개식 중 처음 두 항에 의하여 정량적으로 기술할 수 있음을 보였다. 즉 앞서의 1차변수로 기술되는 균열선단 접근해는  $J(K)$ - $T$  두 변수들에 의해 기술되는 보다 일반화된 해의 특별한 경우 ( $T > 0$ )에 해당된다.

구속상태를 표현하는 2차변수  $T$ -응력은 균열 선단 탄성응력 영역에서 Williams의 고유전개식의 두 번째 항이다. 다양한 평면변형률 시편들<sup>(4)</sup>이나 평판<sup>(5)</sup> 등과 같이 이상화된 구조에 대한  $J$ - $T$  두 변수에 대한 정량적인 연구는 충분히 수행되었지만, 보다 실제적인 3차원 배관 구조형상에 대한 연구는 미흡한 실정이다. 이를 배경으로 본 연구에서는 실제적인 3차원 구조형상으로 L-형, T-형 배관을 선정하였으며, 효율적인 유한요소해석을 위해 line-spring 요소를 활용하도록 한다. 먼저 반타원 표면 균열을 갖는 평판의 3차원 연속체 유한요소 균열 해석을 통하여 line-spring 모델이 제공하는 두 변수값들에 대한 신뢰성을 검증한다. 이를 위해 3차원 요소망 자동생성 모듈과 자동생성 프로그램<sup>(6)</sup>을 이용한다. 이어 신뢰성이 검증된 line-spring 모델을 사용하여 반타원 표면균열이 존재하는 L-형, T-형 배관에 대한 탄성 유한요소해석을 수행하고, 이를 통해 각 배관의 반타원 표면 균열선단에서의  $J$ - $T$  두 변수의 변화특성을 다양한 하중조건에 대해 정량적으로 살펴보고자 한다.

## 2. Line-spring 유한요소

Line-spring 모델은 평판이나 판형 구조물에서 부분 관통 표면균열의 응력확대계수의 효율적 계산을 목적으로 Rice와 Levy<sup>(7)</sup>에 의해 개발되었다. Parks<sup>(8)</sup>는 일반적인 유한요소 코우드에 선형 탄성 line-spring 모델을 이용하여 얻어진  $K_I$  값이 표면 균열선단의 거의 모든 영역에서 정확하다는 것을 보였다. 또한 Parks와 White,<sup>(9)</sup> White 등<sup>(10)</sup>은 이 모델을 증분소성이론에 기초하여 탄·소성 영역으로 확장하였다. Lee와 Parks<sup>(11)</sup>는 한 걸음 더 나가 line-spring

모델을 이용하여 표면균열의 선단을 따라 분포하는 탄·소성 균열선단 응력들을 두 개의 변수  $J$ - $T$ 로써 설명하였다. 이러한 line-spring 모델의 가장 큰 장점은 복잡한 3차원문제를 다루기 쉬운 2차원 문제로 단순화시킴에 있다.

부분관통 표면균열이 있는 평판이나 셸에서는, 균열이 없는 경우와 비교했을 때, 부분관통 표면균열이 존재함으로써 추가적 컴플라이언스 (compliance)가 존재한다. Line-spring 모델의 주요 특징은 관통균열 양쪽 면을 연결시켜주는 스프링 요소가 있다고 가정하여 이러한 추가적 컴플라이언스를 고려하는 것이다. Fig. 1은 두께  $t$ 의 판형구조에 존재하는 전체균열길이  $2c$ 의 부분관통 표면균열의 스프링 요소를 도식적으로 나타내고 있다. 여기서  $x$ 좌표는 반타원 표면균열의 중심 ( $x = 0$ )으로부터의 거리이고  $a(x)$ 는 위치  $x$ 에서의 균열깊이이다. 하중과 기하학적 형상이 대칭일 경우, 추가적인 컴플라이언스를 갖는 요소에 의해, 셸에 전달되는 합력은  $x$ -방향으로의 단위길이당 힘  $N(x)$ 와 모멘트  $M(x)$ 이고, 이들로부터 상응변위  $\delta(x)$ 와 회전  $\theta(x)$ 가 계산되어진다. Fig. 1에 나타난 line-spring 모델의 컴플라이언스는 표면균열에서 각 균열깊이  $a(x)$ 에 따라 변하게 된다. 만약  $2c \gg t$ 이면 표면 균열은 평면변형률 SEC (single edge crack) 시편으로 볼 수 있고 이 경우 균열깊이  $a(x)$ 는 일정한 상수가 된다. 이러한 극단적인 경우에 착안하여, 위치  $x$ 에서 요소의 추가적인 컴플라이언스는 동일한 균열깊이  $a(x)$ 와 두께  $t$ 를 갖는 평면변형률 SEC 시편의 컴플라이언스 값으로 취해진다.<sup>(7,12)</sup> 이러한 모델 특성으로 인해, line-spring 유한요소는 일반적으로 셸 두께에 대한 균열길이 비 ( $2c/t$ )가 크고, 균열깊이  $a(x)$ 가 점진적으로 변할 때 더욱 정확하다. 결국 line-spring 유한요소는 추가적 컴플라이언스의 도입으로 인해 복잡한 3차원 표면균열문제를 일반화된 2차원 경계치 문제로 단순화한다. 인장하중을 받는 line-spring과 셸요소의 결합모델을 해석하였을 경우 요소에서 변위와 하중이 계산된다. 결국 균열선단 위치  $x$ 에서의 1-2차 파괴변수  $K_I(x)$ ,  $J(x)$ ,  $CTOD(x)$ ,  $T(x)$  등은 혼합하중  $N(x)$ ,  $M(x)$ 을 받는 두께  $t$ , 균열깊이가  $a(x)$ 인 평면변형률 SEC 시편에서의 파괴변수값들과 동일한 값들을 갖게 된다. 이 같은 대칭모드에서의 line-spring 개념은 혼합모드시에도 유효하게 확장된다.<sup>(13)</sup> 본 연구의 해석 대상인 T-형, L-형 배관은 대표적인 혼합모드 구조물임을 주목할 필요가 있다.

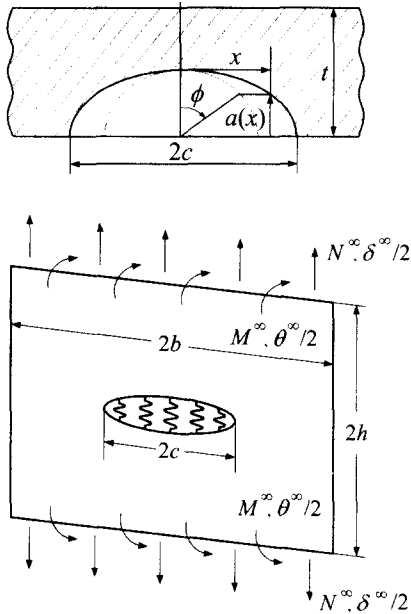


Fig. 1 Cross section of a part-through surface crack with a length  $2c$  and varying depth  $a(x)$  in a shell of thickness  $t$  (above). Schematic illustration of line-spring model which converts the part-through surface crack to the through-crack with a generalized foundation (below)

### 3. 3차원 균열해석 프로그램

Line-spring 유한요소의 신뢰성을 검증하고, 균열 선단 주위의 상세한 응력과 변형률 분포를 알아보기 위해서는 비교기준이 되는 완전 3차원 연속체 유한요소해가 필요하다. 이를 위해 반타원 표면균열을 갖는 평판에 대한 3차원 균열해석 프로그램을 작성하였다. 3차원 균열해석 프로그램은 3차원 유한요소해석을 위한 요소망 자동생성 모듈,<sup>(6)</sup> 유한요소해석 모듈 그리고 T-응력계산 모듈로 크게 세 부분으로 구성되어 있다. 유한요소해석 모듈은 상용 코우드 ABAQUS<sup>(14)</sup>를 사용하였으며, 전체적인 프로그램의 구성은 Fig 2와 같다. 평판에 대한 기하형상, 균열형상 그리고 하중조건이 입력되면 요소망 자동생성 모듈에서는 3차원 유한요소모델을 위한 ABAQUS의 입력파일을 자동으로 생성시킨다. 이를 이용하여 유한요소해석을 수행하고 그 결과 얻어진 균열선단에서의 응력장을 통해 T-응력계산 모듈에서는 균열선단을 따라 2차변수 T-응력을 계산하도록 후처리 프로그램을 작성하였다. 이러한 균열해석 프로그램에서 얻어진 반타원 표면균열을 갖는 평판의 3차원 유한요소해석에서 얻어진 J-T값을 실제해로 간주하고, 이 값들을 line-spring 유한요소 (LS3S,<sup>(14)</sup> ABAQUS Library)를 사용하여 얻은 J-T값들과 비교하여 line-spring 요소의 신뢰성을 검증하였다.

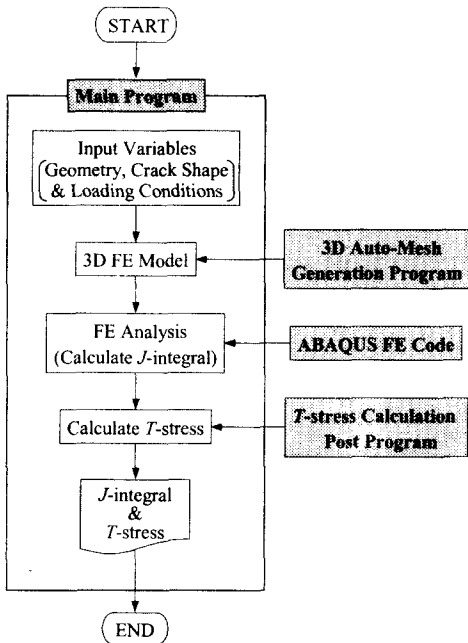


Fig. 2 Program flow-chart for 3D crack analysis

#### 3.1 요소망 자동생성 모듈

반타원 표면균열을 갖는 평판의 기하형상과 하중 대칭성을 고려하여, 1/4 형상만을 유한요소 모델링 하였다 (Fig. 3). 평판의 전체 길이는  $2h$ , 전체 폭은  $2b$ , 그리고 두께는  $t$ 이다. 반타원 표면균열은 평판의 경우 평판중심에 위치한다. 이때 균열길이는  $2c$ , 균열의 최대깊이는  $a$ 이다. 최대균열깊이  $a$ 와 균열 길이  $c$ 가 입력되면 반타원 균열선단을 따라 8개의 쉐기모양 특이요소가 11조각 생성되고, 반지름 방향으로 8개, 각도 방향으로 8개의 요소들이 놓이게 된다. 이와 같이 균열선단부의 요소망은 약 3000개의 절점들과 700개의 C3D20 요소들 (ABAQUS Library)<sup>(14)</sup>로 구성되어진다 [Fig. 4(b)]. 또한 균열선단부와 평판을 연결하는 요소망 그리고 전체 평판의 요소망이 차례대로 생성된다. 이렇게 해서 얻어진 평판의 3차원 유한요소모델은 Fig. 4(a)와 같고, 약 7500개의 절점들과 1500개의 C3D20 요소들로 구성되어진다.

3.2 T-응력계산 모듈

다양한 하중하에서 2차원 시편의 탄성 T-응력을 계산하기 위한 여러 가지 수치적 방법이 제안되었다.<sup>(5,15)</sup> 가장 보편적으로 사용되고 있는 방법은 아래와 같은 T-응력 정의식 (1)로부터 바로 계산하는 방법이다.

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} \end{bmatrix} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \begin{bmatrix} f_{xx}(\theta) & f_{xy}(\theta) \\ f_{yx}(\theta) & f_{yy}(\theta) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} T & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (1)$$

3차원 표면균열선단 탄성응력장이 Williams 고유전개식의 처음 두 항으로 표현된다고 가정하면, T-응력은 다음과 같이 얻을 수 있다.<sup>(5)</sup>

$$\begin{aligned} T^i &= T(\phi^i, r^i, \theta^i) \\ &= \sigma_{xx}(\phi^i, r^i, \theta^i) - \frac{K_I(\phi^i)}{\sqrt{2\pi r^i}} f_{xx}(r^i, \theta^i) \end{aligned} \quad (2)$$

여기서  $i$ 는 절점 번호이고  $\phi^i$ 와  $(r^i, \theta^i)$ 는 절점의 좌표로 Fig. 4(b)와 같이  $\phi$ 는 Z-축으로부터의 각 위치이고  $(r, \theta)$ 는 균열선단에 수직인 x-y 평면에서 균열선단에 원점을 둔 극 좌표계값들이다. 또한  $\sigma_{xx}(\phi^i, r^i, \theta^i)$ 는 탄성해석으로 얻은 절점의 x-방향(균열면 내에서 반타원 경계선에 수직방향) 응력 성분, 그리고  $K_I(\phi^i)$ 는 그에 상응하는 응력확대 계수로서 가상균열진전 방법<sup>(16,17)</sup>으로 구한  $J(\phi^i)$ 로부터 환산된다. 이 식에서 각 특이 응력성분은 구하고자 하는 비특이성 T-응력값에 비해 매우 크므로  $\sigma_{xx}(\phi^i, r^i, \theta^i)$ 의 부정확성은 T-응력 계산시 큰 오차를 초래한다. 이를 해결하기 위해 다음과 같은 보완식을 사용하는데, 이는 두 개의 균열선단 특이응력항  $\sigma_{xx}(\phi^i, r^i, \theta^i)$ 와  $\sigma_{yy}(\phi^i, r^i, \theta^i)$ 가 T-응력 계산시 발생하는 부정확성을 서로 상쇄시킨다는 점에 착안하고 있다.<sup>(5)</sup>

$$\begin{aligned} T^i &= T(\phi^i, r^i, \theta^i) \\ &= [\sigma_{xx}(\phi^i, r^i, \theta^i) - \sigma_{yy}(\phi^i, r^i, \theta^i)] \\ &\quad - \frac{K_I(\phi^i)}{\sqrt{2\pi r^i}} [f_{xx}(r^i, \theta^i) - f_{yy}(r^i, \theta^i)] \end{aligned} \quad (3)$$

이상의 개념을 바탕으로 유한요소해석에서 얻어지는 응력값들을 이용하여 T-응력을 계산하는 프로그램을 작성하였다. 또한 요소 세분화에 대한 T-응력의 의존성을 살펴보기 위해, 앞 절에서 작성한 프로

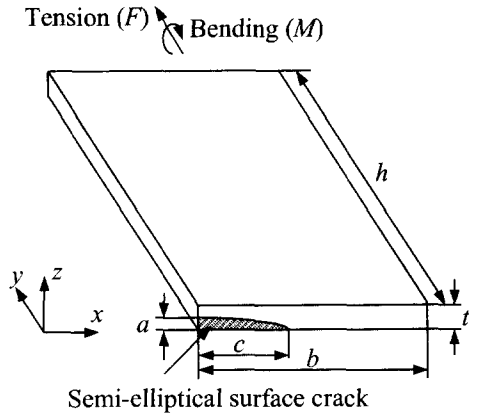


Fig. 3 Schematic of one-quarter of a surface-cracked plate

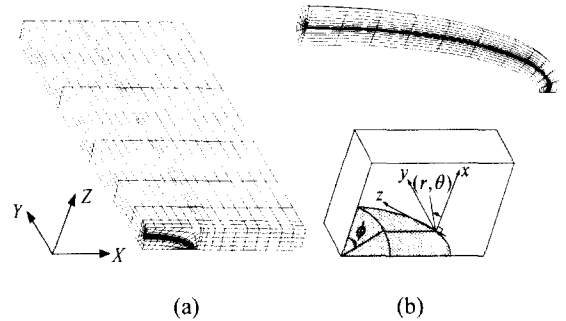


Fig. 4 3D finite element model of the surface-cracked plate : (a) the entire 3D mesh & the global coordinate system (X-Y-Z) and (b) 3D mesh near the crack front of plate ( $a/t = 0.6, a/c = 0.24$ ) & the local coordinate system (x-y-z)

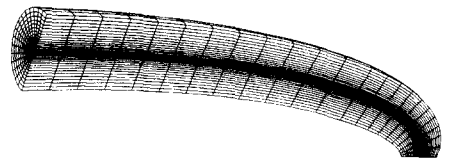


Fig. 5 Local finer mesh model of surface crack (Model II)

그램으로부터 얻어진, 균열-전체모델 (모델 I)의 균열 선단부 요소망만을 8배 세밀화하는 균열부 상세모델 (모델 II) 요소망 부프로그램을 작성하였다. 모델 II는 균열선단을 따라 16개의 썸기모양 특이요소 22 조각이 생성되고, 반지름 방향으로 16개, 각도 방향으로 16개의 요소가 놓이게 된다. 그리고 반지름 방향의 요소들은 반타원 균열선단에 가까울수록 더 조밀하게 생성되며, 균열선단을 따라서는 곡률이 큰 곳에서 더욱 조밀한 요소망이 생성되게 된다. 이렇게 해서 생성된 모델 II는 Fig. 5와 같고 약 25000개의 절점들과, 5600개의 C3D20 요소들로 구성된다. 이러한 모델 II를 이용한 유한요소해석은 2단계의 계산과정이 필요하다. 먼저 1단계에서는 (균열부를 물론 포함한) 모델 I의 유한요소해석을 통해 균열국부 바깥 절점들에서의 변위를 계산한다. 그 다음 2단계에서는 1단계의 모델 I에서 계산된 균열국부 바깥 절점들에서의 변위를, 모델 II 바깥 변위 경계조건으로 사용하여 모델 II에 대한 유한요소해석을 독립적으로 수행한다. 이 때 세분화된 모델 II의 요소망은 모델 I의 해당 요소망보다 더 많은 절점 개수를 갖기 때문에, 모델 I의 해석결과로부터 모델 II 바깥경계 절점들의 모든 변위정보를 알 수 없게 된다. 따라서 주위 절점들의 변위와 C3D20 요소의 보간함수로부터 이러한 모델 I-II 경계면상 비공유절점들에서의 정확한 변위들을 계산하여 2단계해석시 모델 II의 변위경계조건으로 사용할 수 있도록 중간처리 프로그램을 작성하였다.

계산의 정확성을 검증하기 위해 작성한 프로그램들을 이용하여 반타원 표면균열을 갖는 평판에 대해  $T$ -응력을 계산하여 Nakamura와 Parks<sup>(15)</sup>의 Interaction Integral에 의해 계산되어진  $T$ -응력 값들과 비교해 보았다. 해석에 사용된 평판의 균열형상은 최대균열깊이와 두께의 비  $a/t = 0.6$ , 균열길이와 두께의 비  $a/c = 0.24$ 이다. 인장과 굽힘, 두 가지 하중에 대해 모델 I과 모델 II의 유한요소해석 응력값들을 이용하여 계산한,  $T$ -응력값들이 Fig. 6에 나타나 있다. 인장시 균열자유면 ( $\phi = 90^\circ$ ) 경계 근처를 제외한 영역에서 모든 모델들의  $T$ -응력값들이 잘 일치하는 것을 확인할 수 있다. 인장시 모델 I과 Interaction Integral의  $T$ -응력 오차는 5% 미만이다. 한편 굽힘하중시는 균열중심을 제외한 영역에서 모든 모델들의  $T$ -응력값들이 잘 일치하는 것이 관찰된다. 인장하중시 모델 II에 비해 모델 I의  $T$ -응력값이 Interaction Integral의  $T$ -응력값과 잘 일치

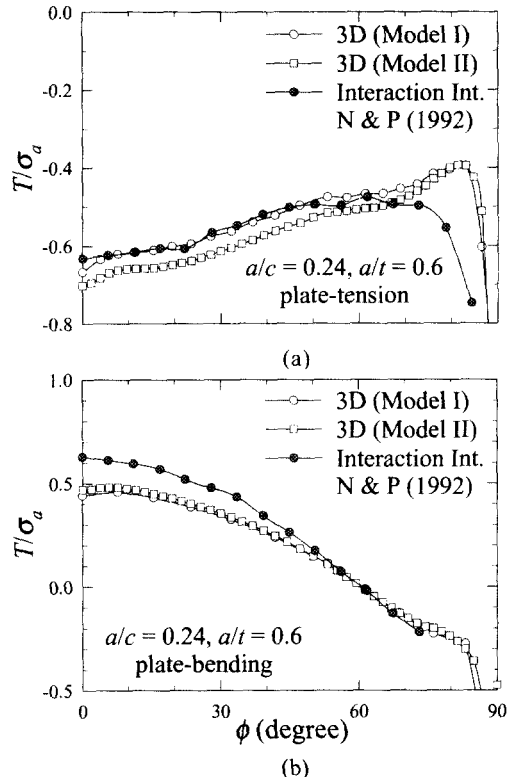


Fig. 6 Normalized  $T$ -distribution along the crack front of a deep-cracked plate evaluated by a variety of methods : (a) remote tension and (b) remote bending

하며, 굽힘하중시는 모델 I과 모델 II가 동일한  $T$ -응력 분포를 보여주고 있다. 따라서 계산효율을 고려하여 본 연구에서는 모델 I의  $T$ -응력값을 line-spring해의 비교기준해로 사용한다 (Fig. 7). 단 Interaction Integral의  $T$ -응력값도 본 연구의 모델 I, II에서 얻어진 해보다 정확한 해가 아닌 참고해임을 주목할 필요가 있다. 즉 모델 II의 해가 Interaction Integral의  $T$ -응력값의 유효성을 검증하고 있다고도 볼 수 있다.

### 3.3 Line-spring 요소의 유효성 검증

본 절에서는 다음 장에서 반타원형 표면균열을 갖는 L-형, T-형 배관의 유한요소해석에 사용될 line-spring 유한요소의 신뢰성을 검증한다. 이를 위해, 인장과 굽힘의 두 가지 하중조건하의 평판에 대해 유한요소해석을 수행한 후, 3차원 연속체모델과 line-spring/shell 모델이 각각 제공하는 1-2차변수  $J$ - $T$ 값을 비교해 보았다. 유한요소해석에 사용된 평판의 기하

및 균열형상은  $b/t = 8$ ,  $h/t = 16$ ,  $a/t = 0.6$ ,  $a/c = 0.24$  그리고  $t = 5\text{mm}$  이다.

평판에 인장과 굽힘하중이 작용하는 경우, 반타원 균열선단을 따라  $J$ 값을  $EJ/(\sigma_a^2 t)$  형태로 무차원화시켜 나타내면 Fig. 7(a)-(b)와 같다. 여기서  $\sigma_a$ 는 인장하중시는 평균 작용응력으로  $\sigma_a = F/bt$  이고, 굽힘하중시는 최대 작용응력으로  $\sigma_a = 6M/bt^2$  이다 (Fig. 3 참조). 인장하중의 경우에는 반타원 표면균열의 중심에서  $J$ 값이 최대가 되며, 자유면의 경계근처 ( $x/c = 1$ )로 갈수록  $J$ 값이 감소하는 것이 관찰된다. 굽힘하중의 경우에는 균열중심에서  $J$ 값이 최소가 되며 자유면 경계근처로 갈수록  $J$ 값이 증가하는 특징이 있다. 한편 대칭 line-spring 유한요소 LS3S 모델과 비대칭 line-spring 유한요소 LS6 모델의  $J$ 값은 모든 균열선단에서 동일하다. 또한 자유면 경계를 제외한 모든 균열선단 영역에서 line-spring 모델과 3차원 연속체 모델의  $J$ 값 오차는 4% 미만으로 잘 일치하는 것을 확인할 수 있다.

Fig. 7(c)-(d)에는 반타원 표면균열을 갖는 평판에 인장하중과 굽힘하중이 작용하는 경우, 균열선단을 따른  $T$ -응력이  $T/\sigma_a$ 의 무차원화된 형태로 나타나 있다. 인장하중시  $T$ -응력값은 모든 균열선단 영역에서 음의 값이며, 균열중심부 ( $x/c = 0$ )에서 자유경계면으로 갈수록  $T$ -응력값이 증가한다. 여기서 line-spring 모델로부터 얻은  $T$ -응력값들도 동일한 경향을 보이지만 증가폭은 3차원 연속체 모델에 비하여 작고, 모델의 특성상 자유경계면에서  $T$ -응력값이 감소하는 것을 볼 수 있다. 자유경계면을 제외한 균열선단 영역에서 3차원 연속체 모델과 line-spring 모델의  $T$ -응력값들은 5% 미만의 오차를 보이며 잘 일치하는 것을 알 수 있다. 한편 굽힘하중을 가한 경우  $T$ -응력값은  $x/c > 0.8$ 인 영역에서 양의 값을 갖으며, 균열중심부에서 자유경계면으로 갈수록  $T$ -응력값이 감소한다. 인장시와 동일하게, 굽힘하중이 작용하는 경우도 자유경계면을 제외한 모든 반타원 표면균열선단 영역에서 3차원 연속체 모델과 line-spring 모델의  $T$ -응력값들은 오차 5% 내로 잘 일치한다. 이상으로부터 line-spring 유한요소는 3차원 연속체 모델에 비해 사용하기가 훨씬 간편함에도 불구하고 매우 정확한 해석값을 제시하는 것을 알 수 있다. 이제 이러한 line-spring 모델을 T-형, L-형 배관 균열해석에 적용해 본다.

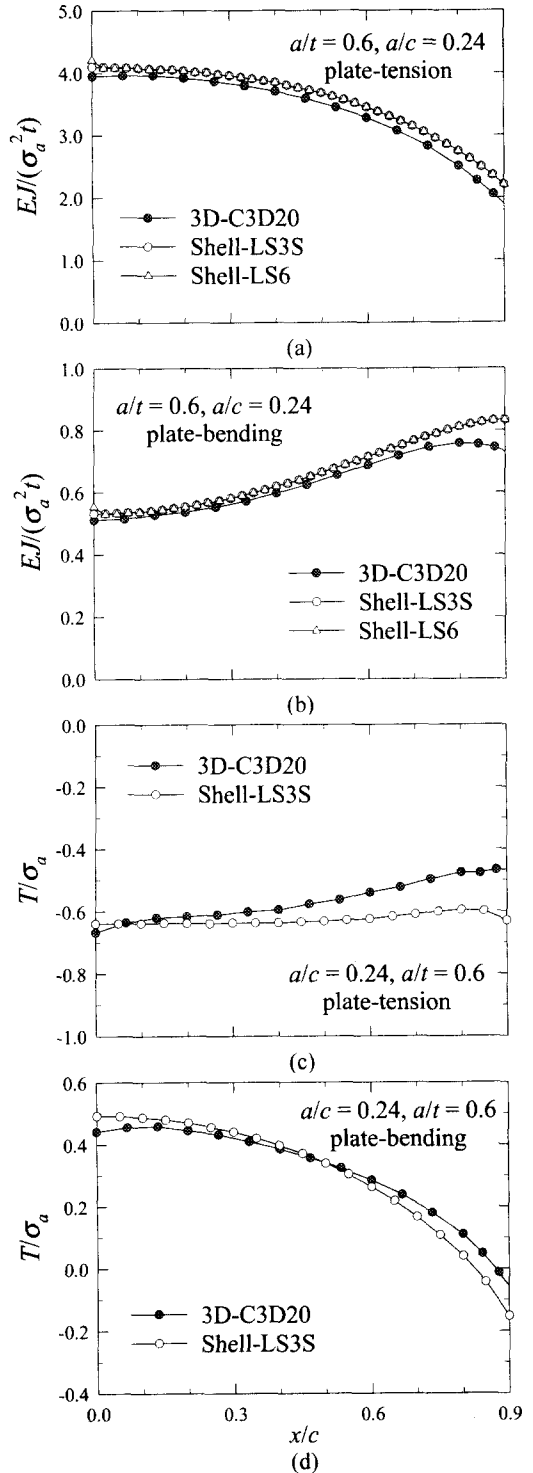


Fig. 7 Normalized  $J$ - $T$  distribution along the crack front of surface-cracked plate under remote tension [(a), (c)] and bending [(b), (d)]

4. 반타원 표면균열을 갖는 배관해석

앞장에서는 3차원 연속체 유한요소해와의 비교를 통해 line-spring 모델의 유효성을 검증하였다. 본 장에서는 이러한 line-spring 모델을 사용하여, T-형, L-형 배관에 대한 균열해석을 수행하여 그 구조적 특성을 살펴본다. 균열해석을 위한 유한요소망 자동생성 프로그램을 작성하였다. 보다 자세한 line-spring 유한요소망 생성과정은 이형일 등의 배관용접부 수명평가에 관한 연구<sup>(18)</sup>에 상술되어있다. T-형, L-형 배관은 형상이 복잡하므로 인장, 굽힘, 내압의 하중조건이 다양한 방법으로 정의될 수 있다. 본 연구에서는 T-형 배관의 경우 인장, 굽힘 그리고 내압의 각 하중조건을 다음과 같이 규정하였다. 인장은 코어드 양단을 고정하고 브레이스 끝에 브레이스와 평행한 방향으로 하중 (F)을 작용하는 것을 의미한다. 그리고 굽힘은 브레이스 끝이 고정된 상태에서 코어드의 처짐이 브레이스와 평행한 아래 방향으로 발생하도록 코어드 양단에 순수 굽힘하중을 가하는 것으로 정의한다. 내압하중조건은 코어드와 브레이스의 단들을 고정한 상태에서 배관내부에 압력을 작용시키는 것으로 규정하였다. L-형 배관의 인장, 굽힘, 내압의 하중조건도 T-형 배관에서의와 같은 방법으로 정의하였다. 이렇게 정의되는 인장, 굽힘 그리고 내압 하중조건하에서 표면균열선단을 따른 J-T 분포를 살펴보았다. 해석에 사용된 T-형 배관의 기하 및 균열형상은  $R/r = 2, L/r = 4.23, T = t, r/t = 5, a/t = 0.5$ , 그리고  $a/c = 0.2$ 이며, L-형 배관의 경우 x축에 수직한 배관과 수평한 배관의 기하형상은 동일하며,  $H/r = 5, r/t = 5, a/t = 0.5$  그리고  $a/c = 0.2$ 이다 (Fig. 8).

각 하중조건에 대한 파괴변수들을 작용응력  $\sigma_a$ 를 이용하여 J-적분값을  $EJ/\sigma_a^2 t$  로, T-응력을  $T/\sigma_a$ 로 무차원화시켜 나타내면 Fig. 9과 같다. 여기서  $\sigma_a$ 는, 인장시는 평균 작용응력으로  $\sigma_a = F/\pi[(r+t)^2 - r^2]$  이고, 굽힘하중시는 최대 작용응력으로  $\sigma_a = MR/I$ ,  $I = \pi[(R+T)^2 - R^2]/4$ 이고 내압시는  $\sigma_a = p$ 이다. 먼저 반타원 표면균열을 갖는 T-형 배관에 대해서 하중조건에 따른 J-T 분포를 살펴보자. 인장하중이 작용하는 경우 J 값은 균열의 중심부 ( $x/c = 0$ )에서 균열 선단을 따라  $x/c = 0.6$ 인 부분까지 거의 일정한 값을 가지며,  $x/c > 0.6$ 인 영역에서는 감소한다 (Fig. 9a).

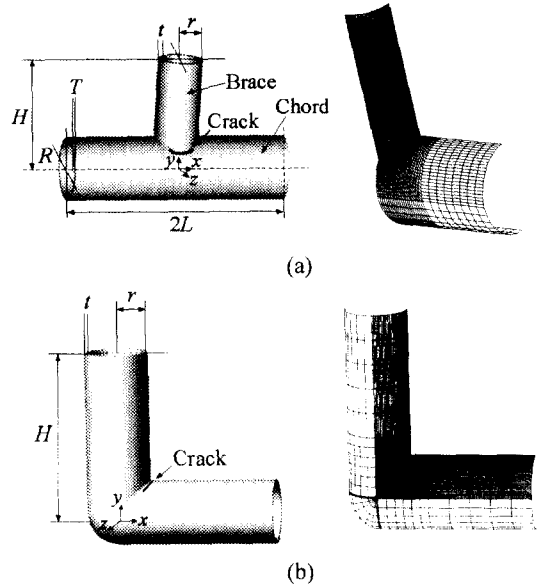


Fig. 8 Geometry and FE model & location of surface crack of welded (a) T-joint and (b) L-joint

2차변수 T-응력값은 표면균열의 중심부 ( $x/c = 0$ )에서  $x/c = 0.3$ 인 부분까지 거의 일정한 양의 값을 보이지만,  $x/c > 0.3$ 인 영역에서는 음값을 가지며 점차 감소한다 (Fig. 9b). 음의 T-응력은 구속상태를 완화시켜주므로 균열의 중심부 ( $x/c = 0$ )에서  $x/c = 0.3$ 인 부분이 상대적으로 가장 큰 파괴위험을 가진다고 볼 수 있다. 내압하중이 작용하는 경우, J 값은  $x/c = 0.6$ 인 부분에서 최대값을 갖는 특징이 있고, 2차변수 T-응력 값은 표면균열의 중심부 ( $x/c = 0$ )에서 자유경계면 ( $x/c = 1$ )으로 갈수록 감소한다.  $x/c > 0.3$ 인 영역에서 음의 T-응력값을 가지므로 이 부분에서 역시 응력완화 현상이 예상된다. 1-2차변수의 최대값이 동일위치가 아니라는 점에서 내압하중시의 파단 위험은 균열선단을 따라 다소 비슷할 것이다. 굽힘하중이 작용하는 경우 균열선단 전영역에서 J 값은 거의 일정하며, T-응력도 균열선단 전영역에서 비슷한 크기의 음의 값을 보인다. 이 경우도 내압하중시와 유사하게 균열선단을 따라 균일한 파단위험을 갖는다고 볼 수 있다. 다음으로 L-형 배관의 J-T 분포를 살펴보자. J-적분값은 인장, 내압 그리고 굽힘하중의 모든 하중조건하에서 균열의 중심부 ( $x/c = 0$ )에서 자유경계면 ( $x/c = 1$ )으로 갈수록 증가한다. 즉 1차변수 J-적분값만 보면 자유경계면 ( $x/c = 1$ ) 주변의 파괴위험이 가장 높다. 2차변수 T-응력값은 인장과 굽힘

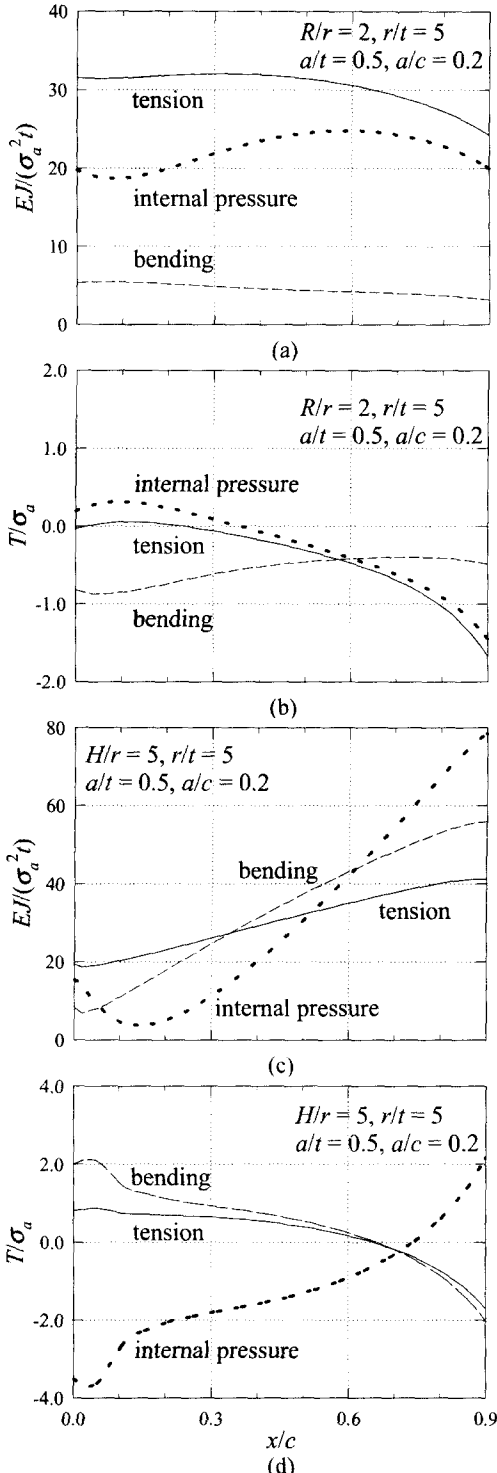


Fig. 9 Normalized  $J$ - $T$  distribution along the crack front of surface cracked T-joint [(a), (b)] and L-joint [(c), (d)] for various loading conditions

두 가지 하중상태에서는 자유경계면 근처로 갈수록 감소하여  $x/c > 0.6$ 인 영역에서는 음의 값을 갖게 되고, 내압하중시는 균열중심에서  $T$ -응력값이 음이지만 자유경계면 근처로 갈수록 점점 증가하여  $x/c > 0.7$ 인 영역에서는 양의 값을 보인다.  $J$ - $T$  두 변수를 모두 고려할 경우, 내압하중에 대해서는 자유면이 가장 파단위험이 큼을 단정할 수 있다.

이상 T-형, L-형 배관의 구조특성상 공통적으로 주목해야 할 것은, 음의  $T$ -응력을 갖는 균열선단이 모두 존재하여, 단순히 1차변수  $J$ -적분값만으로 예측한 것보다 상당히 완화된 응력상태를 갖는다는 점이다. 따라서 T-형, L-형 배관 해석에는  $J$ - $T$  두변수에 의한 접근이 필수적이라고 볼 수 있다. 또한 실제 하중상태를 본 연구의 하중조건들로 분해할 수 있다면, 상응하는 실제해는 Fig. 9의 해들을 중첩하여 얻을 수 있을 것이다.

### 5. 요약

본 연구에서는 먼저 부분판통 균열해석에 매우 유용하고 효율적인 line-spring 모델의 신뢰성을 검증하였다. 기준해를 얻기 위해 반타원 표면균열을 갖는 평판에 대한 완전3차원 요소망 자동생성 프로그램과, 유한요소 응력해를 이용하여 2차변수를 계산하는  $T$ -응력계산 후처리 프로그램을 작성하였다. 이러한 3차원 균열해석 프로그램에서 구한 완전 3차원  $J$ - $T$  기준해와 준3차원 line-spring  $J$ - $T$ 해를 비교하여 line-spring모델의 유용성을 확인하였다. 이어 반타원 표면균열을 갖는 T-형, L-형 배관에 대한 line-spring/셀 유한요소모델들로부터 균열선단을 따른  $J$ - $T$  분포특성을 다양한 하중조건에 대해 살펴 보았다. 특히 T-형, L-형 배관들은 음의  $T$ -응력을 갖는 균열선단이 모두 존재하여, 균열해석시  $J$ - $T$  두변수에 의한 접근이 필수적이라고 판단된다. 이러한 일련의 과정을 통해 완전3차원 연속체 유한요소법이 현실적으로 어려운 T-형, L-형 배관해석에 line-spring 요소의 사용가능성을 제시하였다.

### 후 기

본 논문은 한국과학재단 산하 성균관대학교 산업설비 안전성평가 연구센터의 연구비 지원으로 이루어진 것으로서, 이에 관계자 여러분들께 감사드립니다.



## 참고문헌

- (1) Larsson, S. G. and Carlsson, A. J., 1973, "Influence of Non-singular Stress Terms and Specimen Geometry on Small-scale Yielding at Crack Tips in Elastic-plastic Material," *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 21, pp. 263~277.
- (2) Williams, M. L., 1957, "On the Stress Distribution at the Base of a Stationary Crack," *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 24, pp. 111~114.
- (3) Rice, J. R., 1974, "Limitations to the Small-scale Yielding Approximation for Crack-tip Plasticity," *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 22, pp. 17~26.
- (4) Betegon, C. and Hancock, J. W., 1991, "Two-parameter Characterization of Elastic-plastic Crack Tip Fields," *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 58, pp. 104~110.
- (5) Wang, Y.-Y., 1991, *A Two-parameter Characterization of Elastic-plastic Crack Tip Fields and Applications to Cleavage Fracture*, Chapters 1~4, Ph. D. Dissertation, Department of Mechanical Engineering, Massachusetts Institute of Technology.
- (6) 이형일, 서현, 2000, "용접부 3차원 표면균열선단에서의 구속상태," 대한기계학회논문집 (A), 제24권, 제1호, pp. 144~155.
- (7) Rice, J. R. and Levy, N., 1972, "The Part-through Surface Crack in an Elastic Plate," *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 39, pp. 185~194.
- (8) Parks, D. M., 1981, "The Inelastic Line-Spring: Estimates of Elastic-Plastic Fracture Mechanics Parameters for Surface-Cracked Plates and Shells," *Journal of Pressure Vessel Technology*, Vol. 103, pp. 246~254.
- (9) Parks, D. M. and White, C. S., 1982, "Elastic-Plastic Line-Spring Finite Elements for Surface-Cracked Plates and Shells," *Journal of Pressure Vessel Technology*, Vol. 104, pp. 287~292.
- (10) White, C. S., Ritchie, R. O. and Parks D. M., 1983, "Ductile Growth of Part-through Surface Cracks: Experiment and Analysis," *Elastic-Plastic Fracture: Second Symposium*, Vol. I—*Inelastic Crack Analysis*, Edited by Shih, C. F. and Gudas, J. P., ASTM STP 803, pp. 1384~1409.
- (11) Lee, H. and Parks, D. M., 1995, "Enhanced Elastic-Plastic Line-Spring Finite Element," *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 32, pp. 2393~2418.
- (12) Rice, J. R., 1972, "The Line-spring Model for Surface Flaws," *The Surface Crack: Physical Problems and Computational Solutions*, Edited by Swedlow, J. L., American Society of Mechanical Engineers, New York, pp. 171~185.
- (13) Desvaux, G. J., 1985, *The Line Spring Model for Surface Flaw: An Extension to Mode II and Mode III*, Chapters 2~3, Master Thesis, Department of Mechanical Engineering, Massachusetts Institute of Technology.
- (14) ABAQUS *User's Manual*, 1999, Version 5.8 Hibbit, Karlsson and Sorensen, Inc., Pawtucket, RI.
- (15) Nakamura, T. and Parks, D. M., 1992, "Three-Dimensional Stress Field Near the Crack Front of a Thin Elastic Plate," *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 55, pp. 805~813.
- (16) Parks, D. M., 1977, "The Virtual Crack Extension Method for Nonlinear Material Behavior," *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 12, pp. 353~364.
- (17) Shih, C. F., Moran, B. and Nakamura, T., 1986, "Energy Release Rate along a Three-Dimensional Crack Front in a Thermo-Mechanical Field," *International Journal of Fracture*, Vol. 30, pp. 79~102.
- (18) 이형일, 한태수, 정재현, 2000, "결합해석에 기초한 배관용접부 수명평가," 대한기계학회논문집 (A), 제24권, 제5호, pp. 1331~1342.