

## 등급 양방향 진화적 구조 최적화에 관한 연구

이영신<sup>†</sup> · 류충현\* · 명창문\*\*

(2001년 2월 7일 접수, 2001년 6월 19일 심사완료)

### A Study on the Ranked Bidirectional Evolutionary Structural Optimization

Young-Shin Lee, Chung-Hyun Ryu and Chang-Moon Myung

**Key Words :** Structural Optimization(구조 최적화), Constraint(제한조건), Performance Indicator ; PI(성능지수), Fully Stressed Design(전응력설계), Rejection Ratio ; RR(제거율), Inclusion Ratio ; IR(첨가율), Evolution Ratio ; ER(진화율), Candidate Element(후보요소), Upper Limit(상한계), Lower Limit(하한계)

#### Abstract

The evolutionary structural optimization(ESO) method has been under continuous development since 1992. The bidirectional evolutionary structural optimization(BESO) method is made of additive and removal procedure. The BESO method is very useful to search the global optimum and to reduce the computational time. This paper presents the ranked bidirectional evolutionary structural optimization(R-BESO) method which adds elements based on a rank, and the performance indicator which can estimate a fully stressed model. The R-BESO method can obtain the optimum design using less iteration number than iteration number of the BESO.

#### 1. 서 론

구조 최적화는 응력, 변위, 고유진동수, 좌굴하중 등을 포함한 여러 구조적 응답들에 대해 각종 제한조건을 만족하면서 역학적 기능을 최대화하는 최소 중량 또는 최소 제작 비용이 요구되는 구조물의 형상을 찾는 데 목적이 있다. 즉, 최소의 비용으로 최대의 효과를 얻는다는 경제원리를 구조물 설계에 적용하는 것이 구조 최적설계라 할 수 있다. 이러한 최적화는 자연계에서도 쉽게 발견할 수 있다. 가장 일반적인 예로서 나무의 경우를 보면 태양빛을 많이 받기 위해 그리고 자신의 몸을 지탱하기 위해 성장하면서 점차로 최적화된 형상으로 변화된다.<sup>(1)</sup>

진화적 구조 최적화(evolutionary structural optimization ; ESO) 기법은 1992년 이래로 지속적으로 연구되어왔다.<sup>(2~7)</sup> ESO 기법은 호주 시드니 대학의 Steven 교수<sup>(8)</sup>에 의해 개발되었으며 다양한 문제에 적용하여 기법의 유용성을 입증하였다. 이 기법은 공학구조물의 위상과 형상이 안전을 기준으로 할 때 자연적으로 보수성을 갖게 되어 재료를 과다하게 포함한다는 점에 착안하여, 구조물이 구조적 성능을 발휘하는데 기여도가 작은 재료(inactive material)를 구조물에서 제거한다는 개념이다. 따라서 ESO 기법은 최적값보다 훨씬 더 큰 설계영역(design space)에서 최적화과정을 시작하여 덜 필요한 재료를 제거하는 과정을 통해 최종 위상 또는 형상을 얻는다. 이 기법의 장점은 개념이 단순하여 이해가 빠르며, 기존에 개발되어 있는 상용 유한요소 해석 프로그램에 적용이 용이하다는 것이 다.

진화적 구조 최적화 기법은 상술된 ESO 기법, 최소 구조물에서 출발하여 재료를 첨가하는 과정을 통해 최적값에 이르는 첨가 진화적 구조 최적화(additive evolutionary structural optimization ; AESO)

<sup>†</sup> 책임저자, 회원, 충남대학교 기계설계공학과

E-mail : yslee@shell.cnu.ac.kr

TEL : (042)821-6644 FAX : (042)822-7366

\* 회원, 충남대학교 대학원 기계설계공학과

\*\* 국방과학연구소

기법과 제거과정과 첨가과정을 모두 포함하는 양방향 진화적 구조 최적화(bidirectional evolutionary structural optimization ; BESO) 기법이 개발되었다. 양방향 진화적 구조 최적화 기법은 이전의 두 기법(제거법, 첨가법)에 비해 국부 최적값(local optimum)을 배제하고 전체 최적값(global optimum)에 효과적으로 도달할 수 있는 유용한 기법이며 계산시간도 감소시킬 수 있는 기법이다.

국내에서 연구는 류충현, 이영신<sup>(9,10)</sup>은 ESO 기법을 이용하여 판과 곡률이 있는 판이 다양한 경계 조건과 하중조건을 가질 경우의 개구부의 최적화를 수행하였으며 AESO 기법과 비교하였다. 그리고 Han<sup>(11)</sup>은 기존의 ESO 기법을 개선한 기법을 소개하였다.

일반적으로 구조물은 지지조건을 가지며 이들 구조물에 하중이 작용하여 응력이 발생하게 된다. 대부분의 구조물 설계의 목적은 발생된 응력이 구조물 전체에 고루 분포되도록 하여 응력집중이 발생하지 않도록 한다. 이러한 설계기법을 전응력설계기법이라 한다.

본 연구에서는 기존의 양방향 진화적 구조 최적화(BESO) 기법에 근거한 새로운 기법인 등급 양방향 진화적 구조 최적화(ranked BESO ; R-BESO) 기법을 소개하였으며 최소 중량을 갖는 전응력 구조물설계를 평가할 수 있는 새로운 성능지수를 제시하였다. 이 기법은 기존의 기법에 비해 반복 계산 횟수를 크게 감소시킬 수 있는 기법으로 기존의 양방향 진화적 구조 최적화 기법<sup>(4)</sup>에서 사용한 예제와 동일한 문제를 이용하여 비교하였다.

## 2. 등급 양방향 진화적 구조 최적화에 대한 수식화

최적화문제의 일반적으로 응력을 제약조건으로 정하여 구조물에서 발생하는 최대응력이 설계에서 허용되는 응력보다 낮은 범위에서 중량을 최소화하는 형태이다. 그러나, 응력값은 작용하중의 크기에 따라 변화되는 양이므로 응력성분을 제약조건에 포함시키는 것은 하중변화에 따라 각각을 계산해야 하는 비효율적인 방법이다. 그러므로 이 연구에서는 최소 중량을 갖는 전응력상태의 구조물을 설계하기 위해 중량과 응력을 포함하는 새로운 성능지수(PI)를 도입하였으며 성능지수를 목적함수로 이용하여 이를 최소화할 수 있는 위상을 얻는다.

일반적으로 진화적 구조 최적화는 일정한 크기의 요소로 구성된 유한요소모델을 이용한다. 따라

서 동일한 재료로 이루어진 구조물의 중량은 모델의 요소수와 비례한다. 그리고, 전응력설계는 일반적으로 구조물에 가해지는 작용하중에 대해 구조물 전체가 기여하는 정도가 비슷하여 최대응력을 감소시키고 또한 국부적인 응력집중을 완화하는 설계를 일컫는 설계로 이 연구에서는 최대응력과 평균응력의 차로 평가하여 최소중량과 전응력 구조물 설계를 나타낼 수 있는 성능지수는 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$PI = \frac{(\sigma_{\max} - \sigma_{av}) N_e}{\sigma_{ref}} \quad (1)$$

여기서,  $\sigma_{\max}$  는 각 단계에 대한 유한요소모델의 최대 von Mises 응력이고  $\sigma_{av}$  는 유한요소모델의 평균 von Mises 응력이며,  $N_e$  는 유한요소모델의 요소수를 나타낸다. 그리고,  $\sigma_{ref}$  는 기준 응력으로서 본 연구에서는 최초모델의 평균 von Mises 응력을 이용하였다.

성능지수는 Querin<sup>(7)</sup>의 연구에서도 구조물의 von Mises 응력과 구조물 체적의 향으로 정의하여 목적함수로 사용하였다. 그러나, 그의 연구에서 이용된 성능지수는 구조물 전체의 응력합을 이용하였으므로 최대 응력의 변화를 간과하는 결과를 가져왔다. 예로 최대응력이 100MPa, 최소응력이 10MPa 인 구조물과 최대응력이 70MPa, 최소응력이 40MPa 인 구조물이 있다고 할 때, 그의 연구는 응력합을 이용하기 때문에 두 구조물의 성능지수는 동일하다. 반면, 이 연구에서는 평균응력과 최대응력의 응력편차를 이용하여 성능지수를 정의하였으므로 성능지수를 최소화하는 것은 구조물의 최대응력을 최소화하는 결과가 되어 최대응력을 최소화한 최적 구조물을 구한다.

성능지수를 목적함수로 적용하여 R-BESO 를 수식으로 정리하면 다음과 같다.

Minimize :

$$f(x) = PI = \frac{(\sigma_{\max} - \sigma_{av}) N_e}{\sigma_{ref}} \quad (2)$$

Subject to :

$$\sum_{e=1}^{N_e} [Ku]_e - \{F\} = 0 \quad (3)$$

$$x \left[ \sigma_e - \left\{ \sigma_{av} - RR(\sigma_{av} - \sigma_{\min}) \right\} \right] \geq 0 \quad (4)$$

$$x \left[ \sigma_e - \left\{ \sigma_{av} + IR(\sigma_{\max} - \sigma_{av}) \right\} \right] \geq 0 \quad (5)$$

$$x = \{0,1\} \quad (6)$$

여기서  $\sigma_e$  는 각 요소의 von Mises 응력이며  $\sigma_{\max}$

와  $\sigma_{min}$  는 유한요소모델의 최대와 최소 von Mises 응력이다. 그리고 RR 과 IR 은 각각 제거율과 첨가율이며 설계변수인  $x$  는 0 이면 모델에 요소가 포함되지 않은 상태를 의미하고 1 이면 요소가 포함된 상태를 의미한다.

### 3. 등급 양방향 진화적 구조 최적화

R-BESO 기법은 BESO 기법과 마찬가지로 요소 첨가과정과 요소제거과정을 포함한다. 최적화의 시작은 하중과 지지점만을 연결하는 최소 구조에서 평가기준에 근거하여 요소첨가와 제거과정을 반복수행하여 최적 위상을 얻게 된다. 따라서 진화초기에는 첨가되는 요소가 제거되는 요소에 비해 많으므로 모델의 요소수는 증가하게 된다. 그러나, 후기에는 요소의 증가로 인한 응력감소의 영향보다 중량증가 즉, 요소증가에 영향을 크게 미치므로 제거되는 요소가 많게 된다.

기존의 BESO 기법에서 대부분의 반복과정은 모델의 요소를 증가시키는 과정으로 요소의 증가를 더 빠르게 진행시키면 반복과정을 크게 감소시킬 수 있다. 이런 점에 착안하여 본 연구에서 개발된 R-BESO 기법은 선택된 요소의 경계에 요소가 없는 각 자유단에 등급을 결정하여 등급에 따라 요소들을 첨가하는 기술이다. Fig. 1 은 4 개의 자유단을 갖는 요소에 대해 BESO 와 R-BESO 를 통해 첨가될 수 있는 요소를 나타내었다. BESO 에서는 요소의 모든 자유단과 모서리에 새로운 요소 1 개씩 첨가되어 모두 8 개의 요소가 첨가되나 R-BESO 에서는 1 등급 자유단에는 3 개, 2 등급에는 2 개 그리고 3, 4 등급에는 1 개의 요소를 첨가하고 모서리에는 각각 2 개와 1 개의 요소를 첨가하여 모두 14 개의 새로운 요소가 첨가된다.

요소의 각 자유단에 대해 등급을 결정하기 위해서는 요소를 구성하는 4 개의 절점에서의 변위

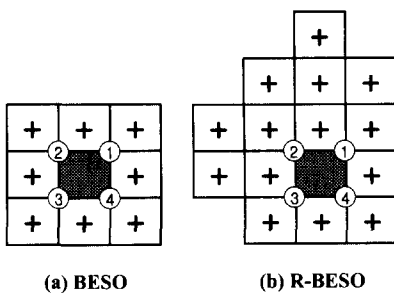
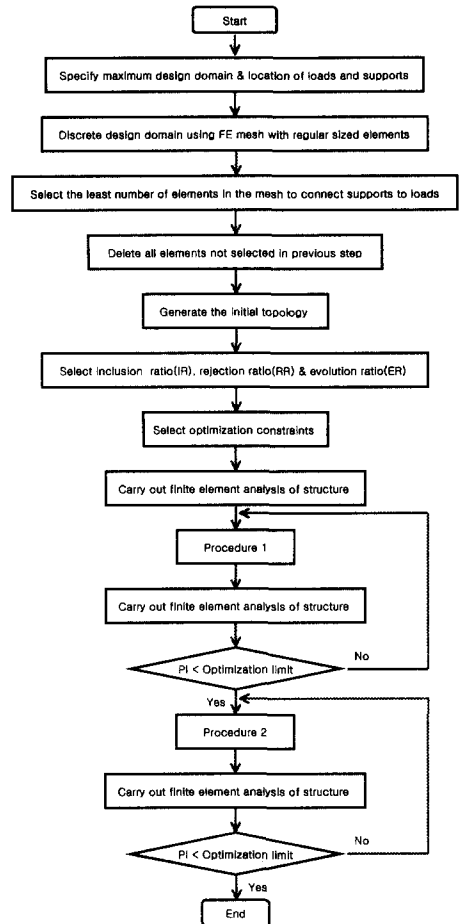
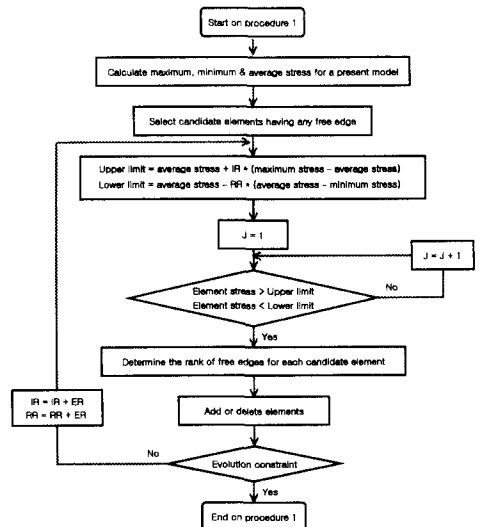


Fig. 1 Elements to be added in BESO and R-BESO



(a) Full flow chart



(b) Flow chart for procedure 1

Fig. 2 Flow chart of the R-BESO method

를 이용하여 변위차가 가장 큰 자유단을 1 등급으로 정한다.

$$\alpha_{ij} = |u_i - u_j| \quad (i \neq j) \quad (7)$$

여기서  $\alpha_{ij}$  는 각 요소의 자유단에 대한 변위민감도를 나타내며  $u_i$  와  $u_j$  는 요소를 구성하는 절점 중 서로 인접한 절점에서의 변위이다.

예를 들어 Fig. 1 에서 절점 1 에서 4 까지의 변위가 각각 1.19mm, 1.12mm, 1.16mm, 1.18mm 이면 두 절점으로 이루어진 면들에 대한 민감도는 각각  $\alpha_{12} = 0.07$ ,  $\alpha_{23} = 0.04$ ,  $\alpha_{34} = 0.02$ ,  $\alpha_{14} = 0.01$  이다. 따라서 절점 1, 2 로 이루어진 면이 1 등급의 면이 되어 3 개의 요소가 첨가되고 절점 2, 3 으로 이루어진 면이 2 등급이 되어 2 개의 요소가 첨가되며 나머지 면에는 1 개의 요소가 첨가된다.

Fig. 2 는 R-BESO 기법에 대한 흐름도를 보이고 있다. R-BESO 기법은 크게 두개의 세부과정으로 이루어지는데 과정 1 은 등급을 이용한 첨가과정을 포함하고 과정 2 는 과정 1 에서 등급을 결정하는 단계를 제외시킨 과정으로 모든 자유단에 각각 1 개씩의 요소를 첨가한다. 과정 2 는 BESO 기법과 유사한 과정으로 등급을 이용한 진화는 매우 빠르게 이루어지나 위상과 응력의 변화폭이 커서 정확한 값에 이르기 어렵다는 단점을 보완하기 위해 포함시켰다.

- (1) 구조물이 차지할 수 있는 최대 가용 영역 즉, 설계영역과 하중 및 지지점의 위치를 정한다.
- (2) 일정한 크기의 사각형 요소로 설계영역을 조밀하게 메쉬한다.
- (3) 하중과 지지점을 연결하는 최소의 요소를 선택한다.
- (4) 단계(3)에서 선택되지 않은 요소들을 제거한다.
- (5) 이렇게 생성된 초기위상에 하중과 경계조건을 정의한다.
- (6) 첨가율(IR), 제거율(RR)과 진화율(ER)을 선택한다.
- (7) 최적화 과정에서 만족해야만 하는 제한조건을 정한다.
- (8) 유한요소해석을 수행한다.
- (9) 해석된 결과를 이용하여 모델의 최대, 최소 그리고 평균응력을 계산한다.
- (10) 모델에서 요소첨가과정에 이용될 자유단을 갖는 후보요소를 선택한다.
- (11) 평균응력을 기준으로 하여 상한계와 하한계를 결정한다.

$$\sigma_U = \sigma_{av} + IR(\sigma_{max} - \sigma_{av}) \quad (8)$$

$$\sigma_L = \sigma_{av} - RR(\sigma_{av} - \sigma_{min})$$

(12)후보요소 중 상한계보다 높은 응력을 갖는 요소에 대해서는 각 자유단에 등급을 결정하고 이에 근거하여 요소를 생성한다. 그리고, 모델의 모든 요소에 대해 하한계보다 작은 응력을 갖는 요소는 제거된다.

(13)첨가과정과 제거과정을 통해 진화된 모델이 진화제한조건(evolution constraint)을 만족하는지를 비교하여 만족하지 않을 경우에는 진화율을 이용하여 새로운 첨가율과 제거율로 바꾼 후 단계(11)에서부터 다시 진행하여 진화제한조건을 만족할 때까지 반복한다.

$$\begin{aligned} IR_{new} &= IR_{old} + ER \\ RR_{new} &= RR_{old} + ER \end{aligned} \quad (9)$$

(14)진화된 모델에 대해 성능지수를 구하고 이 값이 최적화 한계에 도달할 때까지 단계(8)부터 반복수행한다.

(15)등급결정과정을 포함하지 않는 과정 2 를 이용하여 일련의 과정을 수행한다.

(16)성능지수가 최적화 한계에 도달할 때까지 단계(15)를 반복수행한다.

#### 4. 예 제

R-BESO 기법을 기존의 기법인 BESO 기법과 비교하기 위해 동일한 문제에 적용하여 최적해를 구하였다.<sup>(4)</sup> 첫번째 문제는 두개의 기둥으로 이루어진 프레임에 대한 것이고 두번째 문제는 양단 고정지지조건을 갖는 Michell 형 구조물의 최적해를 구하는 것이다.

##### 4.1 두 기둥 프레임(Two bar frame)

Fig. 3 은 설계영역이 1000mm×2400mm 이고 메쉬크기가 25×60 인 모델을 보인다. 따라서 요소의 크기는 40mm×40mm 이고 최초 모델은 높이방향으로 2 층의 요소들로 이루어졌다. 한쪽 끝단을 따라 고정경계조건이 적용되고 다른 한쪽 끝단의 중심에 아래방향으로 1MN 의 하중이 작용한다. 사용된 재료는 일반 강재로 탄성계수 200GPa, 포아손비 0.3 이다.

반복과정을 통해 목적함수인 성능지수의 변화를 Fig. 4 에 나타내었다. 앞부분의 반복과정에서 큰 폭의 성능지수 감소를 보이며 반복횟수 5 에서 1 차 최소값을 보이고 다시 증가한다. 반복횟수 9 에서 과정 1 에 대한 최적화 한계에 도달하여 과정 2 로 진행된다. 성능지수는 다시 점차적으로 감

소를 보이고 반복횟수 20 에 2 차 최소값을 갖게 되어 최적해를 구한다. BESO 기법을 이용한 결과에서는 반복횟수 90 번 이상에서 최적해를 얻을 수 있다는 것을 고려할 때 R-BESO 기법이 BESO

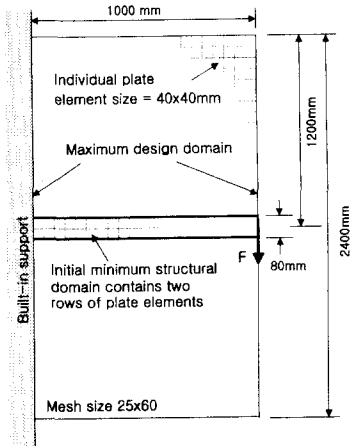


Fig. 3 Design domain for the two bar frame

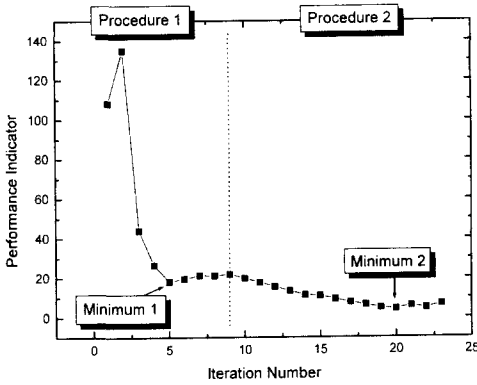


Fig. 4 Performance indicator on each evolutionary model for the two bar frame

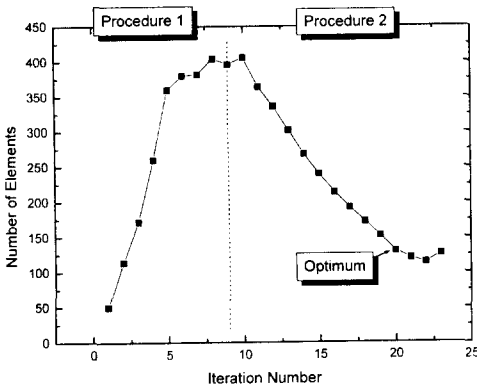


Fig. 5 Number of elements on each evolutionary model for the two bar frame

기법의 약 25%의 계산비용으로 최적해를 얻을 수 있어 R-BESO 기법이 매우 유용함을 알 수 있다.

모델의 중량을 의미하는 요소수는 반복과정을 통해 Fig. 5 와 같이 변화된다. 전체적으로 볼 때, 과정 1 에서는 요소수가 증가하는 경향을 보이나 과정 2 에서는 감소하는 경향을 보인다. 특히 반복 횟수 5 까지는 매우 급격한 요소수 증가를 보이며 최적해를 얻을 수 있는 반복횟수 20 후에서는 수렴하는 경향을 보이고 반복횟수 22 에서 최소 요

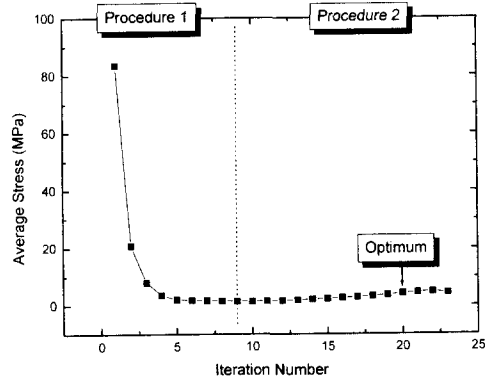
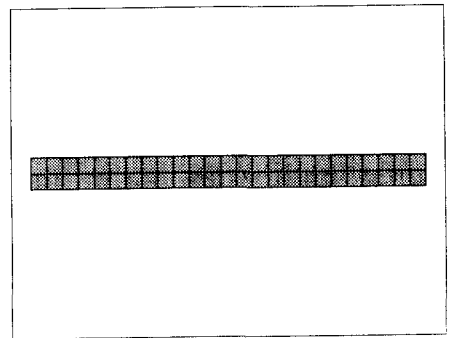
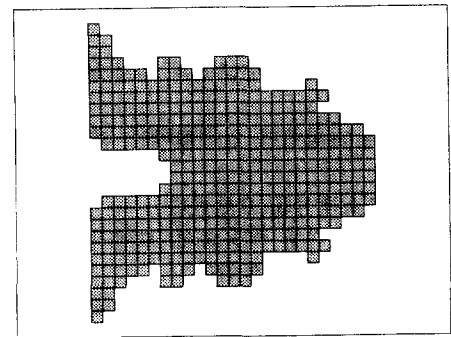


Fig. 6 Average stress on each evolutionary model for the two bar frame



(a) Initial model



(b) Iteration number = 5

Fig. 7 Evolutionary model on each iteration number for the two bar frame (Continued)

소수를 갖게 된다.

평균응력은 Fig. 6 과 같이 처음에 급격히 감소하고 반복횟수 5 이상에서는 일정한 값을 유지한다. 그리고 과정 2에서는 반복과정이 진행됨에 따라 점차 증가하나 그 값은 미미하다. 최적화된 모델에 대한 평균응력값은 최초응력값의 약 5%에 해당하는 값을 갖으므로 전응력설계 개념의 적용으로 큰 효과를 얻을 수 있음을 보였다.

Fig. 7 은 각각의 반복횟수에 대한 모델을 나타낸다. 과정 1에서의 모델은 이전에 언급한 바와 같이 경계형상이 거칠지만 과정 2에서의 모델은

부드럽게 연결된 경계형상을 갖는 것을 확인할 수 있다. 참고문헌에서 제시된 최적형상이 두 기둥사이의 각이 90°를 갖는다고 한 결과와 비교하여 보면 본 연구의 결과는 60°를 갖는다. 이 결과를 검증하기 위해 각각의 경우에 대해 연속적인 외부형상을 갖는 모델을 이용하여 해석하였다. 기하학적 형상이 다르므로 동일한 중량의 모델을 설정하는 것이 어렵기 때문에 유사하게 모델하여 다음과 같은 결과를 얻었다.

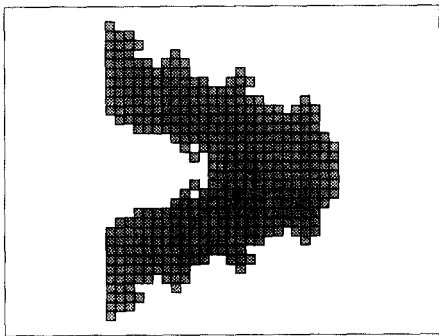
$$\frac{V_{60}}{V_{90}} = 98.5\%$$

$$\frac{\sigma_{60}^{\max}}{\sigma_{90}^{\max}} = 92.9\%$$
(10)

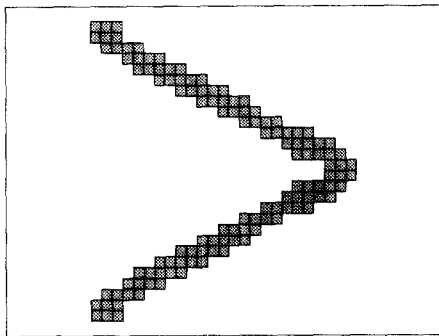
여기서,  $V$  는 구조물의 체적을 나타내며  $\sigma^{\max}$  는 구조물의 최대 von Mises 응력을 말한다. 그리고 하첨자는 두 기둥사이의 각도를 의미하며 각각 60°와 90°를 나타낸다. 식 (10)을 통해 우리는 두 기둥사이의 각이 60°인 구조물이 90°인 구조물에 비해 체적이 작아 경량이고 최대 응력도 낮아서 우수한 기계적 성능을 갖는 구조물로 판단할 수 있다. 그러나, 구조물 전체의 응력분포를 고찰하여 보면 두 기둥사이의 각이 90°인 구조물이 고른 응력분포를 보인다. 이것은 이전에 언급한 성능지수의 정의에서 유추할 수 있으며, 따라서 참고문헌의 최적위상과 본 논문에서 제시한 최적 위상의 차이는 목적함수인 성능지수에 포함된 인자들이 다르기 때문이라고 생각된다.

4.2 Michell 형 구조물(Michell type structure)

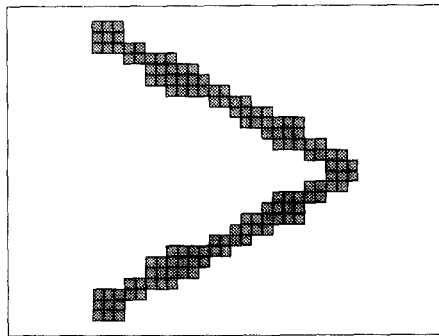
Michell 형 구조물은 양단이 고정조건이고 중앙에 400kN의 하중이 아래방향으로 작용하는 구조로 최적화 프로그램을 검증하는데 자주 사용되는 구조물이다. 설계영역은 2000mm×1000mm 이고 메쉬크기가 60×30 인 유한요소모델을 Fig. 8 에 나타내었다. 사용된 재료는 앞의 예제와 동일한 강재이다.



(c) Iteration number = 9



(d) Iteration number = 20 (Optimum)



(e) Iteration number = 22

Fig. 7 Evolutionary model on each iteration number for the two bar frame

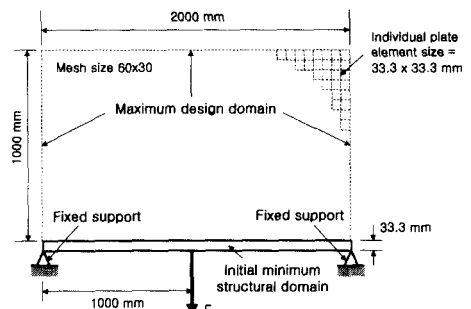


Fig. 8 Design domain for the Michell type structure

Fig. 9 는 반복과정에 따른 성능지수를 보이며 처음과정에서는 급속히 감소하고 반복횟수 13 에서 과정 1 에 대한 1 차 최소값을 보인다. 반복횟수 15 에서 과정 1 을 마치고 과정 2 에서는 반복과정이 진행됨에 따라 성능지수는 점진적으로 감소되

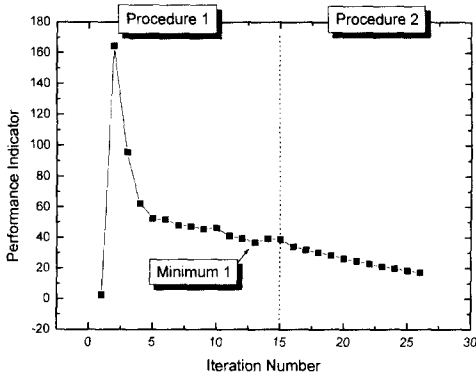


Fig. 9 Performance indicator on each evolutionary model for the Michell type structure

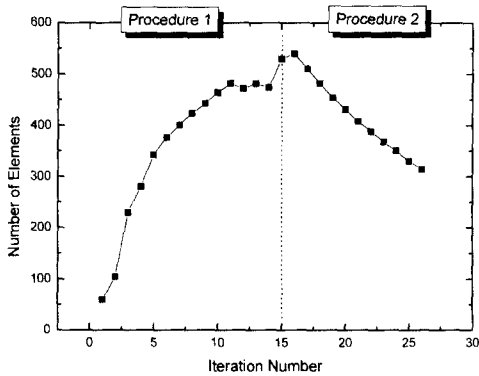


Fig. 10 Number of elements on each evolutionary model for the Michell type structure

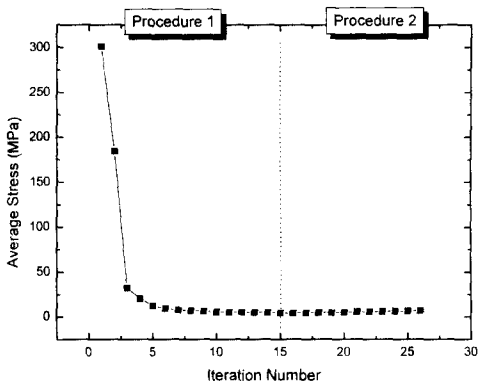
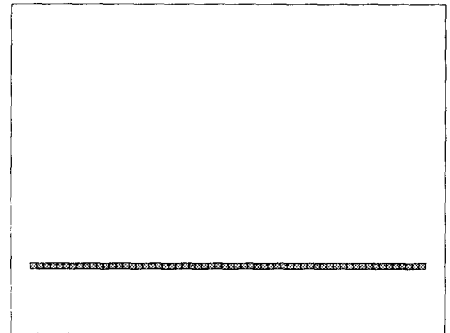
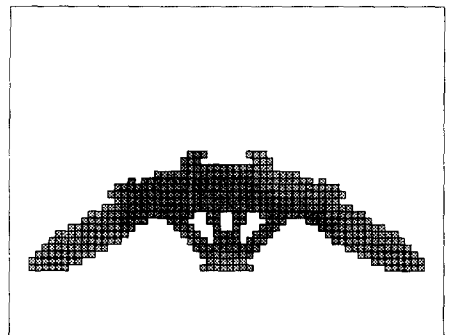


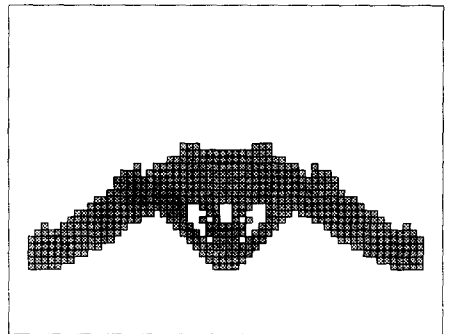
Fig. 11 Average stress on each evolutionary model for the Michell type structure



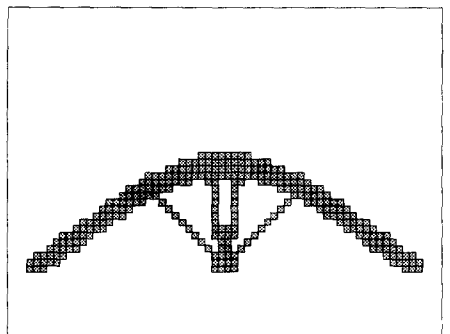
(a) Initial model



(b) Iteration number = 13



(c) Iteration number = 15



(d) Iteration number = 26 (Optimum)

Fig. 12 Evolutionary model on each iteration number for the Michell type structure

는 경향을 보인다. 그리고, 반복횟수 26 에 이르러도 최적화 한계를 만족시키지 못하지만 제한조건에 위배되어 더 이상의 진화과정을 진행하지 못하고 반복과정을 마무리한다. BESO 는 반복횟수 47 에 최적해에 도달하므로 R-BESO 기법이 약 55%의 계산비용으로 동일한 결과를 얻을 수 있다는 것을 보인다.

진화되는 모델에 포함되는 요소의 수를 Fig. 10 에 나타내었다. 앞의 예제에 비해 증가되는 기울기가 완만하여 BESO 에 대한 계산비용의 감소정도가 앞의 예제보다 작은 것으로 평가된다. Fig. 11 은 반복과정에 따른 평균응력을 보이며 최초값에 비해 최적화된 모델의 평균응력값은 97%가 감소된 값이다.

Fig. 12 는 각각의 반복횟수에 대한 모델의 위상을 보인다. 최적위상은 참고문헌에서 제시된 위상과 일치한다. 그러나, 참고문헌에서 제시된 위상에 비해 체커보드(checker-board)현상이 현저히 보이는 것을 알 수 있다. 이것은 최적위상이 최적화 수행과정에서 수렴조건에 의해 수렴된 위상이 아니라 제약조건에 위배되어 강제적으로 얻은 위상이기 때문이다. 따라서 수렴조건에 변화시킴으로서 체커보드현상을 조절할 수 있으며 각각의 경우에 대하여 최적화된 위상을 얻을 수 있다.

### 5. 결론

본 연구에서는 진화적 구조 최적화(ESO) 기법에 근간을 두고 기존의 양방향 진화적 구조 최적화(BESO) 기법을 발전시킨 등급 양방향 진화적 구조 최적화(R-BESO) 기법을 개발하였으며, 구조물이 최소중량의 전응력상태를 평가할 수 있는 성능지수를 제시하여 이를 목적함수로 이용하여 최적의 위상을 구하였다. R-BESO 의 유용성을 BESO 에서 예제로 사용한 문제와 동일한 문제에 대해 해석하여 비교/고찰하였다.

본 연구를 통해 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

- (1) R-BESO 기법과 BESO 기법을 이용한 결과는 매우 유사한 위상을 얻을 수 있다.
- (2) R-BESO 기법은 BESO 기법에 비해 계산비용을 감소시킬 수 있는 유용한 기법으로 두 예제에 대해 각각 75%, 45%의 계산비용 감소를 얻는다.
- (3) 제시한 성능지수는 전응력상태의 모델을 생성하는데 이용될 수 있는 지표로 사용될 수 있다.

성능지수를 최소화하면 평균응력이 두 예제에 대해 각각 95%, 97%감소한다.

### 참고문헌

- (1) Mattheck, C., 1998, *Design in Nature: Learning from Trees*, Springer.
- (2) Xie, Y.M., Steven, G.P., 1993, "A Simple Evolutionary Procedure for Structural Optimization," *Computers & Structures*, Vol. 49, No. 5, pp. 885~896.
- (3) Xie, Y.M., Steven, G.P., 1994, "Optimal Design of Multiple Load Case Structures Using an Evolutionary Procedure," *Engineering Computations*, Vol. 11, No. 4, pp. 295~302.
- (4) Querin, O.M., Steven, G.P., 1998, "Evolutionary Structural Optimisation (ESO) Using a Bidirectional Algorithm," *Engineering Computations*, Vol. 15, No. 8, pp. 1031~1048.
- (5) Yang, X.Y., Xie, Y.M., Steven, G.P. and Querin, O.M., 1999, "Bidirectional Evolutionary Method for Stiffness Optimization," *ALAA Journal*, Vol. 37, No. 11, pp. 1483~1488.
- (6) Querin, O.M., Steven, G.P. and Xie, Y.M., 2000, "Evolutionary Structural Optimisation Using an Additive Algorithm," *Finite Elements in Analysis and Design*, Vol. 34, No. 3~4, pp. 291~308.
- (7) Querin, O.M., Young, V., Steven, G.P. and Xie, Y.M., 2000, "Computational Efficiency and Validation of Bidirectional Evolutionary Structural Optimisation," *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 189, No. 2, pp. 559~573.
- (8) Steven, G.P., Li, Q., and Xie, Y.M., 2000, "Topology and Shape Structural Optimization that Minimizes Maximum Stress and Maximizes Stiffness," *Computational Mechanics for the Twenty-First Century*, Edited by Topping, B.H.V., Saxe-Coburg Publications, pp. 403~430.
- (9) Ryu, C.H., Lee, Y.S., Choi, M.H. and Kim, Y.W., 2000, "Optimized Reinforcement Shape Design Around a Cutout Subject to Various Load Condition," *Proc. of the Fifth International Conference on Computational Structures Technology(CST2000)*, *Computational Concrete Structures Technology*, pp. 153~159.
- (10) 류충현, 이영신, 2000, "진화적 구조 최적화 기법을 이용한 개구부의 형상 최적화에 대한 연구," *한국정밀공학회 2000년도 추계학술대회논문집*, pp. 369~372.
- (11) Han, S.Y., 2000, "An Improved Element Removal Method for Evolutionary Structural Optimization," *KSME International Journal*, Vol. 14, No. 9, pp. 913~919.