

# 뫼비우스 사상을 이용한 임의의 3차원 평면균열에서의 응력확대계수 계산

안 득 만\*

(2000년 10월 17일 접수, 2001년 2월 9일 심사완료)

## Calculation of Stress Intensity Factor in Arbitrarily Shaped Plane Crack by Mobius Transformation

Deuk Man An

**Key Words:** Boussinesq-Papkovich Potential(부시네스크 파코비치 포텐셜), Elliptic Crack(타원 균열), Mobius Transformation(뫼비우스 사상), Stress Intensity Factor(응력확대계수), Dyson's Formula(다이슨의 공식), Least Square Method(최소자승법)

### Abstract

In this paper the stress intensity factor under uniform pressure in the arbitrarily-shaped plane crack configuration transformed elliptic crack by Mobius mapping are determined. Using Dyson's formula Boussinesq-Papkovich potentials for mode I deformation are constructed. In the example the stress intensity factors are approximately calculated by least square method

### 1. 서론

3차원 균열 문제의 해석은 일반적으로 까다롭다. 3차원 균열 문제 중 해석적으로 가능한 해는 평면 균열 중 몇몇 특수한 형상에 국한되어 있다. 즉, 무한 물체에 존재하는 반 무한 균열과 원형 및 타원형의 평면 균열 등등이다. 본 논문에서는 타원형의 균열에 뫼비우스 사상을 적용하여 새로운 형상에 대한 응력 확대 계수(stress intensity factor)를 구하는 방법을 기술하고 예제를 통하여 이를 보여주하고자 한다. 이미 본저자<sup>(1)</sup>는 뫼비우스 사상을 이용하여 새로운 형상에 대한 응력 확대 계수를 구했다. 그러나, 본저자의 논문에서는 뫼비우스 사상에 의하여 균열 면에 작용

하는 면력이 일정한 압력에서 사상의 야코비안(Jacobian)에 따라 매우 급격하게 변화하여 실제 구조물에서 유용한 일정 면력에 대한 경우와 차이가 있었다. 본 논문에서는 Dyson<sup>(5)</sup>의 공식을 이용하여 사상된 3차원 균열에 작용하는 하중이 Mode I 인 균열의 양면에 일정한 크기의 압력인 경우의 응력확대 계수를 근사적으로 구하였다.

### 2. Boussinesq-Papkovich Potential

평면을 경계로 가지는 탄성 문제는 Lamé potential 및 Papkovitch-Neuber 벡터를 중첩하여 표현할 수 있다. 이에 관한 것은 참고문헌<sup>(2)</sup>에 잘 기술되어 있다. 또는 Trefftz<sup>(3)</sup>에 의하면 x-y 평면을 경계로 하는 문제는 다음과 같이 Laplace 편미분 방정식을 만족하는 4개의 조화 함수로 탄성 문제의 여러 가지 장량(field quantities)들을 나타낼 수 있다. 즉,

\* 회원, 부산대학교 공과대학 기계공학부

E-mail : dman@hyowon.cc.pusan.ac.kr

TEL : (051)510-2326 FAX : (051)514-7640

$$\begin{aligned} u &= \phi_1 + z \phi_x, \\ v &= \phi_2 + z \phi_y, \\ w &= \phi_3 + z \phi_z \end{aligned} \quad (1)$$

여기서  $\phi_1, \phi_2, \phi_3$  및  $\phi$ 는 3차원 Laplace 식을 만족하는 조화 함수이고 첨자  $x, y, z$ 는 각각 독립변수에 대한 미분을 나타낸다. 여기서 변위  $u, v, w$ 가 평형방정식을 만족하여야 하므로 체적력이 없다고 가정하면 다음과 같은 Navier Equation을 만족하여야 한다.

$$\begin{aligned} e_x + (1-2\nu) \nabla^2 u &= 0 \\ e_y + (1-2\nu) \nabla^2 v &= 0 \\ e_z + (1-2\nu) \nabla^2 w &= 0 \end{aligned} \quad (2)$$

여기서  $\nu$ 는 Poisson의 비 이고  $e$ 는 단위 체적당 체적의 변화량을 나타낸다. 즉,

$$e = u_x + v_y + w_z$$

이다.

그리고  $\nabla^2$ 은 다음과 같은 3차원에서의 Laplacian 연산자이다.

$$\nabla^2 = \partial_{xx} + \partial_{yy} + \partial_{zz}$$

따라서 식 (1)에서 정의된 potential  $\phi_1, \phi_2, \phi_3$  및  $\phi$ 는 식 (2)의 조건으로부터 다음과 같은 관계식을 얻을 수 있다.

$$\phi_{1x} + \phi_{2y} + \phi_{3z} + (3-4\nu) \phi_z = 0 \quad (3)$$

Mode I인 경우  $x$ - $y$ 평면 즉,  $z=0$ 에서  $\tau_{yz}=0, \tau_{zx}=0$ 이고  $u, v$ 가  $z$ 에 대하여 우함수이고  $w$ 가  $z$ 에 대하여 기함수 이어야 한다. 따라서 식 (3)을 만족하고 위와 같은 조건을 만족하는 장은 한 개의 조화함수  $G$ 로서 기술할 수 있다. 즉,

$$\begin{aligned} \phi_1 &= -(1-2\nu) G_x, \\ \phi_2 &= -(1-2\nu) G_y, \\ \phi_3 &= 2(1-\nu) G_z \\ \phi &= -G_z \end{aligned} \quad (4)$$

따라서 식 (1)에서 변위는

$$\begin{aligned} u &= -z G_{xz} - (1-2\nu) G_x, \\ v &= -z G_{yz} - (1-2\nu) G_y \end{aligned} \quad (5)$$

$w = -z G_{zz} + 2(1-\nu) G_z$ 와 같이 되고 응력은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} \sigma_x &= -2\mu\{ (z G_{xx})_z + 2\nu G_{yy} \}, \\ \sigma_y &= -2\mu\{ (z G_{yy})_z + 2\nu G_{xx} \}, \\ \sigma_z &= -2\mu(z G_{zzz} - G_{zz}), \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \tau_{xy} &= -2\mu\{ z G_{xyz} + (1-2\nu) G_{xy} \} \\ \tau_{yz} &= -2\mu z G_{yzz} \\ \tau_{xz} &= -2\mu z G_{zzz} \end{aligned}$$

여기서  $\mu$ 는 전단탄성계수(shear modulus)이다. 여기서 2 차원에서의 Laplacian을 다음과 같이 정의하자.

$$\Delta = \partial_{xx} + \partial_{yy}$$

식 (6)으로부터 균열 면에 작용하는 압력은

$$\begin{aligned} p(x, y) &= -\sigma_z \\ &= -2\mu G_{zz} \\ &= 2\mu \Delta G(x, y, \pm 0) \end{aligned} \quad (7)$$

on  $C^\pm$

와 같이 나타낼 수 있다. 조화함수  $G$ 가 변수  $z$ 에 대하여 우 함수이어야 하므로  $G$ 를 다음과 같은 한겹(single layer)으로 된 위치에너지로 표현하자.

$$G(x, y, z) = \alpha \int_C f(\xi, \eta) R^{-1} d\xi d\eta \quad (8)$$

여기서,

$$\alpha = -\frac{1}{4\pi(1-\nu)} ;$$

$$R^2 = (x-\xi)^2 + (y-\eta)^2 + z^2$$

이다.

식 (8)로부터

$$w = \pm f(x, y) \text{ on } C^\pm \quad (9)$$

가 된다. 다음과 같은 적분 연산자를 정의하면

$$Tf = \alpha \int_C f(\xi, \eta) [(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2]^{-1/2} d\xi d\eta \quad (10)$$

균열 면에서의 위치에너지

$$g(x, y) = G(x, y, \pm 0) \text{는}$$

$$Tf = g \quad (11)$$

와 같이 쓸 수 있고 식 (7)은 다음과 같은 적분 미분 방정식으로 된다.

$$p(x, y) = 2\mu\Delta Tf \quad (12)$$

where  $(x, y)$  on  $C$

윗 식은 균열 면에 작용하는 압력  $p(x, y)$ 가 주어져 있을 때 함수  $f(x, y)$  즉 균열 개구 변위  $w(x, y)$ 를 구하는 문제가 된다. 균열 윗면에서의 변위  $w$ 가 주어지면 균열 끝을 따라 변하는 응력 확대 계수는 평면 변형의 접근 식 (4)으로부터

$$w(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{\mu} (1-\nu) h^{1/2} k(s) \quad (13)$$

와 같이 된다. 여기서  $h$ 는 점  $(x, y)$ 에서 균열 끝  $s$ 까지의 거리를 나타낸다. 따라서 모든 문제는 식 (12)로 주어진 적분 미분 방정식의 해를 구하는 것으로 귀착된다. 타원 균열인 경우에는 무한 공간에서의 타원 디스크에 의한 위치에너지를 이용하여 식 (12)의 해를 구할 수 있다. 즉, 타원 디스크상의 표면 밀도를  $\sigma(x, y)$ 라 두면 위치에너지는

$$\phi(x, y, z) = \int_C \sigma(\xi, \eta) R^{-1} d\xi d\eta \quad (14)$$

와 같이 쓸 수 있다. 윗 식을 식 (8)과 비교하면

$$\sigma(x, y) = -\frac{w}{4\pi(1-\nu)} \quad (15)$$

Dyson<sup>(5)</sup>에 의하면 타원 디스크 상에서의 밀도 또는 균열 개구 변위가

$$w(x, y) = \left(1 - \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2}\right)^{1/2} \frac{1-\nu}{\mu E(k)} b p_0 f\left(\frac{x}{a}, \frac{y}{b}\right) \quad (16)$$

으로 주어질 때 균열 면에서 면적 적분으로 주어진 위치에너지 식 (14)를 다음과 같은 1차 적분으로 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} \phi(x, y, 0) &= -\frac{ab^2 p_0}{8\mu E(k)} \int_0^\infty \frac{ds}{q(s)} E \left(1 + \frac{sE}{2^2!} D + \frac{s^2 E^2 D^2}{2^2! 3 \cdot 2} \right. \\ &\quad + \frac{s^3 E^3 D^3}{2^6 3! 4 \cdot 3 \cdot 2} + \frac{s^4 E^4 D^4}{2^8 4! 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2} \\ &\quad \left. + \dots\right) f\left(-\frac{ax}{a^2+s}, \frac{by}{b^2+s}\right) \end{aligned} \quad (17)$$

여기서  $a, b$ 는 타원 균열의 장축과 단축을 뜻하고  $E(k)$ 는  $k$ 를 변수로 하는 제 2종 완전 타원적분이다. 즉,

$$E(k) = \int_0^{\pi/2} \sqrt{1 - k^2 \sin^2 \theta} d\theta, \quad (18)$$

$$k^2 = 1 - \frac{b^2}{a^2}$$

이고 식 (17)에서  $p_0$ 는 상수를 나타내고  $q(s), E$  및  $D$ 는 각각 다음으로 주어진다.

$$q(s) = \sqrt{(a^2+s)(b^2+s)s} \quad (19)$$

$$E = 1 - \frac{x^2}{a^2+s} - \frac{y^2}{b^2+s} \quad (20)$$

$$D = \frac{a^2+s}{a^2} \frac{d^2}{dx^2} + \frac{b^2+s}{b^2} \frac{d^2}{dy^2}$$

따라서 식 (12)에서 압력  $P(x, y)$ 가  $x$ 와  $y$ 에 대하여 다항식으로 주어져 있으면 Dyson의 공식으로부터 변위  $w$ 를 구할 수 있다. 식 (17)에서의 적분은 모두 다음과 같은 두 개의 타원 적분의 조합<sup>(6)</sup>으로 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} &\frac{2\sqrt{1-k^2}}{k^2} [F(k) - E(k)] \\ &\frac{2\sqrt{1-k^2}}{k^2} [E(k) - (1-k^2)F(k)] \end{aligned} \quad (21)$$

여기서  $F(k)$ 는 제 1종 완전 타원 적분이다.

### 3. 뫼비우스 사상

우리가 생각하는 균열 문제는 식 (8)의 위치에너지  $G(x, y, z)$ 로써 주어진다. 여기서 만약 해가 알려져 있는 3차원 평면균열 문제를 이용하여 새로운 균열에서의 문제를 해결할 수 있는 방법을 생각해 보자. 균열 면 즉,  $x$ - $y$ 평면을 등각 사상을 이용하여 새로운 균열의 형상을 도출하고 이 사상에 의한 면력을 구하여 보자. 이제부터는 균열 면에 수직인 좌표  $z$ 가 역할을 하지 않으므로  $z$ 를 복소함수  $z = x + iy$ 로 사용하기로 하자. 여기서 해가 알려져 있는 균열 면의 좌표를  $z' = x' + iy'$ 라 두자. 평면  $z$ 에서  $z'$ 로의 뫼비우스 사상은 다음과 같이 두자.

$$z' = F(z) = \frac{az + b}{cz + d} \quad (22)$$

여기서 a, b, c, 및 d는 복소 상수이다. 식 (22)로부터 사상된 두 점 사이의 거리는

$$|F(z) - F(\zeta)|^2 = \left| \frac{ad - bc}{(cz + d)(c\zeta + d)} \right|^2 \cdot |z - \zeta|^2 \quad (23)$$

와 같이 되고 뒷 식은 다음과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$|F(z) - F(\zeta)|^2 = |F'(z)| \cdot |F'(\zeta)| \cdot |z - \zeta|^2 \quad (24)$$

여기서  $F'(z)$ 는 z에 대한 미분을 나타낸다. 그리고 식을 간단히 하기 위하여

$$\begin{aligned} A^2(x, y) &= |F'(z)|, \\ A^2(\xi, \eta) &= |F'(\zeta)| \end{aligned} \quad (25)$$

라 두자.

z 평면에서의 위치에너지와 균열 변위와 관계는

$$g(x, y) = \alpha \int_C f(\xi, \eta) [(x' - \xi')^2 + (y' - \eta')^2]^{-1/2} d\xi' d\eta' \quad (26)$$

와 같이 되어 식 (24)로부터

$$\begin{aligned} f(x, y) &= A^3 \cdot f'(x', y') \\ g(x, y) &= A \cdot g'(x', y') \end{aligned} \quad (27)$$

으로 된다. 여기서 좌표변환에 따른 Jacobian은

$$\begin{aligned} d\xi' d\eta' &= J(\xi, \eta) d\xi d\eta, \\ J(\xi, \eta) &= |F'(\zeta)|^2 = A^4(\xi, \eta) \end{aligned} \quad (28)$$

으로 표현되는 것을 이용하였다. 그리고 2차원 Laplace 연산자의 변환은

$$\Delta L(x', y') = A^4 \Delta' L(x', y') \quad (29)$$

가 되어 균열 면에 작용하는 압력은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$p(x, y) = 2\mu A^4 \Delta' [A(x', y') g'(x', y')] \quad (30)$$

여기서  $\Delta'$ 는  $x', y'$ 에 대한 2차원 Laplacian 연산자이다. 그리고 응력확대계수는

$$k(s) = A^4 k'(s') \quad (31)$$

으로 된다.

#### 4. 사상에 의한 응력 확대계수 계산

우리가 해석하고자하는 균열에 일정한 압력  $p=2\mu$ 가 작용한다고 가정하자. 이 압력에 의한 평면 균열 끝을 따라 변하는 응력 확대계수를 근사적으로 구하여 보자. 응력 확대계수는 균열 개구 변위의 균열 끝에서의 점근 거동으로부터 구해지므로 균열 개구 변위를 구하면 된다. 따라서 일정 압력에 의한 위치에너지  $G(x, y, z)$ 를 구하면 된다. 여기서 우리는 위치에너지를 근사적으로 간단한 경우의 위치에너지  $G_n$ 의 선형 조합으로 구하자. 즉,

$$\begin{aligned} G(x, y, z) \\ \approx G^*(x, y, z) = \sum_{n=1}^N \lambda_n G_n(x, y, z) \end{aligned} \quad (32)$$

으로 가정하자. 식 (32)에서 위치에너지  $G^*$ 에 의한 균열 면에서의 압력은

$$2\mu \Delta G^*(x, y, 0) = 2\mu \Delta g^*(x, y) \quad (33)$$

와 같이 되므로 일정 압력과의 차이는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$2\mu \left[ -1 + \sum_{n=1}^N \lambda_n \Delta g_n \right] \quad (34)$$

여기서 계수  $\lambda_n$ 은 Galerkin<sup>(7)</sup>의 방법을 사용하여  $G_n$ 에 의한 변위  $w_n$ 에 대하여 식 (34)로 주어진 오차가 균열 면의 적분에 대하여 수직으로 된다는 조건으로 구한다. 즉,

$$\begin{aligned} \int \int_C \left[ -1 + \sum_{n=1}^N \lambda_n \Delta g_n \right] \cdot w_k dx dy = 0, \\ \text{for } k=1, 2, \dots, N \end{aligned} \quad (35)$$

에서 구한다. 식 (35)는 다음과 같은 선형 연립 방정식으로 쓸 수 있다.

$$\sum_{m=1}^N M_{km} \lambda_m = q_k; k=1, 2, \dots, N \quad (36)$$

여기서

$$M_{kn} = \iint_C w_k \cdot \Delta g_n dx dy \quad (37)$$

$$q_k = \iint_C w_k dx dy$$

이다. 식 (36)에서  $\lambda_n$ 이 구해지면 응력확대 계수는 식 (31)을 사용하여 구한다.

5. 예 제

뫼비우스 사상을 이용한 균열 해석으로  $z'$  평면에 존재하는 타원 균열과  $z$ 평면에 존재하는 균열이 다음과 같은 사상으로 변환되었다고 생각 하자.

$$z = \frac{c}{c-z'}$$

$$z = x + iy$$

$$z' = x' + iy'$$

여기서 상수  $c$ 는 크기는  $c$ 와 같고 차원은 길이의 제곱이다. 계수  $c$  및  $c'$ 가 위의 조건을 만족할 때 식 (38)은 단순 확대 및 축소를 제외한 모든 뫼비우스 사상을 표현할 수 있다. Fig. 1에 서와 같이  $z' = 0$  즉, 타원 균열이 존재하는 좌표의 원점은 타원 상에 있고  $x'$ 의 방향은 타원에 수직된 방향이다. 식 (38)에서

$$F(z) = c - \frac{c}{z} \quad (39)$$

가 되고 따라서

$$A^2 = \frac{|c|}{x'^2 + y'^2} \quad (40)$$

$$= \frac{(x' - c)^2 + y'^2}{|c|}$$

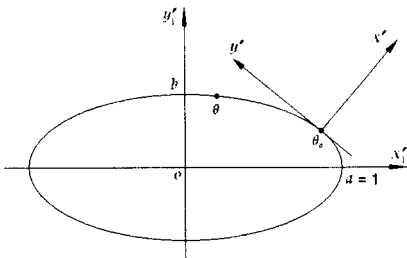


Fig. 1 Elliptic crack with coordinates (x', y')

가 된다. 여기서 타원의 곡선 좌표계  $\theta$ 를 사용하면 좌표계  $z'$ 의 원점은

$$x'_1 = a \cos \theta_0, \quad y'_1 = b \sin \theta_0 \quad (41)$$

가 되고 원점이 타원 중심인 좌표계  $z'_1 = x'_1 + iy'_1$ 와  $z'$ 와의 관계는 다음과 같다.

$$x'_1 = x' n_1 - y' n_2 + a \cos \theta_0 \quad (42)$$

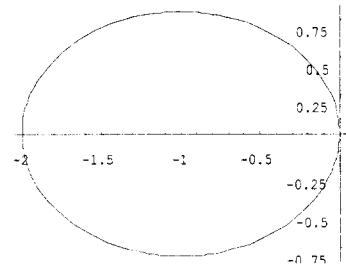
$$y'_1 = x' n_2 + y' n_1 + b \sin \theta_0$$

여기서

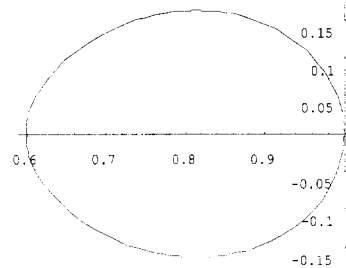
$$n_1 = \frac{b \cos \theta_0}{N}, \quad n_2 = \frac{a \sin \theta_0}{N} \quad (43)$$

$$N = \sqrt{a^2 \sin^2 \theta_0 + b^2 \cos^2 \theta_0}$$

이다. 사상의 Jacobian에 따라 식 (30)으로 주어지는 사상 균열에서의 압력이 매우 급격하게 변하므로<sup>(1)</sup> 여기서는 타원균열의 모양이 조금 변하는 경우에 대하여 예를 들어보자.  $z'$  평면에 존재하는 타원 균열의 형태를  $a=1, b=0.8$ 을 택하고 좌표의 원점은  $\theta_0=0$ 상에 두고  $c=3$ 으로 놓았다.



(a)



(b)

Fig. 2 (a) Elliptic crack (a=1, b=0.8); (b) Image by Mobius mapping

Fig. 2는 이들 변수에 의한 타원과 뫀뫀뫀뫀 사상에 의한 사상된 모양을 보여 주고 있다. 여기서 우리가 구하고자하는 것은 사상된 균열에 일정한 압력이 작용할 때 균열 끝을 따라서 응력확대 계수가 어떻게 변하는지를 구하고자 한다. 타원 균열에 일정한 압력  $p_0$ 가 작용할 때 Boussinesq-Papkovich Potential은 식 (16) 및 (17)에서 함수  $f(x,y)$ 를 상수(constant) 1로 두면 된다. 여기서  $f(x,y)=1$ 일 때 타원 균열 표면에서의 위치에너지를  $F_0$ 라 두면 사상된 균열 면에 작용하는 압력  $p$ 는 식 (30)과 (17)로부터 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\frac{p}{p_0} = \frac{b^2}{4\sqrt{\epsilon} E(k)} A^4 \Delta'(A F_0) \quad (44)$$

여기서

$$\epsilon = \frac{b}{a}$$

이다. 식 (44)에서와 같이 사상된 균열에서의 압력이 균열 면에서 일정하지 않으므로 알려진 해(solution)들을 중첩하여 근사적으로 균열 면에서의 압력을 일정하게 만들 수 있다.

즉, 식 (32)~(37)에서와 같이 Galerkin의 방법을 사용하여 선형 중첩에 사용되는 계수를 구하면 된다. 여기서는 식 (37)에서의 적분을 피하기 위하여 최소 자승법을 사용하기로 하자. 즉, 사상된 균열 표면에 일정한 점들을 택하고 이들 점에서의 압력이  $p_0$ 에 근사하도록 선형 중첩의 계수를 구한다.

Fig. 3은 최소 자승법 계산을 위하여 택한 193개의 점들을 보여 주고 있다. 식 (44)에서  $p$  즉, 사상 균열 면에서의 압력을  $p_0$ 라 두고 식 (17)에

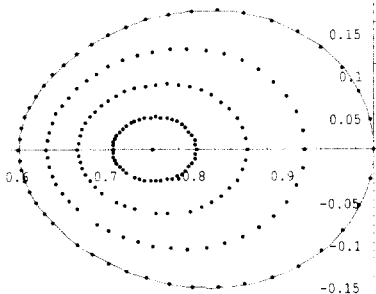


Fig. 3 Points on the crack face for the least square method

서  $f(x,y)$ 를  $n$ 차원 다항식으로 택하면 최소 자승법으로 구해야할 계수  $\lambda_n$ 은 다음 식으로 주어진다.

$$\Delta' A(x', y') = \sum_{i=0}^n (\lambda_i F_i) \quad (45)$$

$$= \frac{4\sqrt{\epsilon} E(k)}{b^2 A^4(x', y')}$$

여기서 다음과 같은 행렬을 정의하면

$$R = [r_{ij}], \quad d = [d_i] \quad (46)$$

$$r_{ij} = \Delta' A(x_j, y_j) F_j(x_j, y_j)$$

$$d_i = \frac{4\sqrt{\epsilon} E(k)}{b^2 A^4(x_i, y_i)}$$

계수  $\lambda_n$ 는

$$\lambda_n = (R^T R)^{-1} R^T d$$

으로 주어진다. 식 (46)에서 첨자  $i$ 는 1에서 193까지 변하고 첨자  $j$ 는 0에서  $n$ 까지 변한다. 본 예제에서는 5차 다항식까지를 사용하였다. 최소 자승법으로 계산된  $\lambda_n$ 의 값은 Table 1과 같다. 5차 다항식까지 사용하여 최소 자승법으로 사상된 균열 면에서의 압력을 계산한 결과 최대 오차는 균열 끝에서 발생했으며 일정 압력을 1로 했을 때 약 0.918이었다. 균열 면에서의 압력분포는 Fig. 4와 같다. 그리고 사상된 균열 끝을 따라 변하는 응력 확대계수는 Fig. 5와 같다.

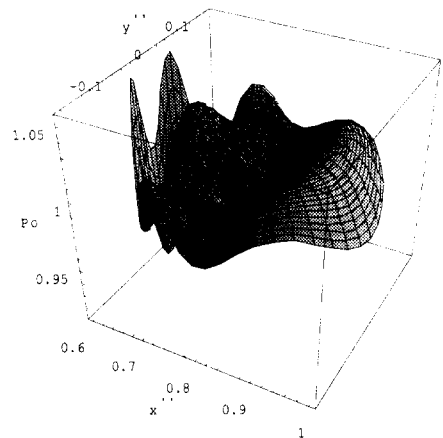


Fig. 4 Pressure distribution on the image crack face

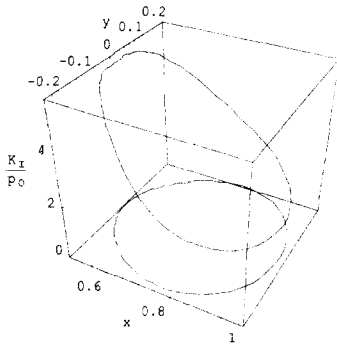


Fig. 5 Stress intensity factors along the crack tip in the image crack

Table 1 Coefficients  $\lambda_n$  in the expression Eq. (32)

$f(x, y)$	1	$x$	$y$	$x^2$
$\lambda_n$	0.0605598	0.0570443	0	0.0224545
$f(x, y)$	$y^2$	$x^3$	$x^2y$	$xy^2$
$\lambda_n$	0.00610807	-0.00186245	0	-0.00526567
$f(x, y)$	$y^3$	$x^4$	$x^3y$	$x^2y^2$
$\lambda_n$	0	0.00222309	0	0.0000588202
$f(x, y)$	$xy^3$	$y^4$	$x^5$	$x^4y$
$\lambda_n$	0	-0.0029561	-0.000995617	0
$f(x, y)$	$x^3y^2$	$x^2y^3$	$xy^4$	$y^5$
$\lambda_n$	-0.00348302	0	-0.00264044	0

### 6. 결 론

본 논문에서는 뫼비우스 사상을 이용하여 타원 균열로부터 사상된 균열에 일정한 압력이 작용하는 경우에 대한 응력 확대계수를 구하는 방법을

제시하였다. 예제를 통하여 Dyson의 공식과 최소자승법을 사용하여 사상된 균열에 대한 응력 확대계수를 구하였다.

### 후 기

이 논문은 1998년도 부산대학교 학술연구조성비를 지원 받아 수행된 연구임.

### 참고문헌

- (1) 안득만, 1995년, "선형분수사상을 이용한 3차원 균열해석," 대한기계학회논문집 제19권 제1호, pp. 61~78.
- (2) Green, A. E. and Zerna, W. A., 1968, *Theoretical Elasticity*, Oxford University Press.
- (3) Sih, G.C. and Liebowitz, H., 1968, "Fracture : an Advanced Treatise," Edited by Liebowitz, H., Academic Press, Vol. II, pp. 67~190.
- (4) Bueckner, H. F., 1973, "Field Singularities and Related Integral Representations, *Mechanics of Fracture I : Methods of Analysis and Solution of Crack Problems*," Edited by Sih, G.C., Noordhoff, Leyden, pp. 239~314.
- (5) Dyson, F.W., 1891, "The Potentials of Ellipsoids of Variable Densities," *Quart. J. Math. Oxford Ser.*, Vol. 25, pp. 259~288.
- (6) 안득만, 1994, "타원 균열에 대한 Mode I 무계함수 계산," 부산대학교 생산기술연구소 논문집 제47집, pp. 129~141.