

# Feasible Direction Method를 사용한 열·탄성·크리프 및 진동수에 대한 최적화

조희근\* · 박영원\* · 강연식\*\* · 이경돈\*\*  
(2000년 10월 18일 접수, 2001년 3월 6일 심사완료)

## Thermo-Elastic Creep and Frequency Optimization by Using Feasible Direction Method

Hee Keun Cho, Young Won Park, Yeun Sik Kang and Kyeong Don Lee

**Key Words:** Thermo-Elastic(열탄성), Eigenvalue(고유치), Feasible Direction Method(유용방향법)

### Abstract

In finite element analysis, engineering optimizations are divided two major parts that are topology and structural optimization. Until these days most structural optimizations usually concentrate on single disciplinary optimization. Therefore numerical analysis and methodology which can optimize thermo-elastic creep and frequency phenomena are not suggested. In this paper finite element analysis methodology and algorithm of thermo-elastic creep and frequency optimizations are suggested and corroborate the efficiency of suggested new numerical methodology and algorithm by solving example problem.

### 기호설명

- [K] : 강성 행렬
- {U} : 변위 벡터
- e : 변형률
- σ : 응력
- $\bar{\sigma}$  : 평균유효 응력
- $\bar{e}$  : 평균유효 변형률
- [B] : 변형률-변위 변환 행렬
- [C] : 열용량 행렬
- [E] : 응력-변형률 변환 물성치 행렬
- [M] : 질량 행렬
  
- ω : 고유진동수

- [K<sup>t</sup>] : 열전도 강성행렬
- [K<sup>c</sup>] : 열대류 강성행렬
- [K<sup>v</sup>] : 열복사 강성행렬

### 1. 서론

엔지니어링 설계에서 MDO<sup>(7,12)</sup>(Multi-disciplinary Design Optimization)는 크게 세 부분으로 나누어지며 그것은 최적화 알고리즘에 의한 최적화, 유한요소해석(FEA), 경계요소해석(BEA), 전산유체해석(CFD)을 통한 설계해석 및 평가, 그리고 CAD/CAM 등에 의한 설계데이터의 표현이다.

이러한 MDO의 이론을 복합하중이 작용하는 구조해석에 적용하여 유한요소해석 수식화 및 알고리즘을 개발한다. 지금까지의 구조 최적화는 주로 탄성 구조물, 진동 및 좌굴 등의 단일 분야의 독립적 해석부분에 대해서 주로 연구되어져 왔으며 많은 문제들이 응력, 변위 혹은 고유치 구속조건 하에서 체적, 무게 등을 최적화 하였다. 따라서 본 논문에서는 지금까지 제시되지 않았던 구조물의 열·탄성·크리프 및 고유치에 대한 다

---

\* 책임저자, 회원, 아주대학교 시스템 공학부  
E-mail : markcho@iae.re.kr  
TEL : (031)330-7322 FAX : (031)330-7113  
\* 아주대학교 시스템공학부 교수  
\*\* 고등기술연구원

분야 최적화 유한요소해석 수식화를 정립하고, 유용방향법 최적화 알고리즘에 의하여 최적화를 하였다.

## 2. 유한요소해석 정식화

### 2.1 열응력<sup>(4)</sup>

열응력을 받지 않는 초기 기준온도를  $\theta_0$  라고 하면 기계적 변형률과 열변형률에 의한 전체응력은 식 (1)과 같다.

$$\sigma = [E](\epsilon - \epsilon^{th}) \quad (1)$$

여기서  $\epsilon$  은 공칭 변형률 이며  $\epsilon^{th}$  는 열 변형률이다.  $\epsilon_{xx}^{th} = \alpha(\theta - \theta_0)$ ,  $\epsilon_{yy}^{th} = \alpha(\theta - \theta_0)$ ,  $\gamma_{xy}^{th} = 0$  이 된다. 만약 절점에서의 변형률을  $\epsilon = 0$  라고 하면 열 변형률에 의한 응력은 초기 응력(initial stress)으로 생각될 수 있다. 여기서  $S^I$  는 초기응력 벡터이며 다음과 같이 나타난다. 식 (2)의  $R_I$  는 열응력에 의해서 발생하는 열응력 상당외력벡터가 된다.

$$R_I = - \int_v [B]^T S^I dV \quad (2)$$

$$S^I = \frac{E\gamma}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \cdot \left\{ \left( \sum_{i=1}^8 h_i \theta_i \right) - \theta_0 \right\} \quad (3)$$

$\gamma$  : Thermal expansion rate

$S^I$  : Initial stress vector

따라서 비선형 열탄성 유한요소해석 정식화<sup>(4,9)</sup> 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\left( {}^t_0K_L + {}^t_0K_{NL} \right) \Delta U^{(i)} = \left( {}^{t+\Delta t}R + R_I \right) - {}^{t+\Delta t}F \quad (4)$$

2.2 열·탄성·크리프 해석 유한요소 평형방정식  
일반적 비정상상태의 열전달 해석은 검사체적(control volume)의 평형관계식으로부터 유도 할 수 있다. 전도, 대류, 복사를 포함하는 일반적인 2차원 평면의 비선형 열전달 유한요소 평형방정식은 식 (5)의 열전달 미분 방정식으로부터 식 (6)과 같은 유한요소해석 계산식으로 유도된다.

$$\rho c \frac{\partial \theta}{\partial t} - \left[ \frac{\partial}{\partial x} \left( k \frac{\partial \theta}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( k \frac{\partial \theta}{\partial y} \right) \right] - \dot{q} = 0 \quad (5)$$

식 (6)은 시간 의존적 비선형 열전달 유한요소 평형방정식<sup>(9)</sup>이다.

$$\begin{aligned} & {}^{t+\Delta t}C^{(i)} {}^{t+\Delta t}\theta \left( {}^tK^k + {}^tK^c + {}^tK^r \right) \Delta \theta^{(i)} \\ & = {}^{t+\Delta t}Q^+ {}^{t+\Delta t}Q^c (i-1) \\ & + {}^{t+\Delta t}Q^r (i-1) - {}^{t+\Delta t}Q^k (i-1) \end{aligned} \quad (6)$$

$Q^k$  : 전도 외력 벡터  $Q^c$  : 대류 외력 벡터  
 $Q^r$  : 복사 외력 벡터

여기서  $i$  번째 반복중분의 끝에서의 절점의 온도는 식 (7)과 같이 된다.

$${}^{t+\Delta t}\theta^{(i)} = {}^{t+\Delta t}\theta^{(i-1)} + \Delta \theta^{(i)} \quad (7)$$

${}^{t+\Delta t}Q$  는 외부 열류에 의해 시스템으로 유입된 열량이다. 일반적인 크리프 변형률 증분은 식 (8)과 같다.

$$\Delta e^c = \Delta t {}^t\gamma {}^tS \quad (8)$$

위의 식에서,  ${}^tS = (1-a) {}^tS + a {}^{t+\Delta t}S$  이고  $a$  는 적분매개변수로서 ( $0 \leq a \leq 1$ )의 값을 가진다. 식 (8)에서의 함수  ${}^t\gamma$  는 식 (9)를 사용하여 구할 수 있다.

$$\tau\gamma = \frac{3}{2} \frac{\Delta \bar{e}^C}{\tau\sigma} \quad (9)$$

여기서,

$$\begin{aligned} \Delta \bar{e}^C &= \left( \frac{2}{3} \Delta e^C \cdot \Delta e^C \right)^{1/2} \\ \tau\bar{\sigma} &= (1-\alpha) \tau\bar{\sigma} + \alpha \tau^{t+\Delta t} \bar{\sigma} \\ \tau^{t+\Delta t} \bar{\sigma} &= \left( \frac{3}{2} \tau^{t+\Delta t} S \cdot \tau^{t+\Delta t} S \right)^{1/2} \end{aligned}$$

일반적으로 크리프는 유효응력, 시간, 온도의 함수<sup>(9)</sup>로 식 (10)과 같이 표현될 수 있으며, 실험적인 방법으로 그 함수를 구한다.

$$\bar{e}^C = f_1(\bar{\sigma}) f_2(t) f_3(T) \quad (10)$$

식 (10)에서 크리프 변형률을 구하기 위해서는 변형률 증분으로 나타내어야 한다.

$$\begin{aligned} \Delta \bar{e}^C &= \Delta t f_1(\tau\bar{\sigma}) \dot{f}_2(\tau) f_3(\tau T) \\ \tau T &= (1-\alpha) \tau T + \alpha \tau^{t+\Delta t} T \quad (11) \\ \tau &= t + \alpha \Delta t \end{aligned}$$

위의 식들에  $\alpha=1$ 을 대입하는 Euler backward method를 적용하여  $\tau\gamma$  를 구한다.

위에서 정식화한 열전달, 크리프 해석의 식들을 가지고 열·탄성·크리프 해석의 유한요소 평형방정식을 유도하면 다음과 같다. 여기서 변형률 텐서는 탄성, 크리프와 열에 의한 변형률의 합으로 가정한다.

$$\tau e_{ij} = \tau e_{ij}^E + \tau e_{ij}^C + \tau e_{ij}^{TH} \quad (12)$$

$\tau e_{ij}$  = component of total strain tensor,

$\tau e_{ij}^E$  = component of elastic strain tensor,

$\tau e_{ij}^C$  = component of creep strain tensor,

$\tau e_{ij}^{TH}$  = component of thermal strain tensor,

등방성 재료의 온도 의존적인 거동을 나타내는 연속체의 응력은 식 (13)과 같다.

$$\tau\sigma_{ij} = \tau E_{ijrs}^E (\tau e_{rs} - \tau e_{rs}^C - \tau e_{rs}^{TH}) \quad (13)$$

열·탄성 및 크리프 해석의 특별한 경우로써 일정한 시간 증분  $\Delta t$  가 모든 계산 절차에서 공통으로 적용된다고 하면 식은 다음과 같다.

$$\sum_{m=1}^N \int_{v^{(m)}} B_L^T \tau^{t+\Delta t} \sigma dv = \tau^{t+\Delta t} R \quad (14)$$

$B_L$  : total strain-stress transformation matrix

$\tau^{t+\Delta t} R$  : nodal point external vector

$$\tau^{t+\Delta t} e^{C(i+1)} = \tau e^C + \Delta t \tau^{t+\Delta t} \gamma^{(i)} D \tau^{t+\Delta t} \sigma^{(i)} \quad (15)$$

$D$  : deviatoric stress operator matrix

전체적인 평형방정식은 식 (16)과 같이 나타난다. 하지만 여기서 열전달 부분을 계산함에 있어서 강성행렬(stiffness matrix), 외력벡터(external force vector)등은 계산과정에서 내부적으로 계산되어 그 결과 값이 전체 평형방정식에 적용된다. 즉 각각의 계산단계 마다 열전달을 먼저 계산한 다음 그 결과를 가지고 탄성, 크리프를 계산하는 반복적인 계산 형태이다. 이를 증분형의 평형식으로 나타내면 식 (16)과 같다.

$$\begin{aligned} \tau^{t+\Delta t} K^E \Delta U^{(i+1)} &= \tau^{t+\Delta t} R + \int_v B_L^T \tau^{t+\Delta t} C^E \\ &(\tau^{t+\Delta t} e^{(i)} - \tau^{t+\Delta t} e^{C(i+1)} - \tau^{t+\Delta t} e^{TH}) dv \quad (16) \end{aligned}$$

### 2.3 Rayleigh-Ritz 고유치 해석

고유치를 구하는 해법은 여러 가지가 있다. 여기서는 subspace iteration 방법으로 고유치를 구한다. 동적 평형방정식에서 감쇄가 없고( $[C]=0$ ), 외력이 작용하지 않는 경우( $\{R(t)\}=0$ )의 자유진동은 평형방정식은 식 (17)과 같다.

$$[M] \{ \ddot{U} \} = [K] \{ U \} = 0 \quad (17)$$

이 식의 일반해를  $\{\ddot{u}\} = \{\phi\}e^{i\omega t}$  라고 하면, 일반적인 고유치 계산 형태의 식 (18)로 된다.

$$(-\omega^2 [M] + [K])\{u\} = 0 \quad (18)$$

여기서  $\omega^2 = \lambda$  로 두면  $\lambda$  에 대한  $n$  차 다항식의 고유치 평형식<sup>(9)</sup>으로 나타난다.

$$([K] - \lambda [M])\{\phi_i\} = 0 \quad (19)$$

구조물의 거동에 대해 일반적으로 저차 진동모드 몇 개의 기여만이 크고 고차 진동모드의 기여는 상대적으로 무시될 수 있을 정도로 작으므로 이러한 특성을 활용하여 구조물을 해석하는 것이 효율적이다. 이러한 목적으로 주요한 몇 개의 저차모드만을 구하여 전체 구조의 거동을 근사적으로 구할 수 있는 방법이 subspace iteration 방법이며 고유벡터의 근사치  $\{X_i\}$ 를 Ritz 시험벡터  $\bar{X}$ 의 선형조합으로 나타내면 고유치 해석 평형 방정식은 식 (20)과 같다.

$$\begin{aligned} & [ \bar{K} ] - \lambda [ \bar{M} ] \\ & = \{ [ \bar{X} ]^T \{ [ K ] - \lambda [ M ] \} [ \bar{X} ] \} \\ & = | \bar{X}^T || \bar{X} | [ K ] - \lambda [ M ] = 0 \end{aligned} \quad (20)$$

### 3. 유용방향법 최적화 알고리즘

화학공정설계, 항공동력학최적화, 비선형 제어 시스템 설계, 기계부품 및 구조물 설계 등 많은 부분에서 최적화가 공학적으로 응용되고 있다. 일반적인 의미로 공학적 최적화는 비선형 제약조건이 주어진 문제를 해결한다. 미지의 설계변수  $x_i, i=1, N$  제약 함수 벡터  $X$ 로 구성되며 다음과 같이 구성된다.

Minimize :  $F(X)$

Subject to :

$$\begin{aligned} g_j(X) &\leq 0 & j &= 1, M \\ h_k(X) &= 0 & k &= 1, L \\ X_i^L &\leq X_i \leq X_i^U & i &= 1, N \end{aligned}$$

주어진 유용영역 내에서 최소의 값을 찾기 위해서는 먼저 목적함수의 경사도를 계산해야 한다. 목적함수의 경사도는 식 (21)과 같다. 식 (21)은 서로 독립적인 설계 변수들에 대한 목적함수의 편미분 벡터를 나타낸다. 이러한 목적함수의 경사도를 따라서 최소점으로 이동하는 방향을 결정하게 된다. 여기서  $S$ 를 탐색방향 벡터라고 하면  $S = -\nabla F(X)$ 가 된다.

$$\nabla F(X) = \begin{pmatrix} \frac{F(X + \delta X_1) - F(X)}{\delta X_1} \\ \frac{F(X + \delta X_2) - F(X)}{\delta X_2} \\ \cdot \cdot \cdot \\ \cdot \cdot \cdot \\ \frac{F(X + \delta X_N) - F(X)}{\delta X_N} \end{pmatrix} \quad (21)$$

처음의 반복계산에서는  $S^1$ 의 방향으로 이동하고 다음반복계산에서는 새로운  $S^2$ 를 찾게된다. 이동한 점의 위치는 식 (22)와 같이 표현된다.

$$X^1 = X^0 + \alpha * S^1 \quad (22)$$

여기서  $\alpha$ 는 최적의 이동 파라미터가 된다. 목적함수의 최소값을 찾기 위해서는 유효영역과 유용영역을 찾아야 한다. 유효영역이라는 것은 목적함수가 감소하는 방향을 가지는 영역이며 유용영역은 제약 조건에 의해서 주어진 경계(boundary)내에 있는 영역을 말한다.

유용방향법<sup>(7,12)</sup>은 제약 최적화 문제를 푸는 가장 먼저 개발된 기본법의 한가지이다. 이방법의 기본원리는 한 유용설계에서 보다 개선된 유용설계로 이동시키는 것이다. 따라서 유용설계  $X^{(k)}$ 가 주어지면 개선하는 유용방향  $S^{(k)}$ 를 결정하여 충분히 작은 이동거리  $\alpha > 0$ 에 관하여 다음의 두 성질을 만족하도록 한다

- i) 새로운  $X^{(k+1)} = X^{(k)} + \alpha * S^{(k)}$ 는 유용이고,
- ii) 새로운 목적함수는 지난번 것보다 작다, 즉  $f(X^{(k+1)}) < f(X^{(k)})$ .

일단  $S^{(k)}$ 가 결정되면  $S^{(k)}$ 방향으로 얼마나 진행하여야 하는지를 정하는 선탐색을 수행한다. 이렇게 하여 새로운 유용설계  $X^{(k+1)}$ 을 얻게되고 그곳에서 이 과정을 반복한다. 이 방법에서 설계변화 결정은 탐색방향과 이동거리 결정의 부문제로 나누어진다. 개선되는 유용방향은 작은 이동거리에서 엄격히 유용내에 남으면서 목적함수를 줄이게 정의한다. 따라서 유용영역내부에 존재하면서 목적함수(object function)의 강하방향이 된다. 개선되는 유용방향  $S$ 는 조건  $\nabla F^T S < 0$ 와  $g^{(j)T} S < 0$ 을 만족한다. 이것은  $\nabla F^T S < 0$ 와  $g^{(j)T} S < 0$ 을 최대화시키는 최소화를 통하여 구한다. 이것을  $\beta$ 로 최대화를 나타내면 다음과 같이 방향 탐색 부문제가 정의된다.

Minimize  $\beta$   
 Subject to :

$$\begin{aligned} \nabla F(X)^T S &\leq \beta \\ \nabla g_j(X)^T S &\leq \beta \\ -1 \leq S_j \leq 1 \quad j=1, n \end{aligned} \quad (23)$$

식 (23)의 마지막 부등식의 정규화제약은 유용영역의 해를 얻기 위하여 도입하였다. 유용방향법 알고리즘은 다음과 같다. 제약조건이 있는 최적화 문제를 풀려고 하면 먼저 목적함수  $F(X)$ , 제약조건  $g_j(X) \leq 0, j=1, M$  그리고 설계변수의 상한과 하한을 정의한다. 초기의  $X^0$  벡터가 주어지면 식 (24)에 따라서 설계를 계속 변경해 나간다. 이와 같은 방법이 반복적으로 이루어진다.

$$X^q = X^{q-1} + \alpha * S^q \quad (24)$$

전반적인 최적화 프로세스는 다음과 같다.

1. Start  $q = 0, X = X^0$
2.  $q = q+1$
3.  $F(X^{q-1}), g_j(X^{q-1})$ 을 계산
4. 결정적인 제약벡터를 확인
5.  $\beta$ 을 계산
6. 탐색 방향  $S^q$ 를 결정
7.  $\alpha$ 를 결정하기 위한 1차원 탐색

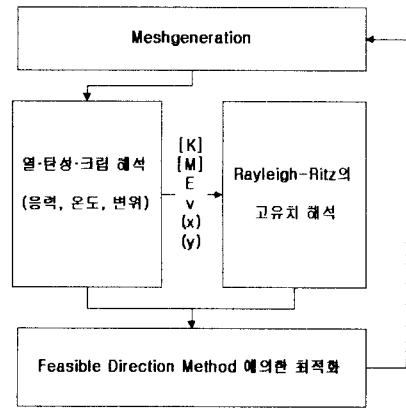


Fig. 1 Thermo-elastic creep and frequency optimization data flow sequence

8.  $X^q = X^{q-1} + \alpha * S^q$  계산
  9. 수렴성 확인
- 9번 단계에서 수렴하면 알고리즘을 빠져 나오고 수렴하지 못했으면 다시 2번 단계로 간다.

#### 4. 열·탄성·크리프 및 고유치 최적화에 대한 MDO 알고리즘

최적화 수행 중 수치해석 순서 및 데이터의 흐름<sup>(2,3,5,6)</sup>은 위의 Fig. 1과 같다. 열·탄성 및 크리프 해석 계산 과정 중 계산된 강성행렬([K]), 질량 행렬([M]), 각 절점의 좌표값 및 온도에 의존적인 재료의 물성치 등은 고유치 해석 알고리즘으로 보내져서 구조물의 고유치를 계산한다. Fig. 2는 열·탄성·크리프 및 고유치 해석 최적화 알고리즘이다. 최적화 알고리즘은 먼저 경사도 벡터를 계산한 다음 이러한 경사도에 따라서 목적함수 값을 감소시키는 값을 계속 찾는다.

열탄성 및 크리프해석과 고유치 해석알고리즘이 서로 평행하게<sup>(1,2)</sup> 동시에 계산되면서 최적화를 수행하는데 여기서 계산한 결과들은 최종적으로 제약함수에 의하여 그 유용성이 결정되며 경사도 계산에 의한 반복계산을 통하여 최종적인 최소점에 도달하게 된다.

Fig. 1과 Fig. 2는 열·탄성·크리프 및 고유치에 대한 최적화 즉 MDO에 대한 방법론 및 알고리즘이다. MDO는 다학제간 설계 최적화를 의미

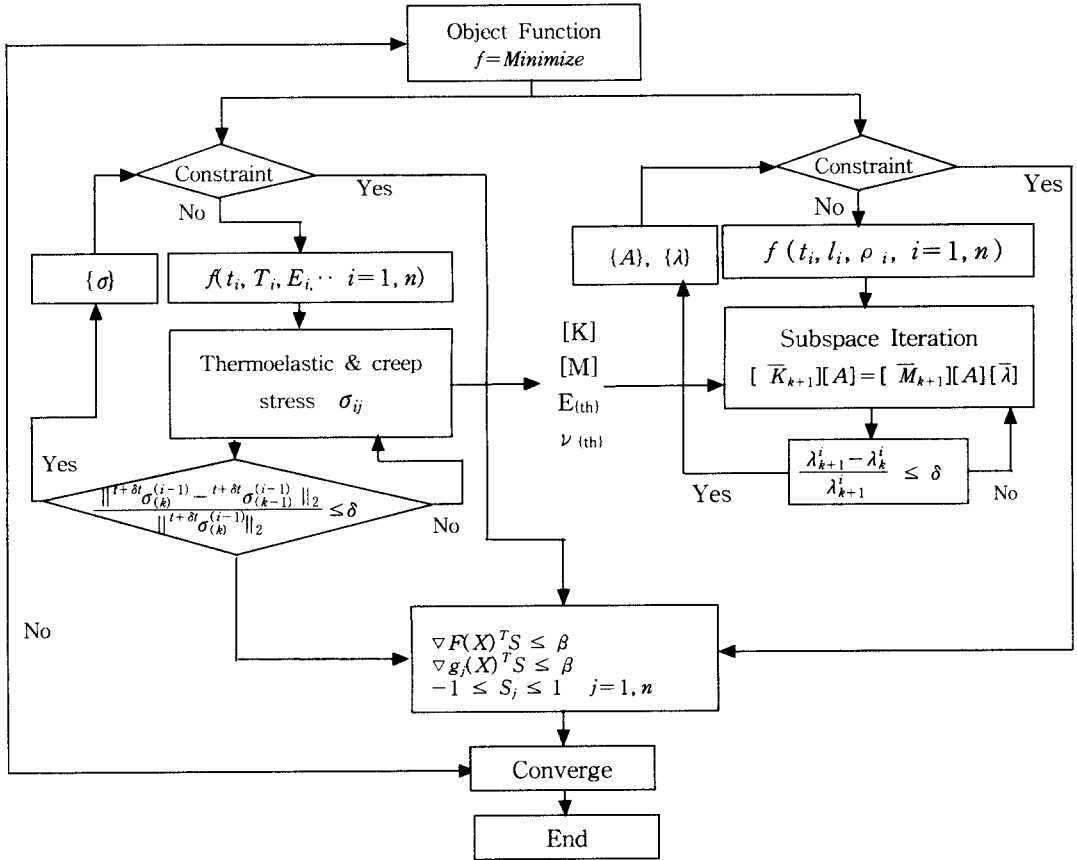


Fig. 2 Thermo-elastic creep and frequency optimization algorithm

하는데 하나의 구조물에서 열전달, 탄성거동, 크리프변형, 고유치, 열응력 등이 동시에 일어날 때 이러한 모든 해석을 복합적으로 수행하여 열전달, 탄성, 크리프, 고유치 등의 측면에서 모든 구속조건을 만족하면서 최적 설계를 하는 방법론을 말한다. Fig. 2는 열전달, 탄성, 크리프, 고유치 해석의 측면에서 MDO 방법론의 해석 알고리즘이다. 이 다분야 복합 해석은 각각의 해석이 서로 독립된 것이 아니라 서로 커플링 되어있기 때문에 해석하는데 많은 어려움이 따른다.

### 5. 돔(Dome) 구조물 최적화

위에서 유도한 열·탄성 크리프 및 고유치 통합 최적화 해석 알고리즘 및 정식화를 검증하기 위하여 돔(dome) 구조물을 해석한다. 돔은 경기

장, 축구장 및 대형건축물에 많이 적용되는 형태의 구조물이다.

Fig. 3의 돔 구조물의 열·탄성·크리프 및 고유치 해석을 통하여 돔의 체적을 최소화하는 최적의 사이각(θ)과 두께(t)를 찾는다.

Table 1은 재료의 물성치 및 경계조건 값이다. 문제에서 구속조건은 각 요소의 적분점에서의 Von-Mises 응력 값, 하중점에서의 수직방향 변위 그리고 고유치의 세 가지이다. 최적화를 위해 문제를 다음과 같이 정식화하였다.

Mimimize : Volume(Optimize : Thickness, Angle)

Constraint :

$$60 \leq \theta \leq 90 \quad (\theta : \text{angle})$$

$$3 \leq t \leq 25. \quad (t : \text{thickness})$$

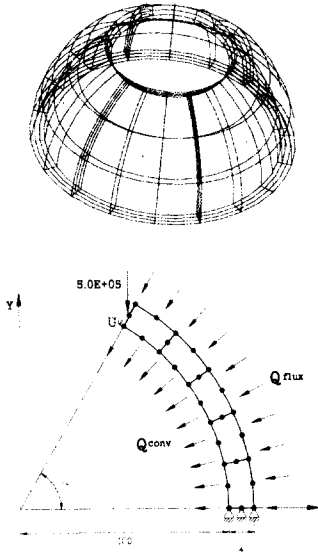


Fig. 3 Thermo-elastic creep and frequency optimization analysis model

$$f_1 \leq 7500 \text{ Hz } ( f_1 : \text{first eigen value} )$$

$$\sigma_1 \sim \sigma_5 \leq 250 \text{ ( } \sigma_1 \sim \sigma_5 : \text{element von-mises stress(center) )}$$

$$U_v \leq 1.3E-1 \text{ ( } U_v : \text{vertical displacement at load applied node )}$$

Table 2는 계산된 결과이다. 시간에 따라서 최적화 된 사이각과 두께를 나타낸다. 시간이 지남에 따라서 최적의 각도와 두께가 변함을 알 수 있다. 이와 같이 시간에 따라서 최적의 설계변수의 값이 변하는 것은 시간에 따라 크리프 현상에 의하여 변위가 변하기 때문이다.

돔 구조물의 열·탄성·크리프 및 고유치에 대한 최적화는 재료의 물성치 등이 온도에 의존적

이기 때문에 응력, 변위, 고유치 등이 복합적으로 연관되어있으므로 어느 한 요인에 의하여 목적함수의 설계변수가 결정되는 것은 아니며, 최적화의 결과도 이러한 모든 물성치 및 경계조건을 복합적으로 계산하여 나타낸다.

Fig. 4는 10초 후의 돔의 체적 최적화 계산에서 반복계산 횟수에 대한 최적화의 과정을 나타낸다. 8번 반복계산을 통하여 수렴하였다. Table 2에서 계산된 결과가 시간이 지남에 따라 아주 근

Table 1 Material Property

Properties	Given values
$K_{xx}, K_{yy} \text{ (W/mm}^\circ\text{C)}$	$3.12e-1 + 0.0002 * \theta$
$h \text{ (W/mm}^2 \text{ }^\circ\text{C)}$	$1.40e-2 + 8.75e-8 * \theta$
$C \text{ (J/mm}^2 \text{ }^\circ\text{C)}$	$5.5e-6$
$Q_{flux} \text{ (W/mm}^2\text{)}$	$1.2 - 2.5e-4 * \theta$
$\alpha_{xx}, \alpha_{yy} \text{ (1/}^\circ\text{C)}$	$1.0e-5$
$E \text{ (MPa)}$	$210000.$
$\nu$	$0.3$
$\theta_{ext} \text{ (}^\circ\text{C)}$	$25.$
$\theta_0 \text{ (}^\circ\text{C)}$	$25.$
$\epsilon^C$	$(1.0e-7 * \sigma) * t$
$\rho \text{ (Kg/mm}^3\text{)}$	$7.85e-9$

Table 2 Results of Optimization

Time (sec)	Angle (Degree)	Thickness (mm)	Total Volume (mm <sup>3</sup> )
1	6.67578e+01	1.33433e+01	8.77706e+05
5	6.67065e+01	1.32918e+01	8.73550e+05
10	6.67031e+01	1.32884e+01	8.73275e+05

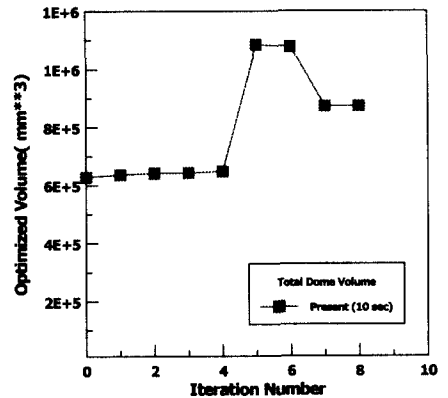


Fig. 4 Optimized total dome volume vs iteration (10 sec)

Table 3 Compare with commercial package

Optimization Module	N	E	A	P
Elastic	●	●	●	●
Heat Transfer & Thermal Stress				●
Dynamic(Frequency)	●	●	●	●
Buckling	●	●		
Acoustic	●			
Dynamic(Amplitude)	●	●		●
Creep				●
Elastic & Frequency	●	●		●
Thermo-elastic				●
Thermo-elastic & Creep				●
Heat Transfer & Creep				●
Thermo-elastic Creep & Frequency				●

N : MSC NASTRAN

E : EMRC NISA

A : OPTISTRUCT (Altair)

P : PRESENT

소한 차이로 감소하였다. 이것은 크리프 변형이 최적설계에 영향을 미친다는 증거이며 이것을 무시하고는 최적설계가 될 수 없음을 의미한다.

이와 같이 열하중과 기계적하중이 동시에 작용하여 크리프가 발생하는 돔 구조물을 고유치 구조조건에 의하여 최적화가 가능하다. 엔지니어링 설계 부분에 있어서 기존의 최적화 해석 가능한 분야에 대한 이해를 바탕으로 더욱더 복잡하고 어려운 문제에 대해서도 접근이 가능하였다. 본 연구에서 개발한 열·탄성·크리프 해석 정식화 및 진동 해석의 최적화 알고리즘을 이용하여 다양한 조건하에서 최적화가 가능하며 이를 뒷받침하기 위하여 상용화된 최적화 모듈과 비교하여 그 해석가능 영역을 비교 검토하였다.

Table 3은 각 최적화 모듈의 해석가능 영역을 나타낸다. Table 3에서 알 수 있는 바와 같이 본 연구에서는 열전달 및 열응력, 열탄성, 크리프와 진동의 복합적인 문제에 대하여 최적화를 가능하게 하였다. 이러한 최적화 모듈은 원자로, 발전소, 핵연료봉, 고온 고압 탱크, 정유공장 플랜트 설계 등의 분야에 효과적으로 사용되어 진다.

## 6. 결론

엔지니어링분야의 설계에 적용된 MDO는 많은 문제들을 최적화 하였다. 근래까지 MDO 영역의 엔지니어링 구조해석 최적화는 열탄성 구조물의 열적거동 및 크리프 현상 등에 대해서 많은 연구가 이루어지지 않았으며 이러한 거동을 하는 구조물을 설계함에 있어서 많은 어려움이 있었다.

본 연구에서는 열·탄성·크리프 및 고유치에 대한 다분야 설계 최적화(MDO)의 목적을 달성하기 위하여 먼저 열·탄성·크리프 해석을 위한 유한요소 평형 방정식을 유도하였고 이 해석 모듈에 유용방법 최적화 알고리즘을 적용하여 열·탄성·크리프 및 고유치에 대한 최적화를 수행하여 복합 구조해석 부분의 MDO 수식 및 알고리즘을 개발하였다. 개발된 모듈은 다른 상용화된 최적화 모듈과 엔지니어링 설계 최적화 영역에 대한 비교를 통하여 그 유효성이 입증되었으며 새로운 분야에 대한 최적화가 가능하였다.

기존의 최적화에 있어서 어려움이 있었던 열전달, 열응력, 크리프 및 진동 등이 복합적으로 작용하는 구조물에 대해서 최적화를 가능하게 함으로써 기존의 최적화에서 다루지 않았던 부분에 대하여 최적설계가 가능하였다.

## 참고문헌

- (1) El-Sayed M. E. M., Hsiung C.-K., 1988, "Optimum Structural Design with Parallel Finite Element Analysis," *Computer and Structure*, Vol. 40, No. 6, pp. 1469~1474.
- (2) Moses F., 1964, "Optimum Structural Design Using Linear Programming," *ASCE Journal of the Structural Division*, Vol. 90, No. ST6, pp. 89~104.
- (3) Betts J. T., 1978, "A Gradient Projection-Multiplier Method for Nonlinear Programming," *Journal of Optimization Theory and Applications*, Vol. 24, No. 4, pp. 523~548.
- (4) Bathe K. J., 1979, "Finite Element Formulation and Solution of Nonlinear Heat Transfer," *Nuclear Engineering and Design*, Vol. 51, pp. 389~401.
- (5) Sobieski J. S., 1990, "Sensitivity of Complex, Internally Coupled System," *AIAA Journal*, Vol.



- 28, No. 1, pp. 153~160.
- (6) Jang T. S., 1992, "Application of Nonlinear Goal Programming to Structural Optimization," *자동차공학회*, Vol. 14, No. 1, pp. 64~73.
- (7) Arora Jasbir S., 1994, *Optimum Design*, Mc-Grow Hill, pp. 3~625.
- (8) Mcaloon K., 1996, *Optimization and Computational Logic*, Wiley Interscience, pp. 97~331.
- (9) Bathe K. J., 1981, *Finite Element Procedures in Engineering Analysis*, Prentice-Hall, pp. 66~431.
- (10) Huebner K. H., 1982, *The Finite Element Method for Engineers*, Wiley Interscience, pp. 62~304.
- (11) Kuester J. L., 1973, *Optimization Techniques with Fortran*, Mc-Grow Hill, pp. 135~286.
- (12) Rao S. S., 1996, *Engineering optimization*, Wiley Interscience, pp. 65~556.
- (13) 원종진, 이종선, 1996, "비선형 차체프레임 구조물의 민감도해석 및 최적화," *대한기계학회 논문집*, Vol. 20, No. 9, pp. 2833~2842.
- (14) 원종진, 1993, "셀 구조물의 비선형좌굴 및 결함민감도 해석," *대한기계학회지*, Vol. 33, No. 7, pp. 614~627.