

## Ekman 분출 모델에 의한 직사각형 용기 내의 스핀업 유동 연구

최윤환\* · 박준관\* · 서용권†

(2000년 10월 13일 접수, 2001년 3월 29일 심사완료)

### A Study on the Spin-up Flow in a Rectangular Container by Using Ekman Pumping Models

Yoon-Hwan Choi, Jun-Gwan Park and Yong-Kweon Suh

**Key Words:** Spin-up(스핀업), Geostrophic Flow(지균풍류), Ekman Pumping(에크만 분출), PIV(입자 영상유속계), Merging(결합)

#### Abstract

In this study, spin-up flows in a rectangular container are analysed both numerically and experimentally. In the numerical computation, we use two Ekman pumping models, the classical leading order and the first order. We also compared our results with those obtained for the case without a pumping model. Effect of two parameters, Reynolds number and the Rossby number on the flow evolution is studied. The first order and the leading order Ekman pumping models are in good agreement with the experimental result compared with the non-Ekman pumping model. Attention is given to the merging of two cyclonic vortices.

#### 1. 서론

스핀업(spin-up)이란 유체를 담고 있는 용기가 정지 혹은 강제 회전(solid-body rotation) 상태에서 갑자기 회전속도가 증가하는 것을 의미한다. 이러한 유동 현상은 산업 현장에서 흔히 관찰할 수 있다. 예를 들면, 폐수의 생물학적 처리에 사용되는 회전반응기(rotating reactor vessel)와 유체기계 그리고 원심분리기 등에서 이러한 유동 현상을 찾아볼 수 있으며, 지구물리학, 천체물리학 그리고 기상학에서는 중요한 현상으로 다루어진다.

지금까지 스핀업에 관한 연구들은 대부분이 축대칭 문제이다. 본 연구와 유사한 비축대칭에 관한 연구를 보면, van Heijst 등<sup>(1)</sup>이 실험을 통하

여 직사각형 용기에 생성되는 셀의 개수가 종횡비와 극히 작은 섭동(또는 교란)에 의해 바뀌어질 수 있다는 것을 밝혀냈다. 또한 van Heijst 등<sup>(2)</sup>은 직사각형 용기 바닥에 경사를 주고 이에 따른 자유표면에서의 보텍스(vortex)의 거동과 결합(merging)을 연구한 바 있다. 그리고 Suh<sup>(3,4)</sup>는 직사각형 용기의 종횡비(aspect ratio)에 따른 용기 내의 셀 형성 메커니즘을 수치해석으로 연구하였다. 또한 최근에는 Lopez 등<sup>(5)</sup>이 직사각형의 종횡비와 레이놀즈 수를 파라미터로 하여 용기 좌우 모서리에서 발생한 반시계 방향(cyclonic) 보텍스 간의 결합 여부를 조사하였다. 그러나, 이들 연구는 모두 에크만 분출 모델이 전혀 사용되지 않았기 때문에 수치해석과 실험의 결과가 장시간 동안 잘 일치하는 결과는 찾을 수 없다.

본 연구는 종횡비가 2인 직사각형 용기 내의 스핀업 유동을 수치해석적인 방법과 실험적인 방법으로 해석한 것이다. 일반적으로 유동이 회전축에 수직인 평면상에서 기본적으로 2차원적인 유동을 지균풍류(geostrophic flow)라 부른다. 그러나

\* 동아대학교 대학원 기계공학과  
† 책임저자, 회원, 동아대학교 기계공학과  
E-mail : yksuh@mail.donga.ac.kr  
TEL : (051)200-7648 FAX : (051)200-7656

이와 같은 2차원 유동은 바닥 표면에서의 점착 조건을 만족시키지 못하며, 이것을 만족시키기 위해서는 유체의 점성에 의한 바닥에서의 마찰을 고려하여야 한다. 이와 같이 바닥에서 점착 조건에 의해 형성되는 얇은 층이 에크만 경계층이며 지구물리학에서 중요하게 취급되고 있다. 선 연구<sup>(6,7)</sup>에서는 에크만 경계층에 대한 수학적 모델로서 선두오더(leading order)의 모델이 제안되었다. 그러나 이 모델로는 바탕회전에 대한 요동회전의 각속도 비(로스비 수; Rossby Number)가 커질 때 실제 유동을 묘사하는 데 있어서 한계가 있음을 짐작할 수 있다. 한편, 작은 로스비 수의 경우, 바닥의 경계층 방정식은 선형이기 때문에 선두 오더 해에 덧붙여 1차 오더의 해를 구하는 일이 가능하다는 것을 예측할 수 있다.

이러한 배경 하에서 본 연구에서는 1차 수정(first order) 에크만 분출 모델을 제안함과 동시에 구체적인 유동 문제에 적용하고자 한다. 수치해석 부문에서는 선두오더 에크만 분출 모델을 사용한 경우(앞으로는 'L-모델'이라 부름), 1차 수정 모델(M-모델), 그리고 에크만 분출 효과를 고려하지 않은 경우(N-모델)에 대하여 해를 구하였으며 실험과 상호 비교하였다. 본 연구의 결과는 해양에서의 해류의 거동과 기상유동을 예측하기 위한 수학적 모델의 정립에 중요한 기초 도구를 제공할 것으로 생각된다.

## 2. 수식화 및 수치해석 방법

Fig. 1과 같이, 동점성 계수  $\nu$ 인 유체가 담긴 직사각형 용기가 바탕 각속도  $\Omega_0$ 로 강제 운동을 하는 상태에서 갑자기  $\Delta\Omega$ 를 더한 각속도  $\Omega_0$ 로 회전하는 경우에 용기 내에 형성되는 스피넬 유동을 대상으로 한다. 이 문제에서, 속도를  $L\Delta\Omega$ 로, 시간을  $T=1/\Delta\Omega$ 로, 그리고 길이를  $L$ 로 무차원화하고 와도  $\zeta = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}$ 를 적용하면 무차원 지배방정식은 다음과 같이 된다.

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + u \frac{\partial \zeta}{\partial x} + v \frac{\partial \zeta}{\partial y} + 2 \left( \frac{1}{\varepsilon} + f + \frac{1}{2} \zeta \right) \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) = \frac{1}{Re} \nabla^2 \zeta - 2 \frac{df}{dt} \quad (1)$$

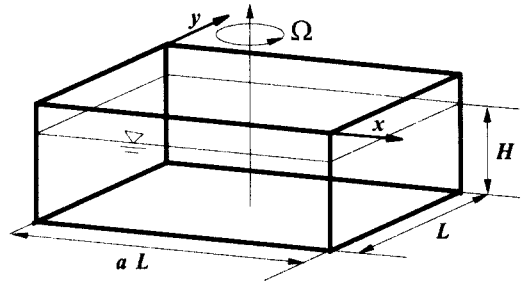


Fig. 1 Schematic diagram of the model basin

여기서  $t$ 는 시간,  $x, y$ 는 용기와 같이 회전하는 좌표계(Fig. 1)를 나타낸다. 그리고  $f$ 는 용기의 각속도를 최종 각속도에 대해 무차원화한 것이다. 본 연구에서  $f$ 는 다음과 같이 정의되며, 각속도의 변동은  $\cos \omega t$ 에 의하여 완만한 기울기를 가지며 변화한다. 이는 용기의 회전각속도가 급격하게 변화함으로써 자유표면이 급격하게 변동되는 것을 막기 위함이다.

$$f = \begin{cases} -\frac{1}{2}(1 + \cos \omega t) & \text{for } 0 \leq t \leq \pi/\omega \\ 0 & \text{for } t \geq \pi/\omega \end{cases} \quad (2)$$

식 (1)과 (2)에서 사용된 무차원 변수는 다음과 같다.

$$\varepsilon = \frac{\Delta\Omega}{\Omega_0}, \quad Re = \frac{L^2 \Delta\Omega}{\nu}, \quad \omega = \frac{\omega^*}{\Omega_0} \quad (3)$$

여기서,  $\varepsilon$ 은 로스비 수이며,  $\omega^*$ 는 용기의 최초의 각속도( $\Omega_s$ )에서 최종 각속도( $\Omega_0$ )로 이전되는 동안의 변화를 나타내는 각속도로서 유차원이다; 용기의 회전 각속도 변화는 실제로  $\pi/\omega^*$ 의 시간 만에 종료된다.

식 (1)에서 좌변의 네 번째 항에 나타난 속도장의 발산 항은 Taylor-Proudman 이론<sup>(8)</sup>에 의하여 아래와 같이 근사적으로 나타낼 수 있다.

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \cong \frac{w_E}{h} \quad (4)$$

여기서  $w_E$ 는 용기 바닥에서의 에크만 경계층에 의한 분출 속도를 나타낸다.  $w_E$ 를 구하기 위해 경계층에 대한 지배 방정식을 쓰면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + W \frac{\partial u}{\partial \xi} - 2 \left\{ \frac{1}{\varepsilon} + f \right\} v &= -\frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial^2 u}{\partial \xi^2} + y \frac{df}{dt} \end{aligned} \quad (5a)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + W \frac{\partial v}{\partial \xi} + 2 \left\{ \frac{1}{\varepsilon} + f \right\} u \quad (5b)$$

$$= -\frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial^2 v}{\partial \xi^2} - x \frac{df}{dt}$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial W}{\partial \xi} = 0 \quad (6)$$

여기서  $\xi = \sqrt{Re/\varepsilon} z$ ,  $W = \sqrt{Re/\varepsilon} w$ 는 경계층 변수이며, 압력  $p$ 는 경계층 바깥의 해로부터 공급된다.

우선  $u, v, W$ 를 아래와 같이 가정한다.

$$u = u_0 + \varepsilon u_1 + \varepsilon^2 u_2 + \dots \quad (7a)$$

$$v = v_0 + \varepsilon v_1 + \varepsilon^2 v_2 + \dots \quad (7b)$$

$$W = W_0 + \varepsilon W_1 + \varepsilon^2 W_2 + \dots \quad (7c)$$

위 식을 식 (5a, 5b, 6)에 대입하고  $\varepsilon$ 에 관한  $O(1)$ 의 항들을 모으면 선두 오더의 경계층 방정식이 된다. 선두 오더의 해는 각종 교과서에서 제시되어 있다.<sup>(8)</sup> 같은 방법으로 하여,  $O(\varepsilon)$ 을 가지는 항을 모아 방정식을 구성한 뒤 선두 오더의 해를 대입하고 그 해를 구하면 1차 수정 해를 얻을 수 있다. 여기서  $O(\varepsilon)$ 의 방정식의 해를 구하는 과정은 상당히 복잡하기 때문에 구체적인 관련 수식들의 제시는 어렵다. 다만, 본 연구에서 구한 결과가 Hart<sup>(9)</sup>가 제시한 것과 일치한다는 것을 확인할 수 있었다. 아래 식은  $O(\varepsilon)$ 까지의 해를 합한 결과이다.

$$w_E = \sqrt{\frac{\varepsilon}{Re}} \left[ \frac{\zeta}{2} - \varepsilon \left\{ \frac{1}{8} \frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{1}{4} \zeta \sin \omega t - \frac{1}{8} \frac{1}{Re} \nabla^2_H \zeta + \frac{7}{80} \zeta^2 + \frac{13}{80} \nabla_H \zeta \cdot \vec{u} + \frac{7}{80} (\nabla_H \zeta \times \vec{u}) \hat{k} + \frac{3}{20} J(v, u) \right\} \right] \quad (8)$$

여기서  $J(v, u) = \frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial y}$ 이다. 식 (8)의 우변의 첫 번째 항이 선두 오더의 에크만 분출 속도이며, 나머지가 1차 수정 속도이다. 에크만 분출속도의 식 (8)은 물론 주유동이 정상적인 경우에도 적용될 수 있다.(이 때는  $\partial \zeta / \partial t$ 와  $\zeta \sin \omega t$ 가 사라진다.)

속도를 유동함수  $\psi$ 와 속도포텐셜  $\phi$ 을 도입하여 정의한 식 (9a)와 (9b)를 연속방정식 (4)와 와도의 식에 대입하면 식 (10)과 같이 쓸 수 있다.

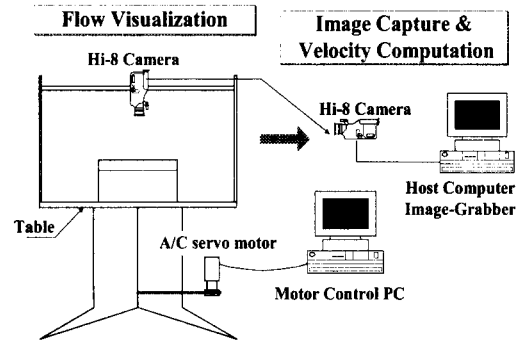
$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y} + \frac{\partial \phi}{\partial x} \quad (9a)$$

$$v = -\frac{\partial \psi}{\partial x} + \frac{\partial \phi}{\partial y} \quad (9b)$$

$$\nabla^2 \phi = w_E/h, \quad \nabla^2 \psi = -\zeta \quad (10)$$

**Table 1** Number of grids for each computational case

Aspect ratio	Re	I × J
2	5890	201 × 101
2	8835	261 × 131
2	11780	301 × 151
2	14725	501 × 251



**Fig. 2** Schematic diagram of the experimental apparatus

정리하면, 경계층 바깥의 대부분의 영역에 대해 풀어야 할 식은 식 (1)과 (10)이며,  $u, v$ 는 식 (9a), (9b)로 구한다. 경계조건은 다음과 같다.

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = 0 \quad \text{on all boundaries} \quad (11a)$$

$$\phi = 0 \quad \text{on all boundaries} \quad (11b)$$

식 (1)과 (10)의 공간미분은 중심차분의 방법으로 차분화하였으며, 식 (1)의 차분식의 시간적분은 4계의 룬게-쿠타(Runge-Kutta)법으로 처리하였고, 식 (10)의 차분식은 PCGM(preconditioned conjugate gradient method)을 사용하여 해를 구하였다. 격자계로서는  $\zeta, \psi, \phi$ 가 같은 지점에서 정의되는 균일 표준 격자계(standard grid system)가 사용되었으며, 각 계산에 사용된 격자 수는 Table 1과 같다.

### 3. 실험방법

본 연구에서는 속도 가변형의 회전 테이블을 사용하여 가시화 실험을 수행하였다. Fig. 2는 실

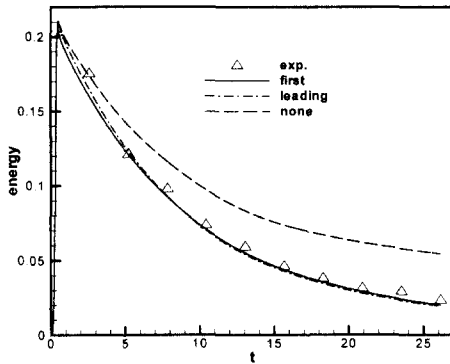


Fig. 3 Spatially averaged kinetic energy for  $Re=5890$  and  $\epsilon=0.625$

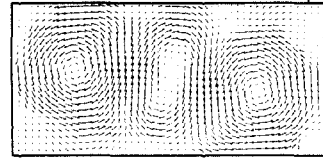
험장치를 도기한 것이다.

우선  $0.3 \times 0.15$  [m] 크기의 직사각형 용기가 수평으로 놓인 테이블을 일정한 속도로 장시간 회전시켜 용기 내의 유체가 강제운동하도록 한 뒤 어느 시점에서 테이블의 회전속도를 주어진 양만큼 증가시켰다(식 (2) 참조). 회전 속도의 변화는 서보모터 제어용 프로그램(Turbo-C)에 의해 수행되었다. 유동 가시화에 사용된 입자는 아크릴과 우더이며, 표면에 띄워진 입자의 이동을 Hi-8 mm 캠코더를 사용하여 촬영하였다. 촬영한 영상은 이미지 보드(DT-3155)를 통해 디지털화하였으며, 초당 30개 정도의 프레임을 저장한 뒤 속도장 계산에 사용하였다. 속도장 계산에는 PIV 해석을 위한 상용 프로그램인 Thinker's EYES를 사용하였다.

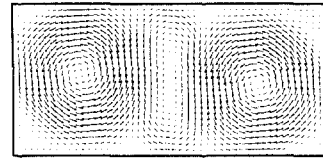
#### 4. 결과 및 검토

##### 4.1 에크만 분출 모델의 영향

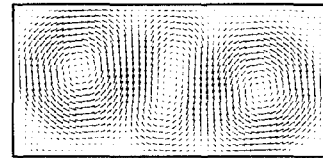
수치해석에 사용된 세 가지 에크만 분출 속도의 모델 즉 L-, M-, N-모델의 정밀도는 PIV에 의한 유속 측정결과와의 비교로써 검증하였다. Fig. 3은  $Re=5890$ ,  $\epsilon=0.625$ 에서 공간에 대해 평균한 운동 에너지의 시간변화를 나타낸 것이다. 그림에서 L-모델과 M-모델의 결과는 실험 결과와 잘 일치한다. 그러나, 둘 사이의 차이는 거의 없음을 알 수 있다. 이것은 M-모델이 적어도 본 유동모델과 파라미터 조건에서는 거의 불필요함을 의미한다. 한편, 이 그림에서는 또한 N-모델의 결과(파선)가 다른 결과들과 시간이 흐를수록 그 격차



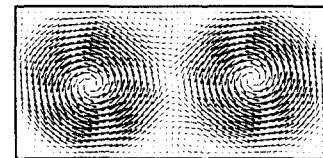
(a) Experimental result (PIV)



(b) First order



(c) Leading order



(d) Non-pumping

Fig. 4 Velocity vector plot at  $t=40T$ ;  $Re=5890$ ,  $\epsilon=0.625$ ,  $T=0.6545$

가 커지고 있다. 이는 N-모델이 초기 때는 잘 맞지만 시간이 흐를수록 실제유동과 차이가 커진다는 선행연구 결과<sup>(4)</sup>를 이해시켜주는 셈이다.

N-모델의 결과가 다른 결과에 비해 같은 시점에서 항상 높은 운동 에너지를 보임(Fig. 3)은 식 (1), (4), 및 (8)을 통해 알 수 있다. 즉, 식 (1)의 좌변 마지막 항

$$2\left(\frac{1}{\epsilon} + f + \frac{1}{2}\zeta\right)\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}\right) \quad (12)$$

에서, 두 번째 괄호내 항은 식 (4), (8)에서 알 수 있는 바와 같이, 선두 오더의 모델만 고려한다면,  $\zeta$ 에 비례한다. 그리고 충분히 작은  $\epsilon$ 에

대해 첫 째 팔호내의 항 중에서  $1/\varepsilon$  이 지배적이라고 가정한다면 결국 식 (12)는

$$\sqrt{\frac{1}{\varepsilon Re}} \zeta \quad (13)$$

가 되어 (12)는 식 (1)에서 와도의 감쇠 역할을 한다고 볼 수 있다. 따라서 (12)가 없는 N-모델에서 그만큼 와도의 감쇠가 작아지고 이에 따라 운동 에너지의 감쇠도 미약하다.

이러한 에너지 감쇠작용은 수치해석과 실험을 통해 얻은 순간 유동장을 통해 더욱 명확히 파악할 수 있다. Fig. 4는 Fig. 3과 동일한 파라미터에서  $t=40T$  때의 속도장을 그린 것이다. 여기서 이 그림의 좌우에 존재하는 와류는 각각 스핀업 시작시 우상(右上)과 좌하(左下)에서 발생한 반시계방향(cyclonic) 와류가 이동한 것이며, 중앙의 것은 스핀업 시작시 진 영역에 걸쳐 존재하던 시계방향(anticyclonic) 와류(앞으로 '시작 와류; starting vortex'라 부름)로서 양측의 두 개의 반시계 방향 와류에 의해 그 영역이 줄어들어 가는 모습이다. 전반적으로 보면 N-모델을 사용했을 때(Fig. 4d)가 다른 경우에 비해 큰 속도벡터를 보이고 있고, 이는 Fig. 3의 검토 결과를 뒷받침한다. 한편, N-모델의 결과에서는 시작 와류가 조기에 사라짐을 확인할 수 있었다. 결과적으로 이는 시작 와류가 좌우 와류에 의해 늘어져서는 2차원적 확산에 의해 사라진 것이다(초기의 시작 와류 및 양측 구석 와류의 거동은 Suh<sup>(3,4)</sup>의 연구 결과와 유사하다).

#### 4.2 Re의 영향

Re의 변화에 따른 유동 양상의 변화를 조사하기 위해 네 가지 Re에 대한 와류의 수치해석 결과를 Fig. 5에 나타내었다.

$t=20T$ 일 때는 모든 레이놀즈 수에서 중앙의 시계방향 와류가 우상과 좌하의 반시계방향 와류에 의해 늘어지고 크기도 줄어들어 가는 것을 확인할 수 있다. 또한 Re가 증가할수록 우상과 좌하 와류의 가장자리에 Kelvin-Helmholtz 불안정성이 뚜렷이 나타나며, 시작 와류의 바깥부분에서는 와류의 벗겨짐(vortex-stripping) 현상이 관측되었다. 그리고  $t=20T$ 일 때 우상 와류의 좌측과 좌하 와류의 우측에서 프랙탈(fractal) 구조가 나타나고 있는데, 이는 Re가 클수록 더욱 확연히 드러난다(Fig. 6).  $t=60T$ 일 때는, 낮은 레이놀즈 수( $Re=5890$ )의 경우

우상과 좌하의 반시계방향 와류는 시간이 경과하여도 중앙에서 합쳐지지 않아서 궁극적으로 반시계-시계-반시계 방향의 구조를 보인다. 그러나, 레이놀즈 수가 증가하여 8835부터는 중앙에서 서로 합쳐져, 궁극적으로 시계-반시계-시계 방향의 구조를 보인다. 이러한 결과를 유추해 볼 때 5890과 8835 사이에서 와류의 결합과 관련한 임계 레이놀즈 수가 존재한다고 생각된다. 한편, 이 그림은 M-모델의 결과이나, L-모델의 결과도 유사하다. PIV 유동 측정 결과에서도 이와 유사한 결과를 얻을 수 있었으나, 와류의 결합 시점이 수치해석 결과보다는 약간 더 늦어지는 경향을 보였다.

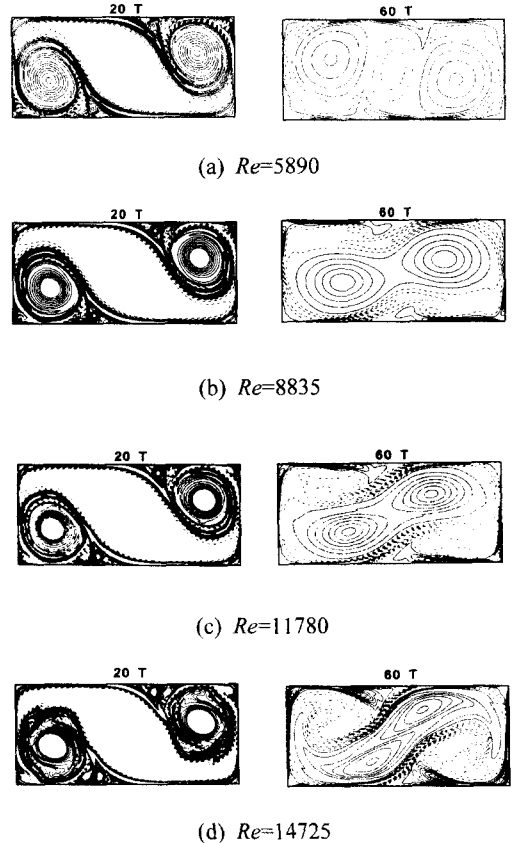


Fig. 5 Vorticity contours at two instants four Reynolds numbers obtained by the first order model. The solid lines denote the counter-clockwise rotation and the dashed lines the clockwise rotation.  $\varepsilon = 0.625$ ,  $T = 0.6545$

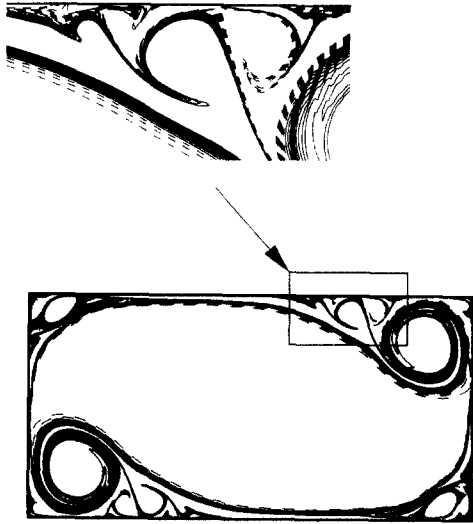


Fig. 6 Fractal structure developed in the initial stage of the spin-up process.  $Re=14725$ ,  $\epsilon=0.625$

Fig. 5에서와 같은 와류의 결합 현상은,  $y=1/2$ 인 지점에서의 와도 분포를 시간에 대해 연속적으로 나타낸 Fig. 7을 보면 더욱 확연하게 드러난다. 이 그림에서 흑색은 - 와도(vorticity)이며 따라서 일반적으로 시계방향 와류를 의미하며, 백색은 + 와도 즉 반시계방향 와류에 해당한다.  $Re=5890$ 에서는 초기에 전 영역을 점유하던 시작와류가 시간과 더불어 줄어들지만  $x=1$  근처의 중앙 지역에서 끝까지 유지되고 있다. 이것은 양쪽 와류가 결합하지 않은 상태를 의미한다. 반면에,  $Re$ 가 이보다 큰 나머지 세 경우에는 모두  $t=30$  근처 시점에서 결합이 시작되는 것을 확인할 수 있다. 한편, 이 과정에서 중앙의 시작와류는 길게 늘어져서 두 개로 분리되어 좌상과 우하의 지역으로 이동한다. 분리된 이들 와류는  $t=40\sim 50$ 에서부터  $y=1/2$ 의 중앙 지역에 자리잡아서, 전 유동영역은 시계-반시계-시계의 와류 구조를 가지게 된다. 이 후부터는 이들 와류들의 강도만 줄어들 뿐 시간이 경과하여도 그 구조는 계속 유지된다.

한편 Fig. 7에서,  $Re$ 가 11780과 14725인 경우  $t \cong 45$  이 후에서  $x=1$  주위에 보이는 목뼈의 모양은 중앙 지역에서 와류가 회전한다는 것을 의미한다. 이것을 좀더 구체적으로 이해하기 위해 이 기간 동안의 와도분포의 변화를 보인 Fig. 8을 보

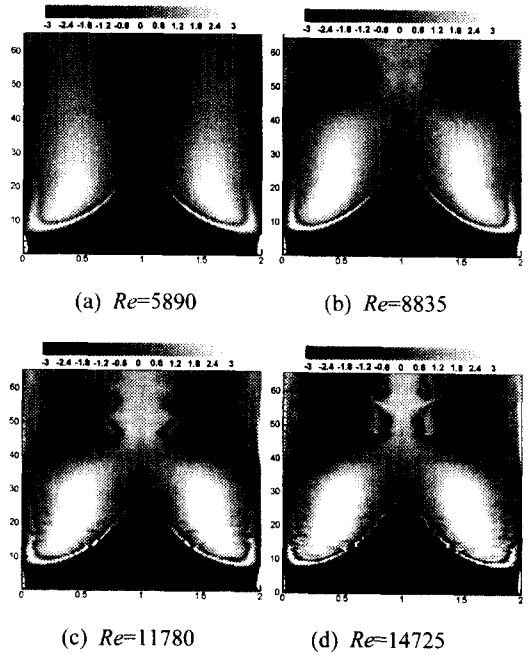


Fig. 7 History of the vorticity distributions on  $y=1/2$  for  $\epsilon=0.625$  obtained by the first-order model. Horizontal coordinates are  $x$ , and the vertical coordinates are  $t$

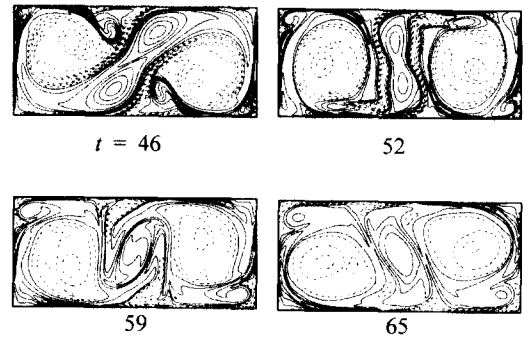


Fig. 8 Development of vorticity contours with time obtained by the first-order model.  $Re=14725$ ,  $\epsilon=0.625$

자. 중앙의 아령 모양의 반시계방향 와류는 시간의 경과와 더불어 빠르게 회전한다. 이 구조가  $y$  축 방향으로 정렬해 있을 때( $t=52$ )는  $x$ -방향의 영역은 줄어들게 나타날 것이고, 반대로  $x$ 축 방향으로 정렬하는 경우( $t=59$ )는 영역이 늘어난다.  $Re$ 가 작은 경우는 아령 모양의 와류가 다소 서서히

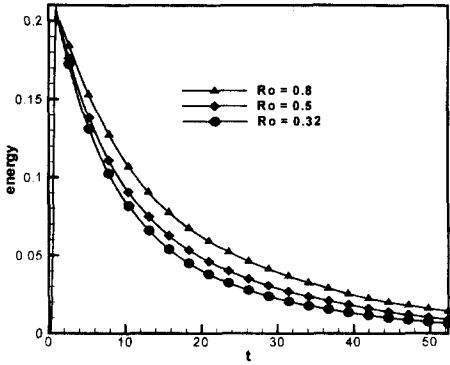


Fig. 9 Spatially averaged kinetic energy for various  $\epsilon$  numbers.  $Re=11780$

회전하므로 Fig. 7에서 목뼈의 경계선은 완만한 기울기(시간축 기준)를 보이고  $Re$ 가 큰 경우는 보다 빨리 회전하므로 그 기울기도 크다. 한편, Fig. 7에서  $Re$ 의 증가에 따라 전체적인 구조가 복잡하게 보이는 것은 그만큼 와류의 거동이 활발하고 복잡함을 의미한다.

4.3  $\epsilon$  의 영향

Fig. 9는  $Re$ 를 11780으로 고정하고 세 가지  $\epsilon$  에 따른 운동에너지의 시간변화를 나타낸 것이다. 그림에서 보듯이  $\epsilon$  이 증가하면 운동에너지가 증가함을 알 수 있다. 그 이유는 식 (13)을 통해 알 수 있다. 와류의 결합 현상도  $\epsilon$  의 영향을 받는다.

Fig. 10은 세 가지  $\epsilon$  에서  $t=60T, 80T$ 에서의 와도분포를 보인 것이다. 이 그림을 보면 초기 위상과 좌하의 와류들은  $\epsilon$  이 증가할수록 조기에 결합한다는 것을 알 수 있다. 그 이유는 두 가지 측면에서 설명할 수 있다. 첫째는  $\epsilon$  의 증가에 따라 두 와류의 위치가 보다 더 벽면에 가까워진다는 것이다. 우측 와류를 예로 들어 설명한다면, 우측 와류는 반시계방향이므로 우측 벽면의 영향으로 위로 이동하려는 경향이 있고, 높은  $\epsilon$  에서 와류의 강도가 더 크므로 이 경향은 더 크다고 볼 수 있다(궁극적으로 N-모델에서 이것이 가장 두드러지게 나타난다). 이와 같이 우측 와류가 더 위로, 좌측 와류가 더 아래로 이동함에 따라 결합은 용이해진다고 볼 수 있다. (그러나, N-모델에서는 실제로 결합이 일어나지 않는데 이에 대

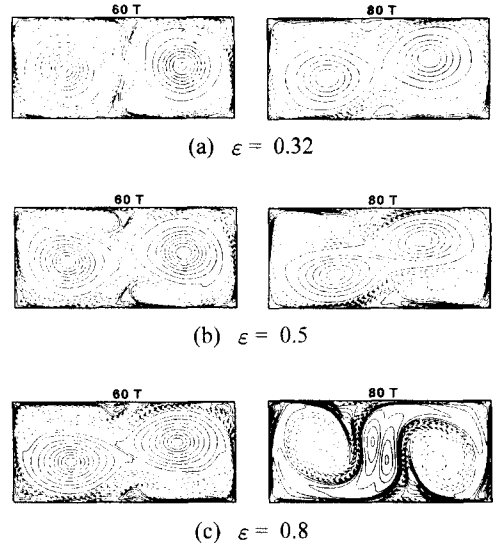


Fig. 10 Vorticity contours at two instants for three  $\epsilon$  numbers obtained by the first-order model.  $Re=11780, T=0.5326$

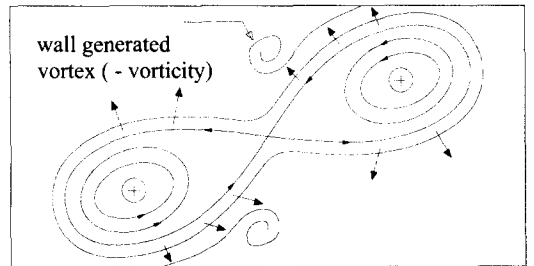


Fig. 11 Schematic diagram for the behaviour of wall-generated vortices around two main counter-clockwise vortices.

해서는 아래에서 추가로 검토한다.)

둘 째는, 예크만 분출 효과이다. 우선, Fig. 11에서 스케치한 바와 같이, 상하 벽면에 가까이 이동한 두 개의 + 와류는 각 벽면에서 반대 부호의 와도를 생성시키고 이 와도는  $x=1$ 의 중앙 지역으로 이동한다는 것을 인식할 필요가 있다.

한편, 두 + 와류는 + 와도로 이루어지므로 예크만 분출은 + 이다(식 (8)의 선두오더 모델). 따라서 와류 바깥으로 물질을 밀어내는 속도 성분이 생겨나며 이것은  $\epsilon$  의 증가와 더불어 커진다(식 (9a), (9b), (10), (8) 참조).

이 속도 성분은 앞의 두 개의 벽면생성 와류들이 중앙으로 집결하는 것을 방해하기 때문에 따라서 두 개의 + 와류의 결합은  $\epsilon$ 의 증가와 더불어 더욱 조기에 이루어진다고 말할 수 있는 것이다. 한편, N-모델에서는 비록 두 와류의 벽면 이동이 가장 뚜렷하지만 에크만 분출이 없기 때문에 두 개의 벽면생성 와류들이 중앙으로 집결하는 것을 막는 효과가 상대적으로 작다. 중앙에서 이 두 - 와류는 시계 방향 와류를 만들기 때문에 + 와류들의 결합은 일어나지 않는 것이다.

## 5. 결론

지금까지의 수치해석 결과와 실험결과에 의하면 에크만 분출 속도에 대한 모델로서 선두오더만 고려하여도 본 연구 모델에서는 실험과 많은 차이를 보이지 않고 또한 선두 오더와 1차 수정 모델에 의한 결과도 큰 차이를 보이지 않으므로 1차 수정 모델의 필요성은 크지 않은 것으로 파악된다.

본 연구에서 가장 큰 관심사의 하나는 두 개의 시계반대방향 와류의 결합문제이다. 이 결합은 레이놀즈 수  $Re$ 가 증가할수록 두드러지고, 결합과 관련한 임계  $Re$ 가 존재한다.

로스비 수  $\epsilon$ 의 증가는 유동장의 운동 에너지의 감쇠효과를 감소시키며, 이에 따라 두 개의 시계반대방향 와류는 조기에 결합된다. 와류의 조기 결합은 또한 에크만 분출에 의한 추가 속도 성분이 벽면생성 와류를 밀어내는 메커니즘으로 설명할 수 있다.

## 후 기

본 연구는 한국과학재단 목적기초연구(2000-1-

30400-002-3) 지원으로 수행되었음.

## 참고문헌

- (1) van Heijst, G.J.F. Davies, P.A. and Davis, R. G., (1990) "Spin-up in a Rectangular Container," *Phys. Fluids*, A2 150~191.
- (2) van Heijst, G.J.F. Maas, L.R.M. and Williams, C.W.M., (1994) "The Spin-up of Fluid in a Rectangular Container with a Sloping Bottom," *J. Fluid Mech.*, **265** 125~159.
- (3) 서용권, (1993) "직사각형 내부에서의 2차원 스핀업," 대한기계학회논문집, 제17권 제7호 1805~1812.
- (4) Suh, Y.K., (1994) "Numerical Study on Two-Dimensional Spin-up in a Rectangle," *Phys. Fluids*, **6** 2333~2344.
- (5) Henderson, D.M. Lopez, J.M. and Stewart, D.L., (1996) "Vortex Evolution in Non-axisymmetric Impulsive Spin-up from Rest," *J. Fluid Mech.*, **324** 109~134.
- (6) 최윤환, 서용권, (1999) "수직격판이 있는 용기 내의 지관류," 한국해양공학회지, 제13권 제4호 124~131.
- (7) 서용권, 최윤환, 김성균, 이두열, (2000) "PIV를 이용한 바탕회전하에서 회전요동하는 직사각형 용기 내의 유동해석," 대한기계학회논문집, 제24권 제6호 845~851.
- (8) Pedlosky, J., (1982) *Geophysical Fluid Dynamics*, 43~45.
- (9) Hart, J. E., (1995) "Nonlinear Ekman Suction and a Geostrophic Effects in Rapidly Rotating Flows," *Geophys. Astrophys. Fluid Dynamics*, **79** 201~222.