

Wavy Taylor-Couette 유동에 대한 전산해석 (I)

- 축방향 유동이 없는 경우 -

황종연* · 양경수†

(2000년 10월 16일 접수, 2001년 3월 19일 심사완료)

Numerical Study of Wavy Taylor-Couette Flow (I)

- Without an Axial Flow -

Jong-Yeon Hwang and Kyung-Soo Yang

Key Words: Taylor Vortex(테일러 와류), Wavy Vortex, Travelling Wave, Taylor Number(Ta , 테일러 수), Instability(불안정성), Torque Coefficient(토크 계수), Growth Rate(성장률), Shift-and-Reflect Symmetry

Abstract

The flow between two concentric cylinders, with the inner one rotating, is studied using numerical simulation. This study considers the identical flow geometry as in the experiments of Wereley and Lueptow[J. Fluid Mech., 364, 1998]. They carried out experiments using PIV to measure the velocity fields in a meridional plane of the annulus in detail. When Taylor number increases over the critical one, the flow instability caused by curved streamlines of the tangential flow induces Taylor vortices in the flow direction. As Taylor number further increases over another critical one, the steady Taylor vortices become unsteady and non-axisymmetrically wavy. The velocity vector fields obtained also show the same flow features found in the experiments of Wereley and Lueptow.

1. 서론

정지해 있는 바깥 실린더와 회전하는 안쪽 실린더사이에서의 유동, 즉 Taylor-Couette 유동에 대한 연구는 오래 전부터 많은 연구자들에 의해 수행 되어왔다. 실린더의 회전속도가 아주 작은 경우 Navier-Stokes 방정식은 다음과 같은 유일한 해를 갖는다. $v_r = v_z = 0$, $v_\theta = Ar + B/r$. 여기

서 r, z, θ 는 각각 반경방향, 축방향, 회전방향을 나타내는 좌표계이고 v 는 각 좌표계에 대한 속도이며 A 와 B 는 상수이다. 그러나 실린더의 회전과 관련되는 무차원 수인 Taylor 수(Ta)가 어느 임계값(critical Taylor number, Ta_c)을 넘게되면 유동 불안정성에 의해 유동방향으로 축을 갖는 와류가 발생한다는 사실이 1923년 선형안정성이론과 실험을 토대로 G. I. Taylor에 의해서 보고되었다.⁽¹⁾ 이 와류를 Taylor vortex라고 부르는데 그 이후로 많은 연구자들에 의해서 이 와류의 발생원인이 되는 유동불안정성에 대한 연구가 이루어졌다.⁽²⁻⁴⁾ Taylor-Couette 유동에 대한 초기의 연구는 유동이 불안정해지는 Ta_c 를 결정하는 해석

* 인하대학교 대학원

† 책임저자, 회원, 인하대학교 기계·항공·자동차 공학부

E-mail : ksyang@inha.ac.kr

TEL : (032)860-7322 FAX : (032)868-1716

적 및 실험적 방법에 관심이 집중되었다. Ta 가 더욱 더 증가하면 Taylor vortex가 vortex 사이의 경계선에 대해 비대칭이 되는데 이를 wavy vortex라고 한다.⁽⁵⁾ Davey 등⁽⁵⁾은 해석적 연구를 통하여 이 wavy vortex가 발생하는 Ta 를 결정하였고 이는 Eagles의 실험에 의해서 확인되었다.⁽⁶⁾ LDV (Laser Doppler Velocimetry)를 이용한 Taylor-Couette 유동에 대한 많은 실험이 이루어졌지만⁽⁷⁻⁸⁾ 그들의 실험은 유동장에 대한 충분한 정보를 제공하지 못했고 시간 평균된 속도 contour만 제공하였다. Taylor vortex와 wavy vortex에 대한 전산 해석적 연구 또한 많은 연구자들에 의해서 수행되었다.⁽⁹⁻¹¹⁾ 그러나 이 중 대부분은 수치해석적 방법에 관심을 집중하였다. 하지만 Marcus⁽¹¹⁾는 그의 수치 모사를 통하여 한 개의 travelling wave에 대해서 Taylor vortex의 연구를 수행하여 비교적 자세한 유동장의 정보를 제공하였다.

최근에 PIV(Particle Image Velocimetry)를 이용하여 속도장을 비교적 자세히 관찰한 연구가 보고되었다. Wereley 등⁽¹²⁾은 여러 경우의 Ta 에 대하여 wavy vortex의 시간에 따른 거동을 자세히 관찰하여 보고하였다. 그러나 그들은 실험의 제약 상 실린더의 회전방향으로 한 단면에서 실험을 수행하였다.

Taylor-Couette 유동은 여러 응용분야에서도 중요한 문제이다. 가령 회전하는 전기기계류나 저어널 베어링에서의 윤활문제에서 이러한 형태의 유동을 발견할 수 있다.

본 연구에서는 Wereley 등의 실험에서 사용된 실린더와 동일한 반경비를 갖는 형상(Fig. 1)에 대하여 전산해석을 수행하였다. 비록 실험에 의한 방법은 실린더를 회전시키는데 요구되는 토크나 일정한 지점에서의 속도를 전산해석보다 더 쉽게 구할 수 있다는 장점이 있지만 전체 유동장에 대한 자세한 정보를 얻기가 어렵고 형상이 변할 때마다 그때마다의 실험장치를 재 구성해야하는 단점이 있다. 특히 이러한 형태의 유동은 반경비, Ta 등이 중요한 파라미터로 인식되므로 많은 파라미터의 변화에 대해 비교적 쉽게 구현할 수 있는 전산해석적 연구가 앞으로 연구자들이 지향해야할 방법이라고 할 수 있다. 본 연구에서는 Wereley 등의 실험에서 얻어진 정보의 거의 대부분을 재확인하였으며 유동장에 대한 자세한 정보를 얻을 수 있었다. 또한 시간에 따른 유동장의 발달과정도 구현되었고 유동 bifurcation도 발

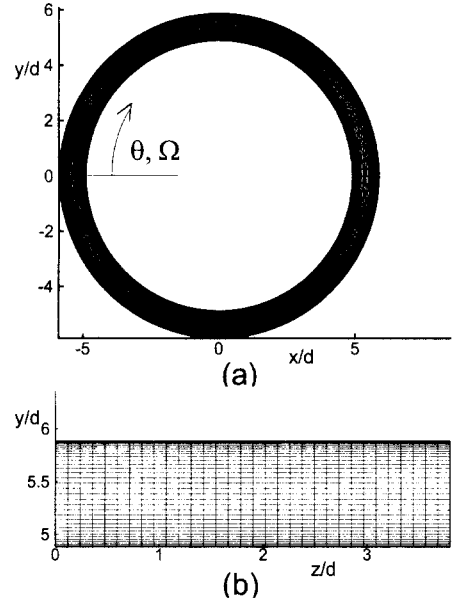


Fig. 1 Computational domain and grid system ; (a) cylinder cross-section, (b) meridional section

견 되었을 뿐만 아니라 Wereley 등이 수행하지 못했던 회전방향으로의 wavy vortex의 거동도 관찰 할 수 있었다. 본 유동의 전산 해석적 연구 결과는 향후 이런 형태의 유동에 관심 있는 연구자들에게 자세한 데이터 베이스를 제공하게 되고 파라미터적 연구를 수행하고자 할 때 필요한 정보를 제공하게 될 것이라고 사료된다.

2. 수식전개 및 수치해석법

본 연구에서는 비압축성 유체에 대해 다음과 같은 연속방정식과 모멘텀 방정식이 사용되었다.

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \nabla^2 \mathbf{u} \quad (2)$$

여기서 \mathbf{u} , ρ , ν , p 는 각각 유체의 속도, 밀도, 동점성계수, 압력을 의미하며 위의 지배방정식들은 일반좌표계에서 유한체적법을 사용하여 차분되었다. 공간에서의 차분은 2차의 정확도를 가지

며, 시간에서의 적분은 혼합기법으로서, 비선형항들 및 교차확산항들(cross diffusion terms)은 3차 정확도의 Runge-Kutta 기법으로 명시적으로, 다른 항들은 Crank-Nicolson 기법으로 묵시적으로 적분되었다. 연속방정식과 모멘텀 방정식을 decouple 하기 위해서는 Fractional Step 기법⁽¹³⁾이 사용되었다. 본 코드에 사용된 수치해석 기법의 상세한 사항들은 Rosenfeld 등⁽¹³⁾의 논문을 참고하기 바란다.

3. 유동 파라미터 및 경계조건

본 논문에서는 축방향 유동이 없는 경우에 대해 Ta 를 변화시켜 가면서 연구를 수행하였다. Ta 는 여러 가지 다양한 형태로 정의될 수 있으나 본 연구에서는 $Ta = r_i \Omega d / \nu$ 로 정의하였다. 여기서 r_i 는 안쪽 실린더의 반경이고 Ω 는 회전하는 안쪽 실린더의 각속도, d 는 바깥 실린더와 안쪽 실린더의 반경의 차이를 의미한다. 바깥 실린더 반경에 대한 안쪽 실린더 반경의 비(η)는 Wereley 등의 실험과 동일하게 0.83을 사용하였다. 계산영역의 횡방향 크기(H)의 결정은 세심한 주의가 요구된다. 본 연구에서는 횡방향으로 주기조건을 사용하였고 Wereley 등의 실험치를 고려하여 실린더사이의 간격 d 의 약 3.8배로 결정하였다. 이는 가장 큰 vortex-pair의 횡방향 길이보다 두배 정도의 길이이다. 따라서 횡방향으로 생성될 수 있는 가장 긴 wave를 포함할 수 있다. 주기조건을 사용한 회전방향으로의 계산영역 크기의 결정 또한 주의를 요구한다. 실린더 단면 형상은 축대칭이지만 wavy vortex가 생성되면 회전 방향으로 장파장의 travelling wave가 생성되므로 회전방향으로 전 영역을 고려해야 한다. Figure 1은 전체 계산 영역과 사용된 격자계를 보여준다. 여기서 Ω 의 방향은 시계방향으로 결정하였다. Figure 1(a)는 횡방향 단면을 Fig. 1(b)는 회전방향 실린더 사이에서의 단면을 각각 보여준다. 사용된 격자계는 body-fitted O-격자계로서 본 연구에서 고려하는 형상에 가장 적합하며, 물리량들의 구배가 심한 실린더 벽 근처에 더 많은 격자점을 분포시켰다. 사용된 격자점의 수는 회전, 반경, 그리고 횡방향으로 각각 $128 \times 32 \times 32$ 이 사용되었고 $256 \times 64 \times 64$ 를 사용한 격자세분화

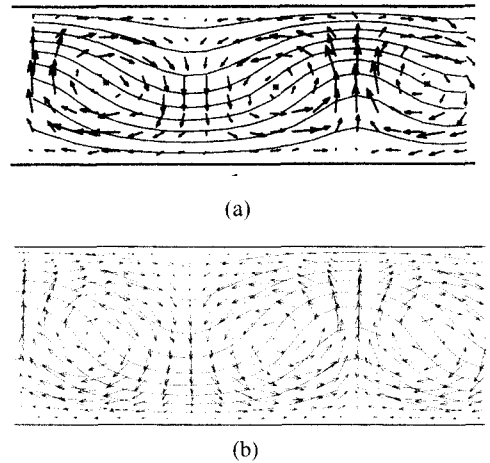


Fig. 2 Velocity vectors and magnitude contours of azimuthal velocity in a radial-axial plane; (a) Wereley and Lueptow's experiment,⁽¹²⁾ (b) present study

연구(grid-refinement study)결과 물리량들의 정량적인 큰 차이는 발견되지 않았다. 가령 안쪽 실린더 벽에서의 전단응력의 차이가 1%미만이었다. 실린더 표면에서는 no-slip 조건이 적용되었으며 계산의 초기조건으로는 회전방향으로 Taylor vortex가 존재하지 않는 경우에 해당하는 완전 발달된 엄밀해를 적용하였다. 유동장이 transient 구간을 거쳐서 완전히 발달되기까지 CFL수 1.5 일 때 약 15,000시간 단계가 필요하였으며 이는 안쪽 실린더의 200회의 회전에 해당된다. KORDIC 슈퍼컴퓨터 센터의 SMP에서 한 시간당 당 약 3.5초가 소요되며 본 연구에서 계산된 9경우의 Ta 에 대하여 유동이 완전 발달될 때까지 총합 100 CPU 시간이 소요되었다.

4. 결과 및 토론

4.1 Non-wavy Taylor vortex 유동

본 절에서는 정상상태 Non-wavy Taylor vortex 유동을 고려한다. Wereley 등⁽¹²⁾은 Taylor vortex가 생성되는 Ta_c 는 약 102이고 wavy vortex가 생성되는 Ta_c 는 $124 < Ta_c < 131$ 에 있다고 보고하였다. Figure 2(a)는 wavy vortex로 천이 되는 Ta 보다 약간 작은 $Ta=124$ 에 대하여 Wereley 등의 실험 결과인 축방향과 반경방향에 대한 유동장을 보여

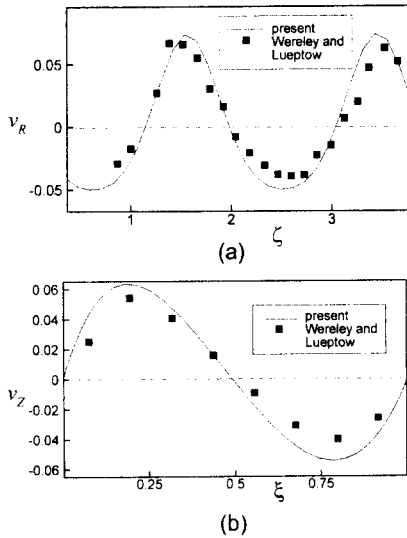


Fig. 3 (a) Radial velocity along an axial line through the center of the annular gap, (b) axial velocity along a radial line through a Taylor vortex center;

$$v_R = \frac{v_r}{r_0 Q}, \quad v_z = \frac{v_z}{r_0 Q}, \quad \xi = (r - r_i)/d, \quad \zeta = z/d,$$

without an axial flow, $Ta=123$

주고 Fig. 2(b)는 $Ta=123$ 에 대하여 본 연구의 전산 해석 결과를 보여준다. 여기서 실선으로 표시된 contour는 회전방향 속도의 크기를 나타내고 아래 경계는 안쪽 실린더를 위 경계는 바깥 실린더를 나타낸다. vortex 사이의 반경방향 속도를 보면 바깥 실린더 방향의 속도가 안쪽 실린더 방향의 속도보다 더 크울 알 수 있고 그 지점들에서 회전방향속도 contour의 극점이 위치하고 있음을 볼 수 있다. 두 경우의 결과가 비교적 잘 일치하고 있지만 본 연구의 경우 vortex 경계에서 약간의 유량이 있음을 볼 수 있다. 이는 wavy vortex의 특징중의 하나이다. 즉 $Ta=123$ 은 wavy vortex로 천이 되는 시점임을 알 수 있다. Figure 3(a)는 실린더 사이의 중앙점에서 축방향에 대한 반경방향 속도분포를 보여주고 Fig. 3(b)는 Taylor vortex 중앙지점을 통과하는 반경방향에 대한 축방향 속도 분포를 보여주고 있다. 여기서 반경방향속도(v_r)와 축방향속도(v_z)는 모두 안쪽 실린더의 회전속

도로 무차원화하여 각각 v_R, v_z 로 표시하였고 횡축은 반경방향의 위치 $\xi=(r-r_i)/d$ 와, 축방향의 위치 $\zeta=z/d$ 로 각각 표시하였다. vortex사이의 반경방향 속도를 보면 그림에서 보는 바와 같이 Wereley의 실험결과와 본 연구의 결과가 비교적 잘 일치하고 있음을 알 수 있다. 특히 Fig. 3(a)의 실험결과를 보면 첫 번째 피크와 마지막 피크의 형태가 약간 다를 수 있다. 실제로 축방향으로 형상이 균질하므로 이 두 형태는 같게 나와야 됨을 고려한다면 본 연구의 결과가 물리적으로 더 타당함을 유추할 수 있다.

4.2 Wavy vortex 유동

본 절에서는 비정상 wavy vortex를 고려한다. wavy vortex의 특징은 vortex가 축방향으로 시간에 따라 주기적으로 움직인다는 사실과 그 움직임의 양상이 회전 방향에 따른 움직임의 양상과 동일하다는 것이다. 이는 회전방향의 travelling wave로서 설명될 수 있다. 즉 축방향과 반경방향으로 주어진 한 평면에서 시간에 따른 유동의 변화는 회전방향의 travelling wave가 그 주어진 평면을 지나면서 발생하게 된다. 그러므로 그 주어진 평면에서 시간에 따른 유동장은 회전방향에 따른 유동장과 정확히 일치하게 된다. Figure 4는 한 travelling wave에서 축방향과 반경방향의 한 평면에서 속도벡터를 보여준다. Figure 4(a)는 $Ta=131$ 인 경우에 주어진 평면에서 시간에 따라 관찰한 Wereley 등의 실험결과이고 위에서 아래로 내려갈수록 시간이 경과함을 의미한다. Figure 4(b)는 $Ta=129$ 인 경우에서의 본 연구의 결과로서 주어진 시각에서 각각 Fig. 4(a)에서의 시간에 해당하는 회전방향 위치에서의 유동장을 보여준다. 여기서 각 유동장의 위 경계와 아래 경계는 Fig. 2에서와 마찬가지로 각각 바깥쪽과 안쪽 실린더를 나타내고 *로 표시된 기호는 각 vortex의 중앙을 나타낸다. 유동을 좀더 명확히 보이고자 본 연구의 결과(Fig. 4(b))에 해당하는 벡터의 길이를 Fig. 4(a)에 표시된 벡터의 길이보다 더 길게 표시하였다. 각 그림에서 보듯이 두 결과가 매우 잘 일치하고 있다. 이는 서론에서도 언급했듯이 회전방향으로의 공간적 관찰을 수행하지 않고 주어진 평면에서 시간에 따른 travelling wave를 관찰한 Wereley 등의 결과에 타당성을 부여할 수 있는 중요한 단서가 된다. 물론 Fig. 4(a)에서와 같이 본 연구에서도 한 평면에서 시간에 따른 유동장을

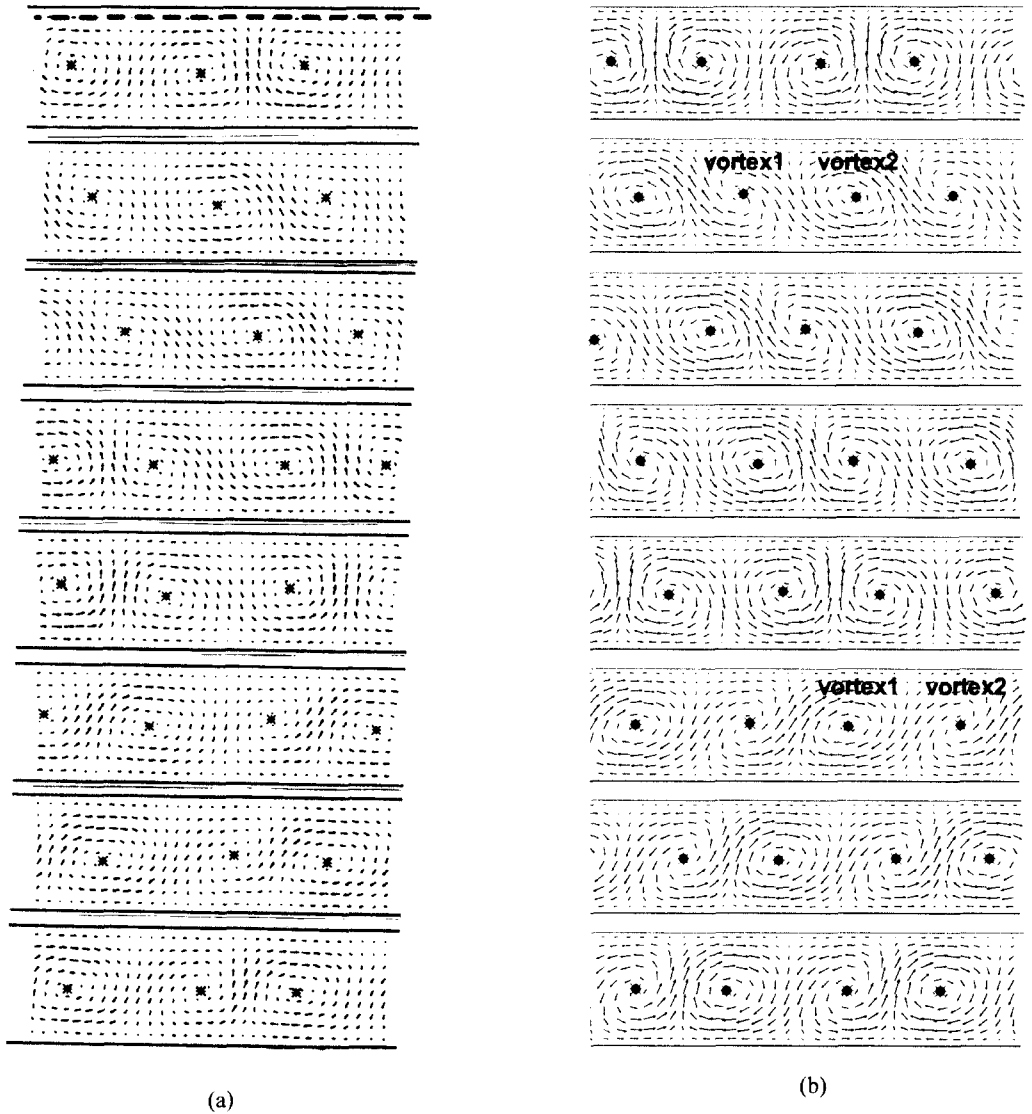


Fig. 4 Velocity vectors in a radial-axial plane; (a) Wavelength of a travelling wave over 8 time steps (from top to bottom) during one travelling wave, (b) current study, each frame is corresponding to that of Fig. 4(a)

관찰한 결과 Fig. 4(b)와 정확히 일치되었다. Figure 4에서 한가지 상이한 점은 축방향으로 움직이는 vortex의 궤적의 길이인데 본 연구의 결과가 Wavelength of a travelling wave over 8 time steps (from top to bottom) during one travelling wave, (b) current study, each frame is corresponding to that of Fig. 4(a) 등과의 결과보다 더 길게 나타났다. 이는 Ta 가 증가할수록 vortex의 이동거리는 감소한다는 Wavelength of a travelling wave over 8 time steps (from top to bottom) during one travelling wave, (b) current study, each frame is corresponding to that of Fig. 4(a) 등의 실험결과로서 설명될 수 있으며 이 또한 본 연구에서도 확인되었다. Figure 4에서

각 그림들의 반주기 후의 그림을 보면 몇 가지 규칙들을 발견할 수 있다. 가령 Fig. 4(b)의 두 번째 그림과 그 반주기 후에 해당하는 여섯 번째 그림을 비교하면 두 번째 그림의 vortex 1과 vortex 2는 여섯 번째 그림의 vortex 1과 vortex 2의 위치로 이동('shift')되었다. 그런데 여섯 번째 그림의 vortex 2는 두 번째 그림의 vortex 1을 vortex 1과

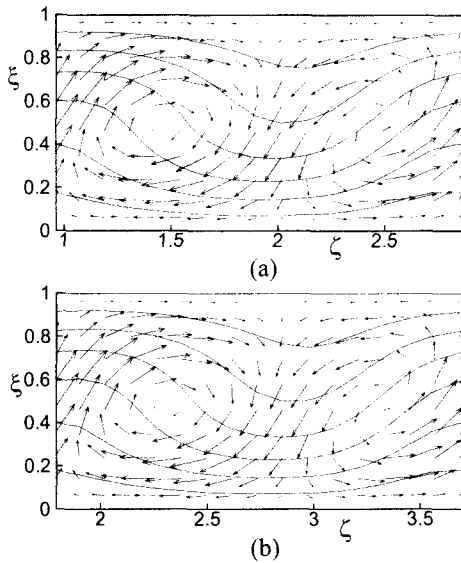


Fig. 5 Velocity vectors in a radial-axial plane, (a) reflected velocity vectors of vortex 1 and vortex 2 in the 2nd frame of Fig. 4(b) with respect to their boundary, (b) velocity vectors corresponding to vortex 1 and vortex 2 in 6th frame of Fig. 4(b)

vortex 2의 경계축에 대해서 대칭이동('reflect')한 것과 유사하고 여섯 번째 그림의 vortex 1은 두 번째 그림의 vortex 2를 같은 경계축에 대해 대칭이동한 것과 유사하다. 이를 'shift-and-reflect' symmetry라고 부른다.⁽¹¹⁾ 실제로 Marcus⁽¹¹⁾는 shift-and-reflect symmetry를 적용하여 Taylor vortex 유동에 대한 전산해석을 수행하였고 전산해석이 규칙의 사용에 대한 정당성을 제시하였다. Figure 5는 shift-and-reflect symmetry를 사용하지 않은 본 연구의 결과를 토대로 이 규칙의 타당성을 검증한 것이다. Figure 5(a)는 Fig. 4(b)의 두 번째 그림에서의 vortex 1과 vortex 2에 이 규칙을 적용한 것이고 Fig. 5(b)는 Fig. 4(b)의 여섯 번째 그림에서의 vortex 1과 vortex 2를 보여준다. 여기서 실선으로 표시된 contour는 회전방향 속도의 크기를 나타낸다. 두 결과가 정확히 일치하고 있다. 이는 본 연구에서 고려된 모든 경우의 Ta 에서도 성립하였으며 Wereley 등도 그의 실험에서 이 규칙이 성립함을 보였다.⁽¹²⁾

Taylor vortex가 형성되는 불안정성을 고찰하기

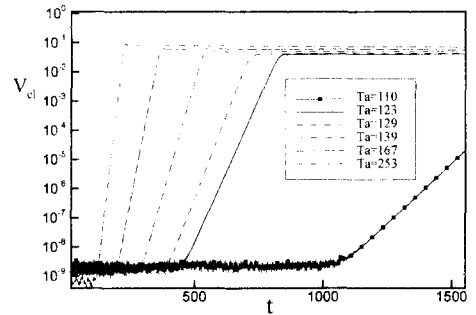


Fig. 6 Time history of V_{cl}

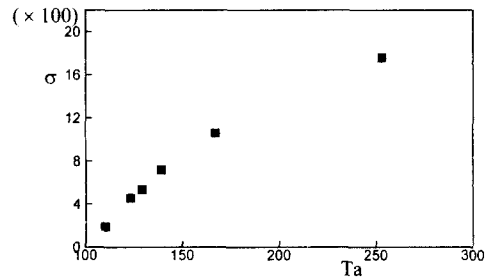


Fig. 7 Growth rate of Taylor vortices

위해서 다음과 같은 무차원 수를 실린더 사이의 중앙($r^* = r_i + 0.5d$)에서의 $\theta - z$ 면에서 정의한다.

$$V_{cl} = \frac{1}{\Omega r_i} \frac{1}{2\pi r^* H} \int_0^H \int_0^{2\pi} |v_r(\theta, r^*, z)| r^* d\theta dz \quad (3)$$

만일 Taylor vortex가 생성되는 불안정성이 발생한다면 이 평면을 통과하는 절대 유량이 증가함으로 당연히 V_{cl} 은 증가하게 된다. Figure 6은 각각의 Ta 의 경우에 대하여 시간에 따른 V_{cl} 의 변화를 linear-log 스케일로 보여준다. 여기서 t는 시간을 $d/\Omega r_i$ 로 무차원화 한 것이다. V_{cl} 이 시간에 대하여 선형적으로 증가하는 것은 exponential 거동을 유지하고 있음을 의미하며 그 기울기는 대체로 Ta 가 커질수록 증가한다. 정량적인 V_{cl} 의 기울기를 알아보기 위하여 시간에 따른 성장률 (σ)을 $V_{cl} \sim \exp(\sigma t)$ 와 같이 정의하여 Fig. 7에 나

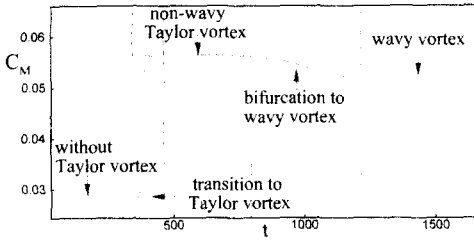


Fig. 8 Time history of torque coefficient for the inner cylinder

타내었다. 성장률의 값이 너무 작으므로 편의상 100을 곱하여 나타내었다. Ta 의 증가에 따른 V_{ci} 의 증가 양상을 알 수 있다.

$Ta=167$ 일 때 시간에 따라서 유동 불안정성에 의한 vortex의 생성과 천이과정을 알아보기 위하여 다음과 같이 정의되는 토크계수 (C_M)를 도입하였다(Fig. 8).

$$C_M = T_i / [0.5\pi\rho(\Omega r_i)^2(r_i)^2H] \quad (4)$$

여기서 T_i 는 안쪽 실린더를 회전시키는데 필요한 토크이다. 초반에는 Taylor vortex가 존재하지 않는 Taylor-Couette 유동을 보인다. 이 구간은 Fig. 6에서 V_{ci} 이 선형적으로 증가하는 구간에 해당된다. 시간이 지남에 따라 Taylor vortex로 천이 되면서 C_M 이 급격히 증가하고 어느 일정한 값으로 수렴하게 되는데 이 구간은 정상적인 Taylor vortex가 존재하는 구간이다. 시간이 더 지나면 다시 wavy vortex로 bifurcation이 발생하며 C_M 이 약간 감소함을 알 수 있다. 즉 Taylor vortex의 존재는 상당히 큰 토크를 요구하게 됨을 알 수 있다. Figure 9는 본 연구에서 수행한 여러 경우의 Ta 에 대한 최종 C_M 을 나타낸 것이다. 여기서 실선은 선형이론으로 구한 값이다. Taylor vortex가 생성되지 않는 $Ta=100$ 까지는 선형이론과 정확히 일치하고 있다. $Ta=110$ 이상에서 C_M 이 급격히 증가하고 있는데 이는 Taylor vortex에 의해 안쪽 실린더 벽에서의 속도구배가 급격히 증가하고 있기 때문이다. $Ta=129$ 에서 약간의 불연속성이 보인다. 이는 $Ta=129$ 에서 wavy vortex가 생성되었기 때문에 C_M 이 다소 감소한

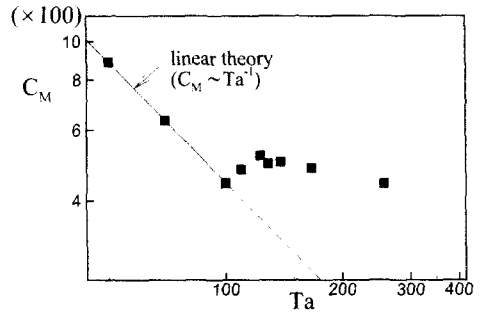


Fig. 9 Torque coefficient (C_M) for the inner cylinder vs. Ta

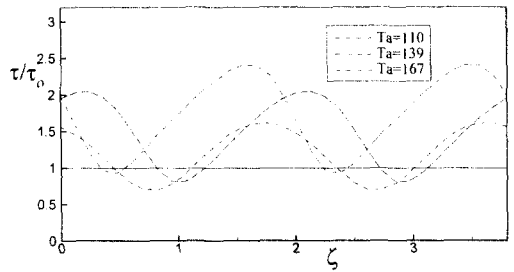


Fig. 10 Circumferential shear stress along an axial line at the inner cylinder wall

것으로 사료된다. $Ta=139$ 부터 다시 C_M 이 비교적 일정하게 감소함을 볼 수 있는데 선형이론이 적용되는 구간에서보다 완만하게 감소함을 알 수 있다. 이를 확인하기 위해서 안쪽 실린더 벽에서 축방향에 따른 회전방향의 순간 벽 전단응력(τ)을 계산하였다(Fig. 10). 여기서 각각의 Ta 에 대하여 Taylor vortex가 존재하지 않을 경우에 해당하는 엄밀해를 적용하여 구한 벽 전단응력(τ_0)으로 τ 를 나누어주었다. 이는 Taylor vortex가 생성되지 않는다고 가정했을 경우에 대해 Taylor vortex의 생성에 의한 벽 전단응력 분포변화의 상대적 비교를 용이하게 하기 위해서이다. 그림에서 보듯이 대체적으로 전단응력 분포가 축방향의 거의 모든 영역에서 1보다 크다. 특히 이러한 경향은 Ta 가 클수록 더욱 심하게 나타나고 있다. 즉 Ta 가 커질수록 Taylor vortex에 의한 상대적인 벽 전단응력이 더 커짐을 알 수 있다.

5. 결 론

본 연구에서는 Taylor-Couette 유동에 대해서 전산 해석을 수행하였다. 그다지 많은 격자를 사용하지 않고도 Taylor vortex가 생성되는 3차원 비정상 층류 유동을 전산 해석적으로 구현할 수 있었다. 그 동안의 많은 실험 결과에서 보고된 바와 같이 Ta 가 증가함에 따라 유동 불안정성에 의해 정상적인 Taylor vortex에서 비정상적인 wavy vortex로 천이 되는 것을 확인 할 수 있었다. 또한 wavy vortex인 경우 실험의 제약 상 travelling wave를 시간에 따라 관찰한 Wereley의 실험방법이 타당함을 입증할 수 있었다. 또한 Marcus가 사용한 shift-and-reflect symmetry를 검증하였다. 여러 경우의 Ta 에 대해 자세한 속도장을 파악할 수 있었으며 Wereley의 실험결과와 많은 비교가 이루어졌고 대부분 잘 일치되었다. 이는 실험으로 얻을 수 없는 정보들을 전산해석적으로 비교적 손쉽게 얻을 수 있음을 의미한다. 또한 본 연구에서 수행한 여러 경우의 Ta 에 대한 C_M 의 경향을 확인하였으며 Taylor vortex에 의해 C_M 이 증가되는 현상을 고찰할 수 있었다. 향후 더욱 다양한 Ta , Re 에 대한 파라미터적 연구와 난류에 대한 연구가 수행되어질 예정이다.

참고문헌

- (1) Taylor, G. I., 1923, "Stability of a Viscous Liquid Contained between Two Rotating Cylinders," *Phil. Trans. R. Soc.*, A223, pp. 289~343.
- (2) Stuart, J. T., 1958, "On the Non-Linear Mechanics of Hydrodynamic Stability," *J. Fluid Mech.*, Vol. 4, pp. 1~21.
- (3) Davey, A., 1962, "The Growth of Taylor Vortices in Flow between Rotating Cylinders," *J. Fluid Mech.*, Vol. 14, pp. 336~368.
- (4) DiPrima, R. C., 1967, "Vector Eigenfunction Expansions for the Growth of Taylor Vortices in the Flow between Rotating Cylinders," In *Nonlinear Partial Differential Equations* (ed. W. F. Ames), pp. 19~42, Academic.
- (5) Davey, A., DiPrima, R. C., and Stuart, J. T., 1968, "On the Instability of Taylor Vortices," *J. Fluid Mech.*, Vol. 31, pp. 17~52.
- (6) Eagles, P. M., 1971, "On the Stability of Taylor Vortices by Fifth-Order Amplitude Expansions," *J. Fluid Mech.*, Vol. 49, pp. 529~550.
- (7) Brandstater, A. and Swinney, H. L., 1987, "Strange Attractors in Weakly Turbulent Couette-Taylor Flow," *Phys. Rev., A*, 35, pp. 2207~2220.
- (8) Wereley, S. T. and Lueptow, R. M., 1994, "Azimuthal Velocity in Supercritical Circular Couette Flow," *Exps. Fluids*, Vol. 18, pp. 1~9.
- (9) Jones, C. A., 1985, "The Transition to Wavy Taylor Vortices," *J. Fluid Mech.*, Vol. 157, pp. 135~162.
- (10) Schroder, W. and Keller, H. B., 1990, "Wavy Taylor-Vortex Flows via Multigrid-Continuation Methods," *J. Comput. Phys.*, Vol. 91, pp. 197~227.
- (11) Marcus, P. S., 1984, "Simulation of Taylor-Couette Flow, Part 2, Numerical Results for Wavy-Vortex Flow with One Travelling Wave," *J. Fluid Mech.*, Vol. 146, pp. 65~113.
- (12) Wereley, S. T. and Lueptow, R. M., 1998, "Spatio-temporal Character of Non-wavy and Wavy Taylor-Couette Flow," *J. Fluid Mech.*, Vol. 364, pp. 59~80.
- (13) Rosenfeld, M., Kwak, D., and Vinokur, M., 1994, "A Fractional Step Solution Method for the Unsteady Incompressible Navier-Stokes Equations in Generalized Coordinate Systems," *Journal of Computational Physics*, Vol. 94, pp. 102~137.