

## 광학설계의 최적화에서 Lagrange 부정승수법을 이용한 능동적 제어

조용주 · 이종웅<sup>†</sup>

청주대학교 광학공학과

Ⓣ 360-764 충북 청주시 상당구 내덕동 36번지

(2001년 1월 16일 받음, 2001년 3월 9일 수정본 받음)

광학설계의 최적화에서는 광학수차를 줄이면서 광학계의 제한조건을 유지시켜야하며, 이를 위하여 Lagrange 부정승수법이 사용되고 있다. 이 과정에서 제한조건이 merit function의 error 항보다 우선적으로 보정된다. 본 연구에서는 이를 이용하여 merit function에서 절대값이 큰 error의 보정조건을 제한조건으로 변경하여 우선적으로 보정하는 최적화의 능동적 제어법을 제안하고, 이를 사진렌즈계의 최적화에 적용하였다.

분류코드 : SM.010.

### I. 서 론

광학설계의 최적화에는 최소자승법(least squares method, LS method)<sup>[1]</sup>과 감쇠최소자승법(damped least squares method, DLS method)<sup>[2,3]</sup>이 사용되고 있다. 이중 최소자승법은 수렴속도는 빠르나 최소점부근에서 불안정한 문제점이 있어 주로 감쇠최소자승법이 사용되고 있다. 감쇠최소자승법은 감쇠항을 도입하여 가능한 한 설계변수의 변화량을 적게 하여 최적화의 불안정성을 줄여주고 있다. 최소자승법과 감쇠최소자승법에서는 수차함수를 1차함수로 근사하여 error 제곱의 합을 최소화 하고 있으며 수차함수를 1차함수로 선형근사할 때의 오차와 수차함수간의 상호종속성은 최적화의 수렴속도를 저하시키며, 불안정성의 요인이 되고 있다. 선형근사의 오차를 줄이기 위하여 수차함수를 2차까지 Taylor 급수전개 하는 방법이 사용되며, 2차 미분계수 전체를 계산하기 위해서는 방대한 계산이 추가로 요구되므로 2차미분계수의 대각요소를 계산하여 감쇠항으로 사용<sup>[4]</sup>하거나 근사적으로 2차미분계수를 구하는 방법<sup>[5]</sup>이 사용되고 있다.

수차함수의 상호종속성에 기인하는 문제점을 해결하기 위하여 D.S. Grey<sup>[6]</sup>는 직교화기법을 제안하였으며, 직교화 기법에는 변수들을 직교화하는 직교화 기법과 수차함수를 직교화하는 직교화 기법이 있다. 국내에서도 변수의 직교화기법과 SVD(singular value decomposition)을 도입하여 double Gauss형 사진렌즈계를 설계한 논문이<sup>[7,9]</sup> 발표되었고, 정규방정식에서 우선적으로 고유값을 계산하여 상대적으로 작은 고유값을 가지는 고유vector를 제거함으로써 최적화의 불안정성을 줄이고 있다. 또한 감쇠최소자승법에서 최적화 감쇠계수를 결정하기 위하여 정규방정식의 고유값을 계산하여, 고유값의 중간값을 감쇠계수로 결정하여 최적화하는 방법<sup>[2,8]</sup>도 발표되어 있다.

광학설계의 최적화에서는 광학수차를 최소로 하여야 할 뿐만 아니라, 광학설계에서 요구되는 광학적, 물리적 제한조건을

유지 시켜야한다. 광학설계의 제한조건을 유지시키는 방법으로는 제한조건을 error 함수로 표현하고, 이를 merit function에 포함시키는 방법과, 선형근사한 제한조건을 Lagrange 부정승수를 사용하여 merit function의 최소화 조건과 결합시키는 방법이었다.

Lagrange 부정승수를 사용하여 제한조건을 유지시키는 경우에는 제한조건이 merit function에 포함된 error 함수보다 우선적으로 유지된다. 본 연구에서는 이를 이용하여 절대값이 큰 error의 보정조건을 제거하고 제한조건으로 바꾸어 줌으로써, 이를 우선적으로 보정하는 방법에 대하여 연구하였다. 매 iteration마다 merit function에서 절대값이 큰 error를 감쇠최소자승법의 정규방정식에서 제거하고, 이의 보정조건을 제한조건에 추가함으로써 이 error를 merit function의 다른 error항보다 우선적으로 보정되게 한다. 이와 같이 함으로써 광학계의 최적화에서 가장 큰 error가 우선적으로 보정되도록 하는 능동적 제어가 가능하다. 이때 이 error를 한번에 보정하는 경우에는 merit function의 진동이 심하고, 광학계가 사용 불가능한 형태로 변화하는 경우가 많아 매 iteration마다 적절한 보정 목표치를 설정하여 점진적으로 보정되도록 하였으며, 이를 통하여 수렴속도의 저하없이 최적화의 안정성을 개선할 수 있었다.

본 연구에서는 double Gauss형 사진렌즈계를 최적화의 예로서 사용하였으며, 제한조건을 이용하여 능동적제어를 하고 있는 DLS method와 기존의 DLS method의 수렴속도와 안정성을 비교하였다. 사진렌즈계의 최적화에서 능동적제어를 이용하는 DLS method가 기존의 방법보다 낮은 최적점으로 안정하게 수렴함을 확인할 수 있었다.

### II. 최소자승법과 감쇠최소자승법

#### 2.1. Error 함수와 Error Vector

광학계의 error  $f_i$ 는 일반적으로

$$f_i = w_i(e_i - t_i) = f(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (1)$$

<sup>†</sup>E-mail: julee@chongju.ac.kr

로 정의된다. (1)식에서  $w_i$ 는 가중치,  $e_i$ 는 실제 error 값,  $t_i$ 는 목표 값이다. 광학계의 error는 efl, bfl, 3차수차, rms spot size 등이 있고, 설계변수는 곡률, 비구면 계수, 굴절률, 분산상수, 두께 등이 있다. Error  $f_i$ 는 광학계의 설계변수  $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ 에 대하여 비선형함수이고,  $f_i$ 를 1차까지 Taylor 급수로 전개하면,

$$f_i = f_{i0} + \sum_{j=1}^n a_{ij} \Delta x_j, \quad a_{ij} = \frac{\partial f_i}{\partial x_j} \quad (2)$$

(2)식과 같이 나타내지고, error 함수와 설계변수를 벡터와 행렬로 표현하면

$$F = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \vdots \\ f_m \end{bmatrix}, \quad X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}, \quad A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix} \quad (3)$$

으로 표현할 수 있다. (3)식에서  $m$ 은 error 함수의 수,  $n$ 은 설계변수의 수이다.

### 2.2. 최소자승법과 감쇠최소자승법

최소자승법에서는 error 함수의 제곱의 합을 merit function  $\Phi$ 로 정의하며,

$$\Phi = \sum_{i=1}^m f_i^2 \quad (4)$$

이 merit function을 최소화 하고 있다. 최소자승법의 error vector와 merit function은 행렬형태로

$$F \approx F_0 + A \Delta X \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \Phi &= F^T F \\ &\approx F_0^T F_0 + 2A^T F_0 \Delta X + \Delta X^T A^T A \Delta X \end{aligned} \quad (6)$$

쓸 수 있고,  $X^T, F^T, A^T$ 는 각각  $X, F, A$ 의 전치행렬이다. Merit function  $\Phi$ 가 최소가 될 조건은

$$A^T F_0 + A^T A \Delta X = 0 \quad (7)$$

로 주어지며, 이식을 최소자승법의 정규방정식(normal equation)이라 한다. 최소자승법은 수렴속도는 우수하나, 최적화과정에서 1차미분이 영에 수렴하게 되는 경우 설계변수  $\Delta X$ 가 커져 merit function이 불안정하게 진동하는 현상이 나타난다.

감쇠최소자승법에서는 최적점부근에서 merit function의 진동을 막기 위하여, 변수의 변화량  $\Delta X$ 가 최소가 되도록 하는 조건을 LS의 merit function에 추가하였으며, 이를 일반화된 merit function이라고 한다. DLS의 merit function은

$$\psi = F_0^T F_0 + 2A^T F_0 \Delta X + \Delta X^T (A^T A + p^2 Q) \Delta X \quad (8)$$

표현되고, 정규방정식은 다음과 같다.

$$(A^T A + p^2 Q) \Delta X + A^T F_0 = 0 \quad (9)$$

(9)식과 (7)식을 비교하면  $p^2 Q$ 는 감쇠항이고, 최적점 근처에서 설계변수의 발산을 방지하는 역할을 하고 있다.  $p$ 는 감쇠계수

(damping factor)로 damping의 크기를 결정하는 변수로 사용되고,  $Q$ 는 각각의 변수에 주는 감쇠항의 크기를 결정하는 대각행렬이다. 감쇠최소자승법은 모든 변수에 같은 크기의 damping을 주는 additive damping과 변수의 민감도에 따라 damping의 크기를 변화시키는 multiplicative damping이 있으며 각각의 경우에 대한 scale matrix  $Q$ 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} Q &= I, \text{ additive damping} \\ Q &= q_{ij} \delta_{ij}, \quad q_{ij} = \sum_{k=1}^m a_{jk} a_{kj} \text{ multiplicative damping} \end{aligned}$$

본 연구에서는 multiplicative damping의 DLS method를 사용하였다.

## III. 제한조건을 이용한 최적화의 능동적제어

### 3.1. 광학계의 제한조건

광학설계의 최적화에서는 수치를 보정해야 할 뿐만 아니라, 설계사양에서 요구되는 물리적, 광학적인 제한조건을 만족해야 한다. 물리적인 제한조건에는 축상두께, 렌즈의 edge 두께, 광학계의 물상거리 등이 있으며, 광학적인 제한조건에는 efl, bfl, 배율 등이 포함될 수 있다. 하지만 제한조건이 추가될수록 광학계 설계의 자유도가 줄어들어 최적화 진행이 어렵게 되므로 제한조건을 가능한 한 최소화하는 것이 필요하다. 일반적으로 사용되고 있는 제한조건을 유지하는 방법에는 제한조건들을 광학계의 error함수로 나타내어 최소자승법의 merit function에 추가하는 방법과 Lagrange 부정승수법을 이용하여 제한조건의 유지조건을 DLS의 정규방정식과 결합하는 방법이 있다.

### 3.2. Lagrange 부정승수법

광학계의 최적화는 merit function을 최소화하는 방향으로 진행한다. 이 merit function을 최소화함과 동시에 광학계에서는 제한조건들을 만족해야 한다. 제한조건들을 광학계의 error로 구성하여 감쇠최소자승법에 의해 풀어내는 경우에는 제한조건들을 목표 값의 근처에서 유지시킬 수 있으나, 정확하게 목표 값을 유지하지 못한다. 광학계의 제한조건은

$$q_k = q_k(x_1, x_2, \dots, x_n) = c_k, \quad k = 1, \dots, p \quad (10)$$

로 표현할 수 있고, 제한조건의 수  $p$ 는 설계변수의 수보다 작아야 한다. (1)식에서  $c_k$ 는 제한조건의 목표값이다. 제한조건  $q_k$ 를 1차까지 전개하면

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^n b_{kj} \Delta x_j &= c_k - q_k^0 = d_k \\ b_{kj} &= \frac{\partial q_k}{\partial x_j} \end{aligned} \quad (11)$$

표현할 수 있고,  $p$ 개의  $d_k$ 는 제한조건의 error이며, 제한조건이 있는 경우

$$B \Delta X = D \quad (12)$$

의 연립방정식으로 표현된다. (12)식을 Lagrange 부정승수를

사용하여 감쇠최소자승법의 merit function과 다음과 같이 결합될 수 있다.

$$\Psi^* = F_0^T F_0 + 2A^T F_0 \Delta X + \Delta X^T (A^T A + p^2 Q) \Delta X + (\Delta X^T B^T - D^T) \Gamma \quad (13)$$

$\Gamma$ 는 Lagrange 부정승수이며 제한조건의 수만큼 성분  $\{\lambda_1, \dots, \lambda_p\}$ 을 가진다.

(13)식이 최소가 되는 조건은

$$(A^T A + p^2 Q) \Delta X + B^T \Gamma + A^T F_0 = 0 \quad (14)$$

표현되고, 제한조건의 선형근사식은

$$B \Delta X - D = 0 \quad (15)$$

으로 표현된다. (14), (15)식을 연립해서 풀면 제한조건이 유지되면서, (13)식의 merit function이 최소로 되는 광학계의 설계변수의 변화량  $\Delta X$ 를 구할 수 있다.

### 3.3. 제한조건을 이용한 최적화의 능동적 제어

본 연구에서는 merit function의 크기에 많이 기여하는 error 중 상대적으로 큰 error를 제한조건으로 변경하여 최적화하는 능동적 제어를 하고 있다. (14), (15)식에서 제한조건과 DLS의 정규방정식을 살펴보면 (15)식의 제한조건은 1차근사에서 정확한 해를 찾는 반면에, merit function에 포함된 error는 (13), (14)식에서 merit function 전체를 줄이고 있다. 이 때문에 merit function에 포함된 error 자체는 최소화 한다고 볼 수 없으므로 제한조건의 error가 우선적으로 보정됨을 알 수 있다.

본 연구에서는 제한조건이 merit function의 error보다 우선적으로 유지되는 것을 이용하여, merit function에서 절대값이 큰 error를 제한조건으로 바꾸어 줌으로써, 다른 error 항보다 우선적으로 보정되게 하는 능동적 제어법을 사용하였다. 이때 merit function에서 error가 큰 항을 제한조건으로 한번에 보정하는 경우에는 error함수의 비선형성 때문에 오차가 많은 해를 찾거나, 심한 경우 발산하게 된다. 본 연구에서는 이를 피하기 위해서 merit function에서 제한조건으로 바꾸어 줄 때, 1회 반복의 보정목표에 해당하는 target rate  $\mu$ 를 설정하여 점진적으로 error가 보정되도록 하였다.

$$\sum_{j=1}^n a_{kj} \Delta x_j = \mu d_{k0} \quad (16)$$

(16)식에서 target rate  $\mu$ 가 1.0일 경우는 선형근사에서 error를 한번에 보정하는 해를 찾으며,  $\mu$ 가 0.1일 경우는 10%만을 보정하는  $\Delta X$ 를 찾게 된다.

능동적제어를 하는 경우에 선택할 수 있는 parameter은 damping factor, 제한조건으로 변경하는 error 항의 수, target rate가 있다. 이 parameter를 적절하게 조합함으로써 능동적 제어에서는 다양한 최적화 경로를 선정할 수 있는 부수적인 장점이 있다. 본 연구에서는 damping factor, 제한조건으로 변경하는 error 항의 수, target rate를 변화시키면서 일반적인 DLS 방법을 사용하는 경우와 최적화의 수렴속도와 안정성을 비교하였다.

## IV. 능동적제어를 이용한 사진렌즈계의 최적화

### 4.1. 사진렌즈계의 초기설계

설계의 예로는 6개의 렌즈로 구성된 double-Gauss형 사진렌즈계를 사용하였으며, 이 사진렌즈계의 반시계각이 22.5°, efl은 50 mm이다. 초기설계의 제원은 표 1, 렌즈형태는 그림 1, spot diagram은 그림 2에 나타나있다. 그림 2에서 초기 설계의 spot size는 매우 크며, 축상에서 rms spot size는 0.2 mm, 최대 반시계각에서는 1.4 mm이며 수차가 보정되지 않은 광학계이다.

최적화에서는 10개의 곡률 변수만을 가지고 최적화를 하였다. 이는 광학수차가 변수보다 곡률변수에 민감하고, 두께변수를 처음부터 최적화 변수로 사용하면 두께가 너무 커지거나 얇아지는 경우가 많기 때문이다.

표 2에는 최적화에 사용한 error함수와 가중치가 나타나있다. 최적화에서는 광학계의 시계를 등간격의 5 field로 나누고, d-선, F-선, C-선의 rms spot size와 왜곡수차를 보정하였다.

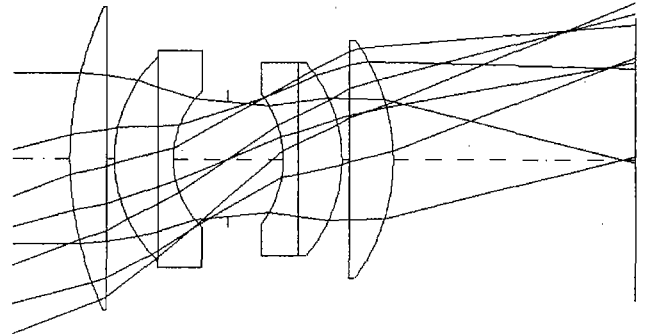


Fig. 1. Optical layout of the initial photographic lens system.

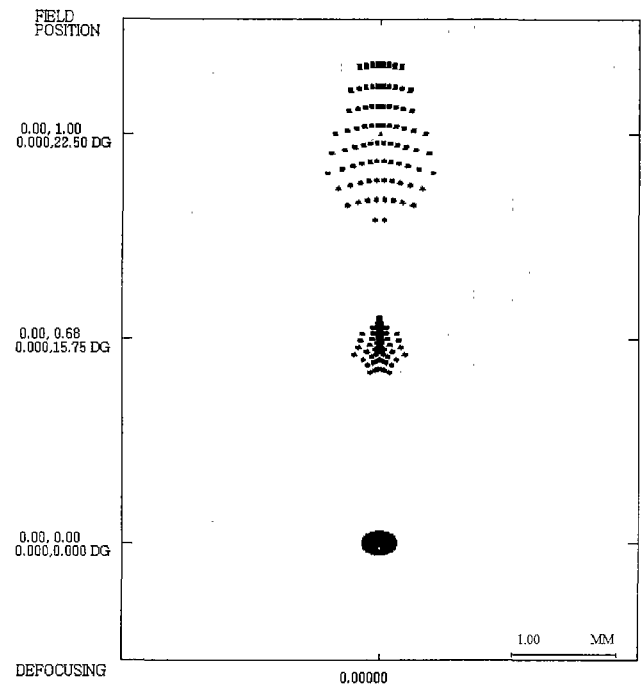


Fig. 2. Spot diagram of initial design at the best focal plane.

Table 1. Design data of the initial photographic lens system (double-Gauss type, F/2.0)

surface#	r	d	GLASS
1	44.052	5.0	LaK-9
2	145.492	1.0	Air
3	18.832	6.0	SK-4
4	39.840	2.0	LF5
5	12.706	7.5	Air
Stop	-	7.5	Air
7	-16.977	2.0	SF-5
8	96.153	6.0	LaK-9
9	-21.231	1.0	Air
10	127.795	6.0	LaK-9
11	-44.444		Air

Table 2. Optimization conditions for the photographic lens system

error terms	number	weighting	target value
rms spot size at d-line	5	1.0	
rms spot size at C-line	5	1.0	
rms spot size at F-line	5	1.0	
distortion	3	0.01	
efl	1	0.5	50
bfl	1	0.5	33

Spot size의 가중치는 1로 하였으며, 왜곡수차의 경우는 %로 표현되므로 다른 수차와 균형을 맞추기 위하여 왜곡수차의 가중치는 0.01로 하였다.

4.2. 최적화 결과 및 분석

사진렌즈계의 최적화에서는 multiplicative damping의 감쇠최소자승법을 사용하였고, 감쇠계수 p는 0.1과 1.0사이의 5개의 값을 사용하였다. 능동적 제어를 사용하지 않은 보통의 DLS method를 사용한 최적화의 결과를 그림 3에 나타내었다. 그림 3에서 reduced merit function은 초기치를 100으로 규격화한

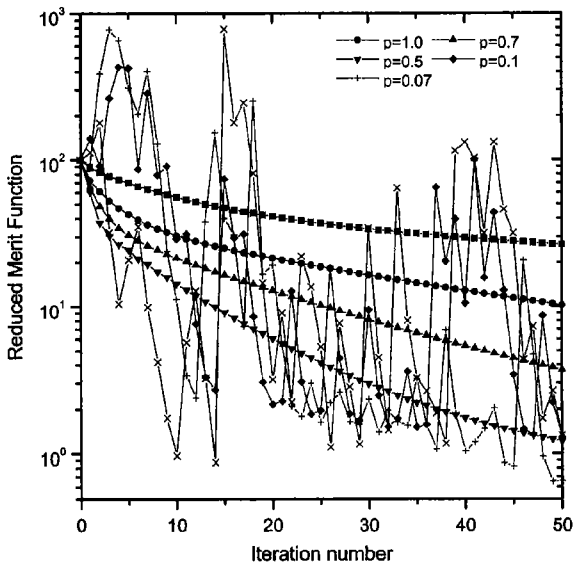


Fig. 3. Optimization by using conventional DLS method.

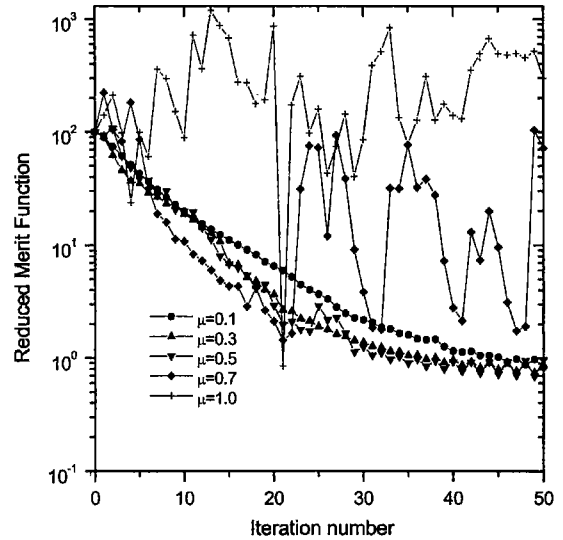


Fig. 4. Variation of merit function as a function of target rate (p = 0.5, conversion = 2).

merit function이다. 감쇠계수가 0.5일 때 가장 빠르고 안정하게 수렴하고 있으며, 50회의 반복을 통하여 merit function은 초기치의 1.3%까지 감소하였다.

능동적 제어를 하는 경우에 제한조건으로 변경하는 error의 수와 target rate에 따라 최적화의 진행과정이 달라진다. 먼저 target rate의 변화가 최적화의 수렴속도와 안정성에 주는 영향을 살펴보기 위하여, 감쇠계수 0.5, 제한조건으로 변경하는 항의 수를 2로 고정하여 target rate를 0.1에서 1까지 변화시키면서 최적화의 진행과정을 살펴보았으며, 그 결과는 그림 4에 나타나 있다. 그림 4에서 target rate가 낮은 경우( $\mu = 0.1, 0.3$ )에는 안정하게 수렴하고 있으나  $\mu$ 가 0.7, 1.0인 경우는 처음부터 진동이 심하여 최적화의 진행이 매우 불안정하다. Target rate가 작은 경우가 예상한 바와 같이 안정하게 수렴하고 있다. 그림 4에서  $\mu$ 를 0.1로 낮게 하더라도  $\mu$ 가 0.5인

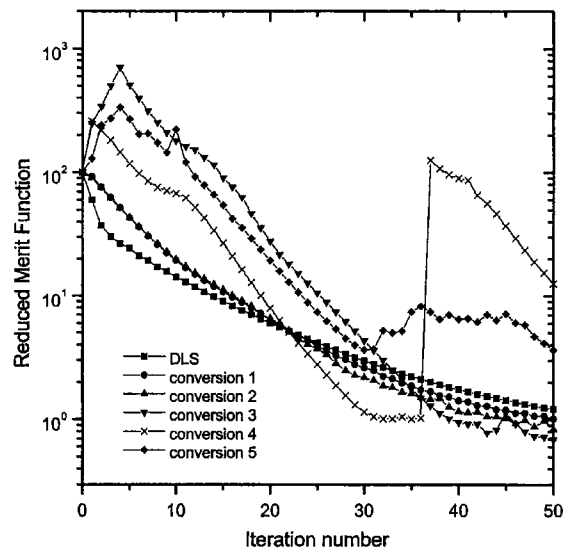


Fig. 5. Variation of merit function depending on the number of conversions (p = 0.5,  $\mu = 0.1$ ).

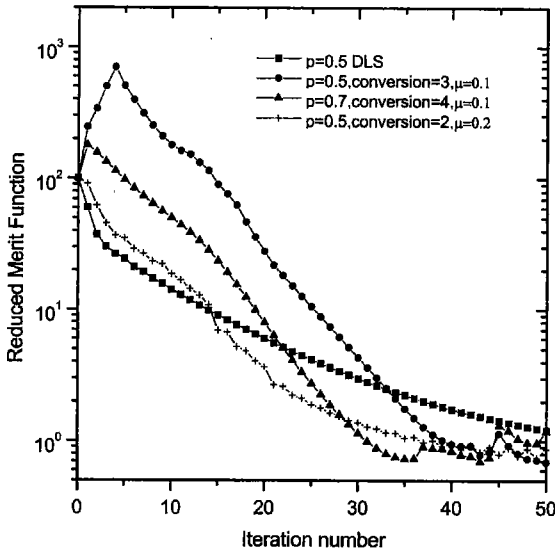


Fig. 6. Best conditions for optimization of the photographic lens.

경우와 비교하여 안정성은 증가하였으나 수렴속도는 큰 차이를 보여주지 않아, target rate는 0.1~0.3의 범위가 적절함을 알 수 있다.

그림 5에는 감쇠계수를 0.5, target rate 0.1로 고정하였을 때 제한조건으로 변경하는 error 항의 수에 따른 최적화의 진행과정을 보여주고 있다. 그림 5에서 최적화의 초기단계(20회)까지는 능동적제어를 사용하지 않는 보통의 DLS method가 가장 빨리 수렴하고 있으며, 제한조건으로 변경하는 error 항의 수가 1, 2개일 경우에는 처음부터 수렴하고, 나머지 경우(3, 4, 5개)에는 초기에 증가하였다가 다시 감소한다. 전체적으로 보아 제한조건을 변경하는 항의 수가 3개까지는 50회의 반복에서 DLS 방법보다 낮은 해로 수렴하였으며, 제한조건으로 변경하는 항의 수가 4, 5인 경우는 좋은 결과를 얻지 못하였다. 이것은 전체변수의 수 10개와 비교하여 제한조건이 너무 많아서 생긴 현상으로 이해된다.

그림 6에는 제한조건으로 변경하는 error 항의 수는 2, 3, 4인 경우에 damping factor와 target rate를 바꾸어 가면서 최적화한 각각의 경우에서 안정성과 수렴속도가 좋은 조건을 정리한 것이다. 이 그림에서 능동적 제어를 채용한 최적화가 기

Table 3. Design data of the optimized photographic lens system (double-Gauss type, F/2.0)

surface#	r	d	GLASS
1	54.644	5.0	LaK-9
2	0.00000	1.0	Air
3	21.427	6.0	SK-4
4	0.00000	2.0	LF5
5	14.285	7.5	Air
Stop	-	7.5	Air
7	-16.444	2.0	SF-5
8	0.00000	6.0	LaK-9
9	-2.222	1.0	Air
10	0.00000	6.0	LaK-9
11	-31.181		Air

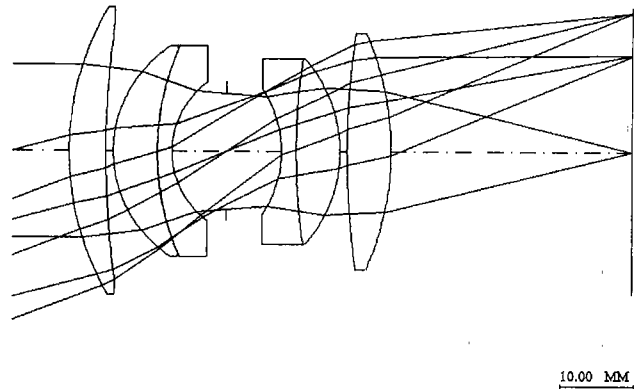


Fig. 7. Optical layout of the optimized photographic lens system (10 curvature variables were used).

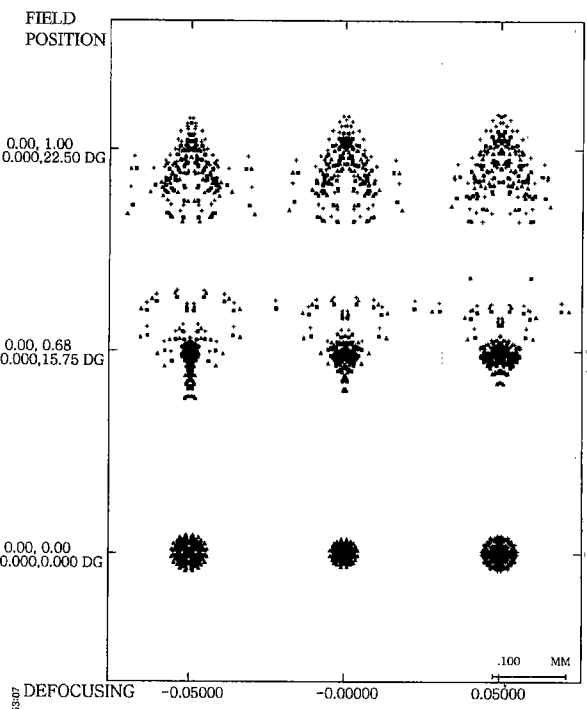


Fig. 8. Spot diagram of the optimized data at the best focal plane.

존의 DLS 방법보다는 보다 낮은 최적점에 도달함을 볼 수 있다. 그림 6에서 damping factor 0.5, target rate 0.2, 제한조건으로 변경하는 error 항의 수 2개일 경우가 가장 빨리 최적점으로 수렴하였고, 이 최적점의 제원은 표 3에, 형태 및 spot diagram은 각각 그림 6, 7에 나타나 있다.

10개의 곡률변수만으로 최적화된 사진렌즈계의 rms spot size는 축상에서는 19 μm고, 0.7 field에서는 54 μm, 비축에서는 105 μm이며 수차가 많이 보정되었다. 최적화후 efl은 50.07 mm로 bfl은 33.03 mm로 목표 값은 잘 유지하고 있다.

### V. 결 론

본 연구에서는 감쇠최소자승법을 이용한 최적화에서 광학설

계의 절대값이 큰 error를 merit function에서 제거하고, 이의 보정조건을 제한조건으로 바꾸어 줌으로써, 다른 error 항보다 우선적으로 보정되도록 하는 최적화 program을 개발하고, 사진렌즈계의 최적화에 적용하였다. 이때 error를 한번에 보정하는 경우 선형근사의 오차에 의하여 최적화가 불안정하게 진행되므로 target rate를 주어 점진적으로 보정되게 하며 최적화의 안정성을 개선하였다.

제한조건을 이용한 능동적 제어에서는 damping factor, target rate, 제한조건으로 변경하는 error항의 개수에 따라 최적화의 진행과정이 달라진다. 사진렌즈계의 최적화에서 능동적 제어를 하지 않은 기존의 multiplicative damping의 감쇠최소자승법에서는 감쇠계수가 0.5일 때 가장 빠르게 수렴하였다. 능동적 제어를 사용한 최적화에서 이를 기준으로 감쇠계수를 0.5로 고정하고 제한조건으로 변경하는 항의 수가 2개 일때 target rate가 0.1-0.3인 경우가 가장 안정하게 수렴하였으며, target rate가 0.1로 낮은 경우에도 큰 경우(0.3, 0.5)와 비교하여 수렴속도는 큰 차이가 없었으며, 적절한 target rate를 줌으로써 수렴속도의 저하없이 최적화의 안정성을 크게 개선할 수 있음을 확인할 수 있었다.

절대값이 큰 error를 제한조건으로 바꾸어 이를 우선적으로 보정하는 능동적 제어를 하는 최적화와 기존의 DLS method와 비교하면 능동적 제어의 경우가 기존 DLS 보다는 빠르게 더 낮은 최적점으로 수렴하고 있다. 그러나 최적화의 초기단계에서는 기존의 DLS가 보다 빠르게 수렴하는 경향을 보이고 있으며, 이는 능동적제어의 최적화가 초기 단계의 최적화 보다는 최적화가 어느정도 진행되어 merit function이 최소점 근처에 있을 때 유용함을 보여주고 있다.

## 참고문헌

- [1] T. H. Jameieson, *Optimization Technique in Lens Design, Monographs on Applied Physics*, No. 5, (American Elsevier Pub, New York, 1971), Chapter 6.
- [2] K. Tanaka, "Determination of an initial damping factor in the damped-least squares problem," *Appl. Opt.*, vol. 33, no. 13, pp. 2411-2418, 1994.
- [3] D. Malacara, *Handbook of Lens Design* (Macel Dekker Inc, 1994), pp. 587-611.
- [4] 이종용, 이상수, "수차함수의 2차 미분계수의 대각요소를 감쇠항으로 하는 감쇠최소자승 법에 의한 사진렌즈계의 설계," *새물리*, 제27권 1호, pp. 8-15, 1987.
- [5] A. Fagiano, "Automatic lens design with pseudo second derivative matrix," *Appl. Opt.*, vol. 19, no. 24, pp. 4226-4229, 1980.
- [6] D. S Grey, "Aberration theories for semiautomatic lens design by electronic computer," *J. Opt. Soc. Am.*, vol. 53, no. 6, pp. 672-676, 1963.
- [7] 김기태, 이종용, "직교화와 SVD를 도입한 광학설계의 최적화기법에 대한 연구," *한국광학회지*, 제4권 4호, pp. 363-372, 1993.
- [8] 김태희, 김정찬, 박진원, 최옥식, 이윤우, 조현모, 이인원, "미분증가치의 최적성 평가법을 도입 한 감쇠최소자승법에 의한 광학 설계" *한국광학회지*, 제8권 2호, pp. 88-94, 1997.
- [9] 김태희, 김정찬, "사진렌즈 설계에서 SVD에 의한 감쇠최소자승법의 수렴성과 안정성" *한국광학회지*, 제6권 3호, pp. 178-187, 1995.

## Active control of optimization process in lens design by using Lagrange's undetermined multiplier method

Yong Joo Cho and Jong Ung Lee<sup>†</sup>

Department of Optical Engineering, Chongju University, Chongju 360-764, KOREA

<sup>†</sup>E-mail: julee@chongju.ac.kr

(Received January 16, 2001 ; Revised manuscript received March 9, 2001)

Optical system has some optical and mechanical constraints. The constraints should be preserved in optimization of optical system. For the purpose, the constraints are combined with the merit function by using Lagrange's undetermined multipliers. We propose an active optimization control by using the fact that the errors of constraints are corrected with higher priority than the other errors of the merit function. In this control, the errors which have large contribution to the merit function are converted into constraints. At that time, if the errors are corrected at once, the optimization will be unstable because of their non-linearity. Hence we introduce a target rate which represents a fraction of error to be corrected, and the errors are corrected progressively. An optimization program was developed on the bases of the proposed active control, and applied to design a photographic lens system. By using the active control, we could get better results compared with conventional damped least squares method.

Classification code : SM.010.