

분포하중이 평면 원호 아치의 동적 응답에 미치는 영향

Effects of Partially Distributed Step Load on Dynamic Response of the Plane Circular Arches

조 진 구* · 박 근 수**
Cho, Jin Goo · Park, Keun Soo

Abstract

In this study, non-linear finite element analysis of dynamic response of steel arch under partially distributed dynamic load was discussed. Material and geometric non-linearities were included in finite element formulation and steel behavior was modeled with Von Mises yield criteria. Either radial or vertical dynamic load was dealt in numerical examples. Various load distribution conditions ranged 50~100% of arch span were analyzed for the examples. Normal arch and arch with maximum shape imperfection of $L/1,000$ were studied. The analysis results showed that maximum displacement at the center of arch was occurred when 70% of arch span was loaded. The maximum displacement at a quarter of arch span was occurred when 50% of arch span was loaded and the displacement was larger than that of center of arch. Ratio of arch rise to arch span within 0.2 ~ 0.3 seems to be appropriate for arch under radial or vertical load.

I. 서 론

아치는 주로 원호, 포물선 등의 곡선형상을 갖는 구조물로서 직선부재로 구성되는 다른 구조형식과는 거동이 매우 상이하고 따라서 하중을 지지하는 방식도 매우 특이하다.⁵⁾ 아치는 수직으로 작용하는 외력에 의하여 양단의 지점에서 수평 반력이 발생하고 이 수평 반력은 임의 단면에서의 굽힘 모멘트를 감소시키며 부재단면은 주로 축방향 압축력을 지지하게 되므로 긴 시간의 구조물 건설에 사용될 수 있다. 특히 아치는 곡선형태이므로

구조적으로 안정되고 미관이 아름답기 때문에 예로부터 온실 교량 등 각종 구조물에 널리 사용된 구조형식이다.

아치구조물의 경우 과거에는 단면은 크고 지간이 짧은 경우가 대부분이며 하중이 과대하지 않았기 때문에 정적 해석만으로도 안전한 설계가 가능하였다. 그러나 최근에는 강재의 압연기술의 발전으로 강구조 부재는 경량화 및 고강도화 되었으며^{6,9)} 설계기술이 발달함에 따라 단면은 작아지는 반면 지간은 더욱 길어지는 등 대규모화하는 추세에 있는데⁹⁾ 반해 충격, 지진 등 예기치 않은 동하중

* 전남대학교 농과대학(농업과학기술 연구소)

** 전남대학교 대학원(금광기업(주))

키워드 : 평면아치, 형상불완전, 부분분포하중, 동적해석

을 받는 경우가 많아지는 등 위험성은 오히려 커지고 있다.

구조물은 어떠한 경우에도 안전성이 확보되어야 하고 이를 위해서는 정하중은 물론 동하중에 대해서도 안전성이 확보되어야 한다. 구조물의 동적 응답에 관한 연구는 항공기 설계에서 널리 사용되어 왔는데 최근 빈번한 지진의 발생으로 일반 구조물의 설계에서도 이에 대한 관심이 커지고 있다. 이와 같은 경향으로 많은 연구가들에 의하여 각종 구조형식을 대상으로 연구가 진행되어 왔으며 아치에 대해서도 비선형성을 고려한 동적 해석 연구가 수행되고 있다. 필자는 아치 구조물의 건설 과정과 장기 거동에 의하여 발생된 형상불완전을 고려한 동적 특성을 보고한 바 있다.¹⁾ 그러나 지금까지 이루어진 연구는 대부분 아치에 작용하는 동하중이 아치의 전지간에 분포되거나 자유진동인 경우에 관한 것들이다. 그러나 실제로 아치에 작용하는 동하중은 아치지간에 부분적으로 분포될 수 있으며 그렇게 되는 경우 아치의 동적 응답은 새로운 특성을 나타낼 수 있을 것이다.

따라서 본 연구에서는 2차원 평면 해석 방법을 적용하고 강재의 재료비선형과 대변형에 따른 기하학적 비선형 등을 고려한 유한요소 해석을 통하여 부분적으로 분포된 동하중을 받는 평면 원호아치의 동적응답 특성을 파악하고자 한다.

이를 위하여 하중은 수직 및 방사하중을 고려하였으며 하중의 분포구간은 아치지간의 50~100%를 고려하였다.

II. 유한요소 해석

부분분포 동하중을 받는 평면 원호 아치의 동적 해석방법으로는 유한요소법을 사용하였으며 이때 사용된 요소는 8-절점 등매개 변수 요소이다. 또한 유한요소 정식화 과정은 필자¹⁾의 논문에 자세히 설명되어 있으므로 여기서는 요점만을 기술하기로 한다.

1. 재료 비선형

일반적으로 비선형 연속체의 문제에서 임의 시간 t_n 에서의 전체 변형률 속도는 다음과 같다.

$$[\dot{\epsilon}]_n = [\dot{\epsilon}_e]_n + [\dot{\epsilon}_{vp}]_n \dots\dots\dots (1)$$

응력 속도는 변형률 속도와 관련하여 나타내거나 점소성 유동법칙을 적용하면 식(1)은 다음과 같이 된다.

$$[\dot{\epsilon}]_n = [D]^{-1} [\dot{\sigma}]_n + \gamma \langle \Phi_n(F) \rangle \left\{ \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right\}_n \dots\dots\dots (2)$$

여기서 [D] : 탄성행렬

γ : 유동계수

(F) : 항복함수

$[\dot{\epsilon}]_n, [\dot{\epsilon}_e]_n, [\dot{\epsilon}_{vp}]_n$:

전체, 탄성 및 점소성 변형률 속도

$[\dot{\sigma}]_n$: 응력 속도

를 나타낸다.

한편 Euler 적분공식에 의하면 시간 t_{n+1} 에서의 변형률은 다음과 같다.

$$[\epsilon_{vp}]_{n+1} = [\epsilon_{vp}]_n + [\dot{\epsilon}_{vp}]_n \cdot \Delta t \dots\dots\dots (3)$$

여기서 Δt 는 시간 간격을 나타낸다.

2. 기하학적 비선형

기하학적 비선형성을 고려하기 위해 변형 전 초기형상과 일치하는 전체 라그랑지안 좌표계를 선택하면 변형률은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$[\epsilon]_n = [\epsilon_L]_n + [\epsilon_{NL}]_n \dots\dots\dots (4)$$

여기서 $[\epsilon_L]_n = \sum_{i=1}^m [B_{Li}] [d_i]_n$:

선형변형률 $\dots\dots\dots (5)$

$$[\epsilon_{NL}]_n = \sum_{i=1}^m \frac{1}{2} [B_{NLi}] [d_i]_n :$$

비선형 변형률 $\dots\dots\dots (6)$

위의 식을 사용하면 식(4)의 변형률은 다음과 같다.

$$[\epsilon]_n = \sum_{i=1}^n \left[[B_{Li}]_n + \frac{1}{2} [B_{NLi}]_n \right] [d_i]_n \dots (7)$$

3. 형상불완전⁴⁾

본 연구에서 아치의 형상불완전은 식(8)과 같은 정현곡선으로 가정한다.

$$w_i = w_o \sin(n\pi x/L) \dots (8)$$

- 여기서 w_o : 아치의 정점에서 초기 최대 형상 불완전 값으로 $L/1000$ 을 취하였다.
- x : 아치의 좌단으로부터의 거리
- L : 아치의 지간
- n : 형상불완전의 모드를 결정하는 상수로서 1(대칭모드)을 취하였다.

동하중을 받는 구조물의 임의시간에서의 운동 평형방정식은 중앙 차분법을 이용하여 수치 해석하였다. 또 본 연구에서는 비선형의 경우에는 감쇠에 관한 유효한 자료는 거의 없는 것을 감안하여 감쇠효과는 무시하였다.

III. 해석 예

부분 분포하중에 따른 아치의 동적응답을 알아보기 위하여 모델 케이스로서 선정된 Fig. 1 과 같

Table 1 The dimensions and properties of circular arch

internal radius	$R=6.0\sim 12.0$ m
thickness of arch	$t=0.15$ m
semi angle	$\alpha = 22.62\sim 90.0$ degree
elastic modulus	$E=2.1 \times 10^4$ tf/m ²
Poisson ratio	$\nu = 0.3$
yield stress	$f_y = 40000$ tf/m ²
mass density	$\rho = 0.801$ tf-s ² /m ⁴
step distributed pressure	$q=1.0$ tf/m ²
yield criterion	Von Mises

은 강제 평면원호 아치가 부분 분포 단계하중 (partially uniformly distributed step load)을 받는 경우를 해석하였다. 모델 구조물의 요소의 분할은 평면 원호 아치를 각도 방향으로 20 등분 두께 방향으로 3등분하였으며 사용된 재료의 성질은 Table 1 과 같다. 이때 아치의 단면은 한국표준 I-150X75 강재를 사용하는 것으로 하였다.

IV. 결과 및 고찰

1. 아치높이/아치지간 비에 따른 아치의 동적 응답

먼저 수직하중과 방사하중이 아치 전 지간에 분포되어 작용할 때 아치높이/아치지간 비에 따른 아치의 동적응답을 알아보기 위하여 아치높이/아치지간의 비를 0.1~0.5로 변화시킨 경우 아치 중앙에서의 동적응답은 Fig. 2와 같다.

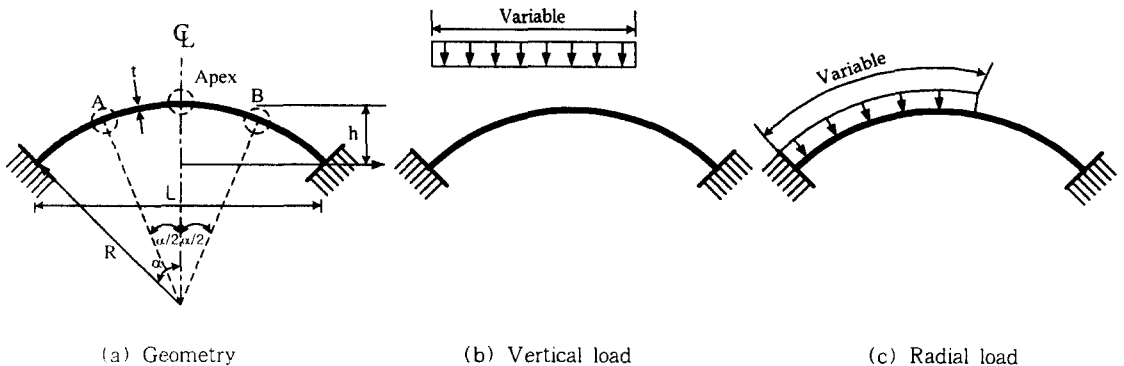
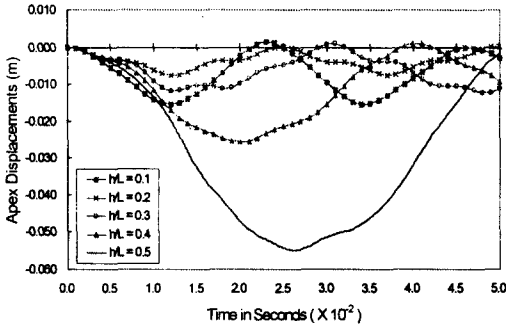
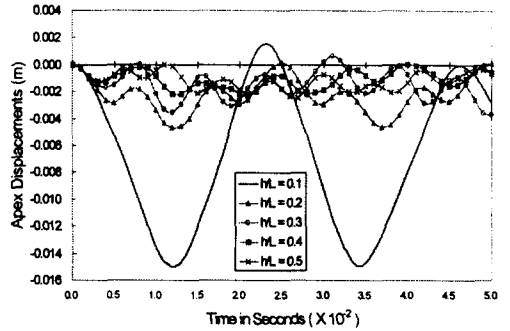


Fig. 1 Geometry of the plane circular arches and loading cases

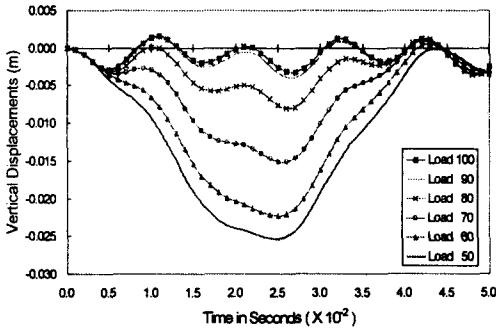


(a) Vertical load

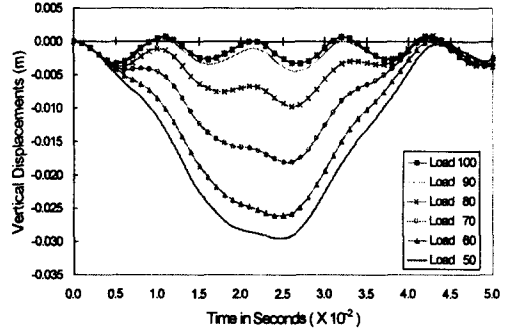


(b) Radial load

Fig. 2 Dynamic response of vertical displacement at apex of arch due to arch rise to arch span ratio



(a) Vertical loads



(b) Radial loads

Fig. 3 Dynamic response of vertical displacement at A for partially loaded arch without shape imperfection

수직하중이 작용하는 경우 아치높이/아치지간 비의 값이 0.2일 때 피크에서의 변위는 가장 작게 나타났으며 0.2 보다 크거나 작은 경우 피크에서의 변위가 점차로 증가하였고 특히 0.3 이상이면 피크에서의 변위의 증가가 현저하였으며 0.5일 때 (반원형 아치) 최대 변위는 5.5(cm)이었다. 한편 방사하중이 작용하는 경우에는 아치높이/아치지간 비의 값이 0.2 이상일 때 아치높이/아치지간 비의 값이 증가할수록 피크에서의 변위는 점차로 감소하였다. 이는 아치높이/아치지간 비의 값이 클수록 지지점 부근에서 방사 방향으로 작용하는 하중에 의해서 지지점의 수평 변위가 구속되기 때문으로 생각된다. 그러나 아치높이/아치지간 비의 값이 0.1인 경우 최대 변위는 갑작스럽게 증가하였다. 아치높이/아치지간 비의 값이 작을수록 보에

가깝고 방사하중의 대부분이 아치 측에 수직으로 작용하기 때문에 수직하중이 작용하는 경우와 유사한 경향을 보였다. 즉 방사하중이 작용하는 경우에는 아치높이/아치지간 비의 값은 0.2 이상으로 하는 것이 바람직스럽다. 그러나 수직 또는 방사하중이 작용할 수 있는 경우라면 위의 두 경우를 종합하여 볼 때 아치높이/아치지간 비의 값은 0.2~0.3이 이상적일 것으로 판단된다.

2. 분포하중에 따른 아치의 동적응답

부분 분포 하중에 따른 아치의 동적응답을 알아보기 위하여 아치높이/아치지간 비를 0.2, 아치지간 10m 및 형상불완전이 없는 경우 분포하중이 아치지간의 100~50% 구간에 분포되었을 때 아치

의 중앙 좌측 4등분점 A에서의 동적 응답은 Fig. 3과 같다.

아치의 동적응답 곡선에서 최대 변위는 두 경우 모두 하중이 아치지간의 50% 구간에 분포되었을 때 변위는 최대 값을 나타냈다. 최대 값은 수직하중이 작용하는 경우 2.54cm, 방사하중이 작용하는 경우 2.96cm로서 방사하중이 작용하는 경우 약 16.5% 큰 것으로 되었다. 또 하중 분포구간이 클수록 응답주기는 짧아 졌으며 최대 변위 값은 감소하였다. 최대 변위가 발생하는 시간은 하중 분포구간이 많을수록 약간 지연되었지만 큰 차이는 없었다.

한편 분포하중에 따른 아치의 중앙에서의 변위의 동적 응답은 Fig. 4와 같다.

아치 중앙의 응답곡선에서 변위가 최대 값을 갖는 하중의 분포 구간은 70%일 때이였으며 이 결과는 포물선 아치⁸⁾에서 최대 변위를 유발하는 하중 분포구간 75%와 유사하였다. 분포하중에 따른 최대 변위값은 수직하중의 경우 1.19cm, 방사하중의 경우 1.02cm로서 수직하중이 작용할 때 약 16.7% 크게 나타났다.

아치 중앙 우측 4등분점(B)에서의 동적 응답은 Fig. 5와 같다. 중앙 좌측과는 달리 하중 분포 구간이 작을수록 상향의 처짐이 유발되었고 피크에서의 변위가 최대값을 갖는 하중분포 구간은 아치 지간의 50%일 때이었고 그 값은 수직하중의 경우 2.46cm 방사하중의 경우 2.88cm로서 방사하중일 때 약 17.0% 큰 것으로 되었으며 전체적인 거동

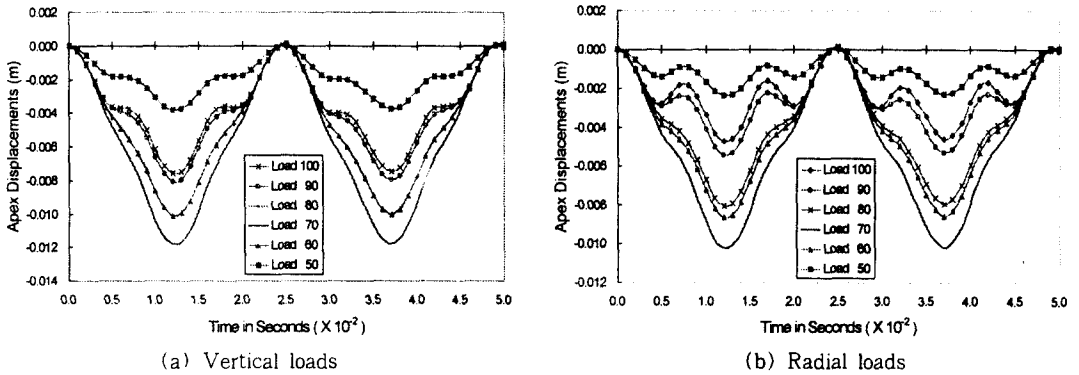


Fig. 4 Dynamic response of vertical displacement at apex for partially loaded arch without shape imperfection

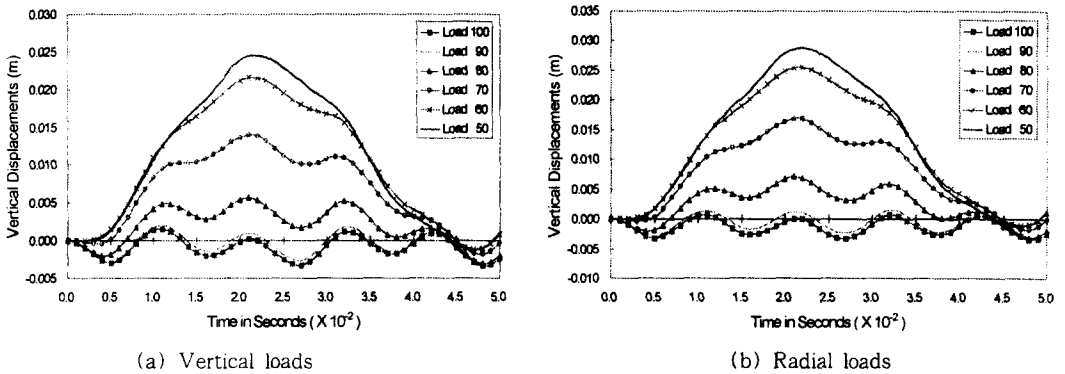
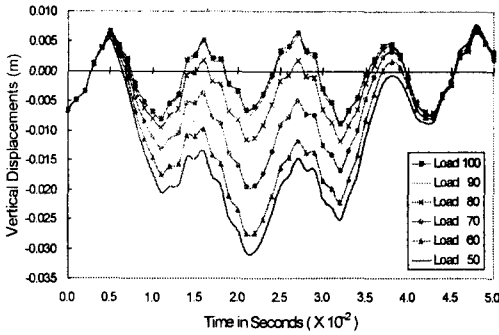
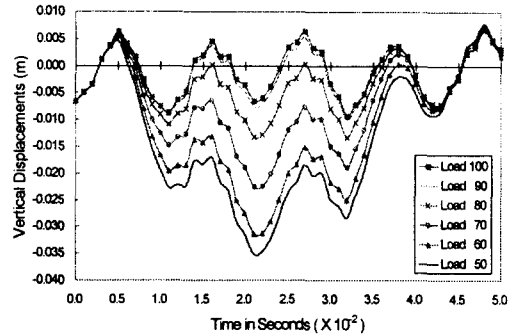


Fig. 5 Dynamic response of vertical displacement at B for partially loaded arch without shape imperfection

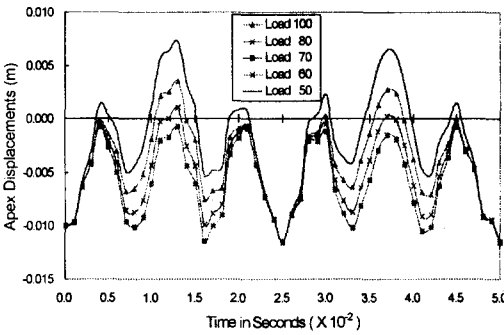


(a) Vertical loads

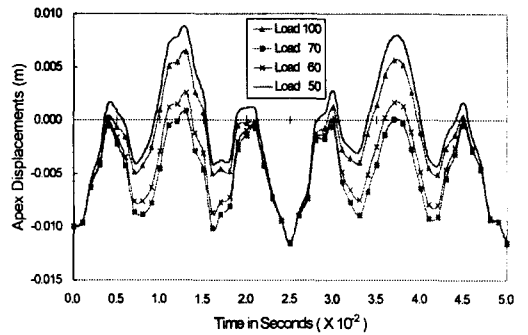


(b) Radial loads

Fig. 6 Dynamic response of vertical displacement at A for partially loaded arch with shape imperfection



(a) Vertical loads



(b) Radial loads

Fig. 7 Dynamic response of vertical displacement at apex for partially loaded arch with shape imperfection

특성은 중앙좌측 4등분점(A)의 응답과 유사하였다. 위의 세 경우를 종합하면 수직하중과 방사하중에 따른 변위값의 차이는 약 17% 정도이었다.

3. 형상불완전이 있는 경우 아치의 동적응답

아치의 중앙에 L/1000의 형상 불완전이 있는 경우 아치의 중앙 좌측 4등분점 A에서의 동적 응답은 Fig. 6과 같다.

완전아치의 경우와 마찬가지로 하중이 아치지간의 50% 구간에 분포될 때 피크에서의 변위는 최대값을 나타냈으며 수직하중의 경우 3.19cm 방사하중의 경우 3.64cm로서 방사하중이 작용하는 경우 약 14.1% 크게 유발되었다. 또 완전아치일 때 2.96cm와 비교하면 약 23%크게 나타났으며 형상

불완전이 있는 경우 크게 불리함을 알 수 있다. 아치에 형상불완전이 있는 경우 아치 중앙에서의 동적 응답은 Fig. 7과 같다.

시간에 따라서 피크에서의 변위값은 약간씩 차이를 보이고 있지만 아치에 발생하는 최대 변위는 약 0.025초에서 발생되었고 또 그 때의 변위값은 하중분포 구간에 상관없이 거의 동일하였다.

아치에 형상불완전이 있는 경우 아치의 중앙 좌측 4등분점 B에서의 동적 응답은 Fig. 8과 같다.

변위응답은 하중분포 구간이 작을수록 상향의 변위가 발생하는 것 이외에는 전체적인 응답 특성은 중앙좌측 4등분점 A에서의 응답과 유사하였다. 하중분포 구간이 100%에 가까운 것은 A와 B가 대칭에 가깝기 때문에 당연히 유사하여야 할 것이다.

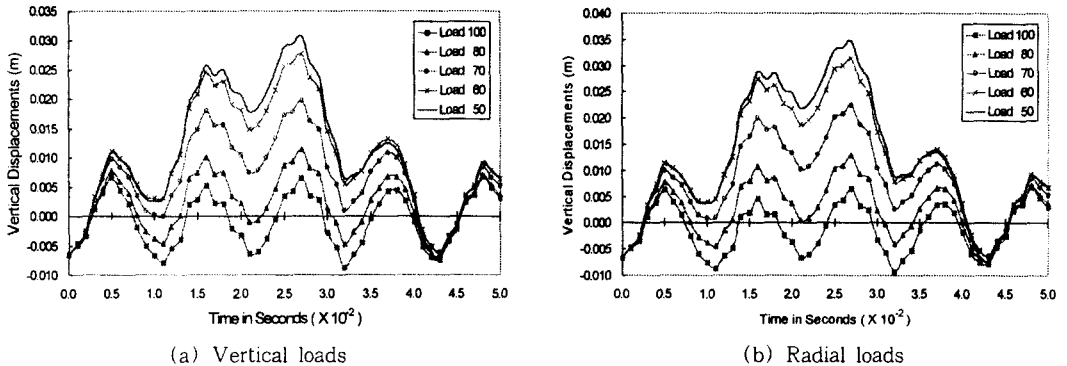


Fig. 8 Dynamic response of vertical displacement at B for partially loaded arch with shape imperfection

V. 결 론

본 연구에서는 부분적으로 분포된 동하중을 받는 강재 아치의 동적 응답 특성이 논의되었다. 해석방법으로는 유한요소법이 채용되었고 유한요소 정식화에서 재료비선형과 기하학적 비선형 효과가 모두 고려되었다. 또한 강재의 거동은 Von Mises 항복 기준을 적용하여 모델링 하였다. 모델 케이스로 선정된 강재 아치에 부분 분포하중이 작용하는 경우 아치의 동적 응답 특성을 알아보기 위하여 몇 가지의 수치 예를 제시하였다. 수치 예에서 고려된 동하중은 방사하중과 수직하중이며 분포하중의 작용 구간은 아치지간의 50~100%로 하였다. 또한 대상 아치는 완전아치와 $L/1,000$ 의 최대형상불완전을 갖는 아치로 하였다. 이러한 수치 예를 통하여 얻어진 결과를 요약하면 다음과 같다.

1. 아치높이/아치지간 비의 값은 수직하중의 경우 0.1~0.3 그리고 방사하중의 경우 0.2 이상으로 하는 것이 바람직 스러운 것으로 판단된다. 그러나 실제로 아치에 수직 또는 방사 하중이 작용하는 경우라면 아치높이/아치지간 비의 값은 0.2~0.3이 적합할 것으로 판단된다.
2. 아치의 중앙 좌측에있는 4등분점의 최대 변위는 분포하중이 그 점이 포함된 아치지간의 50% 구간에 분포될 때 최대 변위를 나타냈다.
3. 아치 중앙의 최대 변위는 분포하중이 아치지간의 70% 구간에 분포될 때 최대값을 나타냈다.

그러나 최대 변위값은 중앙좌측 4등분점의 변위값보다 작았다.

4. 수직하중 또는 방사하중이 작용하는 경우 각각의 최대 변위는 약 17%의 차이가 있었다. 중앙 좌·우측 4등분점의 최대 변위는 방사하중일 때 그리고 중앙의 최대 변위는 수직하중일 때 가장 큰 것으로 나타났다.

5. 형상불완전을 갖는 아치의 중앙 좌·우측 4등분점의 응답은 완전 아치의 경우와 유사하였지만 최대 변위는 약 23% 크게 나타났다. 그러나 아치 중앙의 최대 변위는 하중분포 구간과 상관없이 거의 일정하게 나타났다.

이 논문은 2000년도 전남대연구년교수 연구비 지원에 의하여 연구하였음

참 고 문 헌

1. 조진구, 1998, 초기처짐을 갖는 Spherical Shell의 동적 특성에 관한 연구(I), 한국농공학회지, 제40권 제3호, pp. 113-121
2. 조진구, 1998, 초기처짐을 갖는 Spherical Shell의 동적 특성에 관한 연구(II), 한국농공학회지, 제40권 제5호, pp.91-99.
3. 조진구, 1999, 초기결함을 갖는 철근 콘크리트 축대칭 셸의 동적 특성, 한국농공학회지, 제41

- 권 제4호, pp.77-85.
4. 조진구, 2001, 형상불완전을 갖는 평면 원호 아치의 동적 거동, 한국농공학회지, 제43권 제3호, pp. 85-93
 5. 허택녕, 오순택, 1994, 평면 원호 아치의 좌굴 해석을 위한 동적 비선형 해석 프로그램의 개발, 한국전산구조공학회지, 제7권 제1호, pp.69-80.
 6. Austin, Walter J., et al.,1982, Numerical Bending Analysis of Arches, Journal of the structural division, ASCE, Vol 108, No. ST4, pp.849-867.
 7. Austin, Walter J. and Timothy J. Ross ,1976, Elastic Buckling of Arches under symmetric loading, Journal of the structural division, ASCE,Vol. 102, No. st5, pp.1085-1095.
 8. Howard B. Harrison, 1963, In-Plane Stability of Parabolic Arches, Journal of the structural division, ASCE. Vol. 108, No. ST1., pp.195-205.
 9. Komatsu, Sadao and Tatsuro Sakimoto,1977, Ultimate Load Carrying Capacity of Steel Arches, Journal of the structural division, ASCE, Vol. 103, No. ST12, pp.2323-2336.
 10. Mondkar and Powell, G. H.1977, Finite Element Analysis of Nonlinear Static and Dynamic Response, International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 11, pp.499-520.
 11. Owen, D. R. J. and E. Hinton, 1980, Finite elements in plasticity
 12. Robert Kao,1978, Dynamic buckling of axisymmetric spherical caps with initial imperfections, Pergamon, Computer & Structures, vol.9, pp.463-473.
 13. Robert Kao,1980, Nonlinear dynamics buckling of spherical caps with initial imperfections, Pergamon, Computer & Structures, vol.12, pp.49-63.
 14. Wood R.D.and O.C. Zienkiewicz, 1977, Geometrically nonlinear finite element analysis of beams, frames, arches and axisymmetric shells, Pergamon, Computer & Structures, vol.7, pp.725-735.