

주변동질성 검정법의 비교분석*

강민희¹⁾ 박태성²⁾ 이성근³⁾

요약

본 논문에서는 2×2 분할표의 주변동질성 검정에서 사용될 수 있는 통계량들을 소개하고, 이 통계량들을 비교하였다. 먼저 주변동질성 검정에 민감하게 영향을 주는 모수를 정의한 후에 이 모수들의 효과를 예시하였다. 또한 이 모수들을 이용하여 모의실험을 통해 여러 검정법들을 비교해본 결과 McNemar 검정이 다른 검정력보다 더 좋은 성질을 가지고 있음을 보였다.

주요용어: McNemar 검정, Wald 검정, 우도비검정, 정확검정.

1. 서론

동일한 표본을 대상으로 같은 주제에 대하여 두 번에 걸쳐 의견을 물은 다음 그 결과를 찬성과 반대로 정리한다고 가정하자. 그러면 조사 결과는 표 1.1과 같은 2×2 분할표에 정리될 수 있다.

표 1.1: 2×2 분할표

		<도 수>			<확 률>			
		second survey			second survey			
first survey		찬성	반대		찬성	반대		
	찬성	n_{11}	n_{12}	n_{1+}	π_{11}	π_{12}	π_{1+}	
	반대	n_{21}	n_{22}	n_{2+}	π_{21}	π_{22}	π_{2+}	
		n_{+1}	n_{+2}	n	π_{+1}	π_{+2}	1	

여기서 n_{ij} 는 (i, j) 칸의 관찰도수를 나타내고 π_{ij} 는 확률을 나타낸다. 이런 형태의 조사에서는 첫 번째 조사와 두 번째 조사에서의 찬성확률이 서로 차이가 나는지를 밝히는 것이

* 이 논문은 (1998)년 한국학술진흥재단의 학술연구비에 의하여 지원되었음.

1) (449-791) 경기도 용인시 모현면 왕산리, 한국의국어대학교 통계학과, 졸업생

2) (151-742) 서울시 관악구 신림동산 56-1, 서울대학교 통계학과, 부교수

E-mail: tspark@snu.ac.kr

3) (151-742) 서울시 관악구 신림동산 56-1, 서울대학교 통계학과, 박사과정

주요 관심이 된다. 첫 번째 조사의 성공확률은 π_{1+} 이고 두 번째 조사의 찬성확률은 π_{+1} 가 되므로 관심있는 가설은

$$H_0 : \pi_{1+} = \pi_{+1} \text{ (or } \pi_{12} = \pi_{21}\text{)}$$

가 된다. 이와 같이 두 주변확률이 동일한지를 검정하는 것을 주변동질성 검정(marginal homogeneity test)이라고 한다(Agresti, 1990, 1996). 이러한 동질성 검정은 첫 번째 찬성확률(π_{1+})과 두 번째 찬성확률(π_{+1})이 동일한 표본을 대상으로 얻어진 자료로부터 추정이 되므로 이들 추정값들이 서로 독립이 아니다. 따라서 상관성을 고려한 검정법을 사용해야 한다.

본 논문의 주요 목적은 동질성 검정을 위해 가장 널리 사용되는 McNemar 검정(Agresti, 1990, 1996)의 성질을 알아보고 다른 검정 통계량인 Wald 검정과 우도비 검정(likelihood ratio test)과 비교해보는 것이다. 이들 통계량들은 모두 대표본 통계량들이다. 특히 McNemar 검정에 대한 대표본 성질은 잘 알려져 있지만 표본의 크기가 작은 경우에 어떤 성질을 갖는지 잘 알려져 있지 않다. 본 논문에서는 특히 표본의 크기가 크지 않은 경우에 이들 대표본 통계량들의 성질을 살펴보고 또한 정확검정(exact test)과 비교해보았다.

그동안 이들 통계량들을 비교하기위한 몇몇 연구 결과들이 발표되었으나 표본의 크기가 아주 큰 경우만을 다루거나 전체 칸확률들의 구조를 고려하지 않고 단순히 두 확률 π_{12} , π_{21} 의 값만을 고려한 비교 연구였다(Bennett and Underwood, 1970; May and Johnson, 1999). 본 논문에서는 전체 검정통계량에 영향을 미치는 네 개의 칸 확률들의 구조를 고려하는 새로운 모수를 정의한 후에 이 모수값들에 따라 검정통계량들이 어떻게 영향받는지 체계적으로 비교하였다.

2절에서는 주변동질성 검정을 위한 4가지 검정법들의 소개하고, 가상적인 예제들을 통해서 이 검정법들이 갖고 있는 문제점들을 지적하였다. 3절에서는 모의실험을 통해서 이들 검정법들의 검정크기(size)와 검정력(power)들을 비교해보았다. 마지막 절에서는 모든 결과들을 정리하였다.

2. 주변동질성 검정통계량들 (정의 및 성질)

2.1. 주변동질성 검정통계량들

2.1.1. McNemar 검정통계량

2×2 분할표의 주변동질성검정은 결국 동일 대상의 두 표본의 성공확률이 동일한지를 검정하는 것이다. 동질성 가설은 $\pi_{12} = \pi_{21}$ (or $\pi_{1+} = \pi_{+1}$) 이므로 이 가설이 참이면 n_{12} 는 $n^* = n_{12} + n_{21}$ 의 시행회수와 성공확률이 0.5인 이항분포를 따른다. n^* 가 크면 n_{12} 의 분포는 근사적으로 평균 $\frac{1}{2}n^*$ 와 분산 $(\frac{1}{2})(\frac{1}{2})n^*$ 인 정규분포를 따르므로 다음과 같은 McNemar 검정통계량을 구할 수 있다.

$$Z^2 = \left(\frac{(n_{12} - n^*/2)}{n^*/4} \right)^2 = \frac{(n_{12} - n_{21})^2}{(n_{12} + n_{21})}$$

McNemar 검정통계량은 귀무가설이 맞을 때에 자유도가 1인 χ^2 분포를 따른다(Agresti, 1996).

2.1.2. Wald 검정통계량

(i, j) 칸의 확률값 π_{ij} 의 최대우도추정량(maximum likelihood estimator, MLE)은 표본비율로 $p_{ij} = \frac{n_{ij}}{n}$ 가 된다. $\sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 p_{ij} = 1$ 이므로 마지막 칸인 $(2, 2)$ 칸의 추정값을 제외한 처음 3개의 추정확률로 이루어진 벡터와 이 벡터의 분산을 구하면 다음과 같이 나타난다.

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} p_{11} \\ p_{12} \\ p_{21} \end{bmatrix} \quad \text{Var}(\mathbf{P}) = \begin{bmatrix} p_{11} & -p_{11}p_{12} & -p_{11}p_{21} \\ -p_{11}p_{12} & p_{12}(1-p_{12}) & -p_{12}p_{21} \\ -p_{11}p_{21} & -p_{12}p_{21} & p_{21}(1-p_{21}) \end{bmatrix}$$

\mathbf{P} 와 $\text{Var}(\mathbf{P})$ 로 부터 $\pi_{12} - \pi_{21}$ 의 추정량 $p_{12} - p_{21}$ 에 대한 분산을 구하여 다음과 같은 Wald 검정통계량을 유도할 수 있다.

$$W = \frac{(p_{12} - p_{21})^2}{\text{Var}(p_{12} - p_{21})} = \frac{n(n_{12} - n_{21})^2}{n(n_{12} + n_{21}) - (n_{12} - n_{21})^2}$$

이 통계량도 귀무가설이 맞을 때에 자유도가 1인 χ^2 분포를 따른다

2.1.3. 우도비 검정통계량(LRT statistics)

2×2 분할표에서의 다항분포를 가정한 후에 H_0 하에서의 우도함수의 최대값을 L_0 라고 하고, 대립가설(H_1)하에서 우도함수의 최대값을 L_1 이라고 하며, 우도비(likelihood ratio) 검정통계량은 로그변환을 취하여 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} -2 \ln \lambda &= 2(\ln L_1 - \ln L_0) \\ &= 2 * \left[n_{12} \ln \frac{n_{12}}{n} + n_{21} \ln \frac{n_{21}}{n} - (n_{12} + n_{21}) \ln \left(\frac{n_{12} + n_{21}}{2n} \right) \right] \end{aligned}$$

이 검정통계량도 귀무가설이 맞을 때에 자유도가 1인 χ^2 분포를 따른다

2.1.4. 정확검정(Exact test)

분할표에서 각 칸의 기대도수가 5이하인 경우 주변동질성 검정에 대표본이론을 근거한 McNemar, Wald, LRT 방법을 사용할 수가 없다. 이런 경우에는 정확검정법을 사용할 수 있다. 2×2 분할표에서 $n^* = n_{12} + n_{21}$ 이라고 하면 귀무가설하에서는

$$n_{12} \sim B(n^*, 1/2)$$

이라고 가정할 수 있다. 따라서 $(1, 2)$ 칸에서 n_{12} 이 관찰될 확률은

$$\binom{n^*}{n_{12}} (1/2)^{n_{12}} (1/2)^{n_{21}}$$

이 된다. 이 확률을 이용하여 동질성가설에 대한 유의확률을 계산할 수 있다.

정확검정에서는 p-값의 연속성을 수정하기 위해 종종 mid p-값(mid p-value)을 사용하기도 한다. mid p-값은 관찰도수의 확률을 2로 나눈 값을 사용한다. 예를 들어 대립가설이 $\pi_{12} > \pi_{21}$ 인 경우에

$$\text{mid p-값} = Pr[X = n_{12}]/2 + Pr[X > n_{12}]$$

이 된다. 이 mid p-값은 보통의 p-값을 갖는 정확검정법에 비해 대체로 검정력이 좋으며 정확검정법보다 덜 보수적이다(Agresti, 1996).

2.2. 주변동질성 검정법들의 비교

이제 몇몇 가상예제들을 통해 주변동질성 검정통계량들의 성질을 살펴보자. 먼저 다음과 같은 모수들을 정의하자.

$$\theta = \pi_{1+}, \quad \psi = \frac{\pi_{11}}{\pi_{1+}}, \quad d = \pi_{1+} - \pi_{+1} \text{ (or } \pi_{12} - \pi_{21}\text{)}$$

θ 는 첫 번째 조사에서의 찬성확률을, ψ 는 π_{11} 의 π_{1+} 에 대한 상대확률을, d 는 첫 번째와 두 번째 조사의 찬성확률의 차를 나타낸다. 이들 θ, ψ, d 는 주변동질성 검정법들의 크기와 검정력에 영향을 줄 것이라 예상되는 모수들이다.

일반적으로 주변동질성 가설 $H_0 : \pi_{12} = \pi_{21}$ 의 검정 결과가 모수 d 에만 크게 영향을 받을 것으로 생각하기 쉽다. 그러나 두 확률 π_{12} 과 π_{21} 을 비교할 때에는 차이 이외에도 비 π_{12}/π_{21} 를 이용하여 비교할 수 있다. π_{12} 과 π_{21} 가 동일한 d 의 값을 갖더라도 비의 값은 얼마든지 다른 값을 가질 수 있기 때문이다. θ 와 ψ 는 이런 비를 나타내기 위해 도입된 모수들이다.

표 2.1부터 표 2.4까지의 가상적인 분할표들을 생각해보자. 각 표들은 각각 학년별로 총 1600명의 학생들을 대상으로 학부제에 대한 의견조사 자료이다. 이들 자료는 모두 동일 표본에 대해 1999년에 첫 번째 조사를, 2000년에 두 번째 조사를 실시한 것으로 가정하자.

이 자료에 대한 모수 추정값 $\hat{\theta}, \hat{d}, \hat{\psi}$ 와 검정통계량값을 구하여 표 2.5에 정리하였다. 각 학년 별로 첫 번째 조사와 두 번째 조사의 찬성 확률의 차(\hat{d})는 0.04로 동일하다. 먼저 모수

표 2.1: 1학년 조사결과

		<도 수>			<확 률>			
		2000년 조사			2000년 조사			
		찬성	반대		찬성	반대		
1999년 조사	찬성	640	160	800	찬성	0.40	0.10	0.5
	반대	96	704	800	반대	0.06	0.44	0.5
		736	864	1600		0.46	0.54	1

표 2.2: 2학년 조사결과

		<도 수>			<확 률>			
		2000년 조사			2000년 조사			
1999년 조사		찬성	반대			찬성	반대	
	찬성	160	640	800	찬성	0.10	0.40	0.5
	반대	576	224	800	반대	0.36	0.14	0.5
		736	864	1600		0.46	0.54	1

표 2.3: 3학년 조사결과

		<도 수>			<확 률>			
		2000년 조사			2000년 조사			
1999년 조사		찬성	반대			찬성	반대	
	찬성	32	128	160	찬성	0.02	0.08	0.1
	반대	64	1376	1440	반대	0.04	0.86	0.9
		96	1504	1600		0.06	0.94	1

ψ 의 효과를 보기 위해 1학년과 2학년의 자료를 비교해보자. $\hat{\theta} = 0.5$ 로 고정되어 있고 $\hat{\psi}$ 값만 차이가 난다. 1학년의 $\hat{\psi}$ 값이 2학년의 $\hat{\psi}$ 값보다 4배 크다. 이렇게 $\hat{\psi}$ 를 제외한 모든 조건을 동일하게 갖고 있는 두 자료에 대해 주변동질성 검정통계량을 계산하면 표 2.5에서 보는 것처럼 검정통계량 값이 큰 차이를 보이고 있다. 유의수준 0.05에서 검정을 하면 1학년의 경우는 동질성 가설이 기각이 되고 2학년인 경우는 기각이 되지 않는다. 즉, 1학년에서는 찬성확률의 차(\hat{d})는 0.04에 대해 차이가 있는 것으로 검정하고, 2학년에서는 찬성확률의 차(\hat{d})는 0.04에 대해 차이가 없는 것으로 검정하였다.

다음으로 모수 θ 의 효과를 보기 위해 3학년과 4학년의 자료를 비교해보자. $\hat{\psi} = 0.2$ 로 고정되어 있고 $\hat{\theta}$ 값만 차이가 난다. 4학년의 $\hat{\theta}$ 값이 1학년의 $\hat{\theta}$ 값보다 5배 크다. 역시 표 2.5에서 보는 것처럼 두 학년의 검정통계량값을 큰 차이를 보이고 있다. 유의수준 0.05에서 검정하면 3학년의 경우는 동질성 가설이 기각이 되고 4학년의 경우는 기각이 되지 않는다. 즉, 3학년에서는 찬성확률의 차(\hat{d})는 0.04에 대해 찬성확률에 차이가 있는 것으로 검정하고, 4학년에서는 찬성확률의 차(\hat{d})는 0.04에 대해 차이가 없는 것으로 검정하였다.

주변동질성 검정들에 대해 확률의 차가 가장 큰 영향을 미치겠지만 이상의 가상 자료들을 통하여 θ 와 ψ 도 또한 주변동질성 검정들에 대해 영향을 미치는 것을 알 수 있다. 3절에서는 모의실험을 통하여 좀 더 구체적으로 검정통계량에 대한 θ 와 ψ 의 영향을 살펴보고자 하자.

표 2.4: 4학년 조사결과

		<도 수>			<확률>			
		2000년 조사			2000년 조사			
1999년 조사		찬성	반대			찬성	반대	
	찬성	160	640	800	찬성	0.10	0.40	0.5
	반대	176	224	800	반대	0.36	0.14	0.5
		736	864	1600		0.46	0.54	1

표 2.5: 검정통계량의 값

	$\hat{\theta}$	\hat{d}	$\hat{\psi}$	검정통계량		
				McNemar	Wald	LRT
1 학년	0.5	0.04	0.8	16.0000	16.1616	16.710
2 학년	0.5	0.04	0.2	3.3684	3.3755	3.3700
3 학년	0.1	0.04	0.2	21.3333	2.6216	21.7471
4 학년	0.5	0.04	0.2	3.36842	3.3755	3.3700

3. 모의실험

이 절에서는 모의실험을 통하여 주변동질성을 검정하기위한 여러 검정들을 비교해 보고자 한다. 주변동질성 가설이 만족될 때에 검정크기(size) 보존 여부를 조사해 보았으며, 대립가설 하에서 검정력(power)를 비교해 보았다. 기존에 발표된 몇몇 비교 연구에서는 단순하게 두 확률 π_{12} , π_{21} 의 값만을 고려하여 모수 d 가 검정통계량에 어떻게 영향을 미치는지를 중점적으로 다루었다 (Bennett and Underwood, 1970; May and Johnson, 1997). 그러나 본 모의실험에서는 전체 칸확률들의 구조를 고려하여 모수 d 이외에 2절에서 정의한 모수 θ 와 ψ 가 검정통계량들에게 어떤 영향을 미치는지에 대해 체계적으로 비교해 보고자 하였다. 즉, 고정된 d 값에 대해 검정법들이 θ 와 ψ 의 값에 얼마나 민감하게 영향을 받는지를 밝히는데 초점을 맞추었다.

모의실험은 표본크기가 20, 50, 70, 100 인 다항분포의 랜덤변수를 Brown and Bromberg (1984)의 방법을 사용하여 생성하였다. 생성된 각 표본에 대해 McNemar, Wald, LRT, Exact, Exact(mid p-value) 검정통계량값을 10000번 반복하여 계산해서 검정크기와 검정력을 계산하였다. θ 의 범위는 0.1 ~ 0.9, ψ 의 범위는 0.1 ~ 0.9, d 의 범위는 0 ~ 0.9로 나누어 2×2 분할표에서 가능한 모든 경우의 θ , ψ , d 의 조합을 구성하고, 구성된 조합들에 대해서만 표본을 생성시켰다. 편의상 McNemar 검정을 M, Wald 검정을 W, LRT 검정을 L, Exact 검정을 E, mid p-값 검정을 Mid로 나타내자.

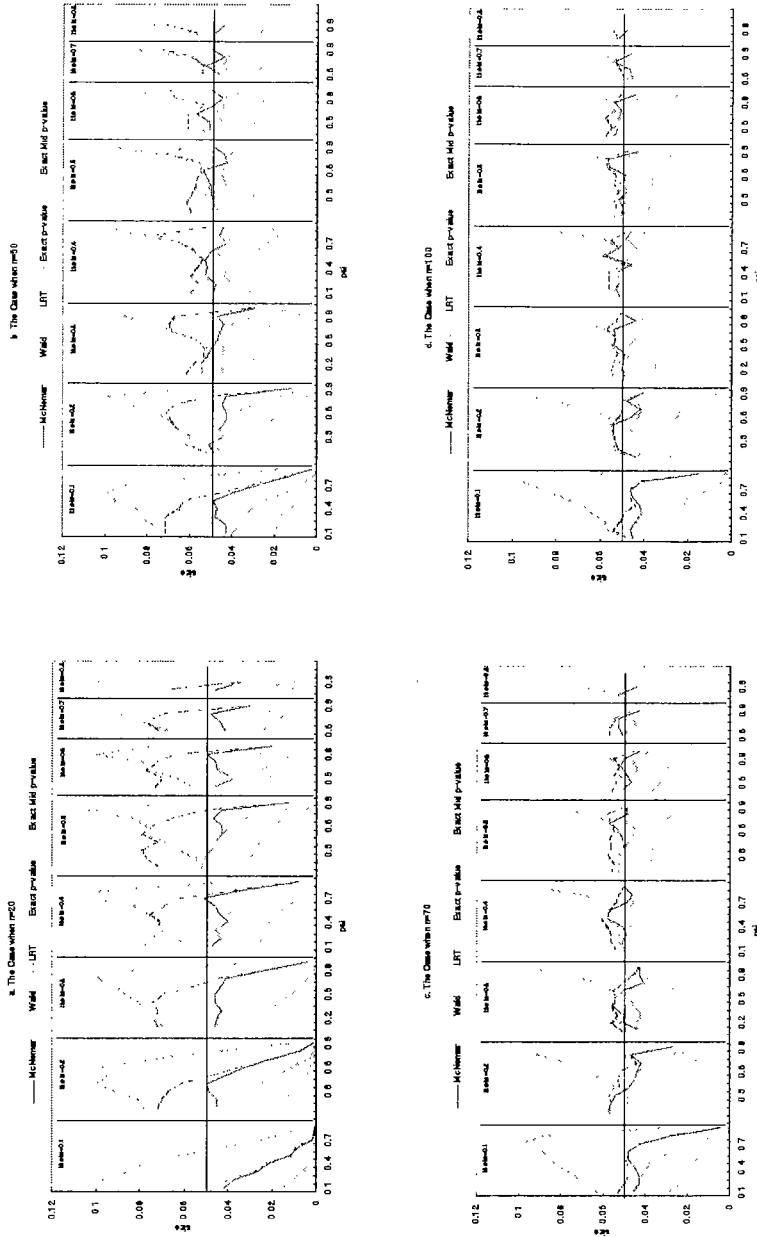


표 3.1: Empirical Sizes for Three Asymptotic Tests and Two Exact Tests

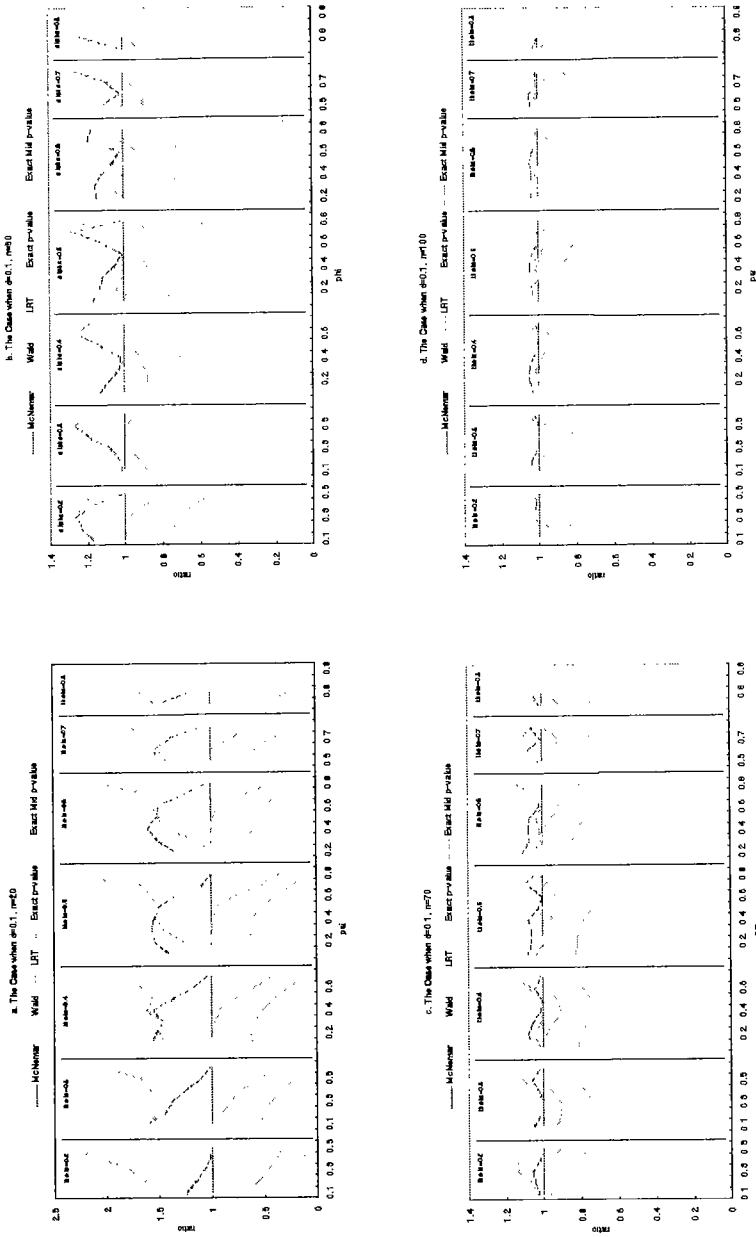


표 3.2: Empirical Powers for Three Asymptotic Tests and Two Exact Tests

3.1. 검정크기 보존 여부

모의실험은 5가지 검정법들의 검정크기 보존 상태를 확인하기 위해 귀무가설($H_0 : \pi_{1+} = \pi_{+1}$)하에서 생성된 표본 즉, $d = \pi_{1+} - \pi_{+1} = 0$ 인 상태의 표본을 사용해 각 검정법 별로 검정크기를 산출해 내었다. 모의실험의 결과는 표본의 크기별로 5가지의 검정법을 동시에 그래프로 나타내었으며, Y축은 검정크기, X축은 ψ 나타내고 그래프내부는 $\theta (= \pi_{1+})$ 별로 분류하였다.

그림 3.1의 6개의 그래프에서는 표본크기별로 검정들의 검정크기 보존상태를 확인할 수 있다. 2절의 가상예제에서 짐작했던 것처럼 각 검정법들의 결과는 θ 와 ψ 값에 따라 아주 민감하게 변하는 것을 알 수 있다. 그래프를 살펴보면 모든 표본의 크기에서 유의수준 0.05를 기준으로 아래쪽에 위치한 두 개의 선을 볼 수 있는데 이것은 정확검정인 E와 Mid를 나타낸다. 이 둘은 아주 비슷한 검정크기를 갖고 있음을 알 수 있다. 검정크기 보존상태를 보면 모든 표본에서 검정크기가 잘 보존되는 검정법은 M과 정확검정이고, 표본 크기가 70이상이면 W의 크기도 보존이 되나 L의 경우는 표본 크기 100이더라도 θ 값이 큰 경우에만 보존되는 것을 알 수 있다.

3.2. 검정력 비교

5가지 검정법들의 검정력을 비교하기 위해 $d (= p_{1+} - p_{+1})$ 가 0.1에서 0.9까지 만족하는 표본을 생성하고, 이 표본을 사용해 각 검정별 검정력을 앞에서와 같은 방법으로 계산하였다. 모의실험 결과를 M검정의 검정력을 기준으로 검정별 상대비율을 계산하여 그래프로 나타내었다. 예를 들어 E/M은 E와 M간의 검정력비를 나타내며 이 값이 1보다 크면 E의 검정력값이 M검정의 검정력보다 더 크다는 것을 의미한다. 그래프의 Y축은 검정력비, X축은 ψ 를 나타내고, 그래프내부는 $\theta (= \pi_{1+})$ 별로 분류되어 있다. d 가 0.2이상인 경우는 $d = 0.1$ 인 경우와 비슷한 양상을 보이고 검정력 크기만 차이가 있었으므로 d 가 0.2이상인 경우는 본 논문에 제시하지 않았다.

$n=20$ 인 소표본인 경우에는 W와 L의 검정크기 보존이 안되므로 검정력을 비교하는 것은 별 의미가 없다. 그림 3.2에서 W와 L의 검정력이 가장 크게 나타남에도 불구하고 소표본에서는 사용할 수가 없다. M검정의 검정력이 E와 Mid 보다 더 높게 나타난다. M검정은 본래 대표본 이론에 근거한 검정법이나 소표본에서도 사용할 수 있음을 보여준다. 또한 정확검정에서는 E와 Mid간에 검정력에 거의 차이가 없음을 볼 수 있다.

표본의 크기가 큰 경우인 $n=70, 100$ 인 경우에는 검정들간의 검정력차이가 크게 줄고 있다는 것을 알 수 있다. 표본크기가 100인 경우에는 거의 차이가 보이지 않고 있다. 따라서 대표본 검정법들 중에서는 표본크기가 70이상이면 W검정이 검정크기를 보존하고 검정력도 크기 때문에 W를 사용하는 것이 바람직한 것을 알 수 있다.

4. 결론

본 논문에서는 2×2 분할표에서 주변동질성 가설을 검정하기 위한 여러 검정법들을 성질을 살펴보고 모의실험을 통해 검정크기와 검정력을 비교해 보았다. 대표본 검정인 Wald

검정과 LRT 검정은 표본크기가 작은 경우에 검정크기를 보존하지 않으나 표본크기가 큰 경우에는 대체적으로 검정크기를 보존하며 큰 검정력을 갖는 것을 알 수 있었다. 따라서 이들 검정들은 표본크기가 100이상인 경우에 사용하는 것이 바람직하다. 이에 반해 McNemar 검정은 대표본 검정임에도 불구하고 표본의 크기가 작은 경우에도 검정크기를 잘 보존하고 있으며 정확검정 보다 큰 검정력을 갖고 있음을 알 수 있었다. 또한 표본크기가 큰 경우에는 Wald와 LRT와 비슷한 검정력을 갖고 있음을 알 수 있었다. 따라서 여러 검정법들 중에서 McNemar 검정이 가장 추천할 만한 검정법인 것을 알 수 있다.

그러나 McNemar 검정, Wald 검정, LRT 모두 θ , ψ 에 너무 민감하게 반응하는 근본적인 문제를 해결하지는 못하였다. 이 문제를 해결할 수 있는 새로운 통계량을 개발하는 것은 향후 연구과제로 의미가 있을 것 같다.

참고문헌

- [1] A. Agresti. (1990). *Categorical Data Analysis*, John Wiley & Sons.
- [2] A. Agresti. (1996). *An Introduction to Categorical Data Analysis*, John Wiley & Sons.
- [3] Bennett, B.M. and Underwood, R.E. (1970). On mcnemar test for the 2×2 table and its power function, *Biometrics*, 26:339-343.
- [4] Brown, M.B. and Bromberg. J. (1984). An efficient two-stage procedure for generating random variates from the multinomial distribution, *American Statistician*, 38:216-219.
- [5] Byron J. and Morgan, T. (1984). *Elements of simulation*. Chapman and Hall.
- [6] C.S. Davis. (1988). Matched pairs with categorical data, In *Encyclopedia of Biostatistics*, volume Vol. 3, pages 2437-2441. Willey, New York, Armitage, P. and Colton, T. eds. edition.
- [7] P.A Lachenbruch. (1988). *McNemar test*, volume Vol. 3, pages 2486-2487, Willey, New York, Armitage, P. and Colton, T. eds. edition.
- [8] May, W.L. and Johnson, W.D. (1997). The validity and power of tests for equality of two correlated proportions, *Statistics in Medicine*, 16:1081-1096..
- [9] Q. McNemar. (1947). Note on the sampling error of difference between correlated proportions or percentages, *Psychometrika*, 12:191-202..

[2000년 5월 접수, 2001년 1월 채택]

On Tests for Marginal Homogeneity*

Kang, Min. Hee¹⁾ Park Taesung²⁾ Lee, Sung Gon³⁾

ABSTRACT

For testing marginal homogeneity in a 2x2 contingency table, McNemar test is most commonly used. We identify the parameters that affect the test results and then perform sensitivity analyses. In addition, through Monte Carlo simulation studies we compare the empirical sizes and powers of these tests as well as other asymptotic tests such as Wald test and the likelihood ratio test.

Keywords: Exact test; LRT test; McNemar test; Wald test.

* The authors wish to acknowledge the financial support of the Korea Research Foundation made in the program year of (1998).

1) Graduate, Department of Statistics, Hankyong University of Foreign Studies.

2) Associate professor, Department of Statistics, Seoul National University.

E-mail: tspark@snu.ac.kr

3) Doctoral student, Department of Statistics, Seoul National University.