

# 복합 적층 개단면 보의 최적설계

## Optimal Design of Laminated Composite Beams with Open Cross Section

배 하 록\*

홍 순 호\*\*

신 영 석\*\*\*

Bae, Ha Rok

Hong, Soon-Ho

Shin, Yung-Seok

(논문접수일 : 1999년 12월 7일 ; 심사종료일 : 2001년 6월 7일)

### 요 지

복합재 적층판은 중량에 비해 높은 강성과 강도가 요구되는 공학의 다양한 분야에서 매우 유용하다. 보강섬유 복합재의 공학적 활용이 활발해지고, 중량의 감소가 설계의 중요한 목적이 됨으로써, 근래 복합재 구조물들의 최적화 설계의 중요성이 대두되고 있다. 그러나 복합재 적층 구조물 재료의 비등방성에 의해 해석과 설계가 매우 어렵다. 본 연구에서는 수치적 최적화 방법과 유한요소법을 이용하여 보강섬유 복합재의 최적설계를 하였다. 복합재 적층판으로 이루어진 개단면 보에 있어서 보강섬유의 다양한 적층방향에 대한 거동의 영향을 규명하였다.

**핵심용어** : 복합재 적층판, 유한요소법, 최적화

### Abstract

Laminated composite plates are very useful in various engineering fields where high strength-to-weight and stiffness-to-weight ratios are required. Design optimization of composite structures has gained importance in recent years as the engineering applications of fiber reinforced materials have increased and weight savings has become an essential design objective. However, due to the anisotropic material properties of laminated composite structure it is very difficult to analyze and design. In this study, numerical optimization technique together with the finite element method is used to find the optimum design of FRP. Various combinations of fiber orientation for the laminate layers are investigated and several local optimum solutions are found.

**Keywords** : laminated composite plate, finite element method, optimization

### 1. 서 론

복합재 구조물은 강재, 목재 및 철근콘크리트 등의 일반 토목재료와 달리 가벼운 자중에 비하여 현저히 뛰어난 강성을 지니고 있으며 높은 감진효과, 낮은 열팽창성과 높은 충격에너지 흡수율 등에서 재료적 성능이 높게 평가되고 있다.<sup>1)</sup> 이러한 복합재료의 우수한 기능적

특성은 보강섬유의 방향, 적층순서, 각층의 두께 등의 최적설계를 통하여 더욱 향상시킬 수 있다. 복합재는 일반 구조재료와 다른 비등방성 재료특성을 가지고 있으며 이로 인하여 해석상 매우 어려운 난점이 있다. 따라서 복합재 구조물의 해석과 설계에는 일반적으로 컴퓨터를 이용한 수치해석적 기법에 연구 초점이 맞추어지고 있다. 본 연구에서는 공학적 여러분야에서 유용한

\* 학생회원 · 아주대학교 건설교통공학과, 석사과정

\*\* 학생회원 · 아주대학교 건설교통공학과, 박사과정

\*\*\* 정회원 · 아주대학교 건설교통공학과, 교수

• 이 논문에 대한 토론을 2001년 9월 29일까지 본 학회에 보내주시면 2001년 12월호에 그 결과를 게재하겠습니다.

MATLAB을 사용하여 복합재 구조물을 유한요소 해석 방법으로 최적설계하는 통합 프로그램을 개발할 것이며 이를 통하여 복합재 구조물의 최적설계를 얻을 것이다.<sup>2)</sup> 본 논문에서 연구 대상은 FRP(Fiber Reinforced Plastics)의 적층으로 이뤄진 구조물이다. FRP 단층이 보강섬유의 방향으로 직교성 재료 특성을 갖는다면, 이것의 임의적층은 하나의 판으로 비등방성을 갖게되며 강성행렬이 복잡해지나, 중립면에 대하여 대칭으로 적층된 복합재 평판은 그 강성행렬이 간단해지며, 또한 공학적 응용성이 뛰어나<sup>3),4)</sup>을 고려하여 본 연구에서는 대칭적 복합재 적층평판을 다루었다.

## 2. 적층평판의 FEM 해석방법

### 2.1 고전 적층평판 이론

본 연구에서 다루어지는 복합재 적층평판에 대한 적층 번호 좌표계<sup>5)</sup>는 그림 1에서와 같다. xy-평면에 평판이 위치하고, 중립축으로부터 위쪽이 z축의 양의 방향으로 한다. 이때 전체 층의 수가 L일 때, 가장 위쪽의 좌표는  $Z_{L+1}$ 로 표현한다. 중간의 K번째 층의 두께  $h_k = Z_{k+1} - Z_k$ 로 표현할 수 있다. 복합재평판의 구성 방정식은 다음의 식(1a), (1b)와 같다.

$$\begin{pmatrix} N_{xx} \\ N_{yy} \\ N_{xy} \end{pmatrix} = [A] \begin{pmatrix} \epsilon_{xx} \\ \epsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{pmatrix} + [B] \begin{pmatrix} \chi_{xx} \\ \chi_{yy} \\ \chi_{xy} \end{pmatrix} \quad (1a)$$

$$\begin{pmatrix} M_{xx} \\ M_{yy} \\ M_{xy} \end{pmatrix} = [B] \begin{pmatrix} \epsilon_{xx} \\ \epsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{pmatrix} + [D] \begin{pmatrix} \chi_{xx} \\ \chi_{yy} \\ \chi_{xy} \end{pmatrix} \quad (1b)$$

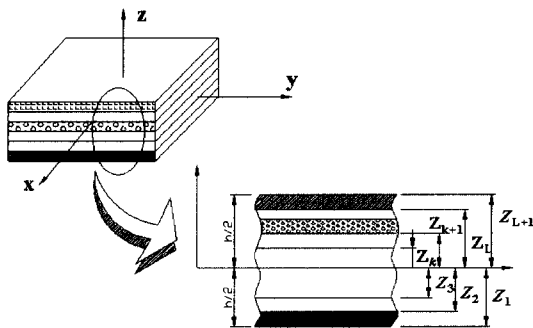


그림 1 적층평판에서의 적층번호와 좌표계

식(1a), (1b)에  $\epsilon$ 은 수직변형율을,  $\gamma$ 는 전단변형율을 그리고,  $\chi$ 는 곡율을 나타내고 있으며, 각각에 대한 하첨자는 방향을 나타낸다.  $N, M$ 은 각각 면내하중, 굽힘모멘트에 관한 항이다. 또한 행렬 [A]는 면내하중에 대한 강성행렬, 행렬 [D]는 굽힘에 대한 강성행렬이고 행렬 [B]는 면내하중과 굽힘의 연결작용에 관한 강성행렬이다.<sup>1),3)</sup> 복합재 평판은 두께 방향으로의 변형률이 등방성의 재료와 같은 선형을 보인다. 그러나 응력은 각각의 층에 따라 다르므로 두께 방향으로 비선형과 불연속적이다. 이 때문에 설계자는 최대응력을 검토할 때, 모든 층에 대한 최대응력을 조사하여야 한다.

### 2.2 유한요소 해석방법

이러한 복합재 판의 유한요소해석은 식(2a), (2b), (2c)에서와 같이 등매개변수 정식화를 이용하여 각 요소방정식을 구성한다. 여기서  $H_i$ 는 Bilinear isoparametric 형상함수를 나타낸다.  $\omega, \theta_x, \theta_y$ 는 각각 z방향의 처짐, x방향에 대한 처짐각, y방향에 대한 처짐각을 표현한다.<sup>6)</sup>

$$w = \sum_{i=1}^n H_i(\xi, \eta) w_i \quad (2a)$$

$$\theta_x = \sum_{i=1}^n H_i(\xi, \eta) (\theta_x)_i \quad (2b)$$

$$\theta_y = \sum_{i=1}^n H_i(\xi, \eta) (\theta_y)_i \quad (2c)$$

요소의 굽힘에 대한 강성행렬은 변위에 대한 변형률의 행렬 [B]와 물성치 행렬 [D] 그리고 등매개변수 정식화에 따른 자코비언 행렬식의 값 |J|와 가중치 값으로 식(3)처럼 표현될 수 있다.

$$\begin{aligned} [K^e] &= \frac{h^3}{12} \int_{\Omega} [B_b]^T [D_b] [B_b] d\Omega \\ &\quad + kh \int_{\Omega} [B_s]^T [D_s] [B_s] d\Omega \\ &= \sum_i \sum_j W_i W_j [B_b]^T [D_b] [B_b] |J| \\ &\quad + \sum_i \sum_j W_i W_j [B_s]^T [D_s] [B_s] |J| \end{aligned} \quad (3)$$

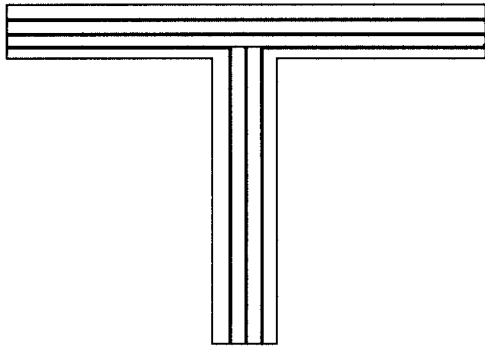


그림 2 T형보의 단면도

식(3)에서  $[K^e]$ 는 평판요소의 강성행렬을 나타내며,  $[B_s]$ ,  $[D_s]$ 는 전단변형에 관한 항이며,  $[B_b]$ ,  $[D_b]$ 는 굽힘변형에 관계된 항이다.  $h$ 는 평판의 두께이며,  $k$ 는 전단형상계수이다. 큰 곡률을 갖는 평판이나, 개단면처럼 평판이 접혀서 이루는 구조물을 해석할 때는 3개의 자유도를 갖는 평판 대신 각 절점에 6개의 자유도를 갖는 쉘요소 해석이 이뤄져야 한다. 이때는 평판내 두 방향에 대한 자유도와 함께  $\theta_z$ , 즉 평판의 직각인 축에 대한 회전 자유도를 갖는 박막의 강성행렬과 3개 자유도를 갖는 판 강성행렬의 조합으로 해석한다.<sup>7)</sup> 평판이 직각으로 만나는 곳에서 한 개의 절점을 공유하며, 그림 2에서처럼 T형보의 단면을 예로 할때, 플랜지와 복부판의 실제적인 접합은 여러 가지의 방법이 있겠지만, 가장 대표적인 방법으로 복부판의 외각부분의 평판을 접합부에서 플랜지로 꺾어 올려 플랜지와 일체가 되도록 하여야 한다. 그러나 본 논문에서는 이러한 실제적 적층방안을 고려하지 않았다.

2.3 유한요소 해석의 수치예

단순지지된 정사각형 복합재 적층평판이 3개의 층(0/90/0)으로 각 적층배향각은 구조물의 축방향과 보 강점유 방향이 이루는 각으로 표시된다. 등분포 하중(UDL  $q_0=1\text{kN/m}^2$ ) 상태에서 재료상수는  $E_1=132.3\text{GPa}$ ,  $E_2=10.75\text{GPa}$ ,  $\nu=0.24$ ,  $G_{12}=5.65\text{GPa}$ , 정사각형으로  $a=10\text{m}$ ,  $b=10\text{m}$ , 평판의 두께,  $h=0.1\text{m}$ 에 대하여 64개의 요소를 갖는 유한요소 해석을 실행 후 가정된 형상함수를 이용하여 그림 3처럼 전체의 처짐 형상을 구할 수 있다.

무차원화 된 중심의 처짐값  $\left(w_0 \times \left(\frac{E_2 h^3}{a^4 q_0}\right)\right)$ 으로 유한

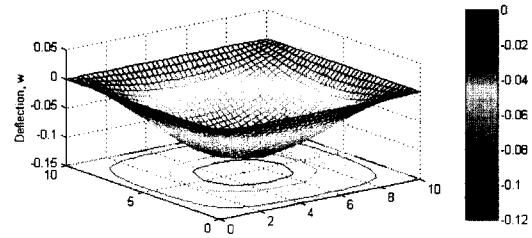


그림 3 구조물(평판)의 전체 처짐형상

요소법 해석을 이용하여 그림 3처럼 복합재 평판 전구간에서의 처짐 형상을 보여준다. 각 변들은 단순지지되어 있고 모서리 절점들은 고정되어 있으며, 최대처짐은 중앙에서 무차원화 된 수로 1.202의 값을 보이고 이는 해석적 방법인 Levy 해법중 단순지지 되어 있을 때의 해와 1%이하의 오차를 보인다. 또한, 유한요소 해석 결과를 이용하여 평판 전 구역의 응력을 각층별로 후처리 계산을 통하여 얻을 수 있으며, 복합재 적층 구조물의 응력 검토는 비등방성이 재료적 특성으로 각층에 대한 검토가 이루어져야 한다. 그림 4는 정사각형 복합재 적층평판과 동일한 재료로 각 층의 배향각이 [0/90/90/0]으로 되어 있는 적층 복합재 평판의 무차원 최대처짐을 네 변이 단순지지되어 있을 때, 평판 장변비에 따라 Navier의 이론값(Theory)과 유한요소해석 값(FEM)을 등분포하중(UDL)과 삼각함수하중(SSL)에 대하여 표시하였다. 각 하중에 대하여 이론값과 본 논문의 유한요소해석 값이 잘 일치하고 있으며, 평판에서 등분포하중(UDL)의 경우, 장변비가 1.2에서 최대 처짐이 발생하는 것으로 관찰된다.

복합재 적층판으로 이뤄진 개단면 보 중 I형보로서,

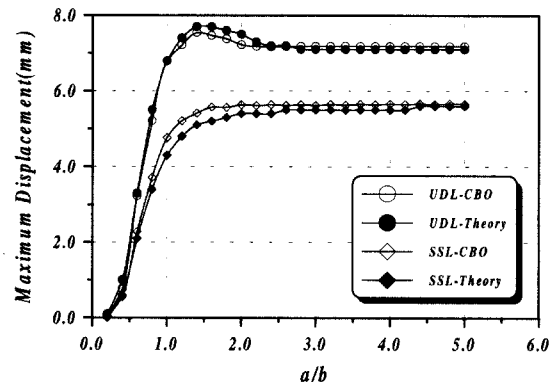


그림 4 복합재 적층판의 이론값과 유한요소 해석의 최대처짐 값 비교

표 1 I형보의 유한요소해석 결과의 비교

	FEM	ABAQUS	오차
(0/90/0) 처짐(mm)	1.61	1.75	9%
[45/-45] <sub>2s</sub> 처짐(mm)	2.40	2.57	6%

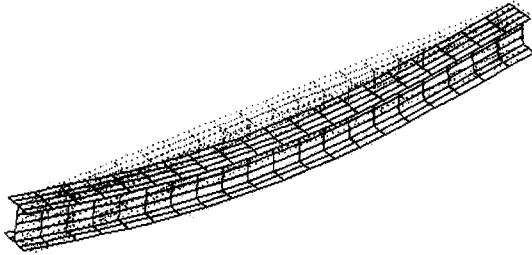


그림 5 I형보의 처짐 형상

길이 2.5m, 복부판 및 플랜지 폭이 14cm, 복부판 및 플랜지의 두께 2.08mm인 단순지지 I형보에 상부플랜지 중앙에 길이방향으로 선하중(1kN/m)을 받고 있는 시험모델의 처짐 및 응력을 상용유한요소 프로그램인 ABAQUS의 해석값과 표 1에서 비교하였다. 단면에 사용된 복합재는 Glass-epoxy의 적층으로  $E_1=53.78\text{GPa}$ ,  $E_2=E_3=17.93\text{GPa}$ ,  $G_{12}=G_{13}=8.96\text{GPa}$ ,  $G_{23}=3.45\text{GPa}$ ,  $\nu_{12}=\nu_{13}=0.25$ ,  $\nu_{23}=0.34$ 이다. 이후 복합재료는 모두 Glass-epoxy를 이용하였다. 표 1에서 각각의 결과는 대체적으로 일치하고 있으며, 오차는 본 논문의 FEM이 C0 Continuity 선형 형상함수를 사용하였으나, ABAQUS에서는 고차의 형상함수를 사용한 관계로 발생한 오차인 것으로 판단된다. 그림 5는 FEM으로 해석한 후 처짐의 형상이다.

### 3. 복합재 적층구조물의 최적설계

#### 3.1 복합재 보의 영향인자 연구

본 논문의 FEM 프로그램을 이용하여 최적화 수행을 하기에 앞서 복합재 보 구조물에 대하여 여러 가지 인자를 대상으로 거동의 특성을 검토하였다. 대상 구조물은 토목구조물에서 가장 많이 쓰는 I형단면을 대상으로 하였으며, 섬유보강 적층 복합재료로 앞에서와 같이 Glass-epoxy 적층판을 이용하였기 때문에 각 적층판의 강성보다 전체적으로 적층된 방법과 적층방법에 따른 보의 높이대 길이의 비, 각 적층판의 두께에 따른 처짐의 영향을 검토하였다.

#### 3.1.1 I형보의 적층방법에 따른 처짐 및 응력

단순지지된 I형보의 적층방법에 따른 처짐 및 응력을 알아보기 위하여 표 2와 같이 7가지의 적층조합을 만들어 각각의 경우 최대처짐, 일축방향의 최대 인장응력과 압축응력을 구하였다. 이때 복부의 배향각은  $[45/45]_{8s}$ 로 고정하였고, 길이 1.5m 플랜지 및 복부의 폭 5cm 두께 2.08mm로 구성하였다. 하중은 상부플랜지 중앙에 길이 방향으로 단위 길이당 2kN의 선하중을 재하였다. 표 2에서 결과적으로 플랜지의 배향각이  $[0]_{16}$ 로 배향될 때 처짐이 가장 작고  $[90/-90]_{4s}$ 로 배향될 때 가장 큰 처짐과 최대의 응력이 발생함을 알 수 있다. 표 2에서 적층배향각이 0도에서 90도로 변할 때 처짐은 일정하게 증가하지만 응력은 감소하다가 증가하는 경향을 보이고 있다. 이러한 경향은 등방성 재료에서는 휨강성이 일정하므로 처짐이 커지면 응력도 커지나, 복합재 구조물에서는 적층방법에 따라 처짐은 증가하나, 최대응력은 감소할 경우도 생기게 된다.

이는 복합재의 강성이 적층배향각에 따라 달라지며 보의 높이방향으로 단면에서 생기는 응력이 불연속적이며 비선형적으로 변하기 때문이다. 표 2에서 배향각이 90도 방향으로 배향 되어감에 따라 처짐은 증가하나, 응력은 단순히 증가만 하지 않고, 감소하다가 증가하는 경향을 보이고 있다. 이러한 현상을 보다 자세히 고찰하기 위해  $(\theta/-\theta)$ 의 적층으로  $\theta$ 의 변화에 따른 처짐과 응력의 그래프를 그림 6과 그림 7의 그래프로 확인해 보았다. 각  $\theta$ 가 증가함에 따라 완만한 곡선을 그리며 처짐은 증가하고 그림 7의 일축방향 최대응력은 일정한 각까지 감소하다 증가함을 확인할 수 있다. 이는 강성행렬이 적층배향각에 대한 함수이므로 이와 같은 결과가 나오는 것으로 판단된다.

표 2 적층방법에 대한 최대처짐 및 최대응력

적층방법	선하중 ( $q_0=2.0\text{kN/m}$ )		
	최대처짐 (cm)	최대인장응력 (MPa)	최대압축응력 (MPa)
$[0]_{16}$	1.462	92.10	-82.58
$[15/-15]_{4s}$	1.564	91.83	-80.84
$[30/-30]_{4s}$	1.891	85.48	-74.33
$[45/-45]_{4s}$	2.339	81.34	-91.58
$[60/-60]_{4s}$	2.650	92.39	-102.8
$[75/-75]_{4s}$	2.788	97.19	-106.1
$[90/-90]_{4s}$	2.832	106.2	-106.6

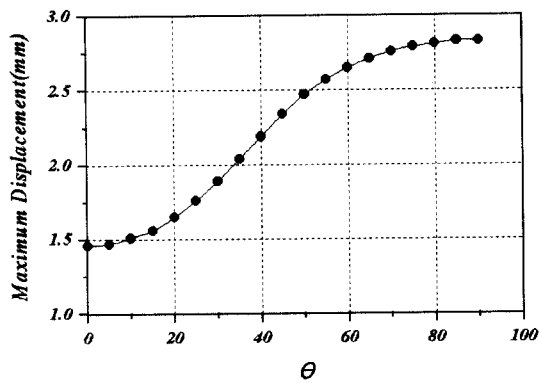


그림 6 적층배향각에 따른 최대처짐

3.1.2 I형보의 길이 대 높이비에 대한 처짐

I형 단순보의 길이 대 높이비 변화에 따른 경향분석을 위해 플랜지의 적층배향각을 5가지 방법으로 하여 길이 대 높이 비를 변화시켰을 때, 처짐은 그림 8과 같이 지수함수와 유사한 형태이다.

3.1.3 단지간, 장지간의 적층배향각에 따른 처짐

지간의 길이를 0.3m에서 7.2m까지 변화시켜가며 다양한 보강섬유 적층배향각을 갖을때, 최대처짐을 검토하였다. 각 경우별 적층배향각은 표 3에 정리하였다.

지간의 길이에 대한 최대처짐은 그림 9와 같다. 지간장이 짧을때, 최대처짐이 작은 것은 경우 2이다. 그러나, 장지간의 경우는 이와는 반대로 경우 1이 최대 처짐에서 더 작게 발생한다. 위의 결과는 지간이 짧을 때는 그 강성이 전단에 대하여 지배적이므로 전단강성을 최대화 할 수 있는 적층배향각 배치로 경우 2의 배

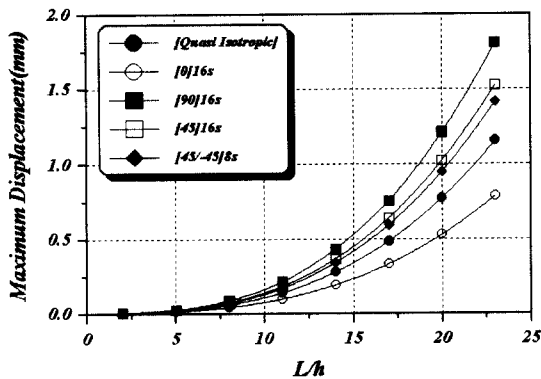


그림 8 L/h에 대한 최대처짐

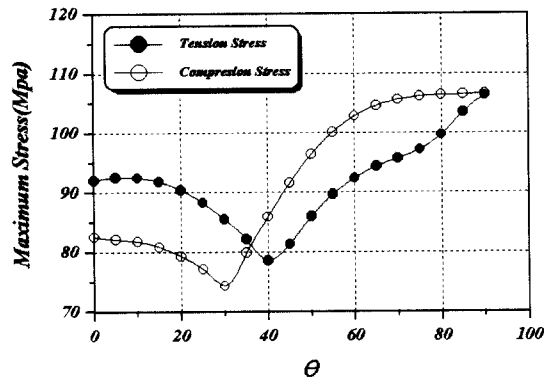


그림 7 적층배향각에 대한 최대응력

치가 보다 작은 처짐값을 준다. 이에 반해 지간이 길 때는 그 적층배향각이 경우 1과 같을 때, 처짐에 대한 강성이 상대적으로 커지기 때문에 최대처짐이 작아지는 것으로 사료된다. 그림 10과 11은 지간장 1m에서 최대처짐에 대한 플랜지와 복부판의 적층배향각이 처짐에 대하여 미치는 영향을 분석한다. 적층방법을 다르게 했을 때, 즉  $(\theta/90-\theta)$ s의 경우와  $(\theta/\theta-90)$ s인 경우로 나누어 비교하여 보았다. 첫 번째로 그림 10은 1m의 지간에 대하여 플랜지의 배향각을 고정하고 복부판에 대하여  $\theta$  값을  $0^\circ$ 에서  $90^\circ$ 까지로 변화시켜 구한 최대처짐을 도출하였고, 그림 11은 복부판을 고정하고 플랜지의  $\theta$  값을  $0^\circ$ 에서  $90^\circ$ 까지로 변화시켰을 때의 최대처짐이다. 복부판은  $\theta = 45^\circ$  부근에서 가장

표 3 각 경우별 플랜지와 복부판의 적층각

	플랜지	복부판
경우 1	(0/45/-45/90)s	(0/90/0)
경우 2	(0/90/0)	(0/45/-45/90)s

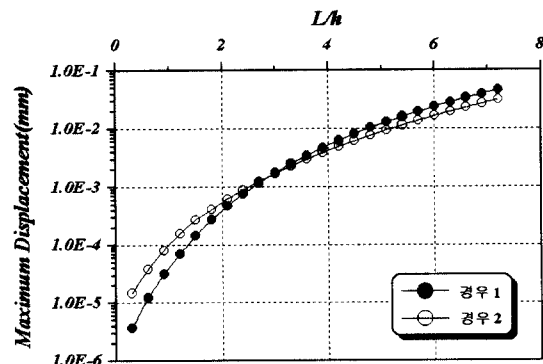


그림 9 지간장에 따른 I형보의 최대처짐

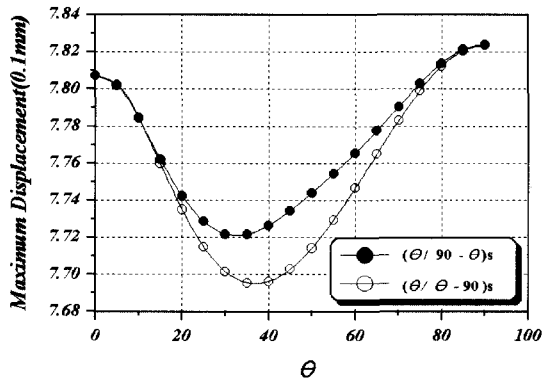


그림 10 10m 지간장의 복부판  $\theta$ 에 대한 최대처짐

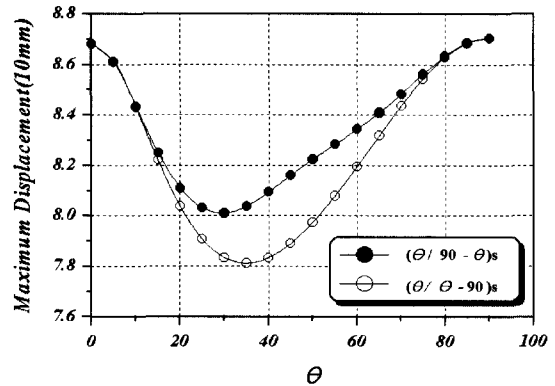


그림 12 4m 지간장의 복부판  $\theta$ 에 대한 최대처짐

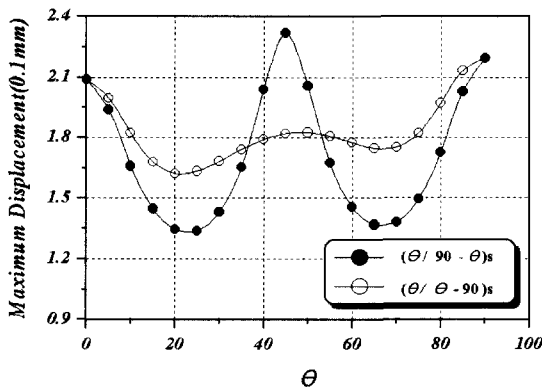


그림 11 1m 지간장의 플랜지  $\theta$ 에 대한 최대처짐

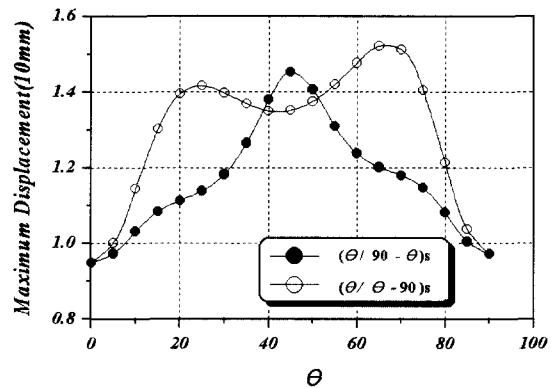


그림 13 4m 지간장의 플랜지  $\theta$ 에 대한 최대처짐

작은 최대처짐을 갖고, 플랜지는  $\theta = 50^\circ$  부근에서 가장 큰 최대처짐을 갖게된다. 또한  $(\theta/90-\theta)_s$ 와  $(\theta/\theta-90)_s$ 의 배향각 배치가 복부판의 경우 별 차이가 없지만, 플랜지의 경우 비교적 큰 영향을 주고 있음을 관찰 할 수 있다. 특히  $(\theta/90-\theta)_s$ 의 경우  $\theta$ 이  $50^\circ$  부근에서 가장 큰 최대 처짐이 발생했지만,  $(\theta/\theta-90)_s$ 의 경우 단지간에서  $\theta = 50^\circ$  부근에서의 최대처짐의 값이  $\theta = 0^\circ$ 일 때보다 더 작은 값을 갖는다. I형보에서 장지간일 때, 복부판의 적층배향각의 영향이 거의 무시할 수 있을 정도로 작게 나타난다. 이는 I형보에서 전체 단면계수에서 복부판의 단면계수보다 플랜지의 단면계수가 크기 때문에 복부판의 강성이 처짐에 영향이 적다. 그러나 장지간일 때는 다른 성향을 보이는데, 그림 12와 그림 13에 도시하고 있다.

단지간에 비하여 장지간일 때는 처짐에 미치는 복부판의 영향은 플랜지의 영향 비하여 거의 미소한 양이

되고 있으며, 플랜지에서의  $\theta$  값에 대한 최대처짐의 영향은 지간이 길어짐에 따라 증폭되고 있다. 이는 장지간이 되면서 굽힘에 대하여 지배적인 영향을 받기 때문이다. 배향각의 배치가  $(\theta/90-\theta)_s$ 인 경우와  $(\theta/\theta-90)_s$ 인 두 경우가 있을 때, 복부판의 경우 단지간과 장지간에서 최대처짐이  $\theta$ 의 변화에 대하여 같은 경향으로 발생한다. 그러나, 플랜지의 경우 그림 13에 나와 있는 것처럼  $\theta = 0^\circ$ 로 되거나  $90^\circ$ 로 되는 경우 외에는 그 처짐이 급격히 커지고 있는 것으로 나타났다.

### 3.1.4 층 두께 비율에 따른 처짐 및 응력

플랜지는  $[0/45/90]_s$ 의 적층을 갖고 복부는  $[90/45/0]_s$ 의 적층을 가질 때 양단 단순지지보에 대해 각층의 두께를 변화시켜가며 경향을 분석하였다. 길이 대 높이비는 30, 선하중은 단위 길이당 2kN이며, 기본 설계는 앞에서와 동일하다.

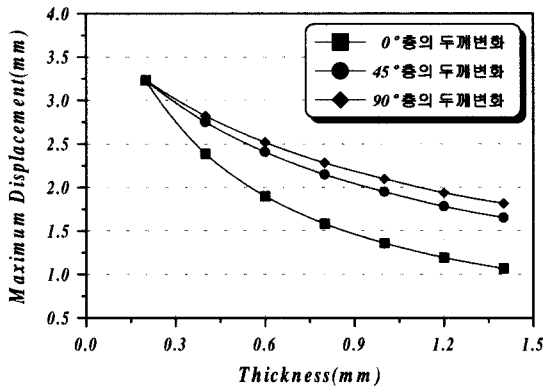


그림 14 층 두께에 대한 처짐 영향

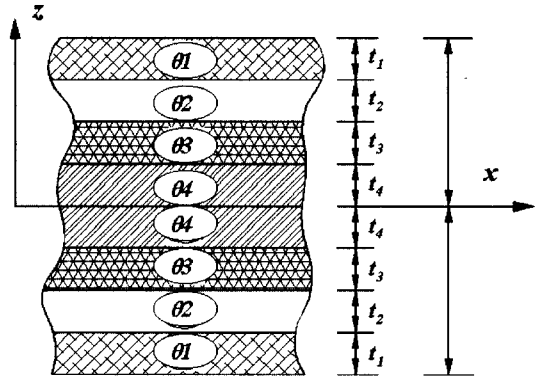


그림 15 설계변수

그림 14에서 0도 층의 두께변화 그래프는 45도 층 및 90도 층의 두께를 0.2mm로 일정하게 유지하면서 0도 층의 두께를 0.2mm에서 1.4mm로 0.2mm씩 증가시킨 것을 의미한다. 0도 층 두께증가에 따른 처짐의 감소율이 가장 크고 90도 층이 가장 작음을 확인할 수 있다. 길이 대 높이비가 30이므로 시험 모델이 전단변형의 영향을 받지 않기 때문에 플랜지의 처짐 변화에 0도 층의 역할이 다른층에 상대적으로 크기 때문으로 사료된다. 같은 방법으로 플랜지의 적층배향각을 고정하고 복부판의 두께 비율을 다르게 할 때는 45도 층 및 -45도 층이 가장 큰 역할을 할 것으로 그림 9에서 유추할 수 있다.

### 3.2 최적화 문제의 정식화

본 연구에서는 Matlab에서 제공하는 'constr.m' 함수를 이용하여 최적설계를 수행하였으며, 이는 비선형 최적화 문제에 가장 유용하며 효과적인 알고리즘으로 알려진 Sequential Quadratic Programming (SQP)<sup>8)</sup>을 사용한다. SQP에서는 2차 목적함수와 선형 제약조건으로 부문제를 구성하여 해를 구함으로써 탐색방향이 결정되어 지고, 목적함수는 Lagrange multiplier와 외적 벌칙함수를 이용하여 구성되어 1차원 탐색시 비제약조건의 문제로 접근한다. 복합재 보는 그림 15에서 보여지는 것과 같은 대칭적 복합재 적층판으로 구성되어 있고, 이는 각 층의 보강섬유 적층배향각  $\theta$ 와 각 층의 두께  $t$ 를 갖게 된다. 또한 재료는 모두 Glass-epoxy를 사용하였다.

복합재 보의 최적화 문제는 목적함수를 단면적의 최소화로 정하였고, 설계변수는 그림 15에서 표시되어

표 4 적층방법의 분류

구분	방법1 (Symmetric)	방법2 (Cross ply)	방법3 (Balanced Q/SISO)
적층 방법	[0/15/-45/90] <sub>s</sub>	[0/90/90/0] <sub>s</sub>	[0/45/90/-45] <sub>s</sub>

있는 것처럼 복합재 적층판에서 각 층의 적층배향각 또는 두께를 설계변수로 하여 구성할 수 있다. 각 적층판에 대하여 설계변수를 선택할 경우 너무 많은 국부적 최적점이 존재한다는 연구보고<sup>9)</sup>가 있으므로 적층배향각을 설계변수로 하는 것을 지양하였으며, 본 논문에서는 표 4에서 처럼 실제 설계에 가장 많이 쓰이는 적층 방법 세 가지를 정하여 이에 대하여 플랜지와 복부판에 적용하고 설계변수로는 플랜지의 각 층 두께를 선택하였다. 또한 적층방법이 중립축을 중심으로 위쪽과 아래 쪽이 대칭으로 배치된 대칭적층판이므로 설계변수는 전체층수의 절반이 된다.

최적설계에 사용된 제약조건으로 각 설계변수의 경계조건과 플랜지와 복부판의 응력을 검토하도록 하였으며, 총 40여개의 제약조건으로 구성되어 있다. 응력 제약조건은 Tsai-Hill 이론에 근거하여 각 요소에서 각 층에 대하여 파괴응력을 검토하도록 하였다. 설계변수와 제약조건 수치는 최적화 설계시 정량화 한 값을 사용하였다.

### 3.3 I형과 T형 보의 최적설계의 예

#### 3.3.1 I형 보의 최적설계 예

개단면으로 가장 많이 쓰이는 I형보가 그림 16과 같이

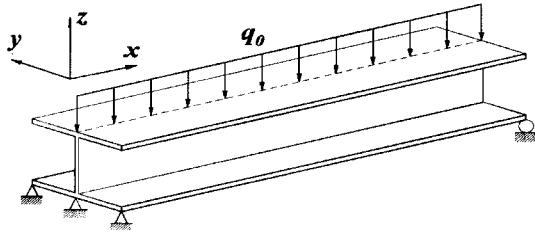


그림 16 단순지지된 I형보

단순지지되어 있으며, 상부플랜지 중심에 선하중을 받고 있는 모델에 대하여 최적설계를 수행한다. 그림 16과 같은 I형보를 플랜지와 복부판은 동일한 적층으로 표 4에서 제시된 3가지 경우에 대하여 각각 최적화 설계를 수행하였으며, 다시 대상 모델의 길이 대 높이비에 따른 결과값을 표 5에 제시하였다.

표 5에서 분포하중은 Z축에 대해 음의 방향이므로 '-'부호가 붙고 하중의 변화는 임의로 선정하였다. 목적함수의 초기값은 모두 300(mm<sup>2</sup>)으로 시작한 결과값이다. 길이 대 높이비가 클수록 0도에 가까운 적층의 두께를 늘이려는 방향으로 최적화가 되고 있다. 적층되는 방법에 따라 목적함수값을 비교해보면, 방법 1이 가장 작은 값을 보이고 방법 3, 그리고 방법 2가 가장 큰 값을 보이고 있다. 이때, 활성화되어 있는 제약조건은 모두 복부판의 응력에 관계된 것과 각 설계변수의 경계조건이다. 그리고, 활성화된 응력조건은 복부판 중에서도 90도층에 대한 인장조건이 제약조건에 활성화 되어 있고, 이는 플랜지와 복부판사이에서 응력전달과

정중 재료의 분리 또는 파단되는 현상으로 예측된다. 최적화 결과를 통해 전체적인 경향이 I형보에서는 0도층에 대한 값을 증대시키는 것으로 관찰된다. 이는 0도층의 두께를 증대시킴으로써, 휨에 대한 강성을 늘리기 때문이며, I형 단면이 2축에 대하여 대칭인 단면이므로 나타나는 현상이라 판단된다. 하중조건과 좌굴에 대한 제한 조건을 고려한다면, 0도층이 아닌 다른 각을 갖는 층의 역할이 증대될 것으로 기대된다. 표 5.3 결과로부터 I형보가 단순지지 되어 있으며, 면외력으로 선하중이 상부플랜지 중심에 직각으로 작용할 경우, 방법1이 가장 유리한 적층방법이며, 방법3의 경우가 가장 불리한 적층방법이 된다.

### 3.3.2 T형보의 최적설계

그림 17의 T형보를 I형보와 같은 방법으로 최적설계 하였고 결과는 표 6에 제시되었다.

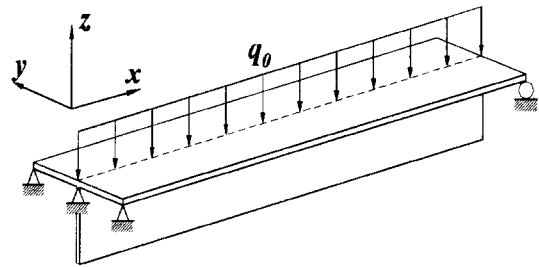


그림 17 단순지지 T형보 모델

표 5 I형보의 최적설계 결과

적층방법	방법 1 [0/15/-45/90] <sub>s</sub>			방법 2 [0/90/90/0] <sub>s</sub>			방법 3 [0/45/90/-45] <sub>s</sub>			
	5	10	20	5	10	20	5	10	20	
길이 대 높이비	5	10	20	5	10	20	5	10	20	
분포하중(kN)	-20	-10	-2	-20	-10	-2	-20	-10	-2	
목적함수(mm <sup>2</sup> )	204.2	339.9	268.9	268.1	458.2	380.4	220.2	360.6	277.3	
설계 변수 (mm)	t <sub>1</sub>	0.371	1.049	0.695	0.050	0.050	0.578	0.451	1.153	0.737
	t <sub>2</sub>	0.050	0.050	0.050	0.050	0.050	0.050	0.050	0.050	0.050
	t <sub>3</sub>	0.050	0.050	0.050	0.050	0.050	0.050	0.050	0.050	0.050
	t <sub>4</sub>	0.050	0.050	0.050	0.691	1.641	0.724	0.050	0.050	0.050
	총두께	1.042	2.399	1.389	1.681	3.582	2.804	1.202	2.606	1.773
활성화 제약조건	23	23	23	19	19	19	21	27	21	
	36	36	36	35	35	36	36	36	36	
	37	37	37	36	36	37	37	37	37	
	38	38	38	37	37	37	38	38	38	



표 6 T형보의 최적설계 결과

적층방법	방법 1 [0/15/-45/90] <sub>s</sub>			방법 2 [0/90/90/0] <sub>s</sub>			방법 3 [0/45/90/-45] <sub>s</sub>			
	5	10	20	5	10	20	5	10	20	
길이 대 높이비	5	10	20	5	10	20	5	10	20	
분포하중(kN)	-7	-2	-0.5	-7	-2	-0.5	-7	-2	-0.5	
목적함수(mm <sup>2</sup> )	1097.6	385.6	224.5	1482.1	1169.6	1113.3	1207.3	758.3	328.2	
설계 변수 (mm)	t <sub>1</sub>	2.882	2.706	0.337	10.168	2.265	8.883	8.637	0.638	2.132
	t <sub>2</sub>	5.082	0.050	0.566	2.137	0.050	0.483	0.050	0.050	0.050
	t <sub>3</sub>	0.052	0.050	0.169	1.466	0.050	0.717	2.336	0.101	0.050
	t <sub>4</sub>	1.960	0.050	0.173	0.050	8.331	0.050	0.050	0.050	0.050
	총두께	19.95	5.712	2.490	27.642	21.392	20.266	22.146	13.166	4.564
활성화 제약조건	21	21	21	19	19	19	19	19	19	21
		36			36			36		
		37			37			37		
		38			38			38		

I형보에서와 같이 목적함수의 초기값은 모두 300(mm<sup>2</sup>)으로 시작한 결과값이다. I형보에 비해 재하할 수 있는 하중이 상당히 작음을 확인할 수 있다. T형보는 I형보와는 다르게 탄성중심에 대하여 비대칭인 단면을 갖고 있으므로, 각 두께에 대하여 0도층의 두께뿐만 아니라, 다른 각도에 대하여서도 두께를 증가시켜 강성을 보강하고 있는 것으로 관찰된다. 그러나, 목적함수에 대하여 전체적으로 I형보와 유사하게 방법 1, 방법 3, 그리고 방법 2의 순으로 유리하게 결과가 나왔다. 모든 방법에 대하여 길이대 단면의 높이의 비가 작을 경우 90도층의 역할에 대하여 길이대 단면의 높이가 증대할 경우의 역할이 상대적으로 작은 경향을 보이고 있다. 이는 길이대 단면의 높이가 작은 경우 복부판의 전단변형에 관계된 강성을 늘리기 위한 거동으로 판단된다. 이러한 현상은 복부판에서 더욱 확연히 나타나고 있다. T형보에서도 I형보와 마찬가지로, 복부판의 90도층에 대한 응력 제약조건이 활성화되어 최적화가 이뤄지고 있다.

#### 4. 결 론

비등방성 복합재 구조물은 각층의 두께, 보강섬유의 배향각 등 다양한 설계변수를 가지고 있다. 따라서 설계자의 의도에 따라 인위적인 설계를 통하여 목적인 바에 대한 극대의 효과를 얻을 수 있는 장점이 있다. 본 연구에서는 해석과 설계가 난해한 복합재 구조물의 해석을 복합재 박판요소와 평판 휨 요소의 조합으로 구성된 복합재 보 구조의 유한요소해석을 수행하는 프로그

램을 개발하였으며, 이를 이용하여 최적설계기법을 사용한 설계를 수행하였다. 이에 대하여 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

- (1) 본 논문에서의 복합재 구조물의 유한요소해 결과 값 이론적인 값 및 상용프로그램의 값과 유사하였으며, 이를 이용한 최적화 설계의 수행이 가능하였다.
- (2) 복합재 보의 거동중 단기간과 장기간에 대하여 적층을 구분하여 효율을 증대할 수 있으며, 단면에 대하여 일반적으로 최외각의 0도층의 거동에 대한 영향이 가장 크다.
- (3) 지간장에 따라 그리고 I형, T형등의 단면 특성에 따라 최적의 적층방법이 달라지고 있음을 알 수 있었다.
- (4) 복합재 보에서는 단면에 대하여 응력이 단면의 높이 방향으로 불연속적이며, 비선형적이므로 설계시 응력의 검토가 중요한데, 적층방법에 따라 처짐이 작아짐으로써 반드시 응력도 작아지는 않으므로 보의 설계시 처짐과 응력의 상태에 대한 조율이 필요하다. 이러한 부분에서 최적기법을 도입함으로써 효과적인 설계를 할 수 있었다.

#### 감사의글

본 연구는 한국과학재단의 지원(98특정기초연구과제)에 의해 수행되었으며 이에 감사드립니다.

### 참 고 문 헌

1. Jones R. M., "Mechanics of composite materials", McGRAW-HILL, 1975, p.355
2. Kwon Y. W. and Bang H. C. "The Finite Element Method using MATLAB", CRC press, 1996, p.519
3. Ochoa O. O. and Reddy J. N., "Finite Element Analysis of Composite Laminates", Kluwer Academic, 1992, p.206
4. Graesser D. L., "Designing laminated composites using random search techniques", Composite & structures 18, 1991, pp.311~325
5. Reddy J. N., "Mechanics of Laminated Composite Plates", CRC press, 1997, p.782
6. Logan D. L., "A First Course in the Finite Element Method", PWS, 1992, p.662
7. Zienkiewicz O. C., "The Finite Element Method", McGRAW-HILL, 1979, p.1455
8. Vanderplaats G. N., "Numerical optimization techniques for engineering design", McGRAW-HILL, 1984, p.333
9. Hirano. Y., "Optimum Design of Laminated Plates Under Axial Compression", AIAA Journal 17, 1979, pp.1017~1019