

케이블 지지구조물의 구조해석을 위한 개선된 유한요소

An Improved Finite Element for Structural Analysis of Cable-Supported Structures

김 선 훈* 최 창 근** 송 명 관***
Kim, Sun-Hoon Choi, Chang-Koon Song, Myung-Kwan
(논문접수일 : 2000년 3월 25일 ; 심사종료일 : 2001년 4월 11일)

요 지

본 논문에서는 케이블 지지구조물의 비선형 정적해석과 동적해석에 사용할 수 있는 개선된 유한요소가 제시되었다. 케이블의 모델화를 위해 등가탄성계수를 사용하고 처짐곡선을 현수선함수로 가정한 케이블요소가 제안되었다. 프레임 부재에 사용되는 안정함수는 수치적으로 안정한 해를 얻기 위하여 수정되었다. 본 논문에서 제안한 요소의 유용성과 효율성을 검토하기 위하여 다양한 검증문제에 대한 수치해석이 수행되었다. 해석결과 본 논문에서 제시한 유한요소는 케이블 지지구조물의 모델화에 매우 유용하고 효율적으로 사용될 수 있을 것으로 판단된다.

핵심용어 : 케이블 지지구조물, 비선형해석, 동적해석, 케이블요소, 현수선함수

Abstract

An improved finite element for performing the nonlinear static analysis and dynamic analysis of cable-supported structures is presented in this paper. A cable element, derived using the concept of an equivalent modulus of elasticity and assuming the catenary function as deflection curve of a cable, is proposed for the modeling of cables. The stability functions for a frame member are modified to obtain a stable solution numerically. Several verification problems are solved to illustrate the versatility and the efficiency of the proposed element. It is shown that a finite element suggested in this paper could be very useful and efficient for the modeling of cable-supported structures.

Keywords : cable-supported structure, nonlinear analysis, dynamic analysis, cable element, catenary function

1. 서 론

장대교량의 형식 중에서 역학적으로 가장 효율적인 구조형식은 인장재인 케이블을 주부재로 사용하여 압축에 의한 좌굴현상을 고려할 필요가 없는 사장교나 현수교와 같은 케이블지지 교량이다. 국내에서는 케이블

지지 교량의 건설이 1973년 6월 남해대교가 개통된 이후 진도대교, 돌산대교, 올림픽대교 등 극소수에 불과하였지만, 최근에 들어 서해대교가 완공되었고, 영종대교, 광안대교, 삼천포대교 등 활발하게 진행중에 있다.¹⁾

일반적으로 케이블 지지구조물은 재료적으로는 선형 거동을 하지만 전체적인 하중-변위관계는 비선형 거동

* 정회원 · 영동대학교 건설공학부 토목공학과, 부교수
** 정회원 · 한국과학기술원 토목공학과, 석좌교수
*** 한국과학기술원 토목공학과, 박사과정

· 이 논문에 대한 토론을 2001년 9월 29일까지 본 학회에 보내주시면 2001년 12월호에 그 결과를 게재하겠습니다.

이 나타나게 되므로 구조해석과정에서 반드시 반복적인 비선형 해석이 필요하다. 이와 같은 비선형 거동의 원인을 요약하면 다음과 같다.²⁾

- (1) 케이블의 비선형 거동 : 새그(sag)에 의한 케이블의 비선형 축력-축변형 거동, 즉 장력증가에 따른 케이블의 강성 증가.
- (2) 휨부재의 비선형 거동 : 주탑이나 보강형에 작용하는 큰 압축력에 의한 휨강성의 저하, 즉 보-기둥 효과.
- (3) 대변위 문제 : 설계하중에 대해서 구조물의 변위가 크게 발생하여 변형 전후의 형상 차이를 무시할 수 없을 경우, 즉 좌표계 변환행렬의 재구성 및 비보존력 문제.

본 논문에서는 케이블 지지구조물의 비선형 정적 구조해석 및 동적 구조해석을 위한 개선된 유한요소를 제안하였다. 케이블의 모델화에 사용한 유한요소의 강성행렬은 Ernst의 등가탄성계수 개념²⁾을 사용하고, 케이블의 처짐 형상은 현수선함수(catenary function)로 가정하여 유도하였다. 주탑이나 보강형의 모델화를 위한 보조소는 압축력에 의한 휨강성의 저하를 고려하기 위한 안정함수(stability function)를 사용하였으며, 안정된 해를 얻기 위하여 Taylor급수의 전개를 이용하여 수정하였다.³⁾ 제안한 유한요소의 효율성과 신뢰성을 검토하기 위하여 수치해석을 수행하였다.

2. 케이블의 모델화

케이블은 휨, 비틀림, 압축력 등에 대해서는 지지할 수 없고 오직 인장력에 대해서만 지지할 수 있는 부재이며 외력을 받게 되면 대변형이 발생하게 되어서 심한 비선형 거동을 나타내게 된다. 이러한 케이블의 비선형성을 고려하여 모델링하는 대표적인 방법으로는 Ernst 등가탄성계수(equivalent modulus of elasticity) 트러스요소를 사용하는 방법,²⁾ 탄성현수선 케이블요소를 사용하는 방법,⁴⁾ 다절점 등매개곡선 케이블요소(isoparametric curved cable element)⁵⁾ 등이 있다.

이들 방법들은 그 동안 많은 학자들에 의하여 연구되어 2차원은 물론이고 3차원 케이블의 정적 기하학적 비선형 거동을 정확하게 모사하고 있다. 본 절에서는 이들 방법 중에서 첫 번째 방법의 개선을 통하여 새

가 큰 케이블 지지구조물에서도 적은 수의 케이블 요소를 사용하여도 정확한 수치해를 얻을 수 있는 케이블 유한요소를 제시한다.

2.1 등가탄성계수

케이블 지지구조물의 해석과정에서 사용재료는 탄성범위 안에서 거동하는 것으로 가정되므로 구조물의 부재에 작용하는 작용력 계산에 탄성이론이 적용된다. 그러나, 케이블의 유연성으로 인하여 길이에 따라 처짐이 변하게 되므로 이러한 비선형성은 보정되어야 한다. 케이블의 비선형성을 보정하는 방법으로 가장 많이 이용되는 방법은 케이블의 등가탄성계수를 이용하는 방법이다.²⁾ 본 논문에서는 Ernst가 제안한 등가탄성계수 트러스요소 개념²⁾을 사용하고, 새그가 큰 케이블에 대한 해석의 정확성을 개선시키기 위하여 현수선함수를 이용한 등가탄성계수에 관한 식을 유도하였다.

그림 1과 같은 각도 α 만큼 경사진 케이블의 활선탄성계수(secant modulus of elasticity) E_{sec}^c 는 다음과 같다.

$$E_{sec}^c = \frac{E_e}{(1 + C_1 + C_2) / 2 \cosh\left(\frac{wL_c \cos \alpha}{2T_f}\right)} \quad (1)$$

여기서,

$$C_1 = \frac{1}{wL_c \cos \alpha (T_f - T_i)} \left[T_f^2 \sinh\left(\frac{wL_c \cos \alpha}{T_f}\right) - T_i^2 \sinh\left(\frac{wL_c \cos \alpha}{T_i}\right) \right]$$

$$C_2 = \frac{4E_e A}{wL_c \cos \alpha (T_f - T_i)} \left[T_i \sinh\left(\frac{wL_c \cos \alpha}{2T_i}\right) - T_f \sinh\left(\frac{wL_c \cos \alpha}{2T_f}\right) \right]$$

위의 식(1)에서 E_e 는 케이블부재 재료의 탄성계수, w 는 케이블부재의 단위길이당 자중, A 는 케이블부재의 단면적, L_c 는 모델링하는 케이블부재의 길이, T_i 는 하중증가 전의 케이블 인장력, T_f 는 하중증가 후의 케이블 인장력을 각각 의미한다. 또한, 케이블의 접선탄성계수(tangent modulus of elasticity)에 대한 식은 다음과 같다.

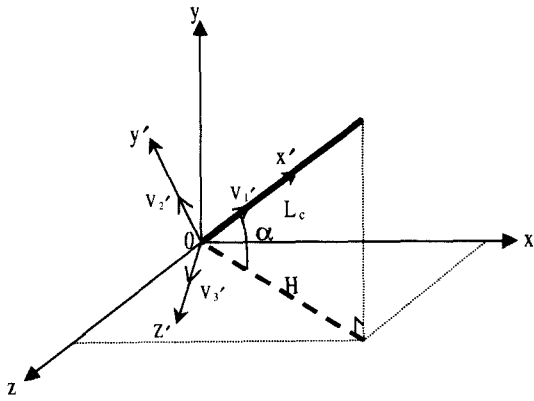


그림 1 케이블 부재의 요소좌표계와 방향벡터 (v_1, v_2, v_3)

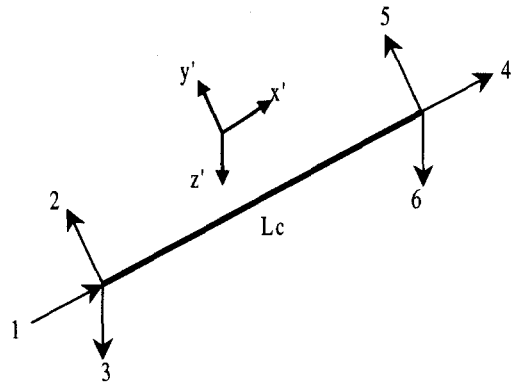


그림 2 요소좌표계에서의 케이블 요소의 자유도

$$E_{\tan}^c = \frac{E_e}{(1 + C_1 + C_2) / 2 \cosh\left(\frac{wL_c \cos \alpha}{2T}\right)} \quad (2)$$

여기서,

$$C_1 = \frac{1}{wL_c \cos \alpha} \left[2T \sinh\left(\frac{wL_c \cos \alpha}{T}\right) - wL_c \cos \alpha \sinh\left(\frac{wL_c \cos \alpha}{T}\right) \right]$$

$$C_2 = \frac{-4E_e A}{wL_c \cos \alpha} \left[\sinh\left(\frac{wL_c \cos \alpha}{2T}\right) - \frac{wL_c \cos \alpha}{2T} \sinh\left(\frac{wL_c \cos \alpha}{2T}\right) \right]$$

T는 케이블의 인장력이다.

2.2 강성행렬

앞 절에서의 등가탄성계수를 이용하여 그림 2와 같은 자유도를 갖는 케이블 부재의 탄성요소강성행렬은 다음 식(3)과 같이 구성된다.

$$[K_e]_c = \frac{AE_{eq}}{L_c} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & 1 & 0 & 0 \\ \text{sym.} & & & & 0 & 0 \\ & & & & & 0 \end{bmatrix} \quad (3)$$

여기서, E_{eq} 는 E_{sec}^c 또는 E_{tan}^c 이다.

케이블의 기하강성행렬 $[K_g]_c$ 는 트러스요소와 같은 개념으로 구성된다.

따라서, 케이블 부재의 인장력의 변화에 따른 케이블 부재의 총요소강성행렬은 다음과 같이 구성된다.

$$[K_t]_c = [K_e]_c + [K_g]_c \quad (4)$$

그림 1에서의 방향벡터를 이용하여 전체좌표계로의 변환행렬을 구성하고 구성된 총요소강성행렬을 전체좌표계에서의 총강성행렬로 변환이 가능하다. 이러한 방향벡터는 하중증분에 따른 발생 변위에 따라서 변화하게 된다.

3. 프레임부재의 모델화

3.1 강성행렬

축력과 휨모멘트를 동시에 받는 보에 대한 평형관계와 운동학적 관계를 고려하여 축력의 영향을 고려한 보의 탄성강성행렬의 유도가 가능하다. 이러한 축력과 휨모멘트 사이의 상호작용은 안정함수 개념을 도입함으로써 고려가 가능하며, 그림 3과 같은 자유도를 갖는 보의 탄성요소강성행렬을 구성한다.

축력과 휨모멘트의 상호작용에 의한 강성행렬의 변화 이외에 구조물 전체의 대변형에 의한 기하학적인 변화에 의해 강성행렬은 변화하게 된다. 이를 고려하기 위하여 기하강성행렬을 구성하여 해석에 포함시킨다.

따라서, 보의 내력의 변화에 따른 보의 총요소강성행렬은 다음과 같이 구성된다.

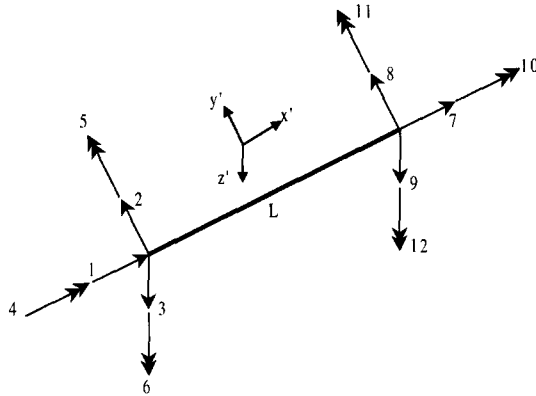


그림 3 요소좌표계에서의 보요소의 자유도

$$[K_i]_b = [K_e]_b + [K_g]_b \quad (5)$$

요소좌표계에서 구성된 총요소강성행렬을 전체좌표계로 변화시켜야 한다. 보요소의 경우 하중중분에 따른 절점변위에 의해서 그림 4와 같이 초기의 요소좌표계는 변화하게 되므로, 총요소강성행렬을 전체좌표계로 변화시키기 위한 변환행렬은 하중중분 단계에 따라서 변화하게 된다.

그림 4에서와 같이 보요소는 절점당 6개의 자유도를 가지게 되며, 요소좌표계에서의 자유도와 전체좌표계간의 자유도 사이에서의 관계를 이용하여 다음과 같은 변환행렬의 구성이 가능하다.

$$[T] = \begin{bmatrix} [t]_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & [t]_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & [t]_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & [t]_2 \end{bmatrix} \quad (6)$$

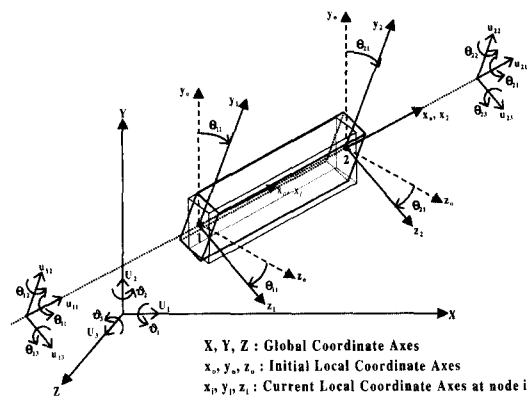


그림 4 보요소의 전체좌표계와 요소좌표계

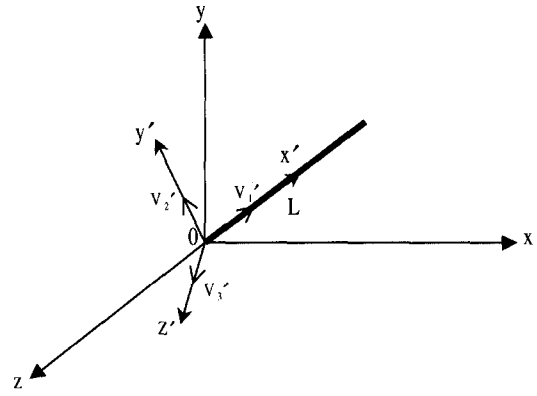


그림 5 보요소의 초기방향벡터

여기서,

$$[t]_i = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta_{i1} & \sin \theta_{i1} \\ 0 & -\sin \theta_{i1} & \cos \theta_{i1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} l_{x_0} & m_{x_0} & n_{x_0} \\ l_{y_0} & m_{y_0} & n_{y_0} \\ l_{z_0} & m_{z_0} & n_{z_0} \end{bmatrix} = [\beta]_i [\lambda]_0 \quad (7)$$

여기서, (i=1,2)

여기서, $[\lambda]_0 = \langle v_1 \ v_2 \ v_3 \rangle^T$ 이며, v_1, v_2, v_3 는 각 하중중분에서의 발생변위에 따라 보요소에서 정의되는 방향벡터로서, $v_1 = \langle l_{x_0} \ m_{x_0} \ n_{x_0} \rangle, v_2 = \langle l_{y_0} \ m_{y_0} \ n_{y_0} \rangle, v_3 = \langle l_{z_0} \ m_{z_0} \ n_{z_0} \rangle$ 이다(그림 5).

각 하중중분 단계에 따라서 수정된 초기방향벡터는 절점에서의 비틀림 회전(torsional rotation)의 영향에 의하여 식(7)과 같이 다시 수정되어, 변환행렬의 구성시 이용된다.⁽⁶⁾ 이렇게 구성된 변환행렬에 의해서 전체좌표계에 대한 보요소의 총강성행렬의 구성이 가능하다.

$$[K_i]_b^c = [T]^T [K_i]_b [T] \quad (8)$$

케이블 부재의 경우에는 비틀림 회전의 영향을 고려할 필요 없이 기존의 변환행렬구성 방법을 통하여 전체좌표계에 대한 총강성행렬의 구성이 가능하다.

3.2 안정함수의 수정

Fleming⁽²⁾이 사용한 안정함수 중에서 $S_{12} \sim S_{42}$ 는 ω 가

0에 가까운 값일 때, R_c 와 R_t 가 0에 가까운 값을 가지므로 수치적으로 매우 불안정한 값을 가지게 된다.^{2),7)} 여기서, $\omega = \mu L$, $\mu^2 = P/EI_z$ 이다(P 는 축력, E 는 재료의 탄성계수, I_z 는 z 축에 대한 단면2차모멘트). 따라서, 본 논문에서는 이러한 문제점의 해결책으로서 이미 여러 문헌을 통하여 제안된 방법인 안정함수를 Taylor 급수로 전개하는 방법을 사용하였다.³⁾

3.3 질량행렬

그림 3과 같은 자유도를 갖는 보요소의 요소질량행렬은 다음의 식(9)와 같이 구성된다.⁸⁾

$$[M_e]_b = \rho A L \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{6} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{13}{35} + \frac{6I_x}{5AL^2} & 0 & \frac{11L}{210} + \frac{I_y}{10AL} & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{9}{70} - \frac{6I_x}{5AL^2} & 0 & 0 & 0 & -\frac{13L}{420} + \frac{I_x}{10AL} \\ \frac{13}{35} + \frac{6I_x}{5AL^2} & 0 & \frac{11L}{210} + \frac{I_y}{10AL} & 0 & -\frac{11L}{210} - \frac{I_y}{10AL} & 0 & 0 & 0 & \frac{9}{70} - \frac{6I_x}{5AL^2} & 0 & \frac{13L}{420} - \frac{I_x}{10AL} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{11L}{210} - \frac{I_y}{10AL} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{I_x}{6A} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{I_x}{6A} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{L^2}{140} - \frac{I_y}{30A} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{L^2}{105} + \frac{2I_x}{15A} & 0 & \frac{L^2}{105} + \frac{2I_x}{15A} & \frac{13L}{420} - \frac{I_x}{10AL} & 0 & 0 & 0 & -\frac{L^2}{140} - \frac{I_y}{30A} \\ \frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{13}{35} + \frac{6I_x}{5AL^2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{13}{35} + \frac{6I_x}{5AL^2} & 0 & 0 & 0 & -\frac{11L}{210} - \frac{I_y}{10AL} \\ \frac{13}{35} + \frac{6I_x}{5AL^2} & 0 & \frac{11L}{210} + \frac{I_y}{10AL} & 0 & -\frac{11L}{210} - \frac{I_y}{10AL} & 0 & 0 & 0 & \frac{13}{35} + \frac{6I_x}{5AL^2} & 0 & \frac{11L}{210} + \frac{I_y}{10AL} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{11L}{210} - \frac{I_y}{10AL} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{I_x}{3A} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{I_x}{3A} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{L^2}{105} + \frac{2I_x}{15A} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{L^2}{105} + \frac{2I_x}{15A} \end{bmatrix} \quad (9)$$

여기서, L 은 보의 길이, A 는 보의 단면적, I_x, I_y, I_z 는 보의 x 축, y 축, z 축에 대한 단면2차모멘트, ρ 는 보 또는 케이블 부재의 단위질량이다. 케이블 부재의 경우, 질량강성행렬은 식(9)에서 $I_x = I_y = I_z = 0$ 로 정의하여 구성된다.

4. 수치해석법

4.1 비선형방정식의 해법

재료적 비선형 또는 기하학적 비선형을 고려하여 구조해석을 수행하는 경우, 강성행렬에 비선형항이 포함되기 때문에 일반적으로 반복해석을 통하여 구조물의 응답을 구하게 된다. 즉, 비선형 문제를 구간마다 선형

화하여 이를 연속적으로 푸는 방법이며, 이러한 반복해석 방법들에는 증분법, 반복법, 혼합법 등이 있다. 본 연구에서는 하중을 작용시킬 때는 증분법을 사용하고, 전체 하중이 다 작용되면 불평형하중(unbalanced force)을 반복법으로 구하여 다시 이 불평형 하중을 증분으로 나누어 작용시키는 혼합법을 사용한다.⁷⁾

4.2 고유진동해석

구조물의 사하중에 의한 변형상태에서의 구조물 전체의 강성행렬과 질량행렬을 구성하고, 이러한 시스템 행렬에 대한 고유치해석을 통하여 고유진동해석을 수

행하게 된다. 이러한 고유치 해석을 통하여 구해진 고유진동수와 고유진동모드를 통하여 대상 구조물의 동적 거동의 특성을 파악할 수 있다. 이러한 고유치 문제의 해석에 있어서는 vector iteration method, determinant search method, subspace iteration method 등의 방법이 있으며, 본 연구에서는 주요한 몇 개의 저차 모드를 구할 경우에 유용하게 사용할 수 있는 subspace iteration method를 사용한다.

5. 수치예제해석

본 논문에서는 제안된 유한요소를 검증하기 위하여 대표적인 케이블 지지구조물에 대한 수치해석이 수행되었다.

5.1 수평하중을 받는 케이블(새그가 1/10인 경우)

본 논문에서 개발한 케이블요소의 정확성을 검토하기 위하여 그림 6과 같이 자중과 양단 수평하중을 받는 케이블 구조물에 대한 해석을 수행하였다. 초기인장력 T_0 가 작용되어 있으며, 양단에서의 수평하중에 의하여 지점에서 수평변위가 발생하며, 케이블 중앙부에서 새그가 변화하게 된다. 본 논문에서 제시한 등가탄성계수 식을 이용한 케이블요소에 의하여 해석을 수행하고, 그 결과를 Karoumi에 의한 해석결과⁹⁾와 비교해 보았다. 그림 7과 8에서 보이는 바와 같이 수평하중의 증가에

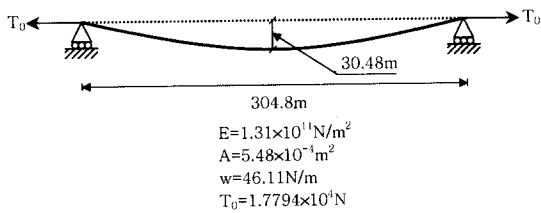


그림 6 양단 수평하중을 받는 케이블

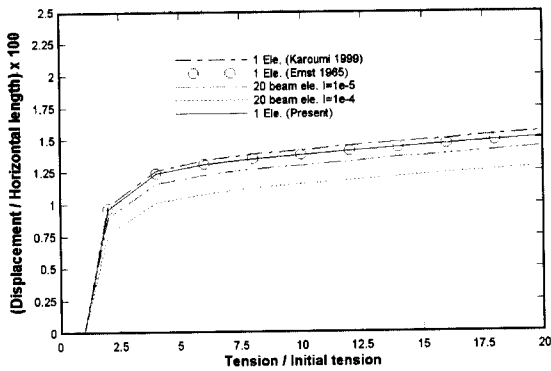


그림 7 수평변위/수평길이-수평하중 그래프

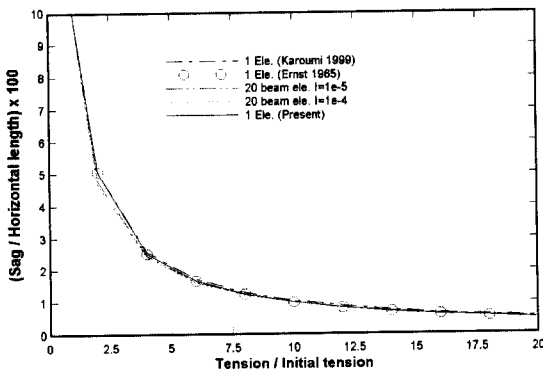


그림 8 새그/수평길이-수평하중 그래프

따른 수평변위와 새그의 변화를 비교해 볼 때 본 논문에서 제시한 케이블요소에 의한 해석결과는 기존 연구들의 해석결과와 근사한 결과를 주고 있음을 알 수 있다. 케이블의 새그가 전체길이에 비해서 작으므로 현수선형상에 의한 영향이 크게 나타나지 않았다. 또한, 동일한 케이블을 여러개의 보요소로 모델화하여 해석을 수행한 결과와도 비교하였는데, 케이블요소의 해석결과가 더 우수한 것으로 나타났으며, 기존의 범용해석프로그램에서의 보요소에 의해 모델화할 경우 해석상의 오차가 발생하게 됨을 알 수 있다.

5.2 수평하중을 받는 케이블(새그가 1/2인 경우)

그림 9에서 보이는 바와 같이 수평하중을 받는 케이블의 해석 예이다. Ernst²⁾가 제안한 케이블의 등가탄성계수 식을 이용한 경우와 본 연구에서 사용하는 등가탄성계수 식을 이용하여 각각 해석하고, 그 결과를 비교해 보았다. 그림 10과 표 1에서 보이는 바와 같이 사용요소의 개수의 증가에 따라 하중 재하점의 수평변위가 수렴하는 것을 알 수 있다. 1개 또는 2개의 요소를 사용할 경우 두 식에 의한 해석결과의 차이가 보이지만, 현수선치짐형상의 영향을 고려함으로써 본 연구에서의

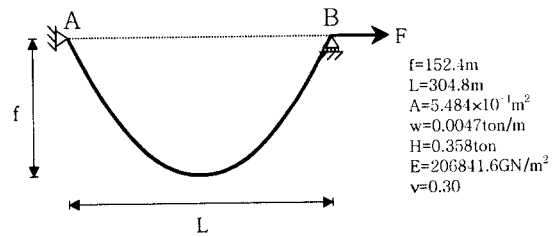


그림 9 수평하중을 받는 케이블

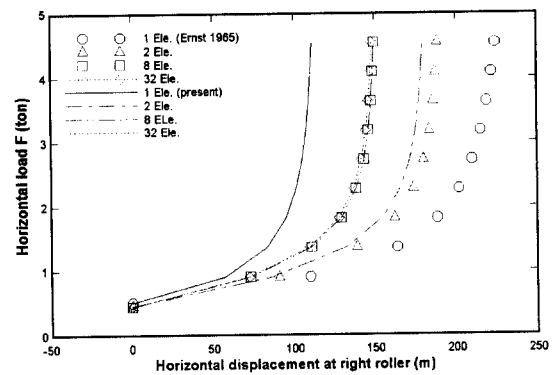


그림 10 하중-변위 그래프

표 1 수평변위 비교(m)

| 하중(kgf) | | 9,072 | 1,361 | 1,814 | 2,268 | 2,722 | 3,175 | 3,629 | 4,082 | 4,536 | |
|---------|----|-------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| 요소 수 | 1 | Ernst | 109.730 | 163.410 | 188.240 | 201.560 | 209.640 | 215.020 | 218.900 | 221.870 | 224.270 |
| | | 본 연구 | 57.018 | 83.030 | 94.887 | 101.180 | 104.940 | 107.400 | 109.120 | 110.410 | 111.410 |
| | | 오차(%) | 92.4 | 96.8 | 98.3 | 99.2 | 99.8 | 100.2 | 100.6 | 100.9 | 101.3 |
| | 2 | Ernst | 90.711 | 138.750 | 161.970 | 173.520 | 179.780 | 183.490 | 185.860 | 187.460 | 188.610 |
| | | 본 연구 | 86.264 | 132.330 | 154.480 | 165.450 | 171.380 | 174.880 | 177.100 | 178.600 | 179.660 |
| | | 오차(%) | 5.2 | 4.9 | 4.9 | 4.9 | 4.9 | 4.9 | 4.9 | 5.0 | 5.0 |
| | 8 | Ernst | 73.002 | 110.770 | 129.130 | 138.250 | 143.130 | 145.960 | 147.720 | 148.870 | 149.660 |
| | | 본 연구 | 72.981 | 110.740 | 129.110 | 138.220 | 143.100 | 145.930 | 147.690 | 148.840 | 149.630 |
| | | 오차(%) | 0.03 | 0.02 | 0.02 | 0.02 | 0.02 | 0.02 | 0.02 | 0.02 | 0.02 |
| | 32 | Ernst | 72.182 | 109.470 | 127.620 | 136.660 | 141.530 | 144.360 | 146.130 | 147.310 | 148.140 |
| | | 본 연구 | 72.182 | 109.470 | 127.620 | 136.660 | 141.530 | 144.360 | 146.130 | 147.310 | 148.140 |
| | | 오차(%) | 0. | 0. | 0. | 0. | 0. | 0. | 0. | 0. | 0. |

케이블요소가 좀 더 빨리 수렴함을 보여주고 있다. 5.1 절에서의 새그가 1/10인 해석예제의 경우와 비교해 볼 때, 본 연구에 의한 해석결과가 Ernst의 해석결과보다 정확한 해석결과에 더 빨리 수렴함을 알 수 있다. 따라서, 새그가 클수록 본 연구에 의한 해석결과가 Ernst의 해석 결과보다 정확한 해석결과를 주게 됨을 확인할 수 있다.

5.3 가이드 타워(guyed tower) 구조물

케이블과 보가 혼합되어 구성된 케이블 지지구조물로서 그림 11과 같이 상단에 수평하중 222.3kN을 받는 가이드 타워의 수치해석을 수행하였다. 가이드타워는 보요소 1개, 케이블 요소 2개로 모델링하여 구조해석을 수행하였으며, 하중 재하점의 수평변위를 Sherefler (1983)¹⁰⁾와 Desai(1988)⁵⁾의 해석, 선형해석의 결과 등과 비교하였다. 그림 13에서 볼 수 있듯이 본 연구에서 제시한 유한요소를 사용하여 얻어진 결과는 기존의 해석결과와 잘 일치함을 알 수 있다.

5.4 2차원 사장교

2차원 사장교의 자유진동해석을 수행하고, Karoumi의 해석결과⁹⁾와 비교하였다. 그림 13의 사장교 해석 모델은 Nazmy의 3차원 해석 Model I⁷⁾을 2차원 해석을 위해 구성한 해석모델이다. 케이블부재들은 120개의 케이블요소, 즉, 각 케이블부재를 5개의 요소로 분할하여 모델링하였으며, 주형 및 주탑은 총 44개의 프레임요소로 모델링하였고, 총 144개의 절점을 사용하여

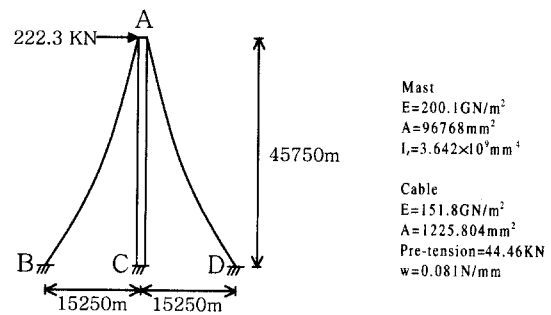


그림 11 가이드 타워 구조물

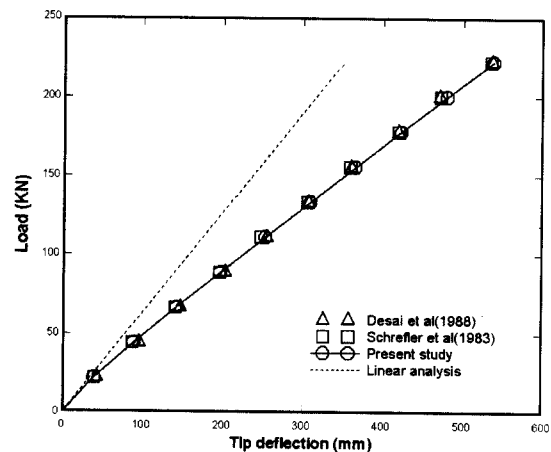


그림 12 A점에서의 수평변위

모델링하였다. 그림 14에서는 연직힘모드에 대한 고유진동수와 고유진동모드를 보여주고 있으며, Karoumi

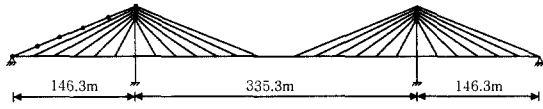


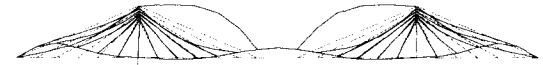
그림 13 2차원 사장교(Model I)



(a) Mode 1: $f_1 = 0.3264\text{Hz}$ (0.334Hz)



(b) Mode 2: $f_2 = 0.4632\text{Hz}$ (0.437Hz)



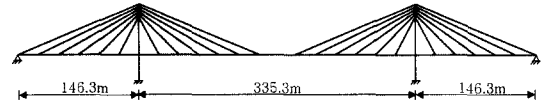
(c) Mode 3: $f_3 = 0.6918\text{Hz}$ (0.702Hz)

그림 14 연직휨모드(vertical bending mode)에 대한 고유진동수와 고유진동모드

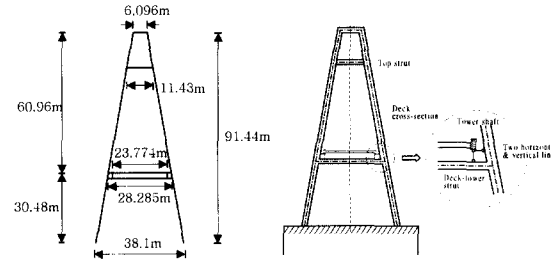
의 해석결과(팔호안)⁹⁾와 근접한 결과를 얻고 있음을 알 수 있다. 이러한 연직휨모드들 사이에는 케이블의 거동에 의한 고유진동모드들이 존재하게 되며, 이러한 고유진동모드들의 해석을 위해서는 케이블의 요소 세분화에 의한 해석이 필요하게 됨을 알 수 있다.

5.5 3차원 사장교

그림 15에 보이는 바와 같은 Nazmy가 해석한 3차원 사장교 모델(Model I)에 대하여 사하중에 대한 비선형



(a) 측면도

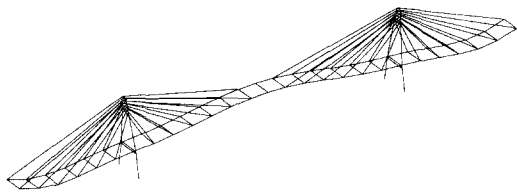


(b) 단면도

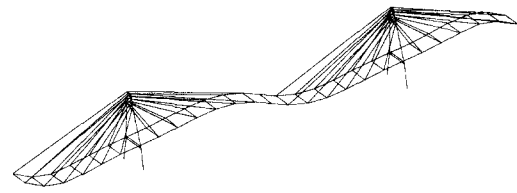
그림 15 3차원 사장교 해석 모델

정적해석 및 고유진동해석을 수행하였다.^{7),11)} 48개의 케이블 요소, 주형을 모델링하기 위해서 52개의 보요소, 횡형(가로보)을 모델링하기 위한 27개의 보요소, 주탑을 모델링하기 위해 42개의 보요소, 주탑과 상판의 연결부를 모델링하기 위해서 8개의 보요소, 총 177개의 요소를 사용하여 모델링하였으며, 요소 연결(connectivity)을 정의하기 위해 94개의 절점, 보요소의 관성모멘트의 주축을 정의하기 위해 60개의 절점, 총 154개의 절점을 사용하여 모델링하였다.

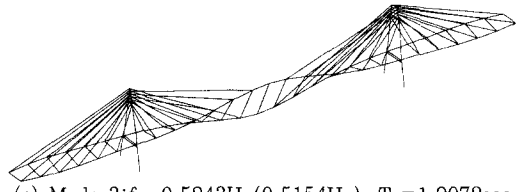
그림 16에서는 저차 4개의 고유진동모드를 보여주고 있으며, Nazmy의 해석결과⁷⁾와 근접한 결과들을 보여주고 있다. 2차원 해석에서는 볼 수 없는 비틀림 회전 진동 모드형상을 3차원 해석모델을 이용한 고유



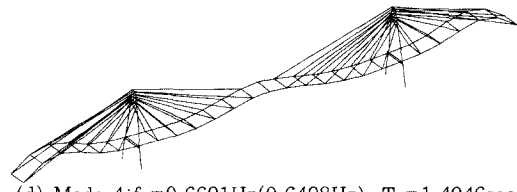
(a) Mode 1: $f_1 = 0.3165\text{Hz}$ (0.3109 Hz), $T_1 = 3.1594\text{sec}$



(b) Mode 2: $f_2 = 0.4583\text{Hz}$ (0.4105 Hz), $T_2 = 2.1878\text{sec}$



(c) Mode 3: $f_3 = 0.5243\text{Hz}$ (0.5154Hz), $T_3 = 1.9072\text{sec}$



(d) Mode 4: $f_4 = 0.6691\text{Hz}$ (0.6498Hz), $T_4 = 1.4946\text{sec}$

그림 16 고유진동모드별 고유진동수 및 고유진동주기

진동해석을 통하여 형상화 할 수 있음을 알 수 있다. 따라서, 동적해석을 통한 사장교의 거동을 예측하는 데에 있어서 3차원 해석이 2차원 해석보다 정확한 해석이 가능함을 예상할 수 있다.

6. 결 론

본 논문에서는 케이블 지지구조물의 비선형 정적해석과 동적해석을 위한 효율적이고 정확한 케이블요소를 제시하였다. 제시된 케이블유한요소는 처짐형상이 현수선함수라고 가정하고 적합한 등가탄성계수를 유도하여 Ernst 등가탄성계수 트러스요소 개념에 적용되었다.

본 논문에서는 제시된 유한요소의 정확성과 효율성을 검증하기 위해 비교해가 존재하는 케이블 지지구조물의 비선형 정적해석과 고유진동해석이 수행되었다. 수치해석결과 제시된 유한요소는 정확한 해를 보여줄 수 있었다. 차후 제안된 기법은 동적해석기능의 확장을 통하여 이동차량하중, 지진하중, 풍하중과 같은 동적하중에 대한 3차원 케이블 지지구조물의 구조해석에 적용 가능할 것으로 예상된다.

감사의 글

이 논문은 건설교통부에서 지원한 '98 건설기술연구개발사업의 연구결과를 요약정리한 것으로 연구비 지원에 깊은 감사를 드립니다.

참 고 문 헌

1. 한국건설기술연구원, "장대교량의 설계 및 시공에 관한 연구", 연구보고서 KICT/95-SE-111-64, 1995
2. Fleming, J. F., "Nonlinear Static Analysis of Cable-stayed Bridge Structure", *Computers & Structures*, Vol. 10, 1979, pp.621~635
3. 장승필 외, "사장교의 정적 비선형 설계 프로그램 개발", 과학기술처 연구보고서, 1988
4. 현대건설기술연구소, "현수교의 시공 단계 해석 시스템 개발", 최종연구보고서, 1994
5. Desai, Y. M., Popplewell, N., Shah, A. H., and Buragohain, D. N., "Geometric Nonlinear Static Analysis of Cable Supported Structures", *Computers & Structures*, Vol. 29, 1988, pp. 1001~1009
6. Tezcan, S. S. and Mahapatra, B. C., "Tangent Stiffness Matrix for Space Frame Members", *Journal of Structural Division(ASCE)*, ST6(95), 1969, pp.1257~1270
7. Nazmy, A. S. and Abdel-Ghaffar, A. M., "Three-dimensional Nonlinear Static Analysis of Cable-stayed Bridges", *Computers & Structures*, Vol. 34, 1990, pp.257~271
8. Prezemieniecki, J. S., *Theory of Matrix Structural Analysis*, McGRAW-HILL, USA, 1968
9. Karoumi, R., "Some Modeling Aspects in the Nonlinear Finite Element Analysis of Cable Supported Bridges", *Computers & Structures*, Vol. 71, 1999, pp.397~412
10. Schrefler, B. A., Odorezzi, S., and Wood, R. D., "A Total Lagrangian Geometrically Non-linear Analysis of Combined Beam and Cable Structures", *Computers & Structures*, Vol. 17, 1983, pp.115~127
11. Abdel-Ghaffar, A. M. and Nazmy, A. S., "Effects of Three-dimensionality and Non-linearity on the Dynamic and Seismic Behavior of Cable-stayed Bridges", *Bridges and Transmission Line Structures(ASCE)*, 1987, pp.389~404