

Primal Interior Point법에 의한 선로 전력조류 제약을 고려한 경제급전

論文

50A - 10 - 5

Security Constrained Economic Dispatch Using Primal Interior Point Method

鄭麟學* · 鄭在吉** · 李承哲***
(Leen-Hark Jung · Jai-Kil Chung · Seong-Chul Lee)

Abstract – This paper presents a technique that can obtain an optimal solution for the Security-Constrained Economic Dispatch (SCED) problems using the Interior Point Method (IPM) while taking into account of the power flow constraints. The SCED equations are formulated by using only the real power flow equations from the optimal power flow. Then an algorithm is presented that can linearize the SCED equations based on the relationships among generation real power outputs, loads, and transmission losses to obtain the optimal solutions by applying the linear programming (LP) technique. The objective function of the proposed linearization algorithm are formulated based on the fuel cost functions of the power plants. The power balance equations utilize the Incremental Transmission Loss Factor (ITLF) corresponding to the incremental generation outputs and the line constraints equations are linearized based on the Generalized Generation Distribution Factor (GGDF).

Finally, the application of the Primal Interior Point Method (PIPM) for solving the optimization problem based on the proposed linearized objective function is presented. The results are compared with the Simplex Method and the promising results are obtained.

Key Words : Security-Constrained Economic Dispatch (SCED), Generalized Generation Distribution Factors (GGDF)

1. 서 론

전력계통의 기본목표는 수용가에서 요구하는 양질의 전기를 충분히 공급함과 동시에 경제성향상을 추구함에 있다.

최근, 산업구조의 다변화와 경제의 지속적인 성장으로 전력수요가 증대되고 전력계통도 복잡 거대화됨에 따라 양질의 전력을 저렴하게 공급하는 전력계통의 합리적인 운용은 더욱더 중요한 문제로 되고 있다. 또한 전력계통운용은 한층 복잡해지고 운용조건 측면에서 전력수요 변화에서 오는 대도시 부하의 고밀도화, 경부하사의 모선전압 상승, 발전소 부지의 구득난으로 인한 부하중심지까지의 장거리 송전, 계절적 부하 패턴의 변화등 많은 악화요인이 증가하고 있으나 한편 수용가에서는 양질의 전기, 저렴한 가격을 요구하고 있다. 이와같은 이유로 선로의 전력조류의 제약등 여러 가지의 제약조건이 발생할 수 있다. 따라서 선로의 전력조류제약을 고려함과 동시에 선로손실을 고려한 발전소의 총연료비를 최소화하는 전력계통의 합리적인 운용제어가 필요하다.

전력산업의 구조개편으로 인해 경쟁의 개념이 도입된 전력시장에서 발생하는 다양한 제약조건을 포용하면서 선로손실

최소화나 연료비의 최소화등과 같은 목적을 달성하기 위해서는 최적전력조류제어의 도입이 효과적이며 이와 관련된 연구는 전력산업분야에서 시급하면서도 부가가치가 높은 기술개발 분야라고 할 수 있다. 전력계통의 최적조류제어 방법으로는 비선형계획법, 2차계획법, Newton based solutions, 선형계획법, 내점법등의 다양한 최적화기법이 적용되는데, 문제의 성격이나 요구되는 정확도 등에 따라 사용되는 최적화기법에 차이가 있다. 전력계통 제어에 관한 비선형계획법으로 대표적인 방법으로는 Dommel 및 Tinney에 의하여 처음 발표된 OPF 방법[1]이 있으나 계통규모가 클 경우 최적점 근처에서의 진동등 수렴특성의 불안정의 문제점이 있다. 실용적으로 널리 채용되고 있는 방법으로는 심플렉스법에 의한 연속선형계획법을 들 수 있으나 최적해의 계산시간이 길어지는 문제점이 있다.[2][3]

1980년대 초에 Karmarkar에 의해 선형계획법을 풀이하는 새로운 방법으로 제안된 내점법(Interior Point Method)은 심플렉스법(Simplex Method)과는 달리 가능해 영역의 내부를 가로질러 최적해를 찾는 방법이다.[4]

이 방법은 빠르게 수렴하고 신뢰할 수 있는 최적화 기법의 대안으로 많은 연구가 진행되고 있다.[5]~[9]

본 논문에서는 선로 전력조류제약을 고려한 경제급전(SCED: Security Constrained Economic Dispatch)에 내점선형계획법을 이용하여 최적해를 구하는 문제를 다룬다.

먼저, 최적조류제어를 구하는 식으로부터 선로의 유효전력만으로 근사화함으로써 선로 전력조류 제약을 고려한 경

* 正會員 : 中央大 電氣工學科 博士課程 修了

** 正會員 : 中央大 電氣工學科 正教授 · 工博

*** 正會員 : 中央大 電氣工學科 正教授 · 工博

接受日字 : 2001年 8月 24日

最終完了 : 2001年 9月 17日

제급전(SCED)의 식을 정식화한다. 선형계획법을 적용하여 최적해를 구하기 위해서 발전기 출력과 유효전력, 부하, 손실과의 관계를 이용하여 경제급전의 식을 선형화하는 알고리즘을 제시한다.

선형화 알고리즘은 목적함수로는 계통 발전기의 총 연료비를 취하고 전력수급평형식으로 발전기 출력증분에 대한 선로의 증분손실계수를 이용하며, 선로의 제약조건은 일반화발전분배계수(GGDF : Generalized Generation Distribution Factor)를 이용하여 선형화한다.

최적화 기법으로서 내점선형계획법(primal interior point method)을 적용하고자 하며 사례연구를 통하여 선형계획법中最 많이 사용하는 심플렉스(Simplex)법과의 수렴특성을 비교하여 내점법의 효용성을 확인하고자 한다.

2. 선로조류제약을 고려한 경제급전의 정식화

선로 전력조류제약을 고려한 경제급전(SCED)은 전력수급 평형식, 선로와 발전기의 제약조건을 만족시키면서 총 발전비용이 최소화되도록 각 발전기와 부하를 배분하는 것이다.

따라서 이의 최적조류제어를 위한 일반식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\text{목적함수 } \text{Min.} \{ C_i = \sum_{i \in G} C_i(P_i) \} \quad (1-a)$$

$$\text{제약조건 } \sum_{i \in G} P_i = P_D + P_L \quad (1-b)$$

$$P_i^m \leq P_i \leq P_i^M, \quad i \in G \quad (1-c)$$

$$|S_l| \leq S_l^M, \quad l \in T \quad (1-d)$$

$$V_k^m \leq V_k \leq V_k^M, \quad k \in N \quad (1-e)$$

$$Q_i^m \leq Q_i \leq Q_i^M, \quad i \in G \quad (1-f)$$

$$\text{여기서, } C_i(P_i) = a_i + b_i P_i + c_i P_i^2$$

C_i : 총 연료비용

C_i : 각 발전기 i 의 연료비

P_i : 각 발전기 i 의 유효출력

Q_i : 각 발전기 i 의 무효출력

P_D : 계통의 총 부하

P_L : 계통의 총 손실

V_k : 모선 k 에서의 전압

S_l : 선로 l 를 흐르는 피상전력

N, G, T : 각각 총 모선수, 발전기 모선수, 선로수

윗식에서 계통의 최적 운전점을 모선 및 선로의 무효전력에 별로 영향을 받지 않으며 만약 식(1-e)와 (1-f)에서 제약조건의 위반시는 지역변전소나 부하중심지에서 무효전력을 제어 보상할 수 있기 때문에 무효전력분은 무시하고 선로의 제약조건은 선로의 유효전력만으로 근사화 시켜도 지장 없다.

결과적으로 선로 전력조류 제약을 고려한 경제급전(SCED)의 식은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\text{목적함수 } \text{Min.} \{ C_i = \sum_{i \in G} C_i(P_i) \} \quad (2-a)$$

$$\text{제약조건 } \sum_{i \in G} P_i = P_D + P_L \quad (2-b)$$

$$P_i^m \leq P_i \leq P_i^M, \quad i \in G \quad (2-c)$$

$$|F_l| \leq F_l^M, \quad l \in T \quad (2-d)$$

2.1. 전력수급평형식 유도

2.1.1 송전손실

모선 $i-j$ 간의 선로에서 발생하는 송전손실 $P_{L,ij}$ 은

$$\begin{aligned} P_{L,ij} &= P_{ij} + P_{ji} \\ &= -(V_i^2 + V_j^2)G_{ij} + 2V_i V_j G_{ij} \cos \theta_{ij} \end{aligned} \quad (3)$$

로 주어진다. 즉, 송전손실 $P_{L,ij}$ 는 양모선 i 와 j 의 상태에 의하여 결정된 것으로 각 모선은 그 송전손실에 대하여 응분의 책임을 갖게 된다. 따라서 송전손실 정보는 양쪽모선에 할당될 수 있다. i 및 j 모선에 할당될 손실정보는 각각 식(4)와 같다.

$$\begin{aligned} P_{L,i}^j &= -V_i^2 G_{ij} + V_i V_j G_{ij} \cos \theta_{ij} \\ P_{L,j}^i &= -V_j^2 G_{ij} + V_i V_j G_{ij} \cos \theta_{ij} \end{aligned} \quad (4)$$

여기서, $P_{L,i}^j$: i 모선에 대한 책임 분담분 손실정보

$P_{L,j}^i$: j 모선에 대한 책임 분담분 손실정보

하나의 모선 i 는 일반적으로 시스템의 다른 모선과 연결되어 있으므로, 모든 연결 선로의 i 모선에 대한 책임분담분 손실정보의 합 $P_{L,i}$ 는 식(5)와 같다

$$\begin{aligned} P_{L,i} &= \sum_{j=1(j \neq i)}^N P_{L,j}^i \\ &= -\sum_{j=1(j \neq i)}^N V_i^2 G_{ij} + \sum_{j=1(j \neq i)}^N V_i V_j G_{ij} \cos \theta_{ij} \end{aligned} \quad (5)$$

따라서, 선로에서 발생되는 송전손실정보가 모든 모선에 할당되며, 결과적으로 송전손실이 마치 모선에서 발생되는 것처럼 취급될 수 있다. 그러므로 계통에서 발생하는 송전손실은 식(6)과 같이 정리된다.

$$\begin{aligned} P_L &= \sum_{i=1}^N P_{L,i} \\ &= \sum_{i=1}^N \left(-\sum_{j=1(j \neq i)}^N V_i^2 G_{ij} + \sum_{j=1(j \neq i)}^N V_i V_j G_{ij} \cos \theta_{ij} \right) \end{aligned} \quad (6)$$

2.1.2 증분송전손실계수(ITLEF)의 계산

발전기출력 변화에 대한 선로손실증분 관계를 나타내기 위해 증분송전 손실계수(Incremental Transmission Losses Factors: ITLF) 가 사용되는데 ITLF는 다음과 같이 정의된다.

$$\gamma_i = \frac{\partial P_L}{\partial P_i} \quad (7)$$

식(6)에서 알 수 있듯이 송전손실은 모선의 위상각(θ)의 함수로 나타낼 수 있으므로, 식(8)과 같이 나타낼 수 있다

$$P_L = P_L(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_{N-1}) \quad (8)$$

따라서

$$\gamma_i = \sum_{j=1}^{N-1} \frac{\partial P_L}{\partial \theta_j} \frac{\partial \theta_j}{\partial P_i} \quad (9)$$

의 관계를 얻는다. 식(9)를 행렬의 형태로 써보면[6]

$$\begin{bmatrix} \gamma_1 \\ \vdots \\ \gamma_{N-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \theta_1}{\partial P_1} & \cdots & \frac{\partial \theta_{N-1}}{\partial P_1} \\ \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial \theta_1}{\partial P_{N-1}} & \cdots & \frac{\partial \theta_{N-1}}{\partial P_{N-1}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial P_L}{\partial \theta_1} \\ \vdots \\ \frac{\partial P_L}{\partial \theta_{N-1}} \end{bmatrix} \quad (10)$$

식(10)에서 $\frac{\partial P_L}{\partial \theta_i}$ 는 식(6)에서 구한 송전손실을 편미분 한 것이므로 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\frac{\partial P_L}{\partial \theta_i} = -2 \sum_{j=1, j \neq i}^N V_i V_j G_{ij} \sin \theta_{ij} \quad (11)$$

여기서 기준모선은 n번째 모선이며, 기준모선의 경우 증분송전손실계수는 0이다.

따라서 식(10)에 의해 증분송전손실계수가 결정되면, 발전기의 발전량이 변할 경우 그때 발생하는 손실의 변화량은 ITLF의 정의에 의해 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\Delta P_L = \sum_{i \in G} \gamma_i \Delta P_i \quad (12)$$

2.2 발전기출력 변화에 대한 선로의 전력조류 변화

각 발전기의 발전량 변화에 대해 선로조류의 변화량을 나타내는 계수로서 발전이동분배계수(Generation Shift Distribution Factor: GSDF)가 사용된다. 이 계수를 사용하면 발전 출력량에 변화가 있을 경우 조류계산을 하지 않더라도 변화된 선로조류를 간단히 구할 수 있다.

그러나 GSDF는 계통의 총 발전량이나 부하가 변하지 않을 때에만 유용하다. 이런 단점을 보완하기 위해 일반화 발전분배계수(Generalized Generation Distribution Factor: GGDF)가 개발되었다.[9]

2.2.1 발전이동분배계수(GSDF)의 유도

GGDF를 설명하기에 앞서 GSDF를 살펴보면, GSDF는 다음과 같이 정의된다.

$$\alpha_{i,i} = \frac{\Delta F_i}{\Delta P_i} \quad (13)$$

각 발전기의 출력증분에 대하여 적용하면,

$$\Delta F_i = \sum_{i \in G} \alpha_{i,i} \Delta P_i \quad (14)$$

여기서, $\alpha_{i,i}$: 발전기모선 i 에 대한 선로 i 의 GSDF

ΔF_i : 발전기 i 의 발전량이 ΔP_i 만큼 변했을 때

선로 i 를 흐르는 유효전력의 변화량

ΔP_i : 발전기 i 의 출력 변화량

위의 GSDF에 대한 정의는 전체 발전량 또는 계통의 총 부하가 변하지 않는 상태에서 어떤 발전기 i 가 ΔP_i 만큼 변했을 때 그 변한 양만큼 기준발전기에서 보상되는 가정 하에서 이루어진 것이다. 즉,

$$\Delta P_i + \Delta P_r = 0 \quad (15)$$

여기서, ΔP_r : 기준발전기 r 의 출력 변화량

GSDF는 다음 식(16)과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \alpha_{i,i} &= \frac{\Delta F_i}{\Delta P_i} = \frac{d}{dP_i} \left[\frac{1}{x_i} (\theta_n - \theta_m) \right] \\ &= \frac{1}{x_i} \left(\frac{d\theta_n}{dP_i} - \frac{d\theta_m}{dP_i} \right) = \frac{1}{x_i} (X_{ni} - X_{mi}) \end{aligned} \quad (16)$$

여기서, X_{ni}, X_{mi} : 모선 리액턴스 행렬의 성분

x_i : 모선 m,n간 선로 i 의 리액턴스

2.2.2 일반화발전분배계수(GGDF)의 유도

GSDF는 계통의 총 발전량이나 부하가 변하지 않을 때에만 발전기출력변화에 대한 선로조류의 변화를 계산하는데 유용하다. 이런 단점을 보완하기 위해 일반화발전 분배계수(GGDF)가 개발되었는데 그 정의는 다음과 같다.

$$F_i = \sum_{i \in G} \beta_{i,i} P_i \quad (17)$$

여기서, $\beta_{i,i}$: 발전기 i 에 대한 선로 i 의 GGDF

F_i : 선로 i 를 흐르는 유효전력

P_i : 발전기 i 의 발전량

식(17)과 같이 GGDF는 선로 l 를 흐르는 조류가 발전기 i 에 의한 영향이 어느 정도인가를 나타내는 것이다.

2.2.3 일반화발전분배계수(GGDF)의 유도

식(17)에서 만약 어떤 발전기 g 의 발전량이 ΔP_g 만큼 증가했다고 하면, 선로 l 을 흐르는 조류는 다음과 같아된다.

$$F_l' = \sum_{i \in G} \beta_{i,l} P_i + \beta_{g,l} \Delta P_g \quad (18)$$

여기서, $\beta_{g,l}$: 발전기 g 에 대한 선로 l 의 GGDF

만약 발전기 g 에서 증가한 ΔP_g 출력만큼 기준발전기 r 에서 감소한다고 한다면, 선로 l 을 흐르는 조류는 식(18)에 기준발전기에 의한 조류의 변화를 추가해야 한다. 그러면 다음과 같이 선로 조류가 변할 것이다.

$$F_l'' = \sum_{i \in G} \beta_{i,l} P_i + \beta_{g,l} \Delta P_g - \beta_{r,l} \Delta P_g \quad (19)$$

여기서, $\beta_{r,l}$: 기준발전기 r 에 대한 선로 l 의 GGDF

GGDF의 정의에 의해 $F_l = \sum_{i \in G} \beta_{i,l} P_i$ 이므로, 식(19)은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$F_l'' = F_l + (\beta_{g,l} - \beta_{r,l}) \Delta P_g \quad (20-a)$$

$$F_l'' - F_l = (\beta_{g,l} - \beta_{r,l}) \Delta P_g \quad (20-b)$$

GSDF의 정의에 의해, 식(20-b)는 아래와 같이 된다.

$$\beta_{g,l} - \beta_{r,l} = \alpha_{l,g} \quad (21)$$

따라서 GSDF($\alpha_{l,g}$)를 알고 있을 경우, 식(21)에 의해 기준발전기에 대한 GGDF($\beta_{r,l}$)만 구한다면 나머지의 GGDF는 쉽게 구할 수 있다.

그러므로 기준발전기의 GGDF를 유도한다.

만약 $P_i(MW)$ 만큼 발전하고 있는 발전기 i 가 발전량 모두를 잃은 경우 즉,

$$\Delta P_i = -P_i \quad (22)$$

와 같이 된다.

모든 발전기들에 대해 이런 경우를 고려하면, 선로 l 에 흐르는 조류의 변화는 GSDF의 정의에 의해 다음과 같이 된다.

$$F_l'' - F_l = -\sum_{i \in G} \alpha_{l,i} P_i, \quad i \neq r \quad (23)$$

여기서, F_l'' : 변동이 있는 후 선로 l 의 유효전력

F_l : 변동이 있기 전 선로 l 의 유효전력

반면에, GGDF의 정의에 의해

$$F_l'' = \sum_{i \in G} \beta_{i,l} P_i'' + \beta_{r,l} P_r'', \quad i \neq r \quad (24)$$

여기서, P_i'' : 발전기 i 의 최종발전량 (여기서는 0)

$$P_r'' : \text{기준발전기 } r \text{의 최종발전량} (= \sum_i P_i)$$

따라서

$$F_l'' = \beta_{r,l} P_r'' = \beta_{r,l} \sum_i P_i \quad (25)$$

와 같이 된다. 결과적으로 식(25)를 식(23)에 대입하면

$$\beta_{r,l} = \frac{F_l - \sum_{i \neq r, i \in G} \alpha_{l,i} P_i}{\sum_i P_i} \quad (26)$$

따라서 $\beta_{r,l}$ 값이 구해지면 나머지 β 값은 식(21)에 의해 구할 수 있다.

2.3 선로 전력조류 제약을 고려한 경제급전(SCED)의 선형화 알고리즘

선형계획법을 적용하여 최적해를 구하기 위하여 식(2)를 선형화 하면 다음과 같다.

- 식(2-b)의 전력수급평형식에서 만약 부하가 일정하다면 발전량의 미소한 변화는 식(27)과 같이 선로손실의 변화로 표시할 수 있다.

$$\Delta P_L = \sum_{i \in G} \Delta P_i \quad (27)$$

한편, 선로 손실의 변화를 발전기 출력과 충분손실계수로 표시하면 식(12)와 같이 된다. 따라서 전력수급평형식은 식(28)과 같이 표시된다.

$$\sum_{i \in G} (1 - \gamma_i) \Delta P_i = 0 \quad (28)$$

- 선로에 흐르는 유효전력의 변화량과 과 발전기 출력의 변화량으로 표시하기 위하여 식(17)을 이용하면 식(29)과 같이 된다.

$$F_l = \sum_{i \in G} \beta_{i,l} P_i \quad (29)$$

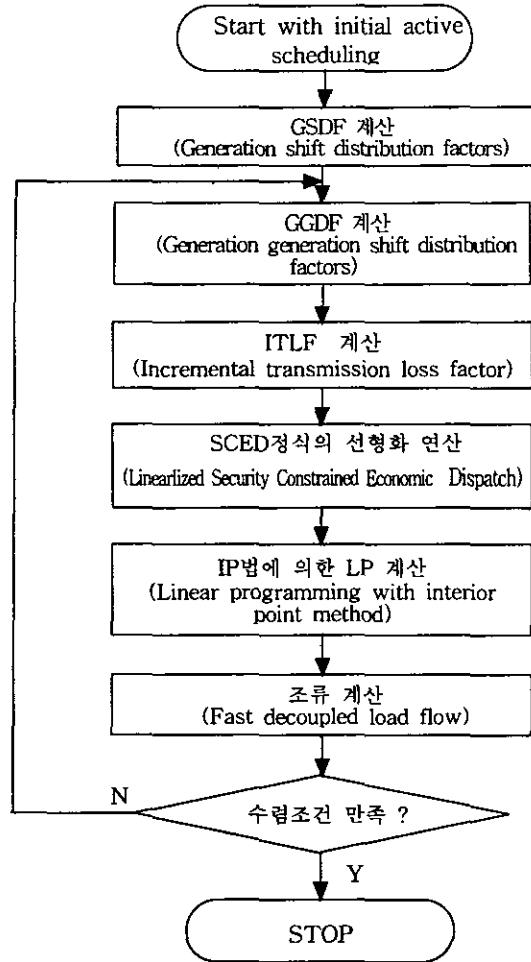


그림 1 선로 전력조류제약을 고려한 경제급전의 흐름도

Fig. 1 Flow chart of the presented approach

따라서 선로조류제약을 고려한 경제급전 선형화 알고리즘은 다음 식(30)과 같이되며, 흐름도는 그림1과 같다.

$$\text{목적함수} \quad \text{Min} \left\{ \Delta C_i^r = \sum_{i \in G} (b_i + 2c_i P_i^r) \Delta P_i \right\} \quad (30-a)$$

$$\text{제약조건} \quad \sum_{i \in G} (1 - \gamma_i) \Delta P_i = 0, \quad i \in G \quad (30-b)$$

$$- \Delta P_i \leq \Delta P_i^m, \quad i \in G \quad (30-c)$$

$$\Delta P_i \leq \Delta P_i^M, \quad i \in G \quad (30-d)$$

$$\sum_{i \in G} \beta_{i,l} \Delta P_i \leq \Delta F_l^M, \quad l \in L \quad (30-e)$$

$$\text{여기서} \quad \Delta P_i^m = P_i^r - P_i^m$$

$$\Delta P_i^M = P_i^M - P_i^r$$

$$\Delta F_l^M = F_l^M - F_l^r$$

식(30)의 선형계획문제는 심플렉스법이나 내점법의 최적화 기법에 의해 최적해를 구하게 되며 식(30-d)에서 L 는 전력조류를 제약하고자 하는 선로만을 표시한다.

3. 내점법(primal interior point method)

3. 1. 내점법의 개요

우선 선형계획법의 표준형(standard form)은 식(31)과 같이 표시된다.

$$\text{목적함수} \quad \text{Min} \quad c^T x \quad (31-a)$$

$$\text{제약조건} \quad Ax = b \quad (31-b)$$

$$x \geq 0 \quad (31-c)$$

여기서 c 와 x 는 $n \times 1$ 벡터, b 는 $m \times 1$ 벡터, A 는 $m \times n$ 행렬 $m \geq n$ 이고, $c \neq 0$ 이다.

초기해를 x_0 , 개선방향벡터(Step Direction Vector)를 dx 라고 하고 새로운 내부 가능해를 $x_{new} = x_0 + dx$ 라고 가정하면, x_{new} 는 식(31)을 만족시켜야 하므로 식(33)를 만족시켜야 한다.

$$Ax_{new} = A(x_0 + dx) = Ax_0 + A dx = b \quad (32)$$

$$A dx = 0 \quad (33)$$

또한

$$c^T x_{new} = c^T (x_0 + dx) = c^T x_0 + c^T dx \quad (34)$$

이고, $c^T x_{new} \leq c^T x_0$ 이어야 하므로 식(35)을 만족시켜야 한다.

$$c^T dx \leq 0 \quad (35)$$

식(32)과 식(35)를 만족시킬 수 있는 dx 를 구하기 위해 식(36)과 같은 투영 연산자 (Projection Operator)를 도입한다.

$$P = I_n - A^T (AA^T)^{-1} A \quad (36)$$

P 는 또한 식(37)과 같은 특성을 갖는다.

$$P = P^T \quad \text{and} \quad P = P^2 \quad (37)$$

따라서, $dx = P(-c)$ 라고 하면, dx 는 식(33)과 식(35)을 만족시킨다.

$$A dx = AP(-c) = 0 \quad (38)$$

$$\begin{aligned} c^T dx &= -c^T P c = -c^T P^2 c \\ &= -(Pc)^T (Pc) = -|Pc|^2 \leq 0 \end{aligned} \quad (39)$$

원문제의 내부가능해 초기점벡터를 $x_0 = [x_1^0, x_2^0, \dots]$

$\cdots x_n^0]$ 이라하고, 이 초기점 벡터 x_0 가 주어진 제약조건으로부터 구성된 다면체공간영역 경계까지의 거리가 모두 동일(즉, 단위거리)하게 되도록 원문제를 축척하기 위하여 원문제의 초기벡터로 구성된 축척행렬(scaling matrix) $D = diag(x_0)$ 을 도입한다. 이때 초기점의 축척된 벡터(scaled vector) x_1 은 $x_1 = [1, 1, 1, \dots, 1]^T$ 로 되며, x_1 와 x_0 의 관계식은 식(40)과 같이 표시된다.

$$x_1 = D^{-1}x_0 \quad (40)$$

따라서, 식(31)을 다음과 같이 변환할 수 있다.

$$\text{목적함수 } Min \quad c_1^T x_1 \quad (41-a)$$

$$\text{제약조건 } A_1 x_1 = b \quad (41-b)$$

$$x_1 \geq 0 \quad (41-c)$$

여기서, $A_1 = AD$ and $c_1 = Dc$.

또, 투영연산자 P_1 을 도입하면, scaled 문제의 방향벡터를 dx_1 은 $dx_1 = P_1(-c_1)$ 에 의하여 구할 수 있다.

$$P_1 = I_n - A_1^{-T}(A_1 A_1^{-T})^{-1}A_1 \quad (42)$$

$$\begin{aligned} dx_1 &= -P_1 c_1 = -[I_n - A_1^{-T}(A_1 A_1^{-T})^{-1}A_1] C_1 \\ &= -D[c - A^T(AD^2A^T)^{-1}AD^2c] \\ &= -D[c - A^T y] \end{aligned}$$

$$\text{단, } y = (AD^2A^T)^{-1}AD^2c \quad (43)$$

$$\begin{aligned} dx &= Ddx_1 = -D^2[c - A^T y] \\ &= -D^2 z \end{aligned} \quad (44)$$

$$\text{여기서, } z = [c - A^T y]$$

초기점으로부터 다음 단계의 개선해 x 는 식(45)과 같이 된다.

$$x = x_0 + \rho \alpha dx \quad (45)$$

여기서, α 는 스텝폭(step size)으로 해의 내부가능성을 유지하기 위해 $x_0 + \rho \alpha dx > 0$ 를 만족하는 α 중에서 목적함수를 최대로 감소시키는 값 즉, α 의 최소값을 결정하게된다.

$$\alpha = \text{Min} \left\{ -\frac{x_i}{dx_i} : \forall 1 \leq i \leq n \text{ and } dx_i < 0 \right\} \quad (46)$$

α 를 계산하고 계산오차를 감안하여 해의 내부가능성을 유지하기 위해 0.99와 같은 $0 < \rho < 1$ 인 안전계수(safety factor) ρ 값을 곱하여 해의 크기로 한다.

3.2. 내점법(Primal Interior Point Method)의 계산 알고리즘

실제의 계산알고리즘은 축적된 문제(41)은 사용하지 않고 이 문제로부터 유도된 식을 사용한다. 3.1절의 결과로부터 내점법의 계산 알고리즘을 정리하면 다음과 같다.

i) $0 < \rho < 1$ 인 상수 ρ 과 허용오차 ϵ 값을 정한다.

$k=0$ 의 내부가능해 x^k 를 구한다

ii) 최적판정

$$\frac{|c^T x - b^T y|}{|\{1 + c^T x\}|} \leq \epsilon \text{ 이면 최적해를 찾았기 때문에 종료, 그렇지 않으면 단계 iii)으로 간다.}$$

iii) 스케일링행렬 D^k 를 구성한다.

$$D^k = diag(x_1^k, \dots, x_n^k), D = D^k \quad (47)$$

iv) $[A \ D^2 A^T]y^k = AD^2C$ 로부터 쌍대(dual)추정치 y^k 를 구한다.

v) $z^k = c - A^T y_k$, $dx^k = -D^2 z^k$ 로부터 z^k 및 방향개선벡터 dx^k 를 구한다

vi) 스텝폭(step size) α 를 구한다.

$$\alpha = \text{Min} \left\{ -\frac{x_i}{dx_i} : \forall 1 \leq i \leq n \text{ and } dx_i < 0 \right\} \quad (48)$$

vii) 개선된 해를 구한다.

$$x_1^{k+1} = x^k + \rho \alpha dx^k \quad (49)$$

viii) 단계 ii)로 간다.

3.3. 내점법의 초기해 유도

내점법을 구현하기 위해서는 초기가능해를 구해야 한다. 초기가능해는 2국면법(two phase method)에 의해 구한다. 2국면법은 초기해를 구하면서 동시에 가능해 여부를 판정할 수 있는 국면 1 (Phase 1), 그리고 구해진 초기해 X_0 로써 정상적인 내점법에 의한 최적해를 구하는 국면 2 (Phase 2)로 이루어진다.

국면1은 먼저 인공변수 λ 를 도입하여 다음의 식(50)으로 문제를 변형한다.

$$\text{목적함수 } Min \quad \lambda \quad (50-a)$$

$$\text{제약조건 } AX + (b - Ae) \lambda = b \quad (50-b)$$

$$X, \lambda \geq 0$$

여기서 e 는 요소가 1인 열벡터

$(e^T, 1)^T$ 은 식(50)의 내부가능해가 되므로 이것을 초기해로 해서 내점법을 풀이하는 것과 동일하게 풀어나가게 되면 최종해 X_0 가 구해지고 이때의 최종해 X_0 의 목적함수 값이 $\lambda=0$ 이면 식(50)은 원문제 가능해로써 초기해가 된다. 그러나 만일 값 $\text{Min } \lambda \neq 0$ 이면, 비가해이다.

4. 사례연구

본 논문에서 제시한 선로의 전력조류제약을 고려한 경제급전(SCED)방식의 효용성을 입증하기 위하여 모델계통으로 3기 6모선 11선로계통[10]과 IEEE 6기 30모선 41선로 계통[11] 을 선정 적용하였으며, 경제급전의 최적화 기법으로는 내점선형계획을 사용하고 그 수렴특성을 Simplex법과 비교하여 우수성을 보여준다.

4.1 3기 6모선 11선로 계통[10]

4.1.1 운전조건

3기 6모선 11선로 모델 계통[10]의 발전기의 상·하한 및 연료비특성은 표1과 같다, 각 모선의 초기운전조건(모선입력데이터)은 표2와 같다. 표2에서 발전기출력은 전력손실을 무시한 경제 출력 배분 후 조류계산 결과의 출력을 표시하며, 이 경우 총 연료비용은 3107.2199(R/h)이었다. 또 선로제약은 초기운전조건에 따른 조류계산 결과로부터 얻은 전력조류가 선로용량(또는 지정용량:가정치)을 초과한 선로만을 택하였으며 표3과 같다.

표 1 6모선 계통의 발전기 데이터

Table 1 6Bus Network Generator data

모선 번호	하 한 [MW]	상 한 [MW]	연료비 계수		
			a[R/h]	b[R/MW · h]	c[R/MW ² · h]
1	50	200	213.1	11.669	0.00533
2	37.5	150	200.0	10.333	0.00889
3	45	180	240.0	10.833	0.00741

표 2 초기 운전조건

Table 2 Initial Operation Condition

모선 번호	모선전압 V[p.u]	발전기출력 PG [MW]	부하전력	
			PL[MW]	QL[Mvar]
1	1.05	54.9726	0.0	0.0
2	1.05	88.0736	0.0	0.0
3	1.07	71.9264	0.0	0.0
4	1.0	0.0	70	50
5	1.0	0.0	70	50
6	1.0	0.0	70	50

표 3 선로조류 제약

Table 3 Line Power Flow Constraint

선로 번호	모 선		선로조류 [MW]	선로제약용량 [MW]
	부터	까지		
5	2	4	47.20	40
8	3	5	24.15	20

4.1.2 경제급전 운용결과 및 계산결과

표2의 모선전압 및 부하전력이 초기운전조건, 표3의 선로의 전력조류제약(5번선로 : 40MW, 8번선로 : 20MW)조건 및 발전기 상·하한 제약조건하에서 심플렉스법 및 내점법

에 의하여 최적제어 경제급전 결과와 계산시간을 표시하면 표4와 같다. 선로제약 결과는 5번선로 39.474[MW], 8번선로 20.00 [MW]로 제약되었다. 6모선의 경우 등식제약조건(1), 모선제약조건(3*2=6), 선로제약조건(2)이며, 심플렉스법과 내점법에 의한 최적제어 경제급전결과는 각 발전기의 출력과 총연료비용은 같았으며, 총 실행시간은 내점법이 심플렉스법의 86.1%로 13.9% 단축되었음을 알 수 있다.

표 4 6모선의 경우 선로전력조류제약을 고려한 경제급전 결과

Table 4 Result of Security constrained economic dispatch for 6-bus network

모선번호	발전기번호	발전기 출력량[MW]	
		Simplex법	내점법
1	1	82.3501	82.3501
2	2	72.5915	72.5915
3	3	60.3861	60.3861
총연료비용[R/h]		3128.3063	3128.3063
총실행시간[sec]		0.60	0.55
상대속도(내점법/Simplex)		0.92	

4.2 IEEE 6기 30모선 41선로 계통[11]

4.2.1 운전조건

IEEE 6기 30모선 41선로 모델 계통[11]의 발전기의 상·하한 및 연료비 계수와 병렬커패시터를 표시하면 표 5, 표 6과 같다. 각 모선의 초기운전조건(모선입력데이터)은 표7와 같다. 표7의 발전기출력은 전력손실을 무시한 경제 출력 배분후 조류계산 결과의 출력을 표시한다. 이 경우 총 연료비용은 806.3377(R/h) 이었다.

선로제약은 초기운전조건에 따른 조류계산 결과로부터 얻은 전력조류를 기준으로 선로용량(또는 지정용량:가정치)을 초과한 선로를 택하여 경우 I 과 경우II로 구분하여 표8에 나타내었다.

표 5 30모선 발전기 데이터

Table 5 30Bus Network Generator data

모선 번호	발전기		연료비 계수		
	하 한[MW]	상 한[MW]	a[R/h]	b[R/MW · h]	c[R/MW ² · h]
1	50	200	0.0	2.0	0.00375
2	20	80	0.0	1.75	0.0175
5	15	50	0.0	1.0	0.0625
8	10	35	0.0	3.25	0.00834
11	10	30	0.0	3.0	0.025
13	12	40	0.0	3.0	0.025

표 6 병렬 커패시터 데이터

Table 6 Shunt capacitor Data

모선번호	병렬커패시터용량[p.u]
10	0.19
24	0.04

표 7 초기 운전조건

Table 7 Initial Operation Condition

모선 번호	모선전압 V[p.u]	발전기 출력 PG [MW]	부하전력	
			PL[MW]	QL[Mvar]
1	1.05	185.4036	0.0	0.0
2	1.0338	46.8722	21.7	12.7
3	1.0	0.0	2.4	1.2
4	1.0	0.0	7.6	1.6
5	1.0058	19.1242	94.2	19.0
6	1.0	0.0	0.0	0.0
7	1.0	0.0	22.8	10.9
8	1.023	10.0	30.0	30.0
9	1.0	0.0	0.0	0.0
10	1.0	0.0	5.8	2.0
11	1.093	10.0	0.0	0.0
12	1.0	0.0	11.2	7.5
13	1.0883	12.0	0.0	0.0
14	1.0	0.0	6.2	1.6
15	1.0	0.0	8.2	2.5
16	1.0	0.0	3.5	1.8
17	1.0	0.0	9.0	5.8
18	1.0	0.0	3.2	0.9
19	1.0	0.0	9.5	3.4
20	1.0	0.0	2.2	0.7
21	1.0	0.0	17.5	11.2
22	1.0	0.0	0.0	0.0
23	1.0	0.0	3.2	1.6
24	1.0	0.0	8.7	6.7
25	1.0	0.0	0.0	0.0
26	1.0	0.0	3.5	2.3
27	1.0	0.0	0.0	0.0
28	1.0	0.0	0.0	0.0
29	1.0	0.0	2.4	0.9
30	1.0	0.0	10.6	1.9

표 8 선로전력조류 제약

Table 8 Line Power Flow Constraint

구분	선로 번호	모 선		선로조류 [MW]	선로제약용량 [MW]
		부터	까지		
경우 I	1	1	2	131.34	120
경우 II	1	1	2	131.34	120
	5	2	5	66.47	60

4.2.2 경제급전 운용결과 및 계산결과

표7의 모선전압 및 부하전력이 초기운전조건, 표8의 선로의 전력조류제약조건 및 발전기 상·하한 제약조건하에서 심플렉스법 및 내점법에 의한 최적제어 경제급전 결과와 계산시간을 표시하면 표9와 같다.

선로제약조건은 경우 I 일때는 1번선로를 120[MW]로 제약하였으며, 이때 등식제약조건(1), 모선제약조건($6*2=12$), 선로제약조건(1)이며, 경우 II는 1번선로는 120[MW], 5번선로는 60[MW]로 제약하였다. 이때 등식제약조건(1), 모선제약조건($6*2=12$), 선로제약조건(2)이다.

심플렉스법과 내점법에 의한 최적제어 경제급전결과는 경

우 I, II 모두 각 발전기출력과 총 연료비용은 같았으며, 총 실행시간은 경우 I 일때 내점법이 심플렉스법의 73%로 27% 단축되었으며, 경우 II 일때는 69%로 31% 단축되었음을 알 수 있다.

표 9 30모선의 경우 선로 전력조류 제약을 고려한 경제급전 결과

Table 9 Result of Security Constrained Economic Dispatch for IEEE 30-bus network

구분	모선번호	발전기번호	발전기 출력량[MW]	
			Simplex법	내점법
경우 I	1	1	194.89	194.89
	2	2	48.53	48.53
	5	3	19.124	19.124
	8	4	10	10
	11	5	10	10
	13	6	12	12
	총연료비용[R/h]		805.7634	805.7634
	총실행시간[sec]		2.62	1.92
	상대속도(내점법/Simplex)		0.73	
	1	1	182.04	182.04
경우 II	2	2	60.0921	60.0921
	5	3	19.124	19.124
	8	4	10	10
	11	5	10	10
	13	6	12	12
	총연료비용[R/h]		807.3233	807.3233
	총실행시간[sec]		2.72	1.87
	상대속도(내점법/Simplex)		0.69	
	1	1	182.04	182.04
	2	2	60.0921	60.0921

5. 결 론

본 논문은 전력계통의 경제운용을 위해 선로 전력조류제약을 고려한 경제급전에 대해서 기술하였다. 선로 전력조류제약을 고려한 경제급전의 정식을 유도하였으며, 일반화발전분배계수와 중분선로손실계수를 이용한 선형화 방법을 제시하였다. 그리고 선형계획법의 최적화 기법으로 최근 각광받고 있는 내점법을 이용하여 선로 전력조류제약을 고려한 경제급전의 최적해를 구했으며, 현재까지 가장 많이 사용되고 있는 Simplex법과의 비교를 통하여 내점법의 빠른 수렴특성을 입증하였다.

본 논문에서 제시한 내점법을 3기 6모선 계통과 IEEE 6기 30모선 계통의 선로 전력조류제약을 고려한 경제급전에 적용하였다. 그리고 Simplex법과 비교해 본 결과 최적해에 도달했을 때 Simplex법을 사용했을 경우와 내점법을 사용했을 경우의 총연료비용에는 크게 차이가 없지만 총실행시간은 내점법을 사용하였을 때가 훨씬 빠르게 나타났다. 특히 6모선의 경우는 제약조건의 수가 적기 때문에 시간차이가 크게 나지 않지만 30모선과 같이 제약조건의 수가 많아지면 시간차이가 더 커져서 내점법이 경우 I 은 73%(1.37배), 경우 II는 69%(1.45배) 빠른 결과를 보였다.

계통의 규모와 선로의 전력조류제약수와 제약위반정도에 따라 수렴시간의 차이가 있으며, 만약 수많은 제약조건을 갖고 있는 대규모 계통에 적용된다면 그 차이는 더 크게 나타날 것이고, 내점법이 유용하게 사용될 것으로 사료된다.

참 고 문 현

- [1] H.W Dommel and W.F Tinney, "Optimal Power Flow Solution", IEEE Trans, Vol PAS-87, No.10, pp.1866-1876, 1968. 10.
- [2] B. Stott and E. Hobson, "Power System Security Control Calculation Using Linear Programming Parts I and II", IEEE Trans, Vol PAS-97, NO.5, pp. 1713 - 1731, 1978. 9.
- [3] M. Olofsson, G. Anderson and L. Soder, "Linear Programming Based Optimal Power Flow Using Second Order Sensitivities" IEEE Trans, Vol.10, No 3, pp.1691- 1697, 1995. 8.
- [4] I. Adler, M.G.C. Resende, G. Veiga, and N.Karmarkar, "An Implementation of Karmarkar's algorithm for linear programming", Mathematical Programming 4, pp. 297-335, 1989. 3.
- [5] K. Ponnambalam, V.H.Qintana and A.Vannelli, "A Fast Algorithm for Power System Optimization Problem Using an Interior Point Method", IEEE Trans, Vol.7, No.2, pp .892-899, 1992. 5.
- [6] Luis S. Vargas, Victor H. Quintana and Anthony Vannelli, "A Tutorial Description of an Interior Point Method and its Applications to Security Constrained Economic Dispatch", IEEE Trans, Vol.8, no.3 , pp. 1315-1324, 1993. 8
- [7] Sergio Granvilles, "Optimal Reactive Dispatch Through Interior Point Methods", IEEE Trans. Vol.9, No.1, pp. 136-146, 1994. 2.
- [8] J. A. Momoh, Guo S. X., Ogbuobiri C. E. and R. Adapa, "The Quadratic Interior Point Method for Sloving Power System Optimization Problems", IEEE Trans, VOL.9, No.3, pp.1327-1336, 1994 .8.
- [9] Wai. Y.Ng , "Generalized Generation Distribution Factors for Power System Security Evaluation", IEEE Trans, Vol. PAS-100, No. 3, pp.1001-1005, 1981.3.
- [10] Allen J. Wood and Bruce F. Wollenberg, "Power Generation, Operation, and Control", John Wiley & Sons, p105-124, p435-440, 1996
- [11] O. Alsac and B. Stott, "Optimal Load Flow with Steady State Security", IEEE Trans. Vol. PAS-93, No. 3, p745-751, 1974

저 자 소 개



정 인 학 (鄭麟學)

1963년 6월 9일 생. 1986년 중앙대 전기 공학과 졸업. 1988년 동대학원 전기 공학과 졸업(석사). 2000년 동대학원 전기 공학과(박사수료) 1996년 ~ 현재 인천기능 대학 전기계측제어과 부교수

Tel : 032-510-2103, Fax : 032-519-6059

E-mail : lhjung@kopo.or.kr



이 승 철 (李承哲)

1946년 6월 16일 생. 1969년 서울대 전기 공학과 졸업. 1982년 미국 Univ. of Florida 전기공학과 졸업(석사). 1985년 동대학원 졸업(공박). 1985년 미국 테네시대 우주항공대학원 전기 및 컴퓨터공학과 부교수. 1995년 ~ 현재 중앙대 공과대 전자전기공학부 교수

Tel : 02-820-5325, Fax : 02-820-5325

E-mail : sclee@cau.ac.kr



정 재 길 (鄭在吉)

1936년 9월 24일 생. 1961년 서울대 전기 공학과 졸업. 1973년 서울대 대학원 전기 공학과 졸업(석사). 1984년 숭실대 대학원 전자공학과 졸업(공박) 1974년 ~ 현재 중앙대 공과대학 전자전기공학부 교수

Tel : 02-820-5287, Fax : 02-820-5287

E-mail : chungjk@cau.ac.kr