韓國數學敎育學會誌 시리즈 C
<初等數學敎育>
2001. 3. 제 5권, 제 1호, 1-11.

J. Korea Soc. Math. Ed. Ser. C:
Education of Primary School Mathematics
Mar. 2001, Vol. 5, No. 1, 1-11.

테슬레이션을 이용한 초등수학의 도형과 규칙성의 연계 지도

김 민 경 (이화여자대학교)

I. 시작하는 말

정보사회, 지식기반사회로 대변되는 21세기는 이전의 사회구조에서 양성한 인간의 틀에서 새로운 변화에 적극적으로 대처하며 창의적이면서도 자기주도적인 문제해결력, 정보의 적절한 활용 및 실용적인 지식을 통한 새로운 지식의 창출의 능력을 갖춘 사회구성원을 요구하고 있다. 또한 산업사회에서 정보사회로의 구조적 변환으로 교육적 환경으로서의 체계적 변화의 필연성을 절실히 느끼고 있는 실정이다. 그러나 우리의 교육체제 및 현실은 여전히 오랜 전통적인 교육의 틀에서 크게 벗어나지 않고 있는 실정이고 이는 수학이라는 특정교과에서 더욱 두드러지게 나타나는 양상이라고 할 수 있다.

구체적으로 수학교육방법에서 변화되어가며 또한 요구되고 있는 현상은 실생활과 괴리되지 않는 지식의 구성이 일어날 수 있는 교육적 환경 및 교육방법의 요구가 일고 있다. 예를 들어 수/연산과 도형, 또는 기하와 대수와 같이 수학 내에서의 연계뿐 아니라, 수학과 과학, 수학과 언어, 수학과 사회와 같이 수학이 수학 이외의 다른 교과와의 연계성이 강조되어 질 때 수학을 배우는 아동은 수학이 얼마나 실생활과 관련이 있는가 경험할 수 있음을 간과해서는 안 된다는 점이다. 이러한 수학적 연계성은 이미 수학이라는 학문과 추상적으로 접하게 되는 초등학교 수학 교수-학습에 반영될 필요가 있다고 보며, 이는 추상적인 수학으로 인하여 수학에 대해 부정적인 태도를 갖게 하는 현재의 초등학교 수학 교수-학습방법을 개선해 보기 위한 것이다. 이를 위한 한 방안으로 우리 주변에서 쉽게 볼 수 있는 테슬레이션을 활용하여 초등수학에서의 규칙성과 도형의 연계 지도의 가능성을 알아보고자 한다.

II. 초등수학에서 연계(Connections)의 교수-학습적 의미

수학은 인간의 삶 속에 나타나는 모든 실제를 표현하기 위한 수단으로 발생되었으며, 오랜 시간을 걸치면서 계속적으로 이론화되고 추상화되면서 발전되어 왔다. 하지만 학교에서의 수학은 대부분 아동에게 이러한 수학의 발생과정을 강조하기보다는 이미 체계화되어 있는 수학적 내용을 보다 빨리, 보다 쉽게 가르치는데 중점을 두어 왔다. 이렇듯 자신의 내적인 동기와 관심을 존중받지 못하고 수동적으로 수학을 학습하여온 학생들이 초, 중, 고를 거치면서 점점 수학과는 멀어지게 되는 현상을 부인할 수 없다. 이는 자신의 삶에 수학이 어떠한 영향을 끼치며 어떠한 힘을 가질 수 있는지, 혹은 수학이 얼마나 유용하지에 관하여는 전혀 인식하지 못한 채 수학에서 점점 멀어지게 됨을 발견하게 된다.

이러한 비판은 오래 전부터 우리나라뿐 아니라 세계 각 나라에서 논의되어 왔으며 이러한 교육방식에 대한 대안적인 방안이 제시되어 왔는데 그 대표적인 예로 Dewey(1964)의 교육방법을 들 수 있겠다.

Dewey는 교과의 학습이란 단순히 수동적인 설명이나 암기로 이루어지기보다는, 학습자가 생활을 바탕으로 한 학습의 장에 능동적으로 참여함으로써 이루어짐을 주장하였다.

또한 1980년대 이후 수학교육계의 반성으로, 문제해결을 보다 강조하고 단순히 수학적 지식을 아는 것에 머무는 것이 아니라 현실적인 상황으로의 적용까지를 강조하게 되었다. 단편적인 지식교육 위주이었던 우리나라에서도 그 근본적인 문제점을 해결하고자 제7차 수학과 교육과정에서 '수학적 힘'의 신장을 강조하면서 다음과 같은 수학교육 목표를 설정하였다(교육부, 1997).

가. 여러 가지 생활 현상을 수학적으로 고찰하는 경험을 통하여 수학의 기초적인 개념, 원리, 법칙과 이들 사이의 관계를 이해할 수 있다.
나. 수학적 지식과 기능을 활용하여 생활 주변에서 일어나는 여러 가지 문제를 수학적으로 관찰, 분석, 조직, 사고하여 해결할 수 있다.
다. 수학에 대한 흥미와 관심을 지속적으로 가지고 수학적 지식과 기능을 활용하여 여러 가지 문제를 합리적으로 해결하는 태도를 기른다.

이는 수학의 기본적인 지식과 기능을 습득하고, 수학적으로 사고하는 능력을 길러, 실생활의 여러 가지 문제를 합리적으로 해결하는 능력과 태도를 기르는데 주요한 목적을 두고 있다고 본다. 이는 수학의 기본적인 개념, 원리, 법칙을 토대로 탐구, 예측하며 논리적인 추론력, 수학적 의사소통, 실생활이나 다른 교과 영역에서 수학적 지식을 사용하여 문제를 구성하고 해결하는 문제 해결력 등이 필요함을 의미한다(교육부, 1997). 이와 관련하여 미국의 National Council of Teacher of Mathematics(NCTM, 2000)에서 제시하고 있는 수학적 연계성에 관한 전반적인 규준은 다음과 같다.

· 수학적 아이디어들간의 연결성을 인식하고 활용한다: 수학적 연결성의 관점에서 새로운 아이디어를 이전에 배웠던 수학의 확장으로 파악한다.
· 수학적 아이디어들의 내적 연결성과 일관성 있는 전체를 구성하기 위한 방식을 이해한다: 학년이 올라감에 따라 학생들은 여러 가지 상황에서 동일한 수학적 구조를 파악할 수 있는 능력을 길러야 한다.
· 수학 외적 영역에서 수학을 인식하고 응용한다: 모든 학년의 학생들은 수학 외적인 상황에서 발생하는 문제를 다룸으로써 수학에 대하여 배울 수 있는 기회를 가져야 한다.

이처럼 미국을 비롯한 선진국을 포함, 우리나라에서도 현실적인 상황을 고려하여 교수-학습 내용을 구성해야 하며 교육방법에 있어서도 실제적이며 현실적인 수학적 지식의 교육방법이 필요하다는 인식이 대두되고 있는 실정이다(김민경, 2000). 하지만 다음과 같이 TIMSS-R(the Third International Mathematics and Science Study-Repeat)에서 우리나라 학생들이 수학 평가의 결과 분석(한국교육과정평가원, 2000)에 관한 다음과 같은 내용들은 주목할 필요가 있다.

국제교육성취도평가협회(International Association for the Evaluation of Educational Achievement: IEA)의 주관 하에 50여 IEA 정회원 국가 중 우리나라를 비롯, 미국, 일본, 영국 등 세계 38개국이 참여, 진행되면서 1999년 시행된 제3차 수학·과학 성취도 국제비교 반복연구, TIMSS-R (the Third International Mathematics and Science Study-Repeat)에서 우리나라 중학교 2학년 학생들이 수학 평가의 결과(한국교육과정평가원, 2000) 중 다음과 같은 분석 내용들은 주목할 만하다.

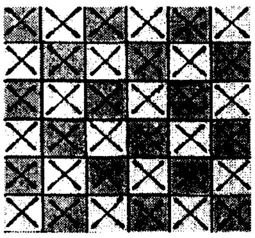
첫째, 우리나라 학생들은 TIMSS-R에 참가한 38개국 중 두 번째로 높은 점수를 나타냈다. 둘째, 우리나라 학생들은 현실적인 상황과 관련성이 적은 문항에 대해서는 비교적 높은 정답률을 보인 반면 현실적인 상황과 관련성이 높은 문항에 대해서는 최상위권 국가의 학생들보다는 다소 낮은 차이를 보여주고 있다는 점이다. 이는 우리나라 학생들의 수학적 성취도에서 높은 실력을 나타내고 있다는 표면상의 결과와 함께 실제적인 수학적 힘을 지녔는가에 관한 반문을 우리 스스로에게 함으로써 이를 보다 신중하게 주목함은 물론 이를 개선하기 위한 노력이 절실하게 요구되는 바이다. 이를 위한 한 방안으로 우리 생활주변에서 쉽게 볼 수 있고 손쉽게 만들 수 있는 테슬레이션을 초등수학교육에서 내용영역 중 도형과 규칙성과의 연계 지도를 위한 교수-학습 방법적 접근에서 활용하고자 한다.

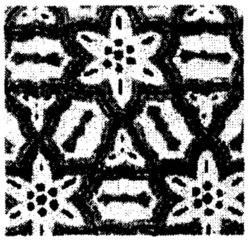
Ⅲ. 테슬레이션

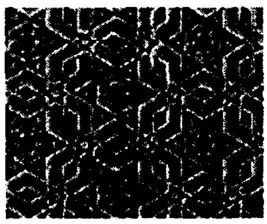
우리의 생활 주변에는 어떠한 틈이나 포개짐이 없이 반복되는 모양으로 평면을 덮는 패턴을 욕실의 타일, 퀼트 혹은 빌딩 바닥면에서 찾아 볼 수 있다. 이처럼 구멍이나 틈새 없이 반복되는 규칙적인 무늬로 평면을 타일을 까는(tiling) 방법을 테슬레이션(Tessellation)이라고 한다. 정육각형으로 이루어진 테슬레이션의 예로는 우리 주위에서 볼 수 있는 벌집구조를 들 수 있다. 벌집의 모양처럼 한 종류의 도형만으로 평면

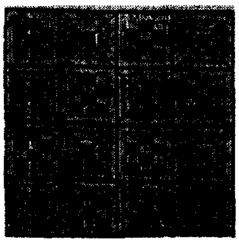
을 덮는 방법 이외에도 테슬레이션은 다양한 방법으로 구성할 수 있다. 테슬레이션은 이를 학습하는 과정에서 자연스럽게 수학적인 개념을 습득할 수 있으며, 결과물 역시 시각적으로 아름답기 때문에 이를 수학 교수-학습과정에 도입하게 되면 수학에 대한 흥미를 불러일으킬 수 있다.

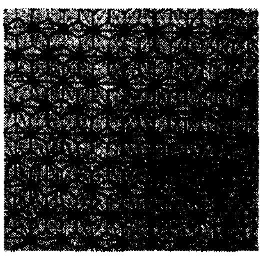
다양하게 만들어질 수 있는 테슬레이션은 역사적, 지형학적 관련성을 갖는데 주로 스페인의 Moor식의 건축물과 중동지방의 이슬람식 건축물에서 그 뛰어난 예를 찾아 볼 수 있다. 다음의 그림은 이집트([그림 1] 참조), 페르시아([그림 2] 참조), 아랍([그림 3] 참조), 힌두([그림 4] 참조), 중국([그림 5] 참조), 르네상스([그림 6])에서 널리 알려진 카페트나 타일의 모양의 예를 보여준다(그림의 출처: Owen Jones(1808-74)의 작품, http://www2.spsu.edu/math/tile/grammar/index.htm에서 인용).


[그림 1] 이집트식


[그림 2] 페르시안식

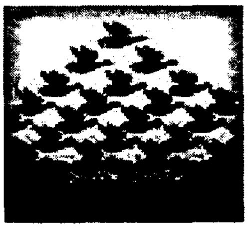

[그림 3] 아랍식

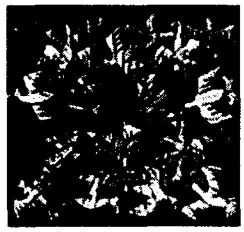

[그림 4] 힌두식

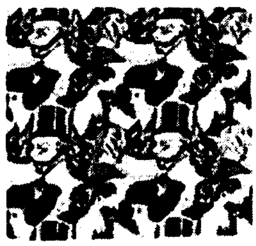

[그림 5] 중국식

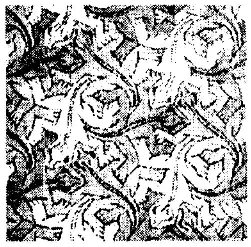

[그림 6] 르네상스식

특히 네덜란드 예술가인 M. C. Escher(1989-1972)는 물고기([그림 7] 참조), 말([그림 8] 참조), 사람 얼굴([그림 9] 참조), 도마뱀([그림 10] 참조) 등과 같은 친근한 무늬로 만든 그의 테슬레이션 작품으로 유명하다.


[그림 7] 물고기


[그림 8] 말


[그림 9] 사람얼굴


[그림 10] 도마뱀

*: 출처(http://ftp.sunet.se/pub/pictures/art/M.C.Escher/00_Index.jpg)
**: 출처(http://www.worldofescher.com/gallery)

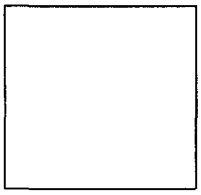
수학교육에서의 테슬레이션의 학습효과로는 첫째, 수학에 대한 여러 가지 개념 즉, 회전, 변환, 반사 대칭(Sawada, 1985), 다각형의 각과 면적, 주기성, 무한 급수, 자기 상사성과 프랙탈 차원 등의 개념을 지도할 수 있다. 이는 우리나라 수학교과 교육과정에서 '구체물이나 그림의 옮기기, 뒤집기, 돌리기', '대칭'과 관련하여 지도할 수 있다. 둘째, 테슬레이션을 통하여 예술과 수학의 연계성을 통한 창의성 개발이 가능하며, 열려진 문제에 대해서 학생들이 자유롭게 탐구할 수 있는 기회를 제공하여 가치 있는 수학 활동을 경험할 수 있다. 셋째, 예술 분야에 대한 감각이 길러질 수 있어 학생들은 테슬레이션을 학습하는 동안 공간의 분할을 자연스럽게 이해할 수 있으며, 예술분야에서 수학적 대칭의 역할, 색깔의 선택이 디자인에 미치는 영향에 대한 새로운 인식을 갖게 된다(Zurstadt, 1984). 넷째,

예술 작품 속에 나타나는 규칙성 이외에 우리 생활 주변에 있는 수많은 다양한 규칙적 패턴의 발견을 통하여 수, 기하, 측정 등의 주제를 규칙성과 관련시켜 그들 사이의 관계를 이해할 수 있다.

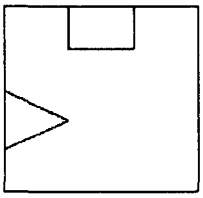
테슬레이션에서 나타나는 대칭성(Symmetry)은 크게 평행이동(옮기기), 회전이동(돌리기), 반사(되집기), 미끄러짐 반사의 네 가지(http://dih.or.kr/~estel/tess_4.htm 참조)로 분류할 수 있다.

△ 평행이동(Translational Symmetry): 한 평면 위에서 적당한 벡터에 의하여 원래의 도형의 모든 점들이 같은 방향과 같은 거리만큼 옮기는 대칭이다. 이는 테슬레이션의 모든 방향으로 주기성을 가지고 무한히 확장되어 나가는 특성을 갖는다. 다음은 사각형으로 시작하여 사각형의 일부분을 잘라낸 다음 다른 변으로 평행이동 시켜(Sliding) 본래의 사각형을 변형시킨 후 그 변형시킨 무늬를 좌우로, 상하로 평행이동 시키는 테슬레이션을 만들어나가는 과정의 설명이다.

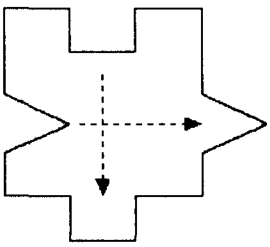
(1) 삼각형과 사각형의 Sliding



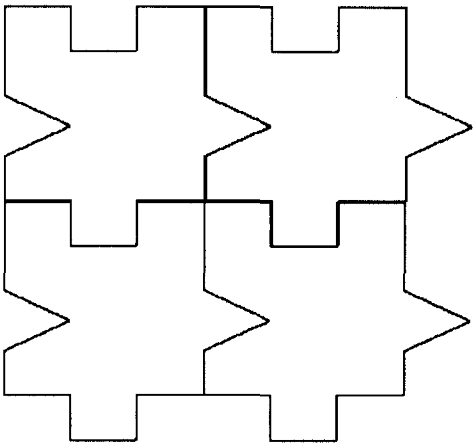
사각형 모양을 그린다.



사각형 안에 원하는 모양(삼각형과 사각형)을 그린다.

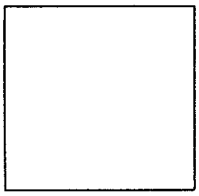


그린 모양을 잘라 반대편 변 쪽에 붙인다 (Sliding)

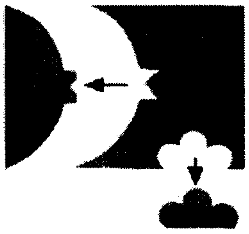


만든 모양을 우측 및 아래쪽에 반복하여 만든다.

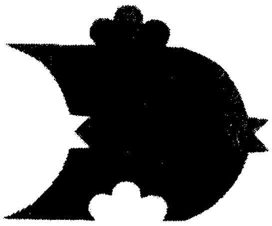
(2) 병아리의 무늬를 이용한 평행이동



사각형 모양을 그린다.



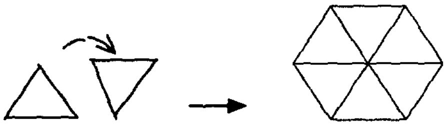
사각형 안에 병아리의 부리와 볏의 모양을 그린다.



그린 모양을 잘라 반대편 변 쪽에 붙인다 (Sliding)

만든 모양을 우측 및 아래쪽에
반복하여 만든다.

△ 회전이동(Rotational Symmetry): 한 평면 위에서 고정된 한 점에 대해 적당한 각의 크기로 회전시키는 (돌리는) 대칭이다. 다음의 그림은 삼각형 도형을 이용한 회전이동 방법이다.

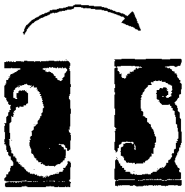


삼각형을 그린 후
60°만큼씩 회전이동
시킨 새로운 삼각형
을 그린다.

60°만큼씩 회전이동
시켜 만든 새로운 삼
각형들을 처음 삼각
형의 한 꼭지점을 중
심으로 갖다 붙인다.

△ 반사(Reflection Symmetry): 한 평면 위의 주어진 직선에 대하여 하나의 도형을 뒤집기(flipping)에 의해 이동시키는 대칭이다. 주어진 직선을 따라 그 면에 수직인 평면에 거울을 놓는다면 본래의 도형의 상은 새로운 위치로 이동된 도형과 일치하기 때문에 거울의 상과 같은 관계가 나타나게 된다. 다음은 한 모양을 좌우로 대칭시킨 후 원래의 모양과 대칭(뒤집기)시킨 모양을 합친후 이를 반복적으로 구성해 본 테슬레이션의 예이다.

이 무늬로 시작
한다.



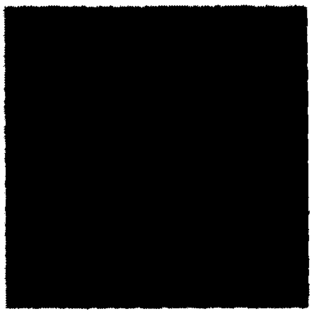
왼쪽의 무늬를 좌
우 대칭(뒤집기) 시
킨다.

왼쪽의 무늬와 좌우
대칭(뒤집기) 시킨
무늬를 합친다.

만든 무늬를 반복하여 만든다.

(그림의 출처: http://www.irwins.pvt.k12.pa.us/form_ula/SymPictk1.html)

△ 미끄러짐 반사(Glide Reflection Symmetry): 한 평면 위에서 적당한 벡터에 의하여 원래의 도형을 평행 이동 시킨 후, 이 벡터를 임의의 직선에 대하여 반사시킨 것이다. 다음 [그림 11]은 처음에 그린 나비 무늬를 평행이동 시킨 후 뒤집기 한 나비 그림으로 이루어진 테슬레이션의 예이다.



[그림 11]

(그림의 출처: Grotesque Geometry: http://www.cromp.com/tess/home.html)

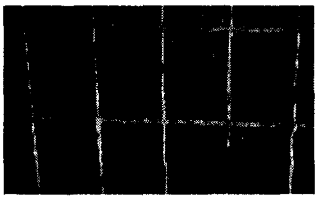
Ⅳ. 초등수학에서 테슬레이션을 이용한 도형과 규칙성 연계 지도

우리 주변의 사물을 관찰함으로써 종이접기, 테슬레이션, 점판 그리기 등을 이용하여 삼각형, 다각형, 평면의 점, 도형의 규칙성 등을 지도할 수 있다(Huse 외, 1994; Kaiser, 1988; May, 1994; Young, 1994). 기하학적 도형의 규칙성을 이용하여 테슬레이션의 대표적인 예로 들 수 있는 퀼트의 제작이나 바닥의 타일 무늬 제작 등의 활동을 연결시킬 수 있다(Clauss, 1991; Ernie, 1995; Ernst, 1983; Nevin & Fennell, 1992).

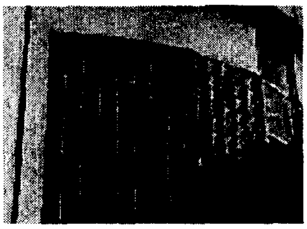
우리나라 초등학교 수학교과 교육과정 중 테슬레이션을 이용하여 지도 가능한 도형과 규칙성 영역의 관련 내용은 다음의 [표 1]로 정리될 수 있다. 이를 기초로 하여 초등학교 1단계부터 5단계까지 도형과 규칙성을 연계, 지도할 수 있는 방안을 다음과 모색해 보았다.

(1단계)

생활 주변에 있는 규칙적인 배열의 무늬를 갖는 다양한 타일(예: [그림 12] 참조), 유리창(예: [그림 13] 참조)이나 카펫트, 퀼트에서 규칙적으로 나타나는 무늬의 규칙을 찾아 볼 수 있다. 또한 반복되는 무늬의 종류를 찾아낼 수 있다.



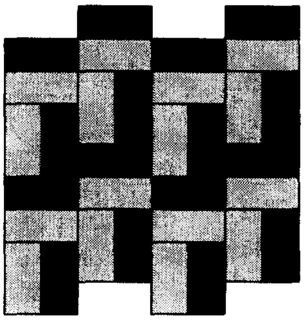
[그림 12]



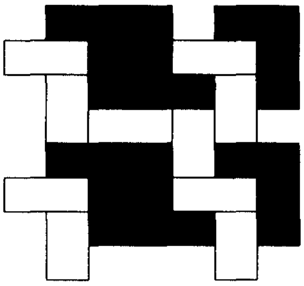
[그림 13]

(2-3단계)

펜토미노, 패턴블록 등의 교구를 이용하거나 실제 타일이나 종이 자르기를 이용하여 아동들은 삼각형, 사각형 등의 평면도형을 갖는, 그들의 규칙적인 무늬를 만들어 볼 수 있다(예: [그림 14]와 [그림 15] 참조). 그들이 만든 무늬의 배열에서 반복되는 무늬 변화의 규칙을 설명할 수 있다. 또한 정사각형 점판([그림 16] 참조)이나 정삼각형 점판([그림 17] 참조)을 이용하여 그들이 직접 규칙적인 무늬를 만들어 보는 테슬레이션도 제작해 볼 수 있다(Van de Walle, 1994).



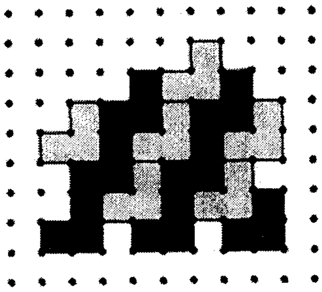
[그림 14]



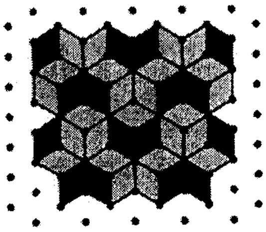
[그림 15]

<표 1> 제7차 교육과정 중 테슬레이션 이용가능한 도형과 규칙성의 내용

	영역	학습내용	해당 내용	
			지도상의 유의점	심화 과정
1-가	규칙성	**규칙 찾기** 생활 주변의 여러 가지 물체나 무늬 등의 규칙적인 배열에서 그 규칙을 찾을 수 있다.	규칙 찾기에 이용되는 물체의 속성은 크기, 위치, 방향, 색깔 등 학생들의 경험과 관련된 범위에서 간단한 것을 다룬다.	여러 가지 무늬에서 규칙을 찾아 설명할 수 있다.
1-나	도형	**평면도형의 모양** 구체물을 이용하여 기본적인 평면도형을 만들고, 여러 가지 모양을 꾸밀 수 있다. **공간 감각** 점판에서 여러 가지 삼각형, 사각형을 만들 수 있다.	기본적인 평면도형의 개념에 친숙해지도록 '네모', '세모', '동그라미' 등의 일상적인 용어를 사용한다.	기본적인 평면도형을 모양에 따라 분류하고 공통적인 특징을 설명할 수 있다.
	규칙성	**규칙 찾기** 사물이나 무늬 등의 규칙적인 배열에서 규칙을 찾고, 자신이 정한 규칙에 따라 다시 배열할 수 있다.		규칙적인 배열에서 규칙을 찾고 그 배열을 여러 가지 방법으로 나타낼 수 있다.
2-가	도형	**기본적인 평면도형** 선분, 직선, 삼각형, 사각형, 원을 이해하고 그 모양을 그리거나 만들 수 있다. **공간 감각** 구체물이나 그림의 옮기기, 뒤집기, 돌리기 등의 활동을 통하여 그 변화를 관찰할 수 있다.	공간감각의 옮기기는 구체물 조작 활동을 통하여 간단히 다룬다.	옮기기, 뒤집기, 돌리기 등의 활동을 통하여 제시된 구체물이나 그림이 어떤 과정을 거쳤는지 설명할 수 있다.
	규칙성	**규칙 찾기** 물체나 무늬의 다양한 변화의 규칙을 찾아 설명할 수 있다.		
3-가	도형	**공간 감각** 모눈종이에 그려진 간단한 평면도형이나 무늬의 옮기기, 뒤집기, 돌리기 활동을 통하여 그 변화를 관찰할 수 있다.	공간 감각에서 옮기기는 구체물 조작 활동을 통하여 간단히 다룬다.	옮기기, 뒤집기, 돌리기 등의 활동을 통하여 제시된 구체물이나 그림이 어떤 과정을 거쳤는지 설명할 수 있다.
3-나	규칙성	**규칙 찾기** 스스로 규칙을 정하여 한 가지 도형으로 여러 가지 무늬를 꾸밀 수 있다.	무늬꾸미기에서 사용하는 도형은 배열 방법에 따라 다양한 무늬가 나타날 수 있는 것으로 한다.	두 가지 종류의 도형으로 여러 가지 무늬를 꾸밀 수 있다.
4-나	도형	**공간 감각** 주어진 도형으로 여러 가지 모양을 만들 수 있다.	모양만들기는 간단한 모양을 제시하여 활동 중심으로 전개한다.	실생활에서 여러 가지 사각형이 활용된 예를 찾을 수 있다.
5-가	규칙성	**규칙적인 무늬 만들기** 한 가지 무늬를 옮기기, 뒤집기, 돌리기 등의 방법을 이용하여 새로운 무늬로 만들 수 있다.	무늬만들기에서 사용하는 도형은 배열 방법에 따라 다양한 무늬가 나타날 수 있는 것으로 한다.	두 가지 종류의 무늬를 옮기기, 뒤집기, 돌리기 등의 방법을 이용하여 새로운 무늬로 만들 수 있다.
5-나	도형	**합동과 대칭** 1. 도형의 합동의 의미를 이해하고 합동인 도형을 식별할 수 있다. 2. 자와 컴퍼스를 이용하여 조건에 맞는 삼각형을 그릴 수 있다. 3. 선대칭이나 점대칭도형의 의미를 알고 그릴 수 있다.	생활과 관련이 깊은 구체적인 조작 활동을 통하여 선대칭이나 점대칭도형의 의미를 알도록 한다.	선대칭도형, 점대칭도형과 관련된 여러 가지 문제를 해결할 수 있다.



[그림 16]

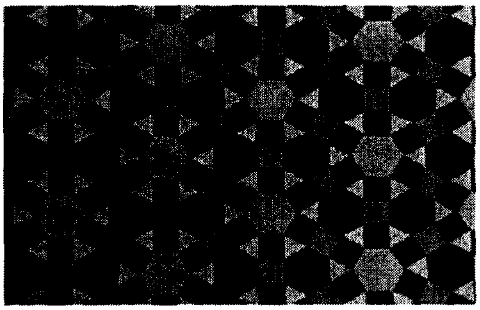


[그림 17]

(4-5단계)

삼각형, 사각형, 육각형, 팔각형 등의 다각형으로 이루어진 테슬레이션은 다각형의 변의 길이와 각의 크기를 탐구하는데 좋은 활동으로 손꼽힌다. 다음의 [그림 18]과 [그림 19]는 정삼각형, 정사각형, 정육각형으로 이루어진 테슬레이션의 좋은 예이다. 또한 [그림 20]은 정사각형, 마름모, 정육각형으로 이루어진 테슬레이션의 예이다.

[그림 18]

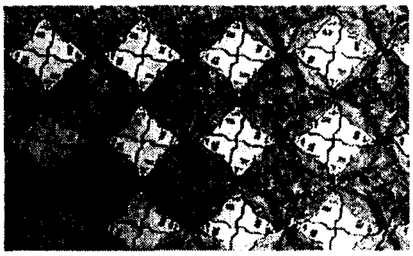


[그림 19]

[그림 20]

또한 무늬를 다양하게 그릴 수 있는 단계가 되면 다음과 같은 테슬레이션도 가능하다. [그림 21]은 정사각형의 무늬를 사람의 얼굴로 sliding 시킨 후 옮기기(translation) 방법으로 제작한 테슬레이션의 예이다. [그림 22]와 [그림 23]은 위의 방법을 변형하여 옮기기 방법이 아닌 돌리기(rotation) 방법으로 제작한 예이다.

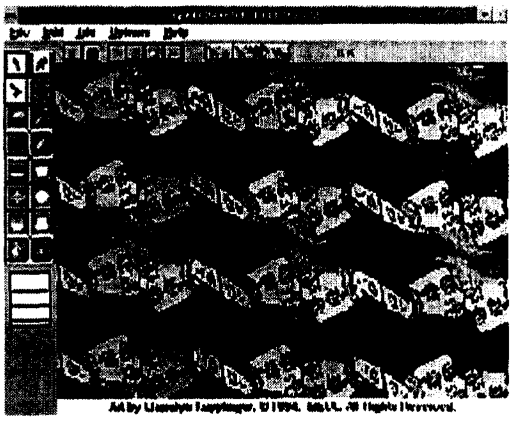
[그림 21]



[그림 22]

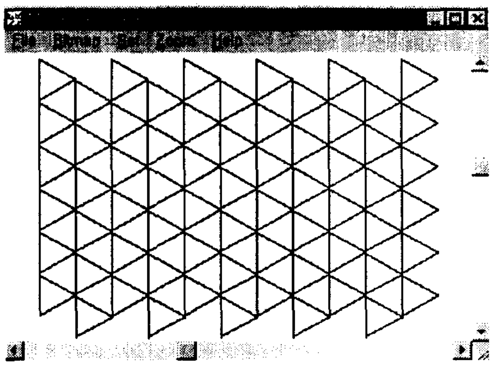
[그림 23]

이렇게 직접 손으로 제작하는 이러한 방법 이외에도 여러 가지 응용 소프트웨어를 활용하여 테슬레이션을 제작, 지도할 수 있다. 테슬레이션 제작이 가능한 소프트웨어로는 예술적인 테슬레이션 작품으로 유명한 Escher의 이름을 딴 소프트웨어인 Escher(World of Escher Co, Tessellation Training Co.), ScienceU (Geometry Center)와 TesselMania!(MECC: Minnesota Educational Computing Consortium, 1994)와 같은 소프트웨어가 있다. 다음의 [그림 24]는 TesselMania!를 이용한 테슬레이션 작품의 예이다.
(그림의 출처: http://www.worldofescher.com/gifs/elfl.gif)

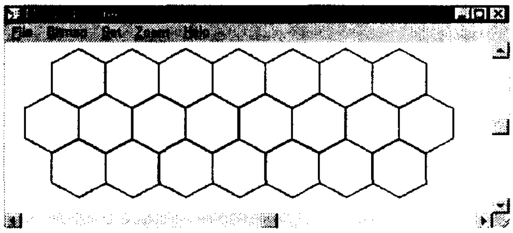


[그림 24]

또한 기하 학습에 많이 활용되는 LOGO 프로그램을 이용하여 테슬레이션을 제작할 수 있다. 다음의 [그림 25]는 MSWLogo 프로그램을 이용, 정삼각형을 회전이동(돌리기) 방법으로 만든 테슬레이션의 예이며 [그림 26]은 정육각형을 옮기기 혹은 돌리기 방법으로 만든 테슬레이션의 예이다.



[그림 25]



[그림 26]

VI. 맺는 말

수학을 추상적으로 경험하게되는 초등학교 수학 교수-학습 과정에서 수학적 연계성은 매우 중요한 역할을 한다. 그리하여 우리 생활주변에서 쉽게 볼 수 있으며 그 교육적 효과가 높은 테슬레이션을 이용하여 초등수학에서의 규칙성과 도형의 연계 지도 방안을 탐색해 보았다. 이는 수학적 개념의 지도가 칠판식 수업에서도 물론 가능하지만 수학 학습자 스스로가 수학적 개념을 실생활과 연결시키며 학습할 때, 그 수학적 개념의 의미를 보다 쉽게, 보다 의미있게 이해할 수 있다는 가능성을 나타내기 때문이다.

초등학생 아동의 도형의 학습이란 그들의 시야 앞에 비춰어진 현실 세계와 관련하여 사물을 관찰할 수 있는, 풍부한 학습 환경을 요구한다(Swindal, 2000). 그리하여 초등학교에서 테슬레이션의 이용이 가능한 도형과 규칙성을 연계하여 도형의 형태의 관찰 뿐 아니라 도형의 옮기기, 뒤집기, 돌리기 등의 활동을 통하여 도형에서 찾을 수 있는 규칙성을 찾으면서 그들 스스로 만들어 볼 수 있는 교수-학습 방법을 모색해 보았다.

이러한 교수방법적 시도를 통하여 아동이 생활 속에서의 수학적 가치를 인정하고 자신의 현실 세계와의 연결을 통하여 수학을 실재로 행하는 경험이 무엇보다 중요함을 교사들 자신이 인식함은 물론, 그들의 수학적 교수방법을 개선하는 노력이 필요한 때이다. 이를 위해 현 수학학습을 위한 교과서 재구성의 시도 및 학생중심, 활동중심, 관계적 이해를 중요하게 고려하는 교사의 수학적 지식과 태도의 변화가 요구되어 진다.

참 고 문 헌

교육부(1997). 제 7차 교육과정 수학과 교육과정. 서울: 대한교과서주식회사.

김민경(2000). 창조적 지식기반사회 구축을 위한 초등수학과 실생활과의 연계 지도 방안 연구. 학교수학 **2(2)**, pp. 389-401.

한국교육과정평가원(2000). 우리 나라 중학생의 수학·과학 성취 결과, 국제수준은 어떠한가? 연구자료 ORM 2000-16.

Clauss, J. E. (1991). Pentagonal tessellations. *Arith-metic Teacher*. **38(5)**. pp. 52-56.

Dewey, J. (1964). The nature of method. In R. R. Archambaut (Ed.). *John Dewey on Education* (pp. 359-372). Chicago: University of Chicago Press.

Ernie, K. T. (1995). Mathematics and quilting. In House, P. A. & Coxford, A. F. (Eds.). *Connecting mathematics across the curriculum* (pp. 170-176). NCTM 1995 Yearbook. Reston, VA: National Council of Teacher of Mathematics.

Ernst, L. C. (1983). *Sam Johnson and the Blue Ribbon Quilt*. New York: Mulberry Books.

Huse, V. E. et, al (1994). Making connections: From papers to pop-up books. *Teaching Children Mathematics*, **1(1)**, pp. 14-17.

Kaiser, B. (1988). Explorations with tessellating polygons. *Arithmetic Teacher*, **36(4)**, pp. 19-24.

May, L. J. (1994). Teaching Math: Shapes are every-where. *Teaching Pre K-8*, **24(6)**, pp. 26-27.

National Council of Teacher of Mathematics (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: Author.

Nevin, M. L. & Fennell, F. (1992). Ideas. *Arithmetic Teacher*. **39(5)**. pp. 16-33.

Sawada, D. (1985). Symmetry and tessellations from rotational transformations on transparencies. *Arith-metic Teacher*, **33(4)**, pp. 12-13.

Swindal, D. N. (2000). Learning geometry and a new language. *Teaching Children Mathematics*, **7(4)**, pp. 246-250.

Van de Wlalle, J. A. (1994). *Elementary and middle school mathematics* (the 3rd ed.). Addison Wesley Longman, Inc.

Young, S. (1994). Tessellating and quilting. *Teaching Pre K-8*. **24(4)**. pp. 72-74.

Zurstadt, B. K. (1984). Tessellations and the art of M. C. Escher. *Arithmetic Teacher*. **31(5)**. pp. 54-55.

Integrating Tessellation to Connect Geometry with Pattern in Elementary Mathematics Education

Kim, Min Kyeong
Department of Elementary Education, Ewha Womans University,
11-1 Daehyun-dong, Seoul.
e-mail: mkkim@mm.ewha.ac.kr

The purpose of the study is to introduce how tessellation can be used and integrated to connect geometry to pattern in elementary mathematics educations. Tessellation examples include transformations such as translational symmetry, rotational symmetry, reflection symmetry, and glide reflection symmetry. In addition, many examples of tessellation using softwares such as Escher, TesselMania!, and LOGO programs. Further, future study will continue to foster students and teachers to try to construct their alive mathematics knowledge. The study of geometry and patterns require a rich teaching and learning environment provided by in-depth understanding of thinking connections to objects in real world.