

공간감각의 개념 분석 및 교수-학습 방안 탐색

한 기 완 (풍덕초등학교)

I. 서론

수학은 아동들의 경험과 분리할 수 없는 부분이며, 아동들의 경험은 학교에 들어가기 이전부터 근본적으로 공간적이므로 기하교육을 통해서 공간감각을 획득하고 개발시킬 수 있는 경험들을 제공해야 한다.

그러나, 20세기 초의 수학교육근대화운동 이후 오늘날까지 유클리드 원론을 근간으로 하는 기하교육을 개선하려는 줄기찬 노력이 계속되어 왔으나 수학교육현대화 열풍이 지나간 지금까지도 그 지도 내용과 지도 방법에 대한 뚜렷한 개선안이 제시되지 못하고 혼미한 상태가 지속되고 있다. 무엇보다도 그 원인은 기하학의 내용과 관점이 매우 다양화되어 기하 교육에 대한 견해가 일치되기 어려운 상황이 야기되었기 때문이다(우정호, 1998). 이러한 상황에서 1980년 ICMI 보고서에서는 수학교육 목표의 하나로서 공간 능력이 개발되어야 한다고 주장하고 있다. 공간 능력은 우리가 가지고 있는 고유의 기하학적 세계를 해석하고, 이해하고, 음미하는데 필요한 것으로 2차원과 3차원의 도형과 그들의 특징에 대한 직관과 통찰, 도형 사이의 상호 관계를 인식함으로써 촉진될 수 있다. 따라서, 수학에서 기하를 가르치는 목적 중에 하나는 공간 능력의 신장이라고 본다면 일차적으로 공간 감각을 개발해야 한다.

공간 감각은 공간 지각력 또는 공간 시각화를 포함하고 있으며 부분적으로는 환경과 사물에 대해 갖게 되는 직관이라고 말할 수 있다. 그러나, 공간감각에 대한 이러한 정의는 작위적인 것으로 일치되는 견해를 찾아보기가 힘들다. NCTM(1989)에서도 도형의 변화를 공간 감각의 중요한 측면으로 보고, 초등학교에서는 비형식적인 방법으로 일상 생활에서 접하는 대상과 다른 구체적 자료를 사용한 조사, 실험, 탐구를 통하여 여러 위치에서 도형을 시각화하고, 그려보고, 비교하는 활동을 강조하고 있을 뿐 정확한 개념 정의를 찾아보기가 힘들다.

우리나라에서도 이러한 시대적 조류를 반영하여 수

학과 7차 교육과정(1997)에서 공간 감각을 기르기 위하여 1-나: 점판에서 평면도형 만들기, 2-가, 3-가: 도형 옮기기, 뒤집기, 돌리기, 3-나: 거울에 비치는 상 관찰하기, 4-나: 주어진 도형으로 여러 가지 모양 만들기, 5-가: 여러 가지 모양으로 주어진 모양 덮기, 6-가: 주어진 모양을 쌓기 나무로 만들기 등을 지도내용으로 선정하여 교과서에 그 내용을 반영하고 있지만 공간 감각에 대한 개념 정의가 불분명 할 뿐 아니라 교과 내용의 난이도에 있어서 문제가 있다. 또한, 외국에서 연구한 내용을 단편적으로 소개하다 보니 공간 감각을 기르기 위한 과제의 개발 및 지도 방법에 대하여 정확한 논리적 전개를 찾아보기가 힘들다. 그러나, 공간감각을 기르기 위해서 어떠한 과제를 어떠한 전략을 사용해서 어떻게 가르쳐야 하는지는 아주 중요한 문제이다. 이에 대해 나귀수(1996)는 수학 문제 해결에서 '공간적 과제'를 구성하는 요소와 문제 해결 전략이 어떤 상황에서 공간적 전략으로 간주될 수 있는가 등에 대한 보다 심층적인 연구의 필요성을 제기하면서, 수학교육자들이 어떤 특별한 풀이 전략이 성격상 공간적인가 아닌가를 결정하는 기준과 또 어떤 전략이 어느 정도로 공간적인가를 결정하는 절차에 대해서 합의하여 공간적 전략이 사용될만한 과제들을 고안해야 하며 아울러 과제의 지도방법을 개발할 필요가 있다고 주장한다.

제 7차 교육과정에 따라 개발된 수학 교과서의 두드러진 특징 중에 하나는 구체적 조작 활동으로부터 개념, 원리, 법칙을 학생 스스로 발견할 수 있는 기회를 제공하여 배우는 것에 대해 즐거움을 맛볼 수 있도록 하기 위해서 '활동'을 강조하고 있다는 점이다(서울교육대학교 1종 도서 편찬위원회, 1998). 즉, 칠판에 제시한 문제나 교과서의 문제를 노트에다 풀어보는 식의 문제풀이 위주의 수업이 아니라, 구체적인 자료를 가지고 학생들이 스스로 활동을 해보는 활동 중심 수업을 중요시하고 있다. 그러나 학교 현장에서 공간 감각을 기르기 위한 활동 자료는 대부분 색종이를 많이 사용하고 있는데, 색종이는 오리는 것이 번거롭고, 배열을

하는 조작 활동이 불편하며, 일단 풀로 붙이면 다시 떼어서 또 다른 도형으로의 응용 및 변환이 어렵다. 예를 들면 수학 2 - 가 교과서(2000)에서는 사각형, 삼각형, 원 모양을 이어 붙여서 여러 가지 모양을 만들어 보는 활동을 하도록 되어 있는데 색종이는 적합하지 않다.

미국이나 일본의 경우는 패턴블록(Pattern Block)이나 탱그램(Tangram)을 많이 활용하고 있는데, 이에 대해 구광조(1999)는 제 1회 초등학교 수학 교수방법 개선을 위한 워크숍에서 '제 7차 교육과정 시대의 수학 학습자료'라는 주제로 기초강연을 하면서 이 두 자료는 규칙 찾기와 공간감각 기르기에 효과적인 학습자료일 뿐만 아니라 이것들의 활용을 통하여 수학은 재미있고 쉬운 것임을 알게 하고 수학의 필요성을 느끼게 할 수 있는 좋은 자료라고 소개하였다. 실제로 교과서를 보면 이러한 학습요소가 공간 감각을 기르기 위한 내용으로 제시되어 있기 때문에 학교 현장에서 겪는 교구 사용의 불편함과 일회성의 한계를 극복할 수 있는 교구를 개발하여 사용해야 한다.

앞에서 살펴본 바와 같이 수학과 7차 교육과정에 따른 영역별 주요 내용 변화 중에 하나는 도형 영역에 공간감각을 기르기 위한 여러 가지 활동을 체계화하여 추가하였다는 점이다. 그러나 공간감각 개념에 대한 명확한 분석과 공간감각을 왜 길러주어야 하고, 어떻게 길러주어야 하는지에 대한 연구가 부족한 실정이다.

따라서 본 연구에서는 문헌 연구를 통해서 공간감각에 대한 개념을 분석하고, 교육과정 및 교과서를 분석하여 공간감각을 길러줄 수 있는 내용을 체계화하며, 공간감각 영역에 대한 구체적인 교수-학습 방안과 교구의 활용에 대하여 탐색해 보고자 한다.

II. 이론적 배경

A. 공간감각

19세기 페스탈로치에 의해 도형지도의 도야적 가치가 강조되고, 20세기 초에 Treutlein에 의해서 직관기하의 교육적 가치가 주장된 이래 오늘날 도형의 개념과 그 성질에 대한 비형식적인 지도는 초등학교 수학과 중학교 저학년 수학의 중요한 내용이 되었다(우정

호, 1998). 그러므로, 학교에서 가르치는 기하는 공간지각력의 배양, 물리적 세계에 대한 이해, 다른 수학적 개념의 표현 수단인 기하학적 언어, 연역적인 이론 체계 등 기하의 여러 측면과 여러 가지 접근 방법이 균형 있게 고려되어야 한다. 특히, 요즘의 수학교육은 비형식적인 지도에 의하여 획득되는 감각의 개발에 중점을 두고 있어서, 수감각과 공간감각을 개발하는 것이 초등학교 수학교육에서 중요한 목표로 대두되고 있다. 이러한 측면에서, 제 7차 수학과 교육과정(1997)의 6개 영역 중에서 규칙성과 함수 영역에서의 '규칙 찾기'와 도형 영역에서의 '공간감각 기르기'가 새롭게 제시되고 있다. 공간감각은 공간에 대한 비형식적인 지도에 의하여 획득되는 감각적 측면을 중요시 한 것으로 종종 공간지각능력 혹은 공간시각화능력, 공간능력으로 불려지고 있으나, 7차 교육과정에서는 별다른 정의 없이 공간감각이라는 용어를 사용하고 있다. 물론 초등학교 수준에서는 공간감각이라는 용어를 사용하는 것이 더 타당할지도 모르지만 지금까지 이루어진 대부분의 연구에서는 공간능력이라는 말을 많이 사용하고 있다.

공간능력에 대해서는 Linn과 Peterson, Mcgee의 틀이 주목할 만하다. Linn과 Peterson(1985)은 공간능력을 공간 지각능력, 회전능력, 공간시각화능력으로 분류하였다. 공간지각능력이란 중력적 운동, 감각적 단서를 통해 공간 사이의 관계를 정확하게 인지 할 수 있는 능력이며, 회전 능력이란 2차원 혹은 3차원의 물체를 회전하였을 때의 상태를 정확하게 파악할 수 있는 능력을, 공간 시각화 능력이란 주어진 공간적 정보를 머리 속에서 가시화 하여 그려 볼 수 있는 능력이라고 말할 수 있다.

Macgee(1979)는 공간적 능력을 크게 공간시각화, 공간방향화로 구분하고 있다. 공간 시각화는 그림 상으로 제시된 대상물을 마음속으로 조작하거나, 회전하거나, 방향을 바꾸는 능력으로 주어진 물체를 심상에 의하여 회전시키거나 재배열 혹은 조합시키는 능력을 말한다. 공간 방향화는 공간적 패턴 안에 있는 요소의 배열을 이해하고, 제시된 공간 형상의 방향을 변화시켜도 혼란되지 않는 능력을 말한다.

그러나 Tartre(1990)는 공간적 시각화를 회전과 변환으로, 공간적 방향을 재조직된 전체와, 전체와 부분으로 좀더 세분화하여 다음과 같이 분류하였다.

1. 공간적 시각화

회전 : 마음속으로 임의의 물체를 회전시켜보아 원래의 물체와 같은지를 결정하는 것으로 2차원에서의 회전과 3차원에서의 회전이 있다.

변환 : 마음속의 상의 따로 떨어진 부분들의 서로 다른 조각들을 통하여 원하는 또 다른 상을 형성하는 것이다. 여기에는 2차원에서 2차원으로 변환, 2차원에서 3차원으로 변환, 3차원에서 2차원으로 변환이 있다.

2. 공간적 방향

재조직된 전체 : 한 표현에서부터 또 다른 표현에 이르기까지 인지적 변화 또는 그림으로 된 표현의 조직과 이해를 포함한다. 여기에는 애매한 그림과 복합적인 표현이 있는데 애매한 그림은 한 가지 관점에서 한 개 이상의 물체에 대한 그림으로 된 표현을 인식하는 것으로서 2차원으로 표현된 물체를 3차원으로 인식하는 것이 여기에 해당된다. 복합적인 표현은 두 가지 표현 사이에서 발생하는 변화를 인식하는 것으로서 다른 각도에서 일어나는 변화까지 이해하는 것이 여기에 해당된다.

전체와 부분 : 여기에는 전체에서 부분 찾기와 부분에서 알맞은 전체를 생각해 내기가 있는데 이 두 가지가 대조적으로 보이지만 함께 작용하는 경우도 종종 있다.

이상의 세 가지 견해를 종합해 보면 공간 능력이란 공간에 있는 물체에 가해진 어떠한 물리적인 변화를 인지하고 원래의 물체와 물리적 변화가 가해진 물체 사이의 공통점과 차이점을 인식할 수 있는 능력이라고 볼 수 있다. 특히, 이러한 변화는 시각적으로 인지되기 때문에 시각적 능력은 공간 능력에서 아주 중요한 요소로 세 가지 견해에서 모두 중요한 위치를 차지하고 있다. 특히, 우리가 얻는 모든 정보의 85%가 시각적인 체계를 통하여 들어온다는(Grande, 1987)연구 결과를 인정한다면 공간능력에서 시각적 능력은 더욱 중요하다.

어린이들은 공간에 대한 많은 직관적인 생각을 가지고 있다. 태어날 때부터 보고, 듣고, 만지고, 움직임을 통해 공간적인 경험을 하게 된다. 따라서, 공간으로부터 자극을 해석하고 인식하며, 선행 경험과 자극을 연

결하며 자극을 해석하는 감각적인 능력이 우선적으로 발달하게 되므로 초등학교에서는 비형식적인 감각을 통한 공간영역의 지도가 효과적일 것이다. 위와 같은 사실을 종합하여 볼 때, 공간 감각은 공간으로부터 자극을 인식하고 해석하는 능력과 공간 시각화를 포함하고 있으며, 부분적으로는 환경과 사물에 대해 갖게 되는 직관이라고 정의할 수 있다.

이와 같은 공간감각을 기르기 위해서 아동들은 기하적인 관계성(방향, 방위, 그리고 공간에서의 사물의 투시; 도형과 사물들의 상대적인 모양과 크기)에 초점을 둔 많은 경험을 해야만 한다(NCTM, 1989). 아동들은 공간에 대한 많은 직관적인 사고를 가지고 학교에 들어가는데 이는 그들의 환경에 있어서의 초기 경험들이 대부분 언어 이전의 행동으로 공간과의 상호작용에 의해 이루어졌기 때문이다. 즉, 학생들은 처음에 언어의 도움 없이 주어진 세상과 조우하게 되고 탐구하게 된다. 아동들은 그들이 사는 공간에서의 조작물과 물체들을 다루는 활동으로부터 자연스럽게 공간적인 과제를 조율시키며, 심리학적으로 그리고 수학적으로 도움을 받게 된다. 평행이동과 회전의 기본적인 생각은 아동들이 공간을 탐구하는데 기본이 되며, 이러한 사고를 기하학적인 상황에 두도록 하는 것이 초기 학년에서의 수학적 개념을 개발시키는 출발점으로 해야한다.

특히, 초등학교 기하는 현실 상황이나 격자판, 기하판 등과 같은 자료를 다루는 공간적인 경험을 통해 형성된 공간직관을 수확화하도록 하여 기하학적 문맥으로 “보는” 기하가 되도록 해야 하며, 형성된 내적인 시각에 “웅축핵”을 제공하는 설명이나 그림과 같은 기하학적 표현 수단이 획득되고, 학습 수준의 상승과 더불어 기하학적 구조가 드러나도록 하는 방안을 연구해야 한다(우정호, 2000).

B. 공간감각에 관한 수학과 7차 교육과정 및 교과서 내용 분석

수학과 7차 교육과정(1997)의 도형 영역에 새롭게 신설된 공간감각에 관한 내용은 1단계부터 6단계까지 매 단계마다 제시되어 있으며, 구체적인 내용은 다음과 같다.

<표1> 공간감각에 관한 단계별 주제 및 목표

단계	주 제	목 표
1-나	점판에서 평면 도형 만들기	점판에서 여러 가지 삼각형, 사각형을 만들 수 있다. 점판에서 제시된 도형을 보고 그대로 만들 수 있다.
2-나	구체물이나 그림 옮기기, 뒤집기, 돌리기	구체물이나 그림의 옮기기, 뒤집기, 돌리기 등의 활동을 통하여 그 변화를 관찰할 수 있다.
3-가	도형이나 무늬 옮기기, 뒤집기, 돌리기	모눈종이에 그려진 간단한 평면도형이나 무늬의 옮기기, 뒤집기, 돌리기 활동을 통하여 그 변화를 관찰할 수 있다.
3-나	거울에 비치는 상 관찰하기	거울을 사용하여 거울에 비치는 상을 다양하게 만들어 사용할 수 있다.
4-나	여러 가지 도형 만들기	주어진 도형으로 여러 가지 모양을 만들 수 있다.
5-가	주어진 도형 덮기	여러가지 모양으로 주어진 도형을 덮을 수 있다.
6-가	쌓기나무로 만들기	주어진 모양을 보고 쌓기나무로 만들 수 있다.

위의 <표1>에서 보이는 바와 같이 2-가와 3-가 단계에서 옮기기, 뒤집기, 돌리기 활동을 하도록 되어 있는데, 2-가 단계에서는 구체물이나 그림으로 그리고 3-가 단계에서는 모눈종이에 그려진 간단한 평면도형이나 무늬로 활동을 하도록 되어 있다.

이에 대한 교과서 내용을 살펴보면 2-가(교육부, 2000)단계에서의 옮기기는 교실창문, 수학교과서, 색종이로 오린 삼각형을 여러 방향으로 옮겨보아서 달라지는 것과 달라지지 않는 것을 구분할 수 있도록 하였다. 즉, 구체물을 옮기면 위치는 바뀌나 모양은 바뀌지 않는다는 것을 알도록 하는 것이다. 2-가 단계에서 모양 뒤집기는 친구의 몸, 인형과 같은 입체적인 구체물과 숫자 '5'나 글자 '곰'과 같은 평면적인 그림으로 뒤집기 활동을 하여서 구체물을 뒤집었을 때 변화되는 모양을 자유롭게 이야기하도록 되어 있고, 투명종이 위에 숫자 '5'나 글자 '곰'을 쓰고 오른쪽 또는 위쪽으로 뒤집었을 때의 모양을 그리도록 되어 있다. 그런데 모양 뒤집기에 관한 3-가(교육부, 2001) 단계의 교과서를 살펴보면, 모눈종이에 그려진 'ㄱ'자 모양을 투명종이에 그려서 뒤집어보도록 되어 있다. 2-가 단계와 3-가 단계를 비

교해 보면, 3-가 단계의 'ㄱ'자 뒤집기가 2-가 단계의 '곰'자 또는 '5'자 뒤집기보다 쉽게 제시되어 있음을 알 수 있다. 또한 3-가(교육부, 2001) 단계의 지도서에 제시된 'ㄱ'자 뒤집기 활동의 목표는 '주어진 도형을 투명 종이를 이용하여 뒤집을 수 있다'라고 되어 있는데, 단순히 뒤집기 활동을 해보는 것이 목표가 아니라 뒤집기 활동을 통하여 뒤집기 전의 모양과 뒤집은 후의 모양을 비교하는 활동을 통하여 공간감각을 기르도록 해야 할 것이다.

위에서 살펴본 것처럼 우리나라 7차 교육과정에 따른 교사용 지도서에서는 2-가(교육부, 2000) 단계의 '곰'자나 '5'를 뒤집었을 때의 모양을 그려서 알아보도록 하거나, 3-가 단계의 경우 단순히 'ㄱ'자 등을 뒤집기를 할 수 있도록 하는 것을 목표로 설정하였다. 그러나 미국의 경우 Altamuro와 Clarkson(1989)은 뒤집기 활동을 통하여 어떠한 패턴을 발견하도록 하는 것을 목표로 설정하였다. 즉 어떠한 모양을 뒤집었을 때, 뒤집은 모양에 초점을 맞추는 것이 아니라 어떠한 모양을 뒤집더라도 홀수번 뒤집으면 거울에 비춘 모양이 되고, 짝수번 뒤집으면 본래의 모양이 된다는 패턴을 발견하도록 제시하고 있다.

수학교육에 교구를 활용하는 측면에서 미국이나 일본의 경우는 패턴블록(Pattern Block)이나 탱그램(Tangram)은 많이 활용하고 있는데, 이에 대해 구광조(1999)는 제1회 초등학교 수학 교수방법 개선을 위한 워크숍에서 '제7차 교육과정 시대의 수학 학습자료'라는 주제로 기초강연을 하면서 이 두 자료는 규칙 찾기와 공간감각 기르기에 효과적인 학습자료일 뿐만 아니라 이것들의 활용을 통하여 수학은 재미있고 쉬운 것임을 알게 하고 수학의 필요성을 느끼게 할 수 있는 좋은 자료라고 소개하였다.

7차 교육과정에 따른 수학교과서에도 패턴블록과 탱그램을 활용하도록 되어 있는데, 나무나 E.V.A등으로 만들어진 교구를 사용하는 것이 아니라 색종이로 패턴블록이나 탱그램 모양 조각을 오려서 사용하도록 되어 있다.

예를 들면 4-나 단계에서는 탱그램을 종이에 오려서 여러 가지 모양을 만들어 보도록 되어 있으며, 5-가 단계에서는 패턴블록을 색종이로 오려서 주어진 도형을 덮어 보는 활동을 하도록 제시하고 있다. 그런데 색종이는 오리는 것이 번거롭고, 배열을 하는 조작 활동이

불편하며, 일단 풀로 붙이면 다시 떼어서 또 다른 도형으로의 응용 및 변환이 어렵다.

본 연구자가 블록을 제작하여 활용해본 바에 의하면, 블록은 나무, 아크릴, 두꺼운 종이 등 여러 가지로 만들 수 있으나 제작의 간편성과 활용의 효율성을 고려하여 E.V.A. 또는 우드락으로 제작하는 것이 좋다. 블록은 모양, 색깔 크기가 다양한데, 모양은 교과서에 제시된 모든 도형 모양으로, 대부분의 블록의 한 변의 길이가 2cm이거나 2의 배수로 되어 있으며, 대부분의 각이 30° 또는 45°의 배수로 되어 있기 때문에 변과 변이 딱 들어맞게 늘어놓을 수 있을 뿐 만 아니라 서로가 서로를 구성하기도 하고, 분해 할 수도 있다. 블록의 두께가 0.5cm로 되어 있어서 초등학생들이 다루기가 쉽고, 경우에 따라서는 입체적으로 쌓아 올릴 수도 있다.

III. 공간 감각을 기르기 위한 교수-학습 방안

A. Mckim(1972)의 공간시각화 학습을 위한 3단계 교수-학습 방안

Mckim(1972)은 다음과 같이 공간 시각화 학습을 위한 3단계 지도 방안을 제시하였다.

①보기: 패턴 찾기, 크기, 모양과 공간에서 실마리 알기, 시각적인지를 향상시키기 위한 퍼즐, 게임이용하기

②상상하기: 시각적 회상, 마음속으로 대상을 조작하기, 구조와 추상개념을 시험하기

③생각 그리기: 학생들이 마음속의 그림을 종이에 옮겨 봄으로써 언어적 설명에 의존하지 않게 함. 낙서 하듯 그리기→훈련된 낙서→사실적 그림→시각적으로 기억하고 있는 내용 그리기

Mckim의 지도 방법은 공간감각의 영역 중에서도 시각화에 중점을 둔 학습 방법으로 저학년에 알맞은 학습 방법이다. 현행교과서에서 소홀히 하고 있는 상상하기 단계를 강조함으로써 정신적 이미지를 형성하는데 도움을 줄 수 있다. 또한, 생각 그리기 단계에서 Mckim은 절대로 언어적 표현을 하지 못하게 하였는데, 규칙의 발견이나 시각적으로 나타내기 어려운 소재일

경우에는 그 특징만 언어적으로 표현하는 것도 좋을 것 같다. 2-가 단계에서는 숫자 5를 이용하여 오른쪽으로 뒤집기를 지도하고 있는데 상상하기 단계에서 다소 어려운 과제이다. 따라서 본 연구에서는 2-가 단계의 내용을 3-가 단계에 나오는 7자로 대체하여 지도해 보고자 한다.

1. 보기

- 투명종이에 7자를 쓰고, 투명종이를 오른쪽으로 뒤집어 보시오.



2. 상상하기

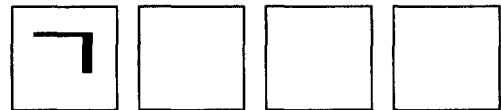
- 오른쪽으로 뒤집힌 7자를 보고 그 모양을 머리 속에 떠올려 보시오.



- 오른쪽으로 뒤집힌 7자를 다시 오른쪽으로 뒤집은 모양을 상상해 보시오.



- 상상한 모양이 맞는지 확인해 보시오.
- 머리 속으로 상상하며 7자를 오른쪽으로 계속해서 2번 뒤집어 보시오.



- 상상한 모양과 맞는지 확인해 보시오.

3. 생각 그리기

- 오른쪽으로 뒤집힌 7자를 머리속으로 생각하고 그 모양을 그려보시오.



- 그런 모양이 맞는지 확인해 보시오.
- 머리속으로 생각한 모양을 말로 설명해 보시오.
- 7자를 계속해서 오른쪽으로 뒤집으면 어떻게 될지 말해보시오.

B. Bruner의 EIS이론에 근거한 공간감각 지도 방안

Bruner는 아동의 지적 발달을 활동적 표현(enactive representation), 영상적 표현(iconic representation), 상징적 표현(symbolic representation)의 순서로 표현수단의 증대와 그 사이의 조정능력의 증대로 보고 있다. 학문의 기본 원리나 구조를 아동의 능력에 맞추어 구체적인 활동적 양식으로 제시할 수도 있고, 시각적 표현이나 추상적인 기호적 표현을 하여 제시할 수도 있다는 것이다. 이때 학문의 기본원리나 구조 자체는 마찬가지로 그 표현양식만 바뀌었다고 생각할 수 있다 (김용태 외, 1988). 공간감각을 기르기 위한 학습 지도 방안 역시 Bruner의 EIS이론에 의해서 다음과 같이 전개해 볼 수 있다.

① 활동적 표현(enactive representation)

활동적 표현 단계에서는 학생들이 패턴블록, 종이, 탱그램, Geoboard, 쌓기나무와 같은 구체적 조작물을 가지고 공간과제를 해결한다.

② 영상적 표현(iconic representation)

구체적 조작물을 가지고 충분히 활동한 후에 구체적 조작물로 해결한 공간과제를 그림으로 그리거나 컴퓨터 환경을 이용하여 표현한다.

③ 상징적 표현(symbolic representation)

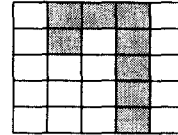
위와 같은 두 가지의 표현 활동을 통해서 알게된 사실을 언어적, 시각적 기호로 표현한다

Bruner의 지도 방법은 정신적 이미지를 쉽게 형성할 수 있는 시각적 표현 능력이 갖춰진 단계에서 지도하는 것이 좋을 것 같다. 그러나 시각적 표현 능력이 어느 정도 갖추어져 있다고 하더라도 반드시 구체물을 통한 활동적 표현을 수행한 다음에 영상적, 상징적 표현활동이 이루어져야 한다. 현행 3-가 단계에서는 단순히 변환한 도형을 그려보는 것으로 활동이 끝나고 있다. 즉, 상징적 표현 단계가 소홀히 되고 있는데 이러한 점은 보완되어야 할 것이다. 3-가 단계에 나오는

숫자 7 돌리기 과제를 Bruner의 지도 단계에 따라 해결해 보면 다음과 같다.

1. 활동적 표현(enactive representation) 활동

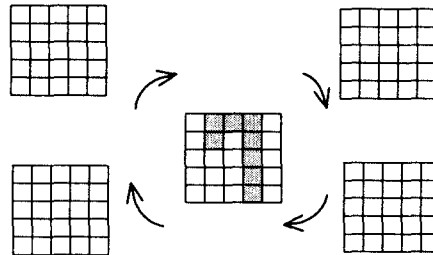
- 종이 위에 다음과 같이 7자를 쓰시오.



- 친구와 나란히 앉아서 한 친구가 돌린 종이를 보고, 그 친구와 똑같은 모양이 되게 종이를 돌리시오.- 이와 같이 게임 형식으로 활동적 표현을 재미있게 유도한다.

2. 영상적 표현(iconic representation) 활동

- 종이를 다음과 같이 오른쪽으로 돌린 모양을 상상해 보고, 그 모양을 그려보시오.
- 종이를 직접 돌려서 확인해 보시오.
- 종이를 위와 반대 방향인 왼쪽으로 돌린 모양을 상상해보고 그 모양을 그려보시오.
- 종이를 직접 돌려서 확인해 보시오.



3. 상징적 표현(symbolic representation) 활동

- 종이를 오른쪽으로 돌렸을 때 7자가 어떻게 변하는지 설명해 보시오.
- 종이를 오른쪽으로 돌렸을 때 7자가 어떻게 변하는지 간단한 그림으로 설명해 보시오.
- 종이를 왼쪽으로 돌렸을 때 7자가 어떻게 변하는지 설명해 보시오.

- 종이를 왼쪽으로 돌렸을 때 7자가 어떻게 변하는지 간단한 그림으로 설명해 보시오.
- 종이를 오른쪽과 왼쪽으로 돌렸을 때 7자의 모양을 비교하여 보시오.
- 도형 돌리기를 통해서 알게된 사실을 말해 보시오.

- 가위바위보를 해서 진 사람이 출발이라고 한곳에 정삼각형 블록을 놓는다.
- 다음 사람이 4개의 블록 중 하나를 적어도 한 변이 이미 놓은 블록과 맞닿게 놓는다
- 위와 같은 방법으로 번갈아 놓아 마지막에 놓는 사람이 이긴다.

C. 문제해결의 측면에서 공간감각의 지도 방안

문제 해결의 복잡성 때문에 학생들의 문제 해결 능력을 향상시키기 위한 최상의 방법에 대하여 일반적으로 인정된 방법은 거의 없지만, 많은 연구자들이 지적하였듯이 복잡한 문제를 해결하기 위해 분석적인 전략이 필요하고, 정신적인 회전, 또는 조작이나 공간지각은 문제를 분석하기 위한 전략의 하나이다(Ben-Chaim, Lappen & Houang, 1989). 따라서, 문제해결 측면에서 공간과제를 지도함으로써 문제해결 상황에서 시각적, 지각적 기술과 관련된 활동을 길러줄 수 있다. 특히, 공간감각을 기르기 위해 심화과정에서 문제해결적 측면에서 지도한다면, 공간감각과 문제해결력을 동시에 길러줄 수 있을 것이다.

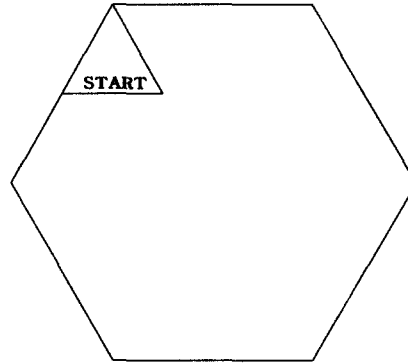
공간감각을 기르기 위해서 공간전략을 활용하는 방법이 바로 문제해결의 측면에서의 교수-학습 지도 방법이라고 볼 수 있다. 여기서는 패턴블록을 이용하여 3-가 단계에서 문제해결 측면으로 활용할 수 있는 방안을 몇 개 소개하고자 한다.

1. 게임을 이용한 지도 방안

공간감각은 공간에 대한 구체적이고 풍부한 조작활동을 통해서 형성하는 것이 가장 바람직하지만, 똑같은 활동을 반복하다보면 학생들은 쉽게 흥미를 잃어버리는 경향이 있다. 그러나 게임학습은 학생들의 흥미를 유발하고 게임에 이기기 위한 전략을 사용하게 할 수 있는 장점이 있다. 아래의 게임은 패턴블록을 이용하여 주어진 공간을 전략적으로 채우는 것으로 공간 시각화 능력과 공간 방향화능력을 모두 길러 줄 수 있다.

◆블록 채우기 게임

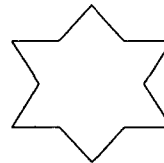
- 육각형, 사다리꼴, 평행사변형, 정삼각형 블록을 준비한다.



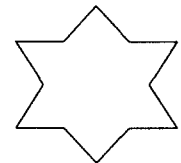
2. 다양한 방법으로 만들기 지도 방안

공간감각에는 공간 시각화와 공간 방향화 두 가지 능력이 있고, 공간방향화의 하위 요소에는 재조직된 전체와 부분이 있다. 아래와 같이 전체를 여러 가지로 재조직해 볼 수 있는 활동을 통해서 공간감각을 기를 수 있을 뿐만 아니라 재조직하는 활동을 통해서 블록간의 관계를 인식기 때문에 다양한 문제해결전략을 발견할 수 있다.

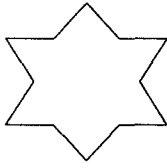
◆ 별 만들기



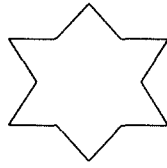
평행사변형 6개로 별 만들기



3개의 사다리꼴과 3개의 정삼각형으로 별 만들기



정삼각형, 평행사변형,
사다리꼴 각각 2개로
별 만들기



자신의 생각대로
별 만들기

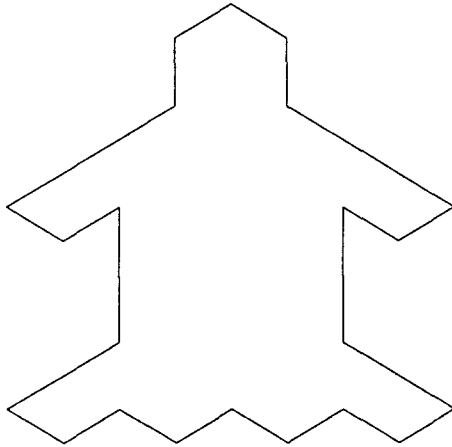
3. 뒤집기(대칭)를 이용한 모양 만들기 지도 방안

도형 옮기기 활동에서 뒤집기는 상당히 어려운 활동이다. 아래와 같은 활동을 통해서 뒤집기가 일상생활에서 어떻게 이용되는지, 어떻게 하면 효과적으로 뒤집기를 이용하여 문제를 해결할 수 있는지 알 수 있을 것이다.

◆ 거북이 만들기

다음 블록을 이용하여 양쪽으로 모양이 같은 거북이를 만들어라.

- 육각형 블록 3개
- 사다리꼴 블록 6개
- 평행사변형 블록 8개
- 정삼각형 2개



4. 정신적 이미지 형성을 돕는 지도 방안

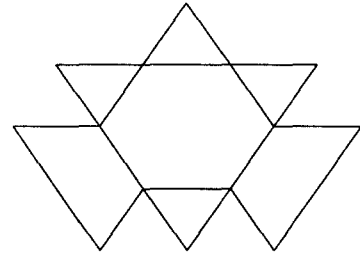
Mckim(1972)은 보기-상상하기-내용 그리기 활동을

통해서 공간시각화 능력을 향상시킬 수 있다고 하였다. 그러나 학생들이 정신적인 이미지를 만드는데는 많은 훈련이 필요하다. 다음과 같이 패턴블록을 이용하면 학생들의 흥미를 유발하면서 정신적인 이미지를 효과적으로 재현하기 위한 다양한 문제해결전략을 사용하게 할 수 있다. 왜냐하면, 본 것을 기억하기 위해서는 대칭, 회전, 이동과 같은 요소를 이용하는 것이 효과적이기 때문이다. 아래에서는 대칭의 개념을 이용하면 쉽게 정신적 이미지를 재현시킬 수 있다.

◆카운트다운 5, 4, 3, 2, 1

·5부터 1까지 거꾸로 세는 동안 다음 도형을 자세하게 관찰하고 기억한다.

·1가지 세었을 때, 모양을 덮고, 이 모양을 기억해서 똑같은 모양을 만든다.



D. 교구를 활용한 공간감각 지도 방안

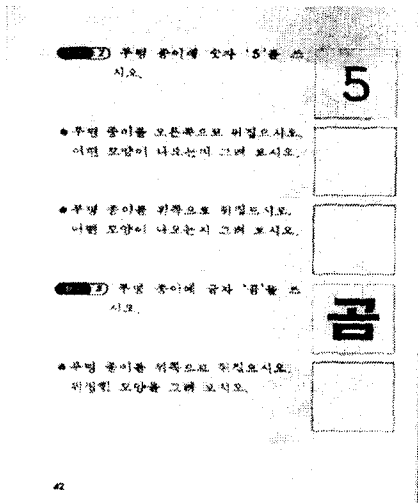
학교 현장에서는 교과서에 제시된 공간감각 내용을 지도하기 위하여 패턴블록 또는 탱그램 등의 도형조각을 색종이 또는 두꺼운 종이를 오려서 사용하기도 하는데, 여기에서는 간편하게 잘라서 활용할 수 있는 E.V.A로 만든 도형 블록과 활동판을 활용한 공간감각 지도방안을 제시하고자 한다. 한기완(2001)은 E.V.A로 20가지 블록 327개와 활동판을 한 세트로 만들어 '탐구블록'이라고 하면서 단계별로 탐구블록을 활용한 여러 가지 수학활동을 제시하고 있는데, 그 중에서 공간감각과 관련된 내용의 일부를 지도 방안으로 제시하고자 한다.

1. 모양 뒤집기 지도 방안

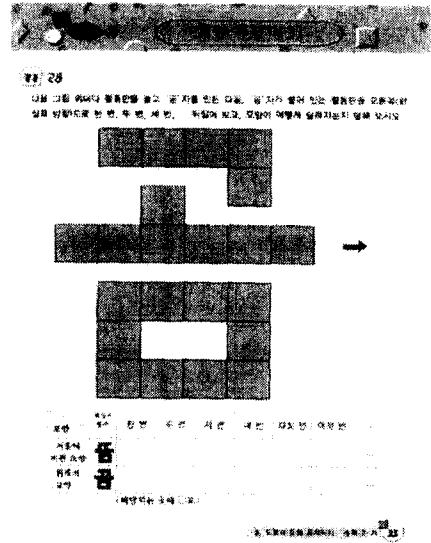
<그림 1>에 제시된 바와 같이 수학 2-가 교과서에

서는 '곰'자를 투명종이에 써서 뒤집어 보고, 뒤집힌 모양을 그려보도록 되어있는데, <그림 2>와 같이 블록을 쉽게 떼었다 붙였다 할 수 있는 활동판 위에도 도형블록을 붙여서 뒤집어 보도록 한다. 또한 뒤집기를 통해서 단순히 뒤집힌 모양에 초점을 두는 것이 아니라 한 번, 두 번, 세 번, ... 뒤집어 보고, 뒤집을 때마다 모양이 어떻게 달라지는지 즉, 홀수 번 뒤집으면 거울에 비친 모양이 되고, 짝수 번 뒤집으면 원래의 모양이 된다는 패턴을 발견하도록 한다.

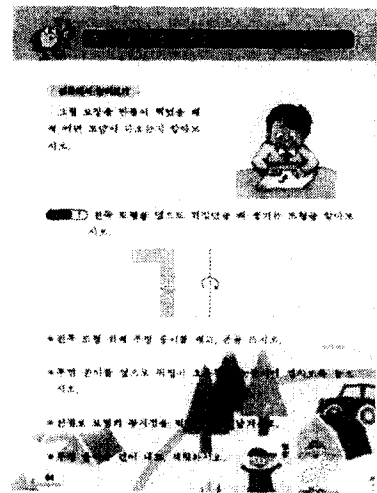
<그림 3>에서 제시된 3-가 단계의 뒤집기 활동도 <그림 4>와 같이 활동판과 블록을 사용해서 활동하도록 한다.



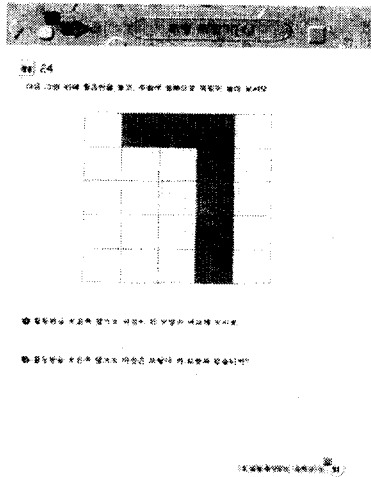
<그림 1> 수학 2-가 교과서 42쪽 내용



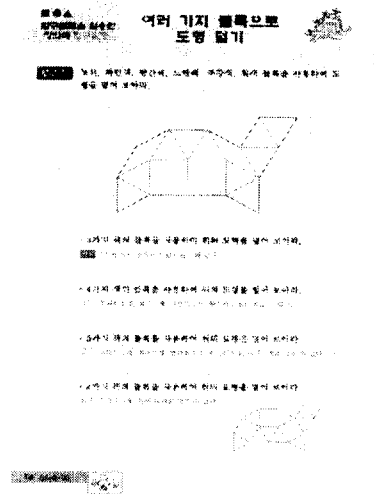
<그림 2> 활동판과 블록을 활용한 지도방안



<그림 3> 수학 3-가 교과서 64쪽 내용



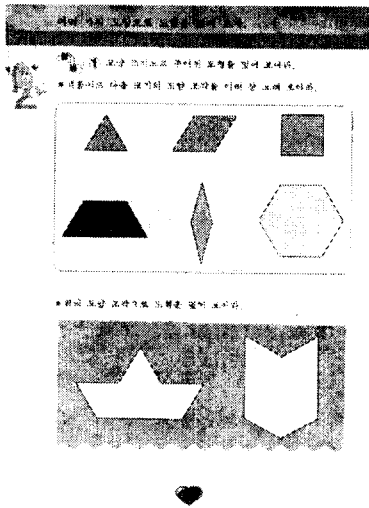
<그림 4> 활동판과 블록을 활용한 지도방안



<그림 6> 모양 블록을 활용한 지도방안

2. 여러 가지 모양으로 주어진 도형 만들기 지도 방안

<그림 5>에 제시된 바와 같이 수학 5-가 교과서에 서는 여러 가지 모양을 색종이로 오려서 주어진 도형으로 덮어 보도록 되어 있는데, E.V.A로 만든 모양블록을 사용해서 <그림 6>과 같이 한가지 도형을 여러 가지 방법으로 덮어보는 활동을 하도록 한다.



<그림 5> 수학 5-가 교과서 26쪽 내용

IV. 결 론

공간감각은 부분적으로 주위 환경과 그에 속하는 사 물들에 대한 직관적인 감각이다. 우리는 공간적인 패 턴, 모양, 그리고 움직임의 세계-즉, 기하의 세계-에 살 고 있다. 아동들은 그들의 환경에 자연스럽게 매혹되 고, 보고, 듣고, 움직임으로써 계속해서 정보를 받아들 이므로, 그들의 공간적인 능력은 일반적으로 數기능을 능가하기도 한다. 비록 아동들이 그들의 환경에서 움직 임으로써 많은 공간 감각을 얻을 수 있을지라도, 다른 많은 능력들은 특별한 활동을 통한 경험 없이는 획득 될 수 없다. 따라서 교육적인 차원에서 아동들이 학교 에서 혹은 실생활에서 적절하게 활용하는데 필요한 공 간 능력을 획득할 수 있도록 경험을 계획해야만 한다.

이러한 차원에서 볼 때, 우리나라의 7차 교육과정에 공간 감각을 기르기 위한 내용이 새로이 추가되었다는 것은 아주 고무적인 일이라고 생각한다. 그러나 공간감 각에 대한 수학과 7차 교육과정과 교과서 분석에서 살 펴보았듯이 아직은 공간 감각에 대한 명확한 정의가 확립되지 않았기 때문에 교과서에 반영된 공간감각의 지도 내용의 위계에 약간의 문제가 있었고, 현장에서 공간감각을 지도하기 위한 교구의 개발과 활용방안에 대한 연구가 많이 이루어져야 함을 알 수 있었다.

따라서, 본 연구에서는 문헌 연구를 통해서 공간감

각에 대한 개념을 분석하고, 교육과정 및 교과서를 분석하여 공간감각을 길러줄 수 있는 교수-학습 지도 방안을 탐색해 보았으며 공간감각을 증진시킬 수 있는 교구 활용 방안을 제시하였다. 본 연구를 통하여 얻은 결론은 다음과 같다.

첫째, 요즘의 수학교육은 비형식적인 지도에 의하여 획득되는 “감각”의 개발에 중점을 두고 있어서, 수감과 공간감각을 개발하는 것이 초등학교 수학교육에서 중요한 목표로 대두되고 있다. 2장에서 살펴보았듯이, 공간 감각은 공간으로부터 자극을 인식하고 해석하는 능력과 공간 시각화를 포함하고 있으며, 부분적으로는 환경과 사물에 대해 갖게 되는 직관이라고 정의할 수 있다. 따라서, 공간감각을 기를 수 있는 풍부한 경험을 학생들에게 제공하고, 비형식적인 방법으로 일상생활에서 접하는 대상과 다양한 공간과제를 통하여 여러 위치에서 도형을 시각화하고, 그려보고, 비교하는 활동을 해야 한다.

둘째, 공간감각을 기르기 위한 교수-학습 지도 방법에 대해서 Mckim의 공간 시각화 학습을 위한 3단계에 의한 지도, Bruner의 EIS이론에 근거한 지도, 문제해결의 측면에서의 지도 방법을 살펴보았다. Mckim의 지도 방법은 상상하기 과정을 통하여 공간을 시각화하는 능력을 길러줄 수 있기 때문에 초기 단계에서 권장할 만한 방법이다. 현행 교과과정에서는 상상하기 단계가 형식화되지 않았는데, 공간감각을 지도하는 초기 단계에서는 의도적으로 상상하기를 강조하여 정신적 이미지를 형성할 수 있는 능력을 배양해야 할 것이다. Bruner의 EIS이론에 의한 지도 방법은 영상적 표현 활동에 치우쳐 있는 현행 교과과정의 문제점을 개선하는데 좋은 방법이다. 활동적 표현 단계에서는 게임같은 활동을 통하여 흥미를 유발하고 상징적 표현 활동에서는 시각적, 언어적 표현을 병행하는 것이 바람직할 것이다. 수학이 학교 교육의 교과목으로 설정된 이래 수학을 지도하는 많은 사람들은 학생들의 문제 해결 능력을 신장시키려는 노력을 계속해 오고 있는데, 문제해결 측면에서 과제를 지도함으로써 문제해결 상황에서 시각적, 지각적 기술과 관련된 활동을 길러줄 수 있다. 특히, 공간감각을 기르기 위한 심화과정에서 이러한 과제를 문제해결적 측면에서 지도한다면, 공간감각과 문제해결력을 동시에 길러줄 수 있을 것이다.

셋째, 공간 감각에 관한 수학과 7차 교육과정과 교

과서를 분석한 결과 3-가 단계의 ‘ㄱ’자 뒤집기와 2-가 단계의 ‘곰’자 또는 ‘5’자 뒤집기보다 쉽게 제시되어 있음을 알 수 있었고, 교사용 지도서(2000)에 제시된 이 활동의 목표는 ‘주어진 도형을 투명 종이를 이용하여 뒤집을 수 있다’라고 되어 있는데, 단순히 뒤집기 활동을 해보는 것이 목표가 아니라 뒤집기 활동을 통하여 뒤집기 전의 모양과 뒤집은 후의 모양을 비교하는 활동을 통하여 공간감각을 기르도록 해야 할 것이다. 또한, 미국의 경우 Altamuro와 Clarkson(1989)은 뒤집기 활동을 통하여 어떠한 패턴을 발견하도록 하는 것을 목표로 설정하였는데, 이것은 어떠한 모양을 뒤집었을 때, 뒤집은 모양에 초점을 맞추는 것이 아니라 어떠한 모양을 뒤집더라도 홀수 번 뒤집으면 거울에 비춘 모양이 되고, 짝수 번 뒤집으면 본래의 모양이 된다는 패턴을 발견하도록 제시한 것이므로 이러한 점도 고려를 해야 할 것이다.

넷째, 공간감각을 기르기 위한 교과내용 중에 많은 부분들이 패턴블록(Pattern Block)이나 탱그램(Tangram)을 이용한 활동들이 들어 있는데, 기존의 색종이나 나무로 만든 블록을 이용한 활동의 불편함과 일회성을 해소하기 위하여 본 연구자가 제작한 교구를 이용하여 교과 지도 내용을 재구성해 보았다. 본 연구자가 제작한 블록은 한 변의 길이를 교과서에 제시된 것처럼 2cm로 하였으며, 미국의 1인치보다 작게 줄임으로써 활동판을 벗어나지 않고 활동을 할 수 있고, 쉽게 떼었다 붙였다 할 수 있어서 옮기기, 뒤집기, 돌리기 등의 공간감각 기르기 활동이 용이 할 뿐만 아니라 학생들이 서로의 활동을 비교, 발표하고 토론하는데 적합하다는 장점이 있다.

이상으로 공간감각의 개념을 분석하고 교수-학습 지도 방안에 대하여 살펴보았다. 그러나 시각적으로 인지 되는 과정과 인지한 것을 정확하게 표현하는 데에는 기술상의 문제가 많이 존재하기 때문에 공간감각에 대한 정확한 이론 정립과 공간감각을 기를 수 있는 과제의 구성 기준과 지도 방법에 대한 심도 있는 연구가 이루어져야 할 것이다.

참고 문헌

- 교육부(1997). 초등학교 7차 교육과정. 서울: 대한교과서주식회사.
- _____(2000). 수학 2-가. 서울: 대한교과서 주식회사.
- _____(2001). 수학 3-가. 서울: 대한교과서 주식회사.
- _____(2000). 초등학교 교사용 지도서 2-가. 서울: 대한교과서주식회사.
- _____(2001). 초등학교 교사용 지도서 3-가. 서울: 대한교과서주식회사.
- 구광조(1999). 제 7차 교육과정 시대의 수학 학습 자료. 한국수학교육학회지시리즈F <수학교육학술지>3. pp. 3-5.
- 김용태·박한식·우정호(1988). 수학교육학개론. 서울: 서울대학교출판부.
- 나귀수(1996). 기하교육에서 공간 능력의 의미, 1996년도 대한수학교육학회 춘계 수학교육연구대회발표논문집, pp. 151-162.
- 서울교육대학교 1종 도서 편찬위원회(1998). 제 7차 교육과정에 따른 초등학교 수학 교과용 도서 개발에 관한 연구.
- 우정호(2000). 수학학습-지도 원리와 방법, 서울: 서울대학교 출판부.
- _____(1998). 학교수학의 교육적 기초, 서울: 서울대학교 출판부.
- 한기완(2001). 탐구블록을 활용한 창의적 활동 수학 2단계. 서울: (주)에듀앙.
- _____. 탐구블록을 활용한 창의적 활동 수학 3단계. 서울: (주)에듀앙.
- Altamuro, V.J. & Clarkson, S. P.(1989). *Exploring with pattern blocks*. White Plains, NY; Cuisenaire Company of America, Inc.
- Ben-Chaim, D.; Lappan, G. & Houang, R.T. (1989). Adolescents' ability to communicate spatial information: Analyzing and effecting students' performance, *Educational Studies in Mathematics* 20. pp.121-146.
- Grande, J.J. (1987). Spatial perception and primary geometry. In M. M, Lindquist., & A.P. Shulte. (Eds.), *Learning and Teaching Geometry, K-12, 1987 yearbook* (pp.126-135), Reston, VA: NCTM.
- Linn, M.C. & Peterson, A.C. (1985). Emergence and Characterization of Sex Differences in Spatial Ability: A Meta-Analysis. *Child Development* 56.
- Mckim, R. (1972). *Experience in Visual Thinking*, Monterey, Calif.: Brooks-cole.
- McGee, M.G. (1979). Human spatial abilities: Psychometric studies and environmental, generic, hormonal, and neurological influences, *Psychological Bulletin* 86(5), 889-918.
- National Council of Teachers of Mathematics (1989). *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- Tatre, L.A. (1990). Spatial skills, gender, and mathematics, In E. Fennema. & G. Leder. (Eds.). *Mathematics and Gender*, Teachers College Press.

A Conceptual Analysis of Spatial Sense and Exploring an Effective Way of Teaching-Learning of Spatial Sense

Han, Kee Wan

Pungduok Elementary School, Pungduok cheon-ri, Susi-eud, Yongin-si, Kyunggi-do, 449-740, Korea.

e-mail : boricom@hanmail.net

A new initiative in the 7th curriculum of mathematics is the inclusion of spatial sense in geometry. The purpose of this study is threefold: a) to identify the concepts of spatial sense; b) to systematize the contents of spatial sense by analysing the curricular and textbooks; and c) to explore an effective way of teaching-learning of spatial sense.