

3차원 공간에서 코일스프링의 강성에 관한 연구

이 수 종*

A Study on the Stiffness of Coil Spring in the Three Dimensional Space

S-J Lee*

Key words : Space beam element(선재요소), Step by step method(단계법), Local coordinates system(국소좌표계), Global coordinates system(중앙좌표계), Spring constant(스프링상수), Transformation matrix(변환 행렬)

Abstract

Springs are widely utilized in machine element. To find out stiffness of coil spring, the space beam theory using the finite element method is adopted in this paper. In three dimensional space, a space frame element is a straight bar of uniform cross section which is capable of resisting axial forces, bending moments about two principal axes in the plane of its cross section and twisting moment about its centroidal axis. The corresponding displacement degrees of freedom are twelve.

The displacements of nodal points due to small increment of force are calculated by the finite element method and the calculated nodal displacements are added to coordinates of nodal points. The new stiffness matrix of the system using the new coordinates of nodal points is adopted to calculate the another increments of nodal displacements, that is, the step by step method is used in this paper.

The results of the finite element method are fairly well agreed with those of various experiments. Using MATLAB program developed in this paper, spring constants can be predicted by input of few factors.

기호설명

$\{\delta^e\}$: 중앙좌표계에서 요소의 절점변위벡터
 $\{F^e\}$: 중앙좌표계에서 요소의 하중벡터
 $[K^e]$: 중앙좌표계에서 요소의 강성행렬

$[k^e]$: 국소좌표계에서 요소의 강성행렬
 $\{Q\}$: 중앙좌표계에서 축에 접선방향변위벡터
 $\{q\}$: 국소좌표계에서 축에 접선방향변위벡터
 $\{q^a\}$: 국소좌표계에서 축방향하중에의한 변위 벡터

*정회원, 부경대학교 기계공학부

$\{q_i\}$: 국소좌표계에서 비틀림하중에 의한 변위 벡터
 $\{q_{xy}\}$: 국소좌표계에서 굽힘하중에 의한 변위 벡터

1. 서론

일반적으로 기계요소의 재료는 변형을 최소화 하여야 하는데 비하여 스프링은 비교적 큰 변형이 요구되는 곳에 사용된다. 이러한 특성을 이용하여 하중과 변형의 관계를 이용한 안전밸브, 가바나, 압력조절기, 자동차의 흡 배기 밸브, 현가 장치 등, 일정한 힘이나 토크를 줄 필요가 있는 장치에 쓰이는 기계요소이다. 스프링은 이와 같은 요구에 상응하는 형상을 제작하기 위해 최적 설계를 하여야 하나, 그 형상의 특이성으로 인하여 해석에 어려움이 상당히 있다.

스프링 중에서 인장코일스프링, 압축코일스프링, 비틀림 코일스프링이 가장 많이 사용된다. 이들은 스프링 양단을 제외하고는 원통의 형상으로 규칙성을 보이므로 스프링 강성의 해석은 전통적인 고체역학의 이론식으로 구하며, 재질, 열처리, 하중조건 및 소선과 피치의 크기에 따라 수정계수를 적용하여 해석한다. 특히 원추형, 장고형, 통형 코일스프링과 같이 형상이 특이한 경우의 해석은 더욱 더 복잡하여 엄밀한 해석에는 어려움이 크며 더욱이 스프링 양 끝단에서의 해석은 특이한 형상으로 말미암아 오차는 더욱 커진다¹⁾.

근래에 와서 형상의 특이성에 기인한 구조물의 해석에는 유한요소법이 널리 적용되고 있다. 유한요소법은 대형 복합 시스템의 구조물 뿐만 아니라 보, 판, 셸 등의 해석에 널리 사용되는 기법이다²⁾. 따라서 본고에서는 인장하중을 받는 기본형태의 코일스프링의 구조해석에 유한요소법을 적용하고 프로그래밍한 새로운 해석 방법을 개발하고자 한다.

유한요소 해석을 위하여 Fig. 1과 같은 1차원 요소를 이용하여 코일 스프링 형상을 구성한다. 하중이 작용할 때 변위를 구하는 과정은 통상의 유한요소법 과정으로 실시한다.

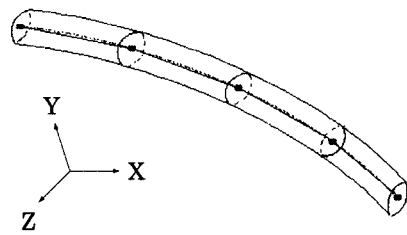


Fig. 1 One dimension element in three dimensional space

코일스프링에 유한요소 정식화 과정을 세우고 이를 MATLAB을 이용하여 직접 프로그래밍 하여 시뮬레이션 프로그램을 작성하였다. 몇 가지 기본 사양만으로 스프링의 형상이 만들어지고 요소 번호와 절점이 자동으로 부여되도록 하였고 형상과 변형 형상이 모니터에 가시화 되도록 프로그램 하였다.

하중에 의한 변위를 측정할 때 발생하는 비선형적인 부분에 대하여는 선형 연립 방정식에 단계법(step by step method)을 적용하여 연속적으로 풀이한다. 각 단계에서 변위량 변화가 미소하므로 이들의 변화를 선형적이라 가정하고, 현 증분단계에서 변위량을 구한다. 그리고 전 단계에서 변위량을 중첩하여 새 좌표를 구하고 하중 증분량을 적용하여 변위량을 구하는 과정을 반복하므로써 비선형 문제의 근사해를 추정할 수 있고 하중이나 경계값의 증가에 따른 거동을 파악할 수 있다³⁾.

프로그램의 신뢰성을 확인하기 위하여 今泉敏幸의 모델⁴⁾에 적용하여 수치 계산한 값을 서로 비교한 바 그 값은 잘 일치하였고, 유한요소법에 의한 해와 실험에 의한 시험치도 서로 잘 일치하였다. 따라서 MATLAB 언어로 개발한 프로그램을 이용하여 스프링 강성에 영향이 예상되는 인자를 변화시키면서 시뮬레이션 프로그램을 사용하였다. 몇 가지 기본 사양만 입력하면 스프링 강성을 구할 수 있으므로, 현장의 설계자들이 시뮬레이션 할 수 있으므로 스프링 설계 시 매우 효과적인 도구로 쓰여질 수 있을 것이다.

2. 유한요소 정식화

코일 스프링의 강성 계산은 형상에 따라 수정계

수를 적용하여 구하는 계산식이 있으나 본 연구에서는 유한요소법을 적용하여 코일 스프링의 강성을 계산하고자 한다. 이를 위하여 3차원 공간에서의 빔 요소를 채택하였다. 코일 스프링의 형상을 빔으로 분할하였고 빔 이론에 따라 빔요소는 Fig. 2와 같이 3차원 공간에서 빔 요소로 표시하였다.

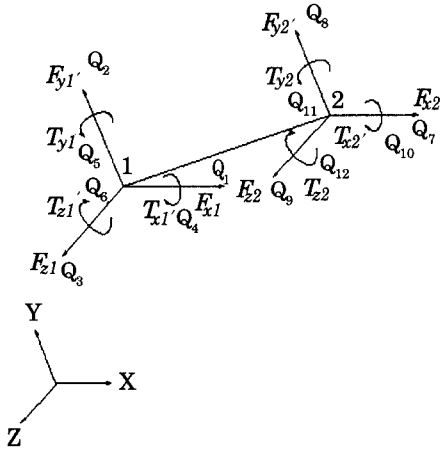


Fig. 2 Displacements and forces on a space beam element in global coordinates

빔 요소는 두 절점을 1, 2로 표시하고 중앙 좌표계에서 빔의 양 끝단 각각 절점 1, 2에서 변위벡터와 하중벡터를 빔요소의 벡터로 표시하면 다음과 같다.

$$\{\delta^e\} = \{Q_1 \ Q_2 \ Q_3 \ Q_4 \ Q_5 \ Q_6 \ Q_7 \ Q_8 \ Q_9 \ Q_{10} \ Q_{11} \ Q_{12}\}^T \quad (1)$$

$$\{F^e\} = \{F_{x1} \ F_{y1} \ F_{z1} \ T_{x1} \ T_{y1} \ T_{z1} \ F_{x2} \ F_{y2} \ F_{z2} \ T_{x2} \ T_{y2} \ T_{z2}\}^T \quad (2)$$

국소좌표계에서 하중벡터에 의한 변위는 굽힘과 비틀림 이론에 따라 Fig. 3과 같이 x축 방향 변위 q_1 과 q_7 은 축방향 힘에 좌우되며 비틀림 변위 q_4 와 q_{10} 은 비틀림 모멘트에 좌우된다.

xy평면에서 굽힘변위 q_2, q_6, q_8, q_{12} 는 y방향 전단력과 xz평면에 작용하는 굽힘 모멘트뿐만 아니라 xz평면에 작용하는 굽힘력의 영향을 받는다. 반면에 xy평면, xz평면은 단면의 주축과 일치하고 두 평면에서의 변위와 굽힘력은 각각 독립적으로 고려될 수 있다. 따라서 각각의 경우를 계산하여 중첩하면 국소좌표계에서 12×12 의 강성행렬을 구

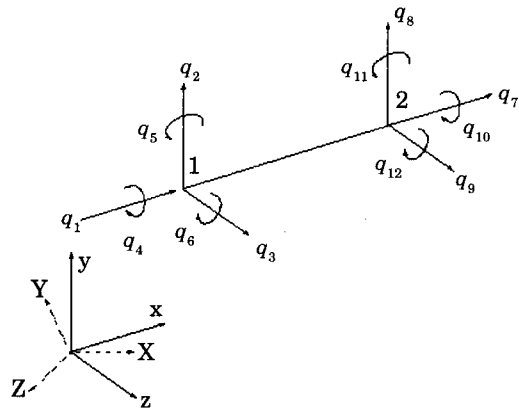


Fig. 3 Displacements of space beam element in local and global coordinates system.

할 수 있다^[5].

2-1 축방향 변위

축방향 변위는 횡방향이나 굽힘 모멘트에는 적용되지 않는 축방향 힘으로 제한하고 유도한다. Fig. 4에서 빔의 주축을 x축으로 하고 이 요소의 절점 1을 원점으로 가정하였다.

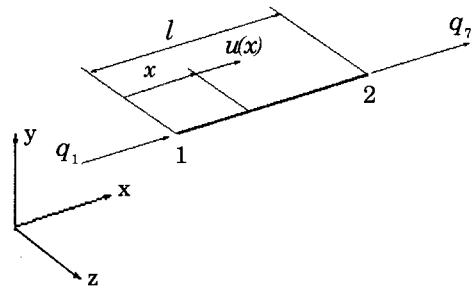


Fig. 4 Axial degree of freedom

축방향 하중에 의한 변위를 선형으로 가정한다면 변위함수 $u(x)$ 는 아래와 같이 들 수 있다.

$$u(x) = a_1 + a_2x \quad (3)$$

a_1 과 a_2 는 절점 변위의 자유도의 항으로 표현될 수 있으며 상수 a_1 와 a_2 는 아래조건을 적용하여 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} u(x) &= q_1, & x &= 0 \\ u(x) &= q_7, & x &= l \end{aligned} \quad (4)$$

여기서, q_1 과 q_7 은 국소 좌표계에서 절점의 자유

도이며 l 은 요소의 길이이다.

식(3)에 식(4)의 조건을 적용하여

$$u(x) = q_1 + (q_7 - q_1) \frac{x}{l} \tag{5}$$

이를 행렬로 표시하면

$$\{u(x)\} = [N]\{q_a^e\} \tag{6}$$

$$[N] = \left[\left(1 - \frac{x}{l}\right) \frac{x}{l} \right], \{q_a^e\} = \begin{Bmatrix} q_1 \\ q_7 \end{Bmatrix}$$

로 되고, 이때 $\{q_a^e\}$ 에서 a 는 축방향 변위, 첨자 e 는 요소번호를 의미한다. 축방향 변형률은

$$\epsilon_{xx} = \frac{\partial u(x)}{\partial x} = \frac{q_7 - q_1}{l} \tag{7}$$

$$\{\epsilon_{xx}\} = [B]\{q_a^e\}, [B] = \begin{bmatrix} -\frac{1}{l} & \frac{1}{l} \end{bmatrix} \tag{8}$$

가 되고, 응력과 변형률관계는

$$\{\sigma_{xx}\} = [D]\{\epsilon_{xx}\} \tag{9}$$

이며, 여기서 $[D] = E$ 이며 E 는 종 탄성계수이다.

국소좌표계에서 요소의 강성행렬은 평형방정식으로부터

$$[k^e] = \int \int_V [B]^T [D] [B] dV \tag{10}$$

이다. 이 식에 식(7)과 식(9)를 대입하면 강성 행렬은

$$[k^e] = AE \int_{x=0}^l \begin{Bmatrix} -\frac{1}{l} \\ \frac{1}{l} \end{Bmatrix} \begin{bmatrix} -\frac{1}{l} & \frac{1}{l} \end{bmatrix} dx$$

$$[k^e] = \frac{AE}{l} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \tag{11}$$

가 된다. A 는 선재의 단면적이다.

2-2 비틀림 변위

Fig. 5에서 비틀림 하중에 의한 비틀림 변위는 q_4 와 q_{10} 이며 비틀림 변위가 선형적으로 변화한다고 가정하면

$$\theta(x) = a_3 + a_4 x \tag{12}$$

라 할 수 있고, 이 때 비틀림 각의 경계조건은

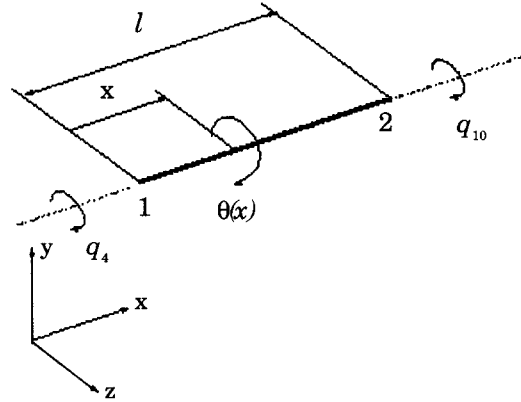


Fig. 5 Torsional degrees of freedom

$$x = 0 \text{ 에서 } \theta(0) = q_4 \tag{13}$$

$$x = l \text{ 에서 } \theta(l) = q_{10}$$

이므로 비틀림 변위는 다음과 같다.

$$\theta(x) = [N]\{q_t\} \tag{14}$$

$$[N] = \left[\left(1 - \frac{x}{l}\right) \left(\frac{x}{l}\right) \right], \{q_t\} = \begin{Bmatrix} q_4 \\ q_{10} \end{Bmatrix}$$

원형단면의 비틀림 이론에서 요소의 전단변형률은

$$\epsilon_{\theta x} = r \frac{d\theta}{dl} \tag{15}$$

가 된다. 여기서 r 는 요소의 중심축으로부터의 거리이다. 식(13)과 식(14)를 사용하여 변형률-변위 관계를 구하면

$$\{\epsilon_{\theta x}\} = [B]\{q_t\} \tag{16}$$

$$[B] = \begin{bmatrix} -\frac{r}{l} & \frac{r}{l} \end{bmatrix}$$

와 같다. 축의 법칙에서 응력-변형률 관계를 구하면

$$\{\sigma_{\theta x}\} = [D]\{\epsilon_{\theta x}\} \tag{17}$$

$$[D] = [G]$$

가 된다. 여기서 G 는 재료의 전단탄성계수이다. 비틀림변위에 상당하는 강성행렬은 다음의 식으로 유도된다.

$$[k_t^e] = \int \int_V [B]^T [D] [B] dV \tag{18}$$

$$= G \int_{x=0}^l dx \int_A r^2 dA \begin{Bmatrix} -1/l \\ 1/l \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} -1/l & 1/l \end{Bmatrix}$$

$$[k_l^e] = \frac{GJ}{l} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q_4 \\ q_{10} \end{Bmatrix} \quad (19)$$

여기서 J 는 극2차 모우멘트, GJ/l 는 선재 요소의 비틀림 강성이며 $J = \int_A r^2 dA$ 이다.

2-3 xy평면에서의 굽힘변위

네 개의 절점변위 q_2, q_6, q_8, q_{12} 를 구하기 위하여 Fig. 6에서 $v(x)$ 를

$$v(x) = a_5 + a_6 x + a_7 x^2 + a_8 x^3 \quad (20)$$

으로 가정할 수 있고, a_5 에서 a_8 은 다음과 같은 경계조건을 적용하면 구할 수 있다.

$$x = 0 \text{ 에서 } v(x) = q_2, \frac{dv}{dx}(x) = q_6$$

$$x = l \text{ 에서 } v(x) = q_8, \frac{dv}{dx}(x) = q_{12} \quad (21)$$

식(20)을 식(19)에 적용하면 아래와 같다.

$$v(x) = [N] \{q_{xy}\} \quad (22)$$

$$[N] = [N_1, N_2, N_3, N_4] \quad (23)$$

$$N_1 = (2x^3 - 3lx^2 + l^3)/l^3$$

$$N_2 = (x^3 - 2lx^2 + l^2x)/l^2$$

$$N_3 = -(2x^3 - 3lx^2)/l^3, N_4 = (x^3 - lx^2)/l^2$$

$$\{q_{xy}\} = \{q_2 \ q_6 \ q_8 \ q_{12}\}^T$$

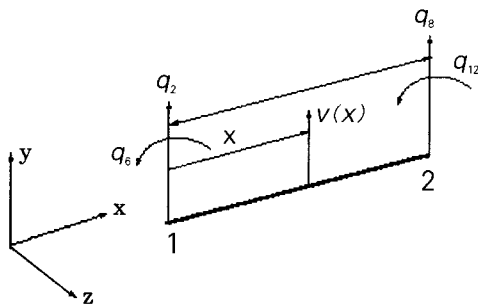


Fig. 6 Bending degrees of freedom in xy plane and in xz plane

단순보 이론에 의하면 보의 평면단면은 변형후 평면으로 있고 횡방향 변위 v 로 인한 축방향 변위

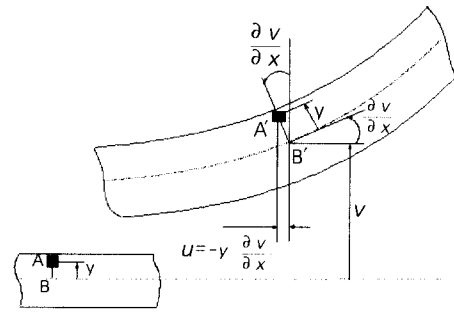


Fig. 7 Deformation of an element of beam in xy plane.

u 는 Fig. 7과 같다⁶⁾.

$$u = -y \frac{\partial v}{\partial x}$$

$$v(x) = q_2 + q_6 x + \left(\frac{-3x^2}{l^2} q_2 - \frac{2x^2}{l} q_6 + \frac{3x^2}{l^2} q_8 - \frac{x^2}{l} q_{12} \right) + \frac{x^3}{l^2} q_6 + \frac{2x^3}{l^3} q_2 - \frac{2x^3}{l^3} q_8 + \frac{x^3}{l^2} q_{12}$$

$$= \frac{1}{l^3} (2x^3 - 3lx^2 + l^3) q_2 + \frac{1}{l^2} (x^3 - 2lx^2 + l^2x) q_6 + \frac{1}{l^3} (-2x^3 + 3lx^2) q_8 + \frac{1}{l^2} (x^3 - lx^2) q_{12}$$

y 는 중립축으로부터의 거리이며, 축방향 변형률은

$$\epsilon_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x} = -y \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = [B] \{q_{xy}\} \quad (24)$$

가 되므로 이를 이용하여 식(24)의 $[B]$ 를 구하면

$$[B] = \frac{-y}{l^3} \{ (12x-6l) l(6x-4l) - (12x-6l) l(6x-2l) \} \quad (25)$$

강성행렬은 식(25)을 이용하여

$$\{k_{xy}^e\} = \int \int_V [B]^T [D] [B] dV = E \int_0^l dx \int_A [B]^T [B] dA \quad (26)$$

$$\{k_{xy}^e\} = \frac{EI_{zz}}{l^3} \begin{bmatrix} 12 & 6l & 12 & -6l \\ 6l & 4l^2 & -6l & 2l^2 \\ -12 & -6l & 12 & -6l \\ 6l & 2l^2 & -6l & 4l^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q_2 \\ q_6 \\ q_8 \\ q_{12} \end{Bmatrix} \quad (27)$$

여기서 z축에 대한 단면의 탄성면적모멘트 I_{zz} 는 $I_{zz} = \iint_A y^2 dA$ 이다.

2-4 평면 xz에서 굽힘변위

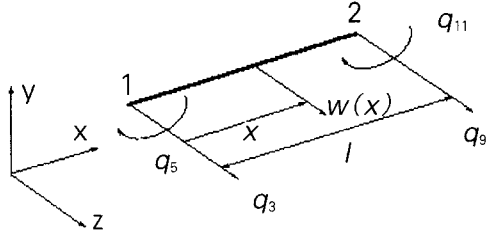


Fig. 8 Deflection of an element of frame in xy plane

Fig. 8에서 xz평면에서 요소의 굽힘으로 인한 변위는 q_3, q_5, q_9, q_{11} 의 자유도를 가진다. xz평면은 xy평면을 x축 기준으로 90° 회전한 것이므로 강성행렬을 유도하면 다음과 같다.

$$\{k_{zz}^e\} = \frac{EI_{zz}}{l^3} \begin{bmatrix} 12 & 6l & -12 & 6l \\ 6l & 4l^2 & -6l & 2l^2 \\ -12 & -6l & 12 & -6l \\ 6l & 2l^2 & -6l & 4l^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q_3 \\ q_5 \\ q_9 \\ q_{11} \end{Bmatrix} \quad (28)$$

I_{yy} 는 y축에 대한 단면의 탄성면적모멘트이다. 원형단면에서는 $I_{zz} = I_{yy} = \pi d^4 / 64$ 이므로 극단면 2차 모멘트 J 는

$$J = I_{yy} + I_{zz} = \pi d^4 / 32 \quad (29)$$

이다.

빔 요소의 전체강성행렬은 하중의 종류에 따라 각각 독립적으로 구한 식(11), 식(19), 식(27), 식(28)의 강성행렬을 중첩하여 구하며, 다음과 같이 국소 좌표계에서 빔 요소의 전체강성행렬 $[k^e]$ 를 구하였다. 이 값은 국소좌표계의 값이므로 이를 중앙좌표계로 변환하여야 한다.

2-5. 변환행렬

중앙 좌표계 XYZ는 Fig. 9에서 Y축에 대하여 XZ평면상에서 β 만큼 회전하고, Z β 축에 대하여 X β Z β 평면을 γ 만큼 회전하여 x와 X γ 가 일치하도록 한다. 소재의 중립면이 Y γ Z γ 평면상에서 x, X γ 축에 대

하여 α 만큼 회전한 것이 국소 좌표계 xyz이다.

y축에 대하여 XZ평면상에서 β 만큼 회전할 경우 X축이 X β 축이 된다. X β 축은 XZ평면과 Yx평면의 교차라인 이며 Z축은 Z β 가 되고 Y축은 변화가 없다. X β Y β Z β 평면상의 벡터요소를 Q $_{1\beta}$, Q $_{2\beta}$, Q $_{3\beta}$ 라 하고, XYZ 평면에서 벡터요소 Q $_1$, Q $_2$, Q $_3$ 라고 하면 이들의 관계는 아래와 같다.

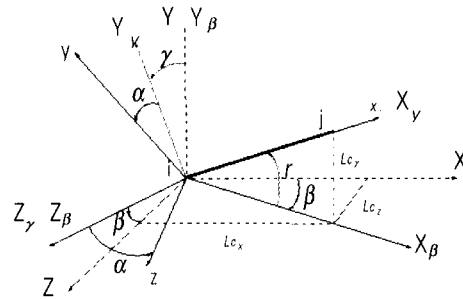


Fig. 9 Rotation transformation of axes for a 3-D beam element

$$\begin{Bmatrix} Q_{1\beta} \\ Q_{2\beta} \\ Q_{3\beta} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\beta & 0 & \sin\beta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\beta & 0 & \cos\beta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ Q_3 \end{Bmatrix} \quad (31)$$

$$\cos\beta = \frac{c_x}{\sqrt{c_x^2 + c_z^2}}, \quad \sin\beta = \frac{c_z}{\sqrt{c_x^2 + c_z^2}}$$

$$L = \sqrt{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2 + (z_j - z_i)^2}$$

$$c_x = \frac{1}{L} (x_j - x_i), \quad c_y = \frac{1}{L} (y_j - y_i), \quad c_z = \frac{1}{L} (z_j - z_i) \quad (32)$$

$$[T_\beta] = \begin{bmatrix} \cos\beta & 0 & \sin\beta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\beta & 0 & \cos\beta \end{bmatrix} \quad (33)$$

Z β 축에 대하여 X β Z β 평면을 γ 만큼 회전하여 x가 X γ 와 일치하도록 한다. Z γ 축은 Z β 와 일치하고, Y β Z β 평면상에서 y축, z축이 위치할 것이다. X γ Y γ Z γ 평면상의 벡터요소를 Q $_{1\gamma}$, Q $_{2\gamma}$, Q $_{3\gamma}$ 라 하면 X β Y β Z β 평면의 벡터요소와의 관계는 아래와 같다.

$$\begin{Bmatrix} Q_{1\gamma} \\ Q_{2\gamma} \\ Q_{3\gamma} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\gamma & \sin\gamma & 0 \\ -\sin\gamma & \cos\gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} Q_{1\beta} \\ Q_{2\beta} \\ Q_{3\beta} \end{Bmatrix}$$

$$\cos\gamma = \sqrt{c_x^2 + c_z^2}, \quad \sin\gamma = c_y$$

그 번호의 XYZ 좌표값을 자동으로 작성한다. 이어서 국소좌표계에서 요소의 강성행렬과 하중벡터를 구하여 중앙좌표계로 변환한다. 이들 요소의 강성행렬을 조립하고 경계조건을 적용하여 하중에 따른 중앙좌표계의 변위를 구한다. 변위가 가장 크게 되는 절점에서 스프링상수를 구하였다.

자체 개발한 프로그램의 신뢰성을 확인하기 위하여 今泉敏幸의 모델⁴⁾과 같은 형상의 인장코일스프링을 이용하였다. 인장스프링을 Fig. 10과 같이 XYZ좌표에서 625개의 절점으로 형상을 표시하였고 624개의 범요소로 분할하였다. MATLAB을 이용하여 직접 작성한 프로그램에 Table 1과 같은 기본치수와 기계적 성질을 적용하고 Table 2와 같은 경계조건을 적용하여 수치 계산하였다.

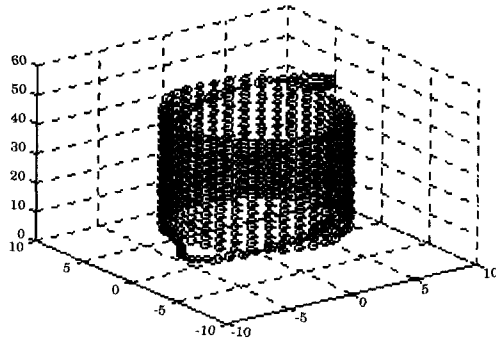


Fig. 10 Modeling of tension coil spring

변위를 구하는 일반적인 식은 다음과 같다⁷⁾.

$$\delta = \frac{8NaD^3P}{Gd^4} \quad (40)$$

D는 스프링 외경, d는 소선의 지름, P는 인장하중, Na는 권수이다. 유한요소법, 고체역학에 의한 계산, 그리고 今泉敏幸의 계산값을 Table 3과 같이 작성하였다. 모두 그 결과가 상호간에 매우 잘 일치함을 알 수 있다. 따라서 앞에서 제시한 유한요소 이론에 근거하여 작성한 MATLAB 프로그램은 신뢰할 수 있는 것으로 판단된다.

4. 실험

본 연구에 사용된 시편은 Photo. 1과 같은 인장

Table 1. Specification of tension coil spring

items	values
tensile force (N)	400
outer diameter (mm)	14.6
coil material (mm)	φ 2.6
number of active coils	15.5
Young's modulus (GPa)	205.8
shear modulus (GPa)	78.4
number of element	624

Table 1. Specification of tension coil spring

nodal point	displacement			distorsion		
	x	y	z	x	y	z
10	fixed	free	fixed	free	free	free
615	fixed	fixed	fixed	fixed	fixed	free

Table 3. Compare deformation with MATLAB program

item	solid mechanics	今泉敏幸	FEM
displacement(mm)	23.92	23.96	24.1878
error(%)	0	0.16	1.12

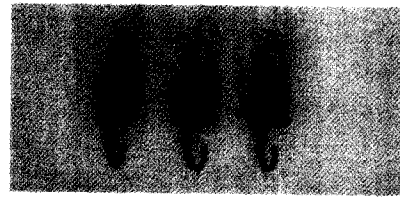


Photo.1 Samples for tensile force test

코일스프링으로서 스프링의 재료는 PW2로 KS D3556에 의거한 기계적 성질을 가지는 피아노선이다. 실험은 3개의 시편을 이용하였으며 인장 코일 스프링의 치수는 Fig. 11과 같으며 권수는 10이다. 실험에 사용한 밸브 스프링 시험기는 Photo. 2와 같은 MFG-1 200D(최대하중 2500N, 최소하중 40N, 최대변위 250mm, 펄스당 최소변위 0.01 mm)를 이용하였다. 시험기는 마이크로 컴퓨터에 의하여 제어되며 높이의 설정 입력에 의하여 하중 측정을 한다.

본 연구에서는 6단계의 높이 설정을 하고 각각 단계에서의 인장 하중을 측정하는 실험을 하였다. 이 변위의 값은 입력부(키보드, 디지털 스위치)에서 인가한다. 실험은 자동조작을 반복하였으며 자동 조작의 속도는 약 1000 mm/min로 하여 시험을

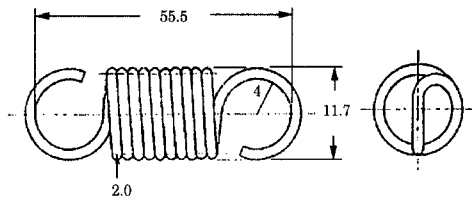


Fig. 11 Dimensions of specimen



Photo. 2 General view of spring tester (model: MFG-A 200D)

하였다.

5. 해석 및 고찰

Fig. 11과 같은 인장 코일 스프링을 절점수 445개, 요소수 444개로 분할하고, 전산프로그램에서 각절점의 XYZ좌표값을 구해서 적용하여 하중과 변위의 계산값을 구하고, Photo. 1의 인장 코일스프링의 샘플을 측정된 값과 비교하여 선도를 작성하고 이를 분석하였다.

Fig. 12는 가로축을 변위로 세로축을 압축하중으로 하여 하중-변위의 관계를 나타낸 것이다. 하중을 일시에 가하지 않고 하중 증분량을 가하여 변위량을 계산하고 변위량을 적용한 새로운 좌표에 증분하중을 작용시키는 방법으로 프로그래밍하였고 실험 또한 같은 방법으로 하였다.

Fig. 12에서 실험에 의한 실측치와 유한요소법에 의한 해석프로그램을 이용하여 계산한 값이 전구간에 걸쳐서 비교적 잘 일치함을 알 수 있다. 실측치는 유한요소법에 의한 계산치가 고체역학에서의 일반식보다 더 잘 일치함을 알 수 있었다. 그

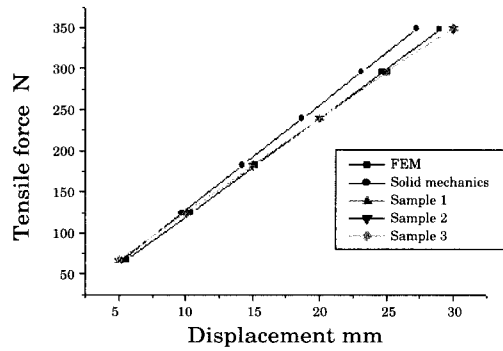


Fig. 12 Relationships between tensile force and displacement for tension coil spring

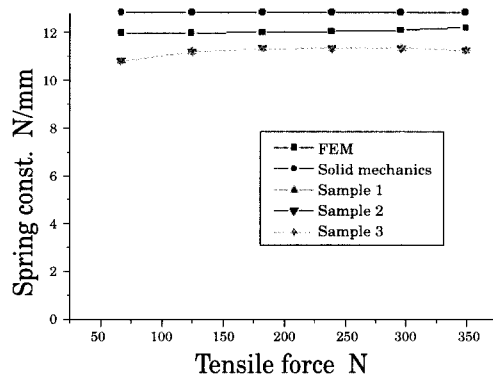


Fig. 13 Spring constant of tensile coil spring

래프에서 자유장에 대한 변위의 오차는 1%미만이다. 이는 KS B2405에 규정된 허용차는 1급이 $\pm 5\%$ 인 점을 감안할 때 실측치와 이론값이 매우 높은 정밀도를 가짐을 알 수 있다.

Fig. 13에 나타난 바와 같이 인장 하중이 처음으로 작용할 때, 초기에 FEM에 의한 스프링 상수의 값은 인장스프링의 특성상 초기 장력과 상당한 관계가 있다. 샘플의 실측치는 하중이 커짐에 따라 스프링 상수의 값이 거의 일정한 경향을 보이며 유한요소법에 의한 값이 고체역학에 의한 값보다 실측치에 근접함을 알 수 있다.

Fig. 14는 인장 코일 스프링의 외경이 증가하였을 때의 스프링상수의 변화이다. 외경이 작을수록 스프링상수의 값이 커지며, 외경을 2mm씩 감소시켰는데 스프링상수가 크게 된 것을 볼 수 있다. 또한 외경의 변화에 따라 스프링상수 변화의 폭이 다름을 볼 수 있고 어느 정도 지름이 커지면 스프링

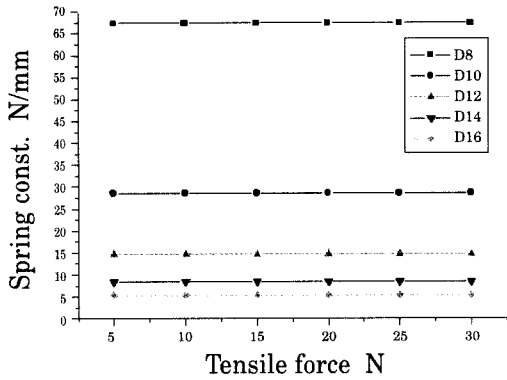


Fig.14 Effect of Diameter of tension coil spring

상수의 변화 폭은 작아짐을 볼 수 있다. 즉 외경의 값이 스프링강성에 매우 큰 영향을 미치는 것을 알 수 있다.

6. 결 론

이상과 같은 해석에서 다음과 같은 결론을 얻었다.

1. 12자유도 범요소를 이용하는 유한요소 해석은 스프링의 강성을 파악하는데 유용하게 이용될 수 있다.
2. 인장 코일스프링에 하중이 작용할 때 범요소를 이용한 유한요소법으로 해석한 값과 실험에 의한 실측치와 대체로 잘 일치하였다. 따라서 본 연구에서 개발한 유한요소법에 의한 전산 프로그램을 이용하면 스프링의 강성을 예측할 수 있다.
3. 스프링은 보통 가느다란 소선으로 만들어지고 재료의 지름에 비하여 외형의 지름이 커서 유연성이 크므로 유한요소 해석시 기하학적인 비선형성을 고려하여야 한다.
4. 인장 코일 스프링에서 외경의 값은 스프링 상수에 매우 큰 영향을 주므로 외경의 크기에 따라 원하는 스프링상수 값을 효율적으로 얻을 수 있으며 이는 수요자가 변위량을 제시하는 설계 시에 매우 유용한 값으로 활용할 수 있다.
5. 전산 프로그램을 이용함으로써 인장 코일스프링 이외의 압축 코일스프링, 비틀림 코일

스프링, 원추형 코일 스프링, 토션바, 비직선보, 자동차의 스테빌라이저 등에 적용하면 하중-변위의 상관 관계를 예측할 수 있을 것으로 판단된다. 이에 대한 지속적인 연구가 있어야 할 것으로 생각된다.

참고문헌

- 1) M.F. Spotts, Mechanical Design analysis, Prentice Hall, pp.211~250, 1985.
- 2) C.S.Krishnamoorthy, "Finite Element Analysis", Tata McGraw-Hill Publishing Co., pp.237~250, 1995.
- 3) S.J.Lee, J.S.Wang, A study on the non linearity of wave washer spring", 韓國船舶機關學會誌, 第21卷 3號, pp.246~255, 1997.
- 4) ばね技術研究會編, "ばねの有限要素解析", 日刊工業新聞社, pp.73~110, 1997.
- 5) S.S.Rao "The Finite Element Method in Engineering", Pergamon Press, pp.291~305, 1989
- 6) S.P.Timoshenko, J.N.Goodier, "Theory of Elasticity", Mc-Graw Hill, pp.284~288, 1959.
- 7) 韓國工業規格, "압축 및 인장 코일 스프링 설계 기준 KS B 2406", 한국표준협회, p.1~7, 1990.

저 자 소 개



이수종(李守鍾)

1944년 1월생. 1971년 동아대학교 기계공학과 졸업. 1996년 한국해양대학교 대학원 기계공학과 졸업(공학박사). 현 부경대학교 기계공학부 교수. 당학회 정회원

감사의 글

이 논문은 부경대학교 2000년도 기성회계 학술연구비의 지원에 의하여 수행되었으며, 실험에 물심양면으로 협조해 준 대동스프링(代表 朴洙林)에 대하여 깊은 감사드립니다.