

은닉층에 비단조 뉴런을 갖는 결정론적 볼츠만 머신의 학습능력에 관한 연구

Learning Ability of Deterministic Boltzmann Machine with Non-Monotonic Neurons in Hidden Layer

박철영

Cheol-Young Park

대구대학교 정보통신공학부

요 약

본 연구에서는 학습기능을 갖는 결정론적 볼츠만 머신의 은닉층 뉴런에 비단조 활성화 함수를 적용한 경우의 학습성능을 XOR 문제와 ADD 학습에 대하여 수치 시뮬레이션을 통하여 분석한다. 단조 활성화 함수를 사용한 경우와 비교하여 학습 수렴률, 학습안정도, 및 학습 속도에 있어서 성능이 크게 향상됨을 확인하였다. 또한 네트워크의 막전위 분포를 조사함으로써 end-cut-off 타입의 비단조 함수를 이용한 경우에 나타나는 다음 층의 뉴런에 영향을 주지 않는 뉴런의 출현 즉, 신경 회로망에 있어서 은닉층 뉴런의 수를 자율적으로 조정하는 것을 확인하였다. 이것은 학습문제에 대하여 네트워크의 은닉층 뉴런의 수를 명확하게 결정할 수 없는 현재의 상황에 있어서는 새로운 돌파구가 될 것으로 기대된다.

Abstract

In this paper, We evaluate the learning ability of non-monotonic DBM(Deterministic Boltzmann Machine) network through numerical simulations. The simulation results show that the proposed system has higher performance than monotonic DBM network model. Non-monotonic DBM network also show an interesting result that network itself adjusts the number of hidden layer neurons. DBM network can be realized with fewer components than other neural network models. These results enhance the utilization of non-monotonic neurons in the large scale integration of neuro-chips.

Key Words : deterministic Boltzmann machine, learning ability, non-monotonic neuron, XOR learning

1. 서 론

신경회로망 연구는 계층형 네트워크의 입력신호 분류능력과 상호결합형 네트워크에 의한 연상기억이나 최적화문제의 해결과 같은 정적인 정보의 기억과 학습에 관한 연구가 활발하게 이루어져 왔다. 특히 신경회로망이 시계열정보 처리를 위한 연상기억 시스템과 예측, 인식, 자율탐색 등의 동적인 정보의 처리에 있어서 중요한 요소로 인식되어 이 분야에도 많은 연구가 진행되고 있다[1-5]. 이들 연구에서는 일반적으로 뉴런의 활성화 함수로서는 단순한 입출력 함수 예를 들면, tanh와 같은 시그모이드 함수를 갖는 뉴런 모델을 사용하고 있다.

그러나 연상기억문제와 같은 특정분야에 있어서 단조가 아닌 비단조 함수를 활성화 함수로 이용함으로써 기억용량이 증가되는 것이 Morita 등에 의해 보고되었다[6]. 여기서 사용한 비단조 함수는 입력값의 절대치가 경계값 θ 를 넘으면 출력이 반전하는 시그모이드 함수로 Morita 타입의 함수로

도 부른다. 이 결과는 그후 여러 연구자에 의해 수학적으로 해명되고 증명되었으며, 뉴런의 활성화 함수에 비단조 함수를 이용하면 보다 고기능의 신경회로망이 실현될 수 있음을 시사하였다[7-9]. 이러한 연상기억문제에서 다루는 신경회로망은 뉴런의 결합강도를 고정한 기억매물형으로 학습에 의한 새로운 환경에 적응하는 것을 고려하지 않는다. 현재 학습기능을 갖는 신경회로망에 비단조 활성화 함수를 사용한 연구는 그다지 보고되지 않고 있다. 기억 매물형의 신경회로망에서 비단조 뉴런의 중요한 효과는 기억용량의 증가이지만 학습 기능을 갖는 신경회로망에 대해서도 비단조 뉴런을 사용함으로써 학습성능의 향상이 기대된다.

신경회로망의 학습방법으로는 백프로퍼게이션 학습과 결정론적 볼츠만 머신 학습 등 여러 가지 방법이 제안되어 있다. 학습기능을 갖는 신경회로망의 집적화에 있어서는 결정론적 볼츠만 머신 학습이 백프로퍼게이션 학습에 비해 회로 구성이 간단하고 학습시간이 빠르므로 고집적 대규모 신경회로망의 구현에 유리하다.

본 연구에서는 학습기능을 갖는 결정론적 볼츠만 머신의 은닉층에 비단조 뉴런을 이용하여 그 학습성능을 수치 시뮬레이션을 통하여 분석한다. 먼저 네트워크의 은닉층 뉴런의 활성화 함수로 단조함수(시그모이드 함수)와 비단조함수(end cut-off 타입 함수)를 사용한 경우에 대하여 학습수렴

접수일자 : 2001년 9월 15일

완료일자 : 2001년 12월 1일

이 논문은 2001년도 대구대학교 학술연구비 지원에 의한 논문임.

을, 학습안정도, 그리고 학습 횟수의 3가지 지표를 이용하여 성능을 비교한다. 실제 하드웨어로 구현하는 경우의 용이성을 위하여 비단조 함수는 연속함수 이외에 구분선형 비단조 함수에 대해서도 성능을 조사한다. 다음으로는 네트워크의 학습이 수렴할 때의 은닉층 뉴런의 막전위 분포를 조사함으로써 네트워크의 학습성능과의 관련성을 검토한다.

2. 결정론적 볼츠만머신

볼츠만머신[10]은 학습기능을 갖는 대표적인 신경회로망으로 대칭결합을 갖는 확률론적인 회로망에 학습규칙을 도입한 것으로 Hinton 등에 의해 제안되었다. 특히 결정론적 볼츠만머신(deterministic Boltzmann machine: 이하 DBM이라 약칭함)[11]은 확률론적 볼츠만머신에 있어서 뉴런의 출력에 평균장 근사[12]를 이용하여 뉴런의 동작을 결정론적으로 하는 네트워크이다.

DBM에서 뉴런의 출력 x_i 는 평균장 근사에 의해

$$\begin{aligned}
 x_i &= P(S_i=+1) \cdot (+1) + P(S_i=-1) \cdot (-1) \\
 &= \frac{1}{2} \left\{ 1 + \tanh \left(\frac{u_i}{T} \right) \right\} - \frac{1}{2} \left\{ 1 - \tanh \left(\frac{u_i}{T} \right) \right\} \\
 &= \tanh \left(\frac{u_i}{T} \right)
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

로 표현된다. 여기서 뉴런의 막전위 u_i 는 다음 식으로 주어진다.

$$u_i = \tau \frac{du_i}{dt} + \sum_j w_{ij} x_j
 \tag{2}$$

이때 상태 α 에 있어서 학습에 의한 하중값 갱신량 Δw_{ij} 는 다음 식으로 주어진다.

$$\Delta W_{ij} = \frac{\epsilon}{T} \sum_{\alpha} \{ (x_i^{\alpha} x_j^{\alpha})_{clamped} - (x_i^{\alpha} x_j^{\alpha})_{unclamped} \}
 \tag{3}$$

여기서 clamped는 입출력 뉴런을 원하는 값으로 고정된 상태로 학습을 진행하는 학습 상태이며 unclamped는 입력 뉴런만을 고정된 상태에서 학습을 진행하는 반학습 상태를 의미한다. 식 (3)에 의해 하중값의 갱신량 Δw_{ij} 는 각 상태에 있어서 학습상태와 반학습 상태의 값 $x_i x_j$ 의 차를 모두 더한 값에 대해 ϵ/T 의 정수 배이다.

3. 학습성능 평가

학습성능 평가를 위하여 구성한 네트워크는 그림 1과 같이 입력층 뉴런 2개, 은닉층 뉴런 3개 그리고 출력층 뉴런 1개로 구성되는 2-3-1 DBM 네트워크이다. 출력층 뉴런은 단조 뉴런을 사용하며 입출력의 값은 ± 1 로 한다. 여기서 입력층 뉴런의 활성화 함수는 $y=x$ 의 단순 선형 뉴런이다.

수치 시뮬레이션에서 학습 수렴 조건은 표 1에 나타난 것과 같이 원하는 출력값과 네트워크의 출력값의 오차가 1% 미만이고 최대 학습횟수는 2,000회로 한다.

시뮬레이션에 사용한 활성화 함수는 4 종류로 그림 2의 (a), (b)에 나타난 것과 같이 막전위가 0보다 크면 발화하는 시그모이드 단조함수와 (c)와 (d)에 나타난 end-cut-off 타

입 비단조 함수이다. 비단조 함수의 경우는 막전위의 절대값 $|u_i|$ 가 경계치 θ 를 넘으면 출력이 0이 되는 함수이다. 실제로 하드웨어로 구현하는 것을 고려할 때 그림 2에서 (a), (c)와 같은 연속함수를 회로로 구현하는 것은 어렵기 때문에 그림 (b)와 (d)의 구분선형 함수에 대해서도 각각 그 성능을 평가한다.

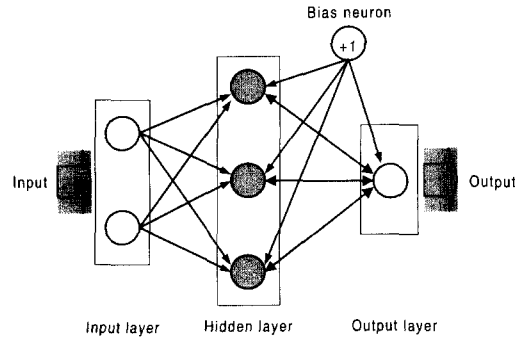


그림 1. 2-3-1 결정론적 볼츠만 머신.

Fig. 1. 2-3-1 DBM network.

표 1. 시뮬레이션을 위한 파라미터.

Table 1. parameters in simulations.

온도(T)	0.1(no annealing)
하중값 갱신방법	Batch learning
학습계수 (ϵ)	0.004
초기 하중값	[-0.01, 0.01]
최대 학습횟수	2,000회
목표값	{-1, 1}
샘플수	200

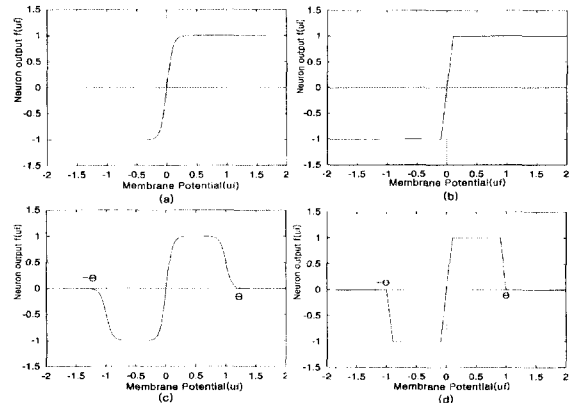


그림 2. 은닉층 뉴런의 활성화 함수.

- (a) 연속 시그모이드 함수 (b) 구분선형 시그모이드 함수
- (c) 연속 end-cut-off 함수 (d) 구분선형 end-cut-off 함수.

Fig. 2. 4-types of activation functions.

- (a) Continuous sigmoid function
- (b) Piecewise linear sigmoid function
- (c) Continuous end-cut-off function
- (d) Piecewise linear end-cut-off function.

4. 시뮬레이션 및 결과 및 고찰

4.1 XOR 문제

먼저 신경회로망에서 비선형 문제 해결을 위한 벤치마크로 사용되는 XOR 문제에 대하여 성능을 비교하였다. 그림 3은 (a) 학습 수렴율, (b) 학습 안정도 및 (c) 학습횟수에 대한 시뮬레이션 결과를 각각 나타낸다.

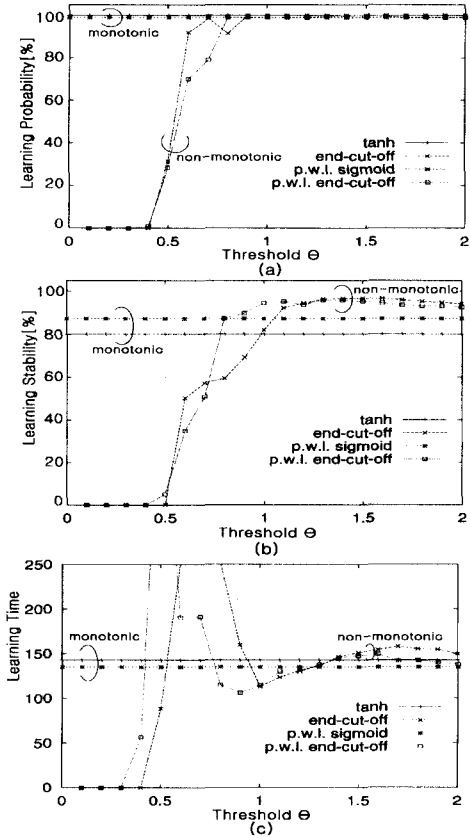


그림 3. XOR 문제에 대한 시뮬레이션 결과. (a) 학습수렴율 (b) 학습안정도 (c) 학습횟수.

Fig. 3. Simulation results for XOR problem.

(a) learning prability (b) learning stability (c) learning time.

그림 3의 (a)에서 학습 수렴율은 단조뉴런의 경우에 높은 수렴율을 나타내고 비단조 뉴런의 경우도 경계값 θ 를 적당한 값으로 조절함으로써 동등한 수렴율이 얻어진다. 그림 (b)의 학습안정도에 관해서는 학습 수렴률의 결과와 달리 비단조 뉴런의 경계값 θ 를 적당한 값으로 조절함으로써 단조뉴런보다 안정도가 높게 되는 것을 알 수 있다. 실제로 시그모이드 함수를 이용한 단조 뉴런의 학습 안정도가 80%인 것에 비하여 비단조 뉴런의 경우는 경계값 $\theta=1.3$ 부근에서 96%이다. 그림 (c)의 학습횟수에 관해서도 비단조뉴런의 함수 θ 를 적당한 값으로 조절하면 단조뉴런의 경우와 비교하여 더 빠르게 학습이 수렴되는 것을 알 수 있다. 예를 들면, 시그모이드 함수를 이용한 단조뉴런의 학습횟수가 143회인 것에 반하여 비단조뉴런은 경계값 $\theta=1.0$ 부근에서 113회이다. 이상의 결과로부터 XOR 문제에서는 경계값 θ 를 적당한 값으로 조절하면 은닉층에 단조뉴런보다는 비단조 뉴런을 이용한 네트워크가 더 좋은 학습성능을 나타내는 것을 알 수 있다. 또

한 구분선형 함수에 관해서는 미분 가능한 연속함수와 비교하여 학습안정도가 조금 높고 학습횟수는 적다.

4.2 ADD 학습

다음은 비선형문제(XOR)와 선형문제(AND)의 조합인 전가산기(ADD)의 학습에 대하여 성능을 비교하였다. 네트워크의 입·출력층의 뉴런을 각각 하나씩 증가시켜 3-3-2 모델의 네트워크를 구성하여 ADD 학습을 수행하였다. 학습수렴률, 학습안정도 및 학습횟수에 대한 결과를 그림 4의 (a)-(c)에 나타내었다.

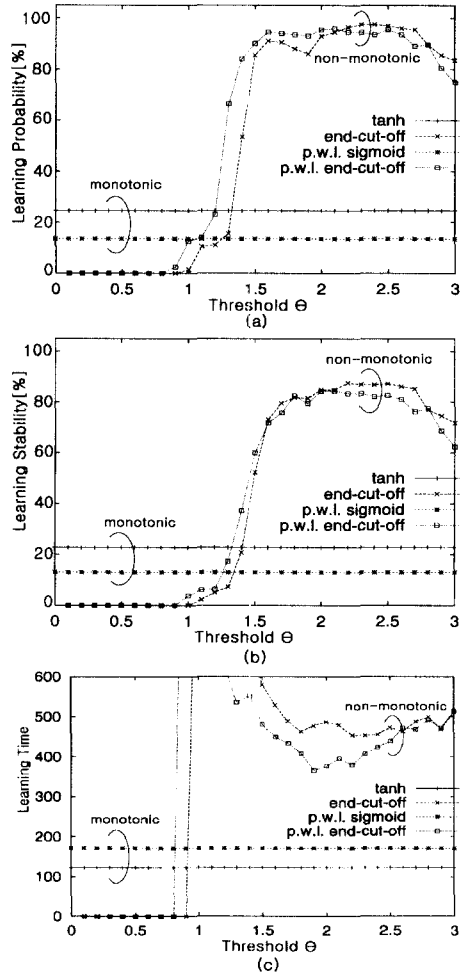


그림 4. ADD 학습에 대한 시뮬레이션 결과.

(a) 학습수렴율 (b) 학습안정도 (c) 학습횟수.

Fig. 4. Simulation results for ADD problem

(a) learning prability (b) learning stability (c) learning time.

학습수렴률에 관해서는 단조뉴런인 경우의 수렴률이 25%인데 비하여 비단조 뉴런의 경우는 경계값 $\theta=2.3$ 부근에서 98%로 약 4배정도의 차이가 있다. 즉, 비단조뉴런의 학습 수렴률은 대단히 높고 학습에 의한 습득이 거의 가능하다는 것을 나타낸다. 학습안정도에 관해서도 비슷한 경향이 나타난다. 단조뉴런인 경우의 학습수렴률이 22%인 것에 반하여 비단조 뉴런의 수렴률은 경계값 $\theta=2.3$ 부근에서 88%이다. 여기서도 비단조 뉴런인 경우의 성능 향상이 확인된다. 마지막으로 학습횟수에 관해서는 학습수렴률과 학습안정도의 경

우와는 반대로 비단조뉴런의 학습 횟수가 단조뉴런의 경우보다 약 2배 정도 많고 비단조 뉴런의 학습속도가 늦어지는 결과가 얻어졌다. ADD 학습에 있어서도 경계값 θ 를 적당한 값으로 조정하면 단조 뉴런 보다 비단조 뉴런을 이용한 네트워크의 경우가 대단히 높은 학습성능을 갖는 것을 알 수 있다. 또한 구분선형 함수와 미분 가능한 연속함수를 비교하면 단조뉴런에서는 구분선형 함수를 이용하면 학습성능이 저하되는 것에 반하여 비단조 뉴런에서는 학습수렴률 및 학습안정도는 거의 동일하고 학습횟수는 구분선형 함수의 경우가 빠른 것을 알 수 있다.

4.3 신경회로망의 내부상태

시뮬레이션 결과로부터 은닉층에 비단조뉴런을 이용한 신경회로망이 단조뉴런을 이용한 것보다 학습성능이 높은 것이 확인되었다. 또한 하드웨어 실현이 용이한 구분선형함수를 이용하여도 미분 가능한 연속함수와 동등하거나 그 이상의 학습성능을 가지므로 특별히 문제가 없는 것이 확인되었다. 그러나 이러한 시뮬레이션 결과만으로는 비단조뉴런을 이용하면 학습성능이 향상되는 이유를 명확히 알 수 없다. 이를 위해 우선 네트워크의 학습이 수렴할 때 은닉층 뉴런의 막전위 분포를 조사하여 네트워크의 동작을 분석하였다.

DBM 네트워크의 은닉층 뉴런에 구분선형 단조함수와 구분선형 비단조함수를 사용한 경우의 첫 회 학습시의 막전위 분포를 각각 그림 5의 (a)와 (b)에 각각 나타낸다. 여기서 네트워크에 학습은 XOR 문제이고 비단조뉴런의 경계값은 $\theta=1.0$ 이다. 단조뉴런의 경우 그림 5의 (a)와 같이 막전위가 비교적 넓은 범위에 분포하는 것에 비하여 비단조뉴런의 경우는 그림 (b)에 나타난 것 처럼 막전위가 경계값 θ 부근에 분포하고 있는 것을 알 수 있다. 이것은 네트워크가 자신이 사용하는 뉴런에서 학습에 적합한 부분을 찾아내어 사용하고 있는 것으로 생각할 수 있다. 특히 주목할 점은 막전위의 절대값이 경계치 θ 를 넘어 출력이 0이 되는 부분도 존재하는 것을 확인 할 수 있다.

이상의 시뮬레이션 결과에 의해 비단조뉴런을 이용한 DBM 네트워크가 단조뉴런을 이용한 경우보다 학습성능이 향상되는 것을 확인하였다. 여기서 비단조뉴런의 활성화 함수에 사용한 end-cut-off 타입 함수의 입출력 특성에 주목하면 식 (4)에 나타난 것과 같이 3 종류의 함수로 분해되는 것을 알 수 있다.

$$f_{eco}(u) = f_s(u) - \frac{1}{2} f_s(u - \theta) - \frac{1}{2} f_s(u + \theta) \quad (4)$$

여기서 $f_s(u)$ 는 단조 시그모이드 함수를 나타내며, $f_{eco}(u)$ 와 θ 는 각각 end-cut-off 타입의 비단조 함수와 그것의 경계값을 나타낸다. 식 (4)에 의해 end-cut-off 함수의 입력응답은 조건은 있지만 3종류의 시그모이드 함수의 응답과 등가이다. 즉, 비단조 함수를 이용한 뉴런의 학습성능은 의사적으로는 3배의 개수를 갖는 단조뉴런을 이용한 네트워크의 학습성능에 상당하는 것으로 볼 수 있다. 따라서 비단조 뉴런을 이용한 네트워크가 높은 학습성능을 갖는 것으로 생각된다. 또한 ADD 학습과 같은 어려운 문제에 대해서도 소규모 네트워크에서는 단조뉴런을 비단조 뉴런으로 대체 함으로써 학습이 가능하다. 이 결과는 대규모 네트워크에서 보다 현저하게 확인이 가능할 것으로 생각된다. 또한 막전위 분포에 있어서는 비단조뉴런의 출력이 0이 되는 영역도 이용하여 학습을 진행하고 있는 것을 알 수 있다. 이것은 다음 층의 뉴런

에 전혀 영향을 주지 않으며 해당 뉴런이 전혀 사용되지 않는 것 즉 네트워크 자신이 은닉층 뉴런의 수를 조정하고 있다고 생각할 수 있다.

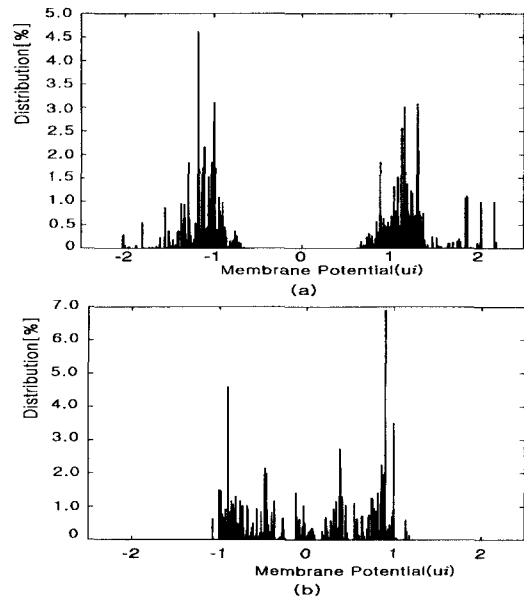


그림 5. 은닉층 뉴런의 막전위 분포.
(a) 구분선형 시그모이드 함수
(b) 구분선형 end-cut-off 함수.

Fig 5. Distribution of membrane potential of hidden layer neuron.

- (a) Piecewise linear sigmoid function
- (d) Piecewise linear end-cut-off function.

5. 결론

학습기능을 갖는 대표적인 신경회로망인 결정론적 볼츠만 머신의 은닉층에 비단조 뉴런을 사용하여 XOR 문제와 ADD 학습에 대한 성능을 시뮬레이션에 의해 조사하였다. 그 결과 단조 뉴런을 이용한 경우에 비해 비단조뉴런을 이용한 네트워크가 학습수렴률, 학습안정도 및 학습 횟수에 있어서 모두 성능이 향상되는 것을 확인하였다. 또한 네트워크의 막전위 분포를 조사함으로써 end-cut-off 타입의 비단조 함수를 이용한 경우에 나타나는 특징인 다음 층의 뉴런에 영향을 주지 않는 뉴런의 출현 즉, 신경회로망에 있어서 은닉층 뉴런수의 자율적 조정작용을 확인하였다. 이것은 학습문제에 대하여 네트워크의 뉴런수를 명확하게 결정할 수 없는 현재의 연구 상황에 있어서는 새로운 돌파구가 될 것으로 기대된다. 향후 이들 결과에 근거해서 은닉층 뉴런수에 대한 학습성능의 평가와 실시간 처리를 요구하는 제어나 고도 정보처리 응용하는 방법에 관한 연구가 필요하다.

참고 문헌

[1] S. Nara, P. Davis, and H. Totsuji, "Memory search using complex dynamics in a recurrent neural network model," *Neural Networks*, vol. 6, pp. 963-973, 1993.

- [2] Y. Hayashi, "Oscillatory neural network and learning of continuously transformed patterns," *Neural Networks*, vol. 7, pp. 219-231, 1994.
- [3] C. Y. Park, Y. Hayakawa, K. Nakajima and Y. Sawada, "Limit cycles of one-dimensional neural networks with the cyclic connection matrix," *ICEICE Trans. on Fundamentals*, vol. E79-A, no. 6, pp. 752-757, 1996.
- [4] C. Y. Park, K. Nakajima, "Analog CMOS Implementation of Quantized Interconnection Neural Networks for Memorizing Limit Cycles," *IEICE Trans. Fundamentals*, vol. E82-A, no.6, pp. 952-957, 1999.
- [5] C. Y. Park, K. Nakajima, "Majority Algorithm: A Formation for Neural Networks with the Quantized Connection Weights," *ICEICE Trans. on Fundamentals*, vol. E82-A, no. 6, pp. 1059-1065, 2000.
- [6] M. Morita, "Associative memory of sequential pattern using nonmonotone dynamics," *IEICE Trans.*, vol. J78-DII, pp. 679-688, 1995.
- [7] M. Morita, "Memory and Learning of Sequential Patterns by Nonmonotone Neural Networks," *Neural Networks*, vol. 9, pp. 1477-1489, 1996.
- [8] H. Yanai and S. Amari, "A Theory on a Neural Net with Nonmonotone Neurons," *Proc. IEEE Int. Conf. Neural Networks*, vol. 3, pp. 1385-1390, 1993.
- [9] T. Fukai, J. Kim, and M. Shiino, "Retrival Properties of Analog Neural Networks and the Nonmonotonicity of Transfer Functions," *Neural Networks*, vol. 8, pp. 391-404, 1995.
- [10] G. E. Hinton, and T. J. Sejnowski, "Learning and relearning in Boltzmann machines," *Parallel distributed processing*, vol. 1, pp. 282-317, 1986.
- [11] G. E. Hinton, "Deterministic Boltzmann Learning Performs Steepest Descent in Weight Space," *Neural Computation*, vol. 1, pp. 143-150, 1989.
- [12] C. Peterson and J. R. Anderson, "A Mean Field Theory Learning Algorithm for Neural Networks," *Complex Systems*, vol. 1, pp. 995-1019, 1987.

저 자 소개



박철영(Cheol-Young Park)

1984년 : 경북대학교 전자공학과 공학사
 1986년 : 경북대학교 전자공학과 공학석사
 1997년 : 일본 동북대학 정보과학연구과 공학 박사
 1985년~1990년 : (주)금성사 중앙연구소 주임 연구원
 1991년~1993년 : (주)금성사 영상미디어연구소 선임연구원
 1993년~1997년 : LG전자 멀티미디어연구소 책임연구원
 1997년~현재 : 대구대학교 정보통신공학부 조교수

관심분야 : 신경회로망을 이용한 지능정보처리, 신경회로망 VLSI 설계 및 신개념 지능형 소자 개발
 E-mail : cypark@taegu.ac.kr