

침투성장거리를 이용한 로봇팔의 장애물회피 최적운동

박종근*

Obstacle-Free Optimal Motions of a Manipulator Arm Using Penetration Growth Distance

Jong-keun Park*

ABSTRACT

This paper suggests a numerical method to find optimal geometric path and minimum-time motion for a spatial 6-link manipulator arm (PUMA 560 type). To find a minimum-time motion, the optimal geometric paths minimizing 2 different dynamic performance indices are searched first, and the minimum-time motions are searched on these optimal paths. In the algorithm to find optimal geometric paths, the objective functions (performance indices) are selected to minimize joint velocities, actuator forces or the combinations of them as well as to avoid one static obstacle. In the minimum-time algorithm, the traveling time is expressed by the power series including 21 terms. The coefficients of the series are obtained using nonlinear programming to minimize the total traveling time subject to the constraints of velocity-dependent actuator forces.

Key Words : Optimal Geometric Path (최적기하학적경로), Minimum-Time Motion (시간최소화운동), Quintic B-Spline (5차 B-스플라인), Penetration Growth Distance (침투성장거리), Nonlinear Programming (비선형계획법)

1. 서론

본 연구는 장애물이 존재하는 작업공간 내에서 운동시간이 고정되었을 때 로봇팔의 여러 가지 동역학적 성능지수(performance index)를 최소화시키는 기하학적 경로를 구하고 이 경로 상에서 관절구동력의 제한을 고려하여 운동시간을 최소화하는 궤도를 구하는 것이다.

장애물회피와 관련된 지금까지의 연구는 관절

형 로봇팔보다는 이동로봇의 경우를 더 많이 다루고 있다⁽¹⁻⁵⁾. 이동로봇은 로봇을 한 개의 점 혹은 강체로 단순화하므로 여러 개의 강체가 연결되어 운동하는 로봇팔에 비하여 운동방정식은 비교적 단순하다. 장애물회피를 정량화하는 방법은 여러 가지가 있으며 그 중 대표적인 것은 장애물의 가상적인 척력과 목표점의 가상적인 인력으로 표현되는 위치에너지장(potential field)을 이용하는 방법과 거리함수(distance function)를 이용하는 방법이다^(2,3,5).

2001년 3월 13일 접수

* 경남대학교 기계자동화공학부

최적화기법에서의 공통적인 애로점은 이동로봇이 최종 목표점까지 가지 못하고 극소점(local minimum)에서 머무르는 것이다.

이동로봇이 아닌 로봇팔의 최적운동에 관한 연구는 그 내용 면에서 크게 3종류로 분류될 수 있다. 즉, 1) 장애물을 회피하기 위한 기하학적 경로를 구하는 문제⁽⁶⁻⁹⁾, 2) 주어진 기하학적 경로 상에서 관절의 속도를 최적으로 구하는 문제^(10,11), 3) 기하학적 경로가 정해지지 않은 상태에서 장애물회피와 동시에 동적 최적화문제⁽¹²⁻²⁰⁾ 등이다.

첫째 종류의 경우 잉여자유도(redundant degrees of freedom)를 다루는 경우가 많은데 그 해는 무한히 많다. 즉, 장애물을 회피하는 경로를 찾지만 하면 되기 때문이다. 따라서, 경로의 길이를 최소화하는 등의 성능지수를 부과함으로써 유일해를 구하기도 한다^(2,12,13).

둘째 종류의 경우는 여러 연구자들에 의해서 많은 연구가 이루어지고 있으며 동적계획법⁽¹⁰⁾, 최적 제어이론^(11,18), 시간척도법(time scaling method)⁽¹³⁾, 비선형계획법^(6,7,12,13,14) 등의 방법이 이용되고 있다.

셋째 종류의 경우 대부분 첫째와 둘째 종류의 연구 방법을 혼합한 형태로 연구가 진행되어 왔다⁽¹⁵⁻¹⁷⁾. 즉, 기하학적경로를 제어점(control point)^(15,16) 등을 이용하여 먼저 결정하고 이 경로 상에서 최적 속도분포를 구한 후 이런 과정을 반복하여 가장 나은 것을 선택하는 등의 방법이다. 이런 방법은 최적화라는 측면에서 완전한 방법은 아니다. 이와는 달리 기하학적경로를 미리 결정하지 않은 상태에서 장애물회피와 동시에 로봇팔의 동적인 성능지수를 최소화시키는 연구는 모델이 단순하거나⁽¹⁸⁾ 시간최소화가 아닌 동적인 성능지수만을 최소화시키는 경우⁽¹⁴⁾가 많다. 이에 비하여 본 연구에서 사용하는 모델은 마찰을 무시하는 것 이외에는 기하학적으로나 동역학적으로 실제의 모델을 그대로 사용하였고 PUMA 560형의 공간 6절기구에 대하여 최적운동을 구하였다.

저자는 이전의 연구⁽²⁰⁾에서 관절의 변위를 5차 B-스플라인의 1차 결합으로 표현하고 성장거리 개념과 비선형계획법을 이용하여 장애물회피 및 로봇팔의 동적인 성능지수를 최소화시키는 기하학적경로를 구하고 이 경로 상에서 운동시간을 미지의 함수로 두고 관절각속도와 관절구동력의 제한을 고려한 시간최소화 운동을 구하였고 모의실험에서는 공간 3절기구를 사용하였다.

본 연구는 이전의 연구방법을 실제로 적용이 가능한 공간 6절기구에 적용하였고 특히 기하학적 경로를 결정할 때 2가지의 서로다른 동적인 성능지수를 부과하여 그 결과를 비교검토하였다. 또한 시간최소화 운동을 구하는 과정에서 운동시간을 5차 B-스플라인의 1차 결합이 아닌 멱급수 전개방법을 사용하였다. 그 이유는 한개의 5차 B-스플라인은 일정한 운동시간범위 내에서만 로봇팔의 운동에 영향을 미치므로 끝점의 운동시간에 영향을 미치지 않는 스플라인이 존재하여 수렴이 불안정하고 특히 6자유도 관절형 공간기구에 적용했을 때 수렴이 불가능한 경우도 있었기 때문이다.

본 연구는 2장에서 2가지 서로 다른 동적성능지수를 부과했을 때 장애물회피 경로를 비선형계획법으로 구하는 방법에 대하여 간략히 언급하고 3장에서 PUMA 560형 공간 6절기구에 적용했을 때 구해지는 최적 기하학적 경로들을 비교 검토한다. 4장에서 운동시간을 멱급수 전개한후 이 급수의 계수를 최적화기법으로 구함으로써 시간최소화 운동을 구하고 5장에서 이 결과를 비교 검토하며 6장에서 결론을 논하고자 한다.

2. 성능지수에 따른 기하학적 경로

이 장의 이론전개는 본질적으로 이전의 연구⁽²⁰⁾와 동일하다. 따라서 수식전개는 생략하고 수치연산순서에 따라 서술적으로 설명하고자 한다.

2.1 splines을 이용한 관절변위의 표현

스플라인은 보간법에서 주로 사용하지만 여기서 5차 B-스플라인은 함수공간에서의 기저(basis)와 같은 역할이다. 한 개의 스플라인함수를 경로매개변수 s 축 상에서 임의의 길이만큼 평행이동시킨 스플라인함수는 본래의 함수와 서로 독립이므로 평행이동시키는 길이에 따라 무한히 많은 서로 독립인 함수들의 집합(기저)이 만들어지고 이것을 이용하면 주어진 경로매개변수(s) 구간에서 관절변위를 표현할 수 있다. 여기서 최적운동이란 스플라인의 1차 결합에서 미지의 계수를 최적화기법으로 구하는 것이다.

운동시간을 스플라인의 독립변수로 이용하지 않고 경로매개변수를 이용하는 이유는 운동시간을 변경할 경우에도 전체 스플라인의 개수가 변하지 않기 때문이다. 이럴 경우 시간척도(β)를 도입하여

두 변수를 연결한다($s=\beta t$).

한 스플라인은 주어진 구간내에서 영이 아닌 값을 가지고 그의 구간에서는 영이다. 본 연구에서 이 구간의 길이는 6이지만 이것은 스플라인함수의 형태에 따라 다를수 있다⁽²²⁾. 중점이 $s=j$ 인 스플라인의 영이 아닌 구간은 $j-3 \leq s \leq j+3$ 이다. s 방향으로 1만큼씩 평행이동된 스플라인들을 사용하였으므로 전체 운동구간이 $0 \leq s \leq 20$ 이라면 25개의 스플라인 함수(중점이 $s = -2, -1, \dots, 21, 22$)가 필요하다. 따라서 한 관절당 결정해야할 미지계수가 25개이다. 운동의 두 끝점에서 관절변위, 관절속도 및 관절가속도가 주어진다면(point to point manipulator motion) 이들 6개의 조건은 6개의 미지계수를 줄이므로 결정해야할 미지계수는 19개이다⁽²⁰⁾. 기하학적 경로를 미리 고정시키지 않았으므로 각 관절은 독립적으로 움직일 수 있고 로봇팔의 운동자유도가 6이라면 전체 미지계수는 114개이다. 즉 114차원 실 벡터공간에서의 최적화문제이다.

2.2 초기추정(initial guess)운동

앞의 114개의 미지계수에 임의의 값을 대입하면 운동의 양끝점에서의 변위, 속도 및 가속도조건을 만족시키는 임의의 초기추정운동이 된다. 이 초기추정운동은 가능한 한 최적운동에 가까우면 계산 시간을 절약할 수 있다. 양끝점의 6개의 조건을 만족시키는 가장 단순한 운동이 5차다항식이므로 초기추정운동은 이것으로 두었다. 이 초기추정운동과 일치하는 114개의 미지계수를 구하는 것도 간단한 일이다. 전체운동시간을 고정시킨 후(β =일정) 각 관절변위를 양끝점의 조건을 만족시키는 5차다항식으로 표현하고 앞의 114개의 미지계수에 임의의 값을 대입한 운동과 5차다항식으로 표현되는 운동과의 자승오차의 적분이 영이 되도록 이 미지계수들을 결정한다. 두 함수의 자승오차의 적분을 수치적으로 계산할 때 사용한 구간의 수는 100으로 두었다. 이 계산도 자승오차의 적분을 목적함수로 하는 114차원 최적화문제이다. 하지만 관절변위만을 계산하는 최적화문제는 수렴이 매우 빠르고 안정적이었다.

2.3 장애물회피

성장거리⁽⁶⁾(growth distance)를 사용하여 장애물 회피를 정량화하였다. 위치에너지 함수를 사용하면 기하학적 경로만을 구할때는 문제가 없지만 로봇팔

의 동적인 항을 최소화시키는 경로를 구할때는 적당하지 않다. 장애물과 목표점에서 가하는 척력과 인력은 실제로 존재하지 않는 가상적인 힘이기 때문이다. 실제의 기하학적인 거리를 계산하는 방법보다도 성장거리가 유리하다. 계산하기도 쉽고 더 해석적이다.

이 성장거리는 장애물과 로봇팔이 떨어져 있는 정도 혹은 충돌하는 즉 3차원공간을 공유하는 정도를 선형계획법(linear programming)을 이용하여 정량적으로 계산한다.

3차원공간에 2개의 다면체가 있을 때 각각의 다면체 내부에 종자점(seed point)⁽⁶⁾을 지정하고 이 종자점을 중심으로 두 다면체를 같은 비율로 축소하거나 확대하여 이 다면체들의 표면이 서로 접촉하게 되는 최소 확대/축소 비율(성장함수; growth function)⁽⁶⁾을 선형계획법(linear programming)으로 계산한다. 이 비율이 1이면 실제의 모델이 서로 접촉하는 것이고 1보다 크면 두 모델이 서로 떨어져 있으며 그 반대이면 서로 침투(penetration)하고 있는 것이다. 이 비율에 실제모델의 기하학적인 크기를 고려한 것이 성장거리이다. 장애물회피를 위해서는 침투성장거리를 계산한다. 계산시간을 절약하기 위해서는 일반적인 상용(commercial) 프로그램보다는 직접 짜는 것이 유리하다. 왜냐하면 이 성장거리를 계산하기 위한 선형계획법에서의 차원은 4차원(접촉점의 직교좌표성분+성장비율)이며 상용 프로그램은 고차원 선형계획법의 해를 구하기 위해서 만들어진 것이 대부분이기 때문이다.

앞절에서와 같이 전체운동구간 $0 \leq s \leq 20$ 을 100개로 나누고 각 구간점(node)에서 모든 링크와 장애물과의 침투성장거리를 계산하여(침투하지 않을 경우에는 영) 이것의 자승합을 비선형계획법에서 벌칙항(penalty term)으로 두어 장애물을 회피하였다.

2.4 목적함수(성능지수; performance index)

이전의 연구⁽²⁰⁾와는 달리 2가지 동적 성능지수를 부과했을 때 운동의 차이점을 알아본다. 이들 성능지수는 다음과 같다.

$$J_{d1} = \int_0^{s_f} \sum_{i=1}^n \left[\left\{ \frac{\tau_i}{\tau_i^c} \right\}^2 + \left\{ \frac{\omega_i}{\omega_i^c} \right\}^2 \right] ds \quad (2.1)$$

$$J_{d2} = \int_0^{s_f} \sum_{i=1}^n \left\{ \frac{\tau_i^e}{\tau_i^c} \right\}^2 ds \quad (2.2)$$

여기서,

$$\tau_i^e = |\tau_i| + \frac{\tau_i^c}{\omega_i} |\omega_i|, \quad i=1, \dots, n \quad (2.3)$$

여기서, s 는 경로매개변수, s_f 는 운동의 끝점, n 은 관절의 수(DOF), τ 는 관절회전력, τ^e 는 역추에이터 회전력의 제한값, ω, ω^c 는 각각 관절각속도 및 그 제한값, τ^c 는 관절각속도를 동시에 고려한 등가관절회전력이다. J_{d1} 은 관절회전력과 각속도를 동시에, J_{d2} 는 등가관절회전력을 최소화시키는 경로를 각각 구하기 위하여 정의된 목적함수이다. 이 두개의 목적함수들이 서로 유사하지만 이들에 의해서 구해진 경로 상에서 시간최소화운동을 탐색하면 그 차이가 크다. 이들 성능지수 이외에 관절회전력과 각속도의 곱의 자승으로 표현되는 에너지 최소화나 관절회전력만을 최소화시키는 경로를 구할 수도 있다.

수치적분은 사다리꼴면적분법을 사용하였고 구간의 수도 앞에서와 같이 100으로 두었다. 적분변수로 시간을 사용할 수도 있지만 경로매개변수는 운동시간과 무관하게 일정하므로 이와 같이 두었다.

장애물회피를 위해서는 위의 각각의 성능지수에 침투성장거리를 다음과 같이 벌칙항으로 고려한다.

$$J = J_{di} + w_o J_o, \quad i=1,2 \quad (2.4)$$

여기서,

$$J_o = \int_0^{s_f} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m (D^p_{ij})^2 ds \quad (2.5)$$

여기서, w_o 는 가중계수, m 은 장애물의 수 그리고 D^p 는 침투성장거리⁽⁶⁾이다.

가중계수 w_o 는 일반적인 비선형계획법에서 벌칙항(penalty term)의 가중계수와 기능이 동일하다. 벌칙항이 영이 되어야 장애물을 완전히 회피하므로 이론적으로 이 가중계수를 무한대로 놓아야 한다.

안정된 수렴을 위하여 이 가중계수를 작은값에서 서서히 증가시켜가며 여러번 해를 구하여야 한다. 실제 계산에서 최초의 가중계수는 2.2절의 초기추정운동에서 동적성능지수와 벌칙항을 계산하고 가중계수를 포함한 벌칙항이 동적성능지수의 10배가 되도록 놓았으며 여기서 구해진 최적해가 장애물을 회피하지 못할경우 가중계수를 100배 증가시켜 두번째 해를 구하는 방법으로 계산을 수행하였다. 대부분의 경우 장애물회피 최적운동은 링크가 장애물의 표면을 스치는 운동이다. 따라서 안정된 장애물회피를 위해서는 장애물이나 링크의 모델을 실제보다 약간 크게 놓아야 한다.

각 관절변위를 5차 B-스플라인의 1차 결합으로 놓고 전체운동시간을 고정시킨 후 그 계수에 구체적인 값을 대입하면 관절변위가 운동시간의 함수로 완전히 정의된다. 따라서 임의의 경로매개변수값에 대하여 각 관절의 각속도와 각가속도를 계산할수 있다. 위의 스플라인의 s 에 관한 도함수를 해석적으로 계산한 후 시간척도(β)를 곱하고 이것을 관절변위를 계산할때와 같은 방법으로 1차 결합시키면 관절속도가 된다.

공간 6절기구에 대한 운동방정식이 폐형식(closed form)으로 표현될 수 없기 때문에 관절의 회전력은 외향 및 내향반복법을 사용한다. 이때의 반복법은 일반적인 시도 및 오차보정법(trial and error method)이 아니고 관절에 대한 반복이기 때문에 연산회수의 증가에 따른 오차 이외에는 없다.

2.5 최적화기법

지금까지의 설명이 114차원 실벡터공간에서 한 점이 주어졌을 때 즉 114개의 미지 계수에 구체적인 값이 배정되었을 때 목적함수를 계산하는 방법이다. 이 절에서는 경사도벡터를 계산하고 이것을 이용하여 탐색방향(search direction)⁽²¹⁾을 정한 후 직선탐색(line search)⁽²¹⁾을 수행하고 이를 반복하여 해를 구하는 과정에 대하여 설명하고자 한다.

2.5.1 경사도벡터의 계산

2.4절의 목적함수가 설계변수 즉 114개의 미지 계수의 향으로 폐형식으로 표현될 수 없기 때문에 경사도벡터를 수치미분으로 계산하여야 한다. 수치미분은 목적함수만 계산할 수 있으면 가능하다. 한 설계변수에 양과 음의 증분을 각각 가한후 목적함수의 차이를 계산하는 것이다. 설계변수에 가하는

증분값으로 설계변수의 절대치의 10^{-7} 혹은 10^{-8} 을 대입하는 것이 가장 좋았다.

114차원 실벡터 공간상의 임의의 한 점에서 경사도벡터를 계산하기 위해서는 목적함수를 228회 계산하여야 한다. 스플라인을 이용하여 관절변위를 표현하는 것이 이점에서 능률적이다. 한 스플라인은 일정구간내에서만 영이 아닌 값을 가지므로 경사도벡터의 한 성분을 계산하기 위하여 전체운동구간에 대한 목적함수의 변화를 계산할 필요가 없기 때문이다.

4장에서 시간최소화 운동을 탐색할 때는 이것이 결점이 된다. 즉 운동시간을 경로매개변수에 대한 미지의 함수로 두고 스플라인의 1차결함으로 표현하면 끝점의 운동시간 즉 전체운동시간에 영향을 미치지 않는 스플라인이 여러개 존재하기 때문에 수렴이 불가능한 경우가 생긴다.

본 연구에서는 BFGS method⁽²¹⁾에 의하여 탐색 방향을 결정하였다. 이 방법으로 계산되는 양의 정칙(positive definite) 행렬(114x114 차원)에 최감방향(steepest descent direction)을 투사(선형변환)시켜서 탐색방향을 얻는다. 4장의 시간최소화운동과는 달리 이 장에서 최적해를 구하는 과정에서 수렴에는 아무런 문제가 없었다 그러나 이 해가 전역최적해라는 보장은 없다.

2.5.2 직선탐색 및 수렴조건

직선탐색을 위해서는 1차 도함수를 필요로 하지 않고 매우 능률적인 황금분할탐색법⁽²¹⁾을 이용하였다.

최적해를 구하기 위한 수렴조건(optimality criterion)은 한 직선탐색에서 목적함수의 감소량으로 두었다. 목적함수의 1차도함수가 연속일 때 즉 목적함수가 유연(smooth)할 때 이 감소량은 서서히 작아지므로 최적점에 도달하지 못하고 계산을 끝내는 일은 없다. 한번의 직선탐색에서 목적함수의 감소량이 목적함수의 절대치의 10^{-12} 이내로 되면 계산을 끝내도록 하였다.

앞에서 잠깐 언급한 바와 같이 이 최적해가 장애물을 완전히 회피하면 즉 식 (2.4)에서 가중계수를 제외한 벌칙항이 10^{-6} 이내이면 전체 계산을 끝내고 그렇지 않으면 가중계수를 100배 증가시켜서 다시 BFGS method에 의한 탐색을 시작한다. 이때의 초기추정운동은 앞단계에서 구한 최적운동을 이용한다.

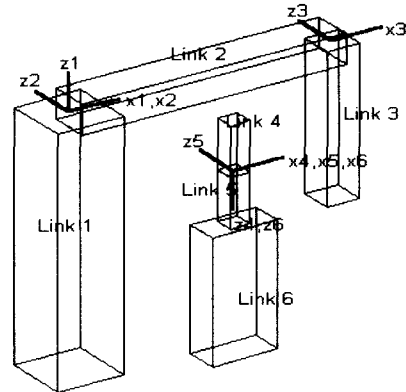


Fig. 3.1 Model of 6-link spatial manipulator.

3. 공간 6절 기구에 대한 응용

3.1 PUMA 560형 모델

마찰을 제외한 것 이외에는 실제모델을 그대로 사용하였다. 예제 모델은 Fig. 3.1과 같은 공간 6절로봇팔이고 관절은 모두 회전관절이며 z방향이 회전축이다. Fig. 3.1은 각각의 관절변위가 영일 때의 형상이고 기저좌표계(base frame)의 방향은 관절변위가 영일 때의 1번 좌표계와 일치한다. 링크 4, 5, 6은 링크 3의 길이방향으로 연결된 것을 분리하여 그렸으며 모든 링크는 Table 3.1과 같이 균질의 직육면체이므로 관성모멘트는 자체로 계산된다. 링크 6을 무겁고 크게 놓은 것은 작업하는 물체까지 고려한 것이다. 중력은 음의 z₀방향으로 작용한다. 장애물은 로봇팔의 작업영역 내에 한개가 존재하고 Fig. 3.3과 같이 직육면체이며 기저좌표계 성분으로 x, y, z 방향의 치수가 (1.8, 1.2, 6.0)이고 중심의 좌표가 (2.0, 0.0, -0.2)이다. 실제 모의실험에서는 천

Table 3.1 Specifications of 6-link spatial manipulator

	link					
	1st	2nd	3rd	4th	5th	6th
mass(kg)	100	50	30	5	5	50
l_1 (m)	0.2	0.8	0.1	0.06	0.06	0.2
l_2 (m)	0.2	0.12	0.6	0.06	0.2	0.1
l_3 (m)	1.0	0.12	0.1	0.2	0.06	0.5
r^i (kN.m)	6	6	6	1.5	1.5	1.5
$\dot{\theta}^i$ (rad/sec)	20	20	20	20	20	20
초기위치(°)	-60	0	-90	90	60	0
최종위치(°)	60	0	-90	90	60	0

정과 바닥에 해당하는 직육면체의 장애물 2개를 더 부과하였다.

로봇팔의 초기위치와 최종위치는 Table 3.1과 같고 운동시간은 0.5초와 2초 두가지 경우로 하였으며 운동의 시작점과 끝점에서 관절속도와 관절가속도는 모두 영으로 두었다.

3.2 최적 기하학적 경로

2장에서 서술한 방법에 따라 2가지 동적성능지수를 부과했을 때 장애물회피 최적경로를 Fig. 3.2와 Fig. 3.3에 나타낸다. 검게 표시된 위치가 운동의 초기 및 최종위치이고 점선위치가 같은 시간간격으로 나누었을때의 중간위치들이다. Fig. 3.2는 0.5초 동안 움직일때 장애물이 없는 경우를 경도 45° 위도 45° 방향에서 본것이고 Fig. 3.3은 운동시간은 같고 장애물이 있는 경우를 수직상방향에서 내려다본 것이다.

2가지 경우 모두 회전하기 전에 링크 2와 링크

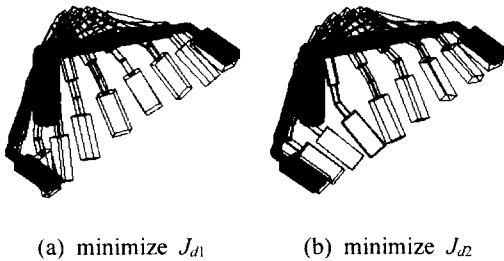


Fig. 3.2 Optimal motions in case of no obstacle.

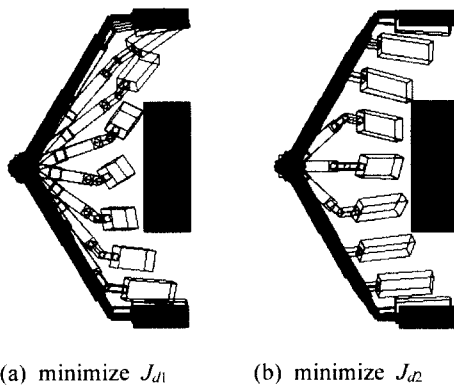


Fig. 3.3 Optimal motions in case of 1 obstacle.

3을 접는다. 장애물이 없어도 마찬가지다. 이와 같이 접은후 회전하려고 하는 경향은 운동시간을 크게할수록 더 커진다. 이렇게 하면 동적인 성능지수가 감소하기 때문이다.

링크 2와 링크 3의 접는 방향에 따라 여러가지 국소최적운동(local minimum)이 존재할 수 있고 여기에 나타난 운동이 전역최적운동(global minimum)이라는 보장은 없다. 초기의 탐색방향에 따라 링크들의 접는 방향이 결정되고 탐색이 진행됨에 따라 접는 방향을 바꿀 가능성은 거의 없다. 방향을 바꾸기 위해서는 접었던 링크를 다시 펴야 하는데 그럴 경우 동적성능지수가 증가하기 때문이다.

같은 동적성능지수를 부과하여도 전체운동시간을 다르게 두면 경로가 다르게 나왔다. 따라서 시간최소화운동은 어떤 경로상에서 탐색해야할지의 문제가 남는다. 이것은 4, 5장에서 논의한다.

그림에 표시하지는 않았지만 관절회전력을 최소화하는 운동은 특이하였다. 장애물의 표면을 스치지도 않으며 마치 관절에 아무런 힘이 작용하지 않는 것처럼 보인다. 링크들의 관절력과 중력을 최대한 이용하여 움직이는 것이다. 그러나 관절변위와 각속도가 지나치게 크므로 부적합하다. 이론적으로 관절회전력이 관절각속도와 무관하게 작용할 수 없기 때문이다. 이점을 고려한 것이 식 (2.3)의 등가관절회전력이고 시간최소화운동에서는 이것을 관절의 제한값으로 사용하였다.

장애물회피 최적경로를 구하는 과정에서 수렴은 지극히 안정적이었다. 한 직선탐색당 목적함수의 감소량이 서서히 작아져서 최적점 근처에서는 10⁻¹³까지 내려가고 경사도벡터의 절대치도 이와 비슷한 경향을 보였으며 최적점 근처에서는 10⁻⁷까지 감소하였다.

Table 3.2와 Table 3.3은 장애물이 없는 경우와 있는 경우의 성능지수들의 초기값과 최소값을 각각 나타낸다. 초기값은 2.2절에서 설명된 관절변위가 5차다항식으로 표현되는 운동의 것이다. 장애물이

Table 3.2 Initial and minimum objective functions in case of no obstacle.

Objective functions	Initial values	Minimum values	Total line searches
J_{d1}	56.732	21.774	271
J_{d2}	74.359	29.850	502

Table 3.3 Initial and minimum objective functions in case of 1 obstacle.

Obj. functions	Initial values	Min. values	Penalty term(J_n) initial/min.
J_{d1}	56.732	123.48	14.378/4.39*10 ⁻⁹
J_{d2}	74.359	34.384	14.378/0.0

없는 경우는 물론 감소하였고 J_{d2} 의 경우 장애물이 있을 때에도 감소하였다.

4. 시간최소화 운동

4.1 운동시간의 먹급수전개

3장에서 구해진 최적경로는 식으로 표현하면 다음과 같다.

$$\theta_i^*(s) = F_i^s(s) + \sum_{j=1}^{s_f-1} C_{ij}^* B_j^d(s) + F_i^f(s), \quad i = 1, \dots, n \tag{4.1}$$

$$s = \beta t \tag{4.2}$$

여기서, θ 는 관절각변위, F^s 및 F^f 는 운동의 시작 및 끝점에서 6개의 조건을 만족시키는 함수⁽²⁰⁾, s_f 는 경로 끝점의 값으로서 정수이고 본계산에서는 20, B^d 는 5차 B-스플라인이고 C 는 그 계수이며 (*) 표시는 최적경로에서의 값을 의미한다. 도함수들 $\theta_i^*(s)$, $\theta_i^{**}(s)$ 는 s 에 관하여 미분하여 구할 수 있다. 시간 최소화 운동은 이 경로 상에서 탐색된다.

3장과 달리, 시간 t 가 s 에 관한 임의의 함수라고 가정한다. 따라서 3장에서 구한 최적 기하학적 경로가 더 이상 3장의 성능지수를 최소화시키는 경로는 아니고 시간최소화 운동을 구하기 위한 하나의 우수한 기하학적 경로로서 이용될 뿐이다. 바꾸어 말하면, 3장의 최적경로 상에서 구한 시간최소화 운동이 3장의 성능지수를 동시에 최소화시키는 운동은 아니다.

시간 t 가 s 에 관한 임의의 함수일 때 이 최적경로 상에서 각 관절의 각속도와 각가속도는 아래와 같다.

$$\omega_i = \frac{\theta_i^{**}}{t'} \tag{4.3}$$

$$\alpha_i = \frac{t' \theta_i^{***} - t'' \theta_i^{**}}{t'^3} \tag{4.4}$$

s 에 관한 미지의 함수인 t 를 저자의 선행연구⁽²⁰⁾에서는 기하학적 경로를 구할때와 마찬가지로 스플라인의 1차결함으로 두었다. 한 스플라인은 일정한 부분구간내에서만 영이 아닌 값을 가지므로 끝점의 운동시간 즉 전체운동시간에 영향을 미치지 않는 스플라인이 여러개 존재하여 공간 6절기구에서는 수렴이 불가능한 경우가 있었다. 이에 비하여 시간을 s 에 관하여 먹급수전개하면 모든 기저함수는 끝점의 시간에 영향을 끼친다. 계산에서의 정밀도를 고려하여 일정 개수이상의 급수전개는 의미가 없으므로 21개의 항으로 다음과 같이 표현한다.

$$t = \sum_{i=0}^{20} c_i \left(\frac{s}{s_f} \right)^i \tag{4.5}$$

s 에 관한 도함수들 t' , t'' 은 식 (4.5)를 s 에 관하여 미분하여 구할 수 있다.

3장에서 구한 기하학적경로는 t 가 s 의 1차함수 ($s=\beta t$)라고 가정하여 구한 것이다. 3장에서 부과한 양끝점에서의 각속도와 각가속도 조건을 만족시키기 위해서는 이와 동일한 조건이 부과되어야 한다. 즉,

$$t'(0) = t'(s_f) = \frac{1}{\beta} \tag{4.6}$$

$$t''(0) = t''(s_f) = t(0) = 0 \tag{4.7}$$

이 5개의 조건에 의하여 21개의 미지계수중 자유변수(free variables)는 16개이다. 자유변수를 c_3, c_4, \dots, c_{18} 로 택하고 이것들에 구체적인 값이 배정 되면 나머지 5개의 계수는 위의 5개의 조건으로부터 구해진다. 시간최소화운동은 이 16차원 실벡터 공간내에서 탐색된다.

4.2 목적함수

최소화시키고자 하는 것은 끝점에서의 시간이고 제한조건은 각 액추에이터의 등가관절회전력(식 (2.3))이다. 이론적으로 액추에이터가 가할수 있는 회전력이 관절의 각속도와 무관하지 않으므로 구동력과 각속도의 제한을 별개로 취급하는 것은 적당하지 않으며 이를 동시에 고려하는 것이 더 타당하다.

$$J = J_t + w_c J_c \quad (4.8)$$

$$J_t = [t \mid_{s=s_f}]^2 \quad (4.9)$$

$$J_c = \int_0^{s_f} \sum_{i=1}^n \left(\frac{\tau_i^e}{\tau_i^c} - 1 \right)_+^2 ds \quad (4.10)$$

플러스(+) 연산자는 다음과 같이 정의된다.

$$(\cdot)_+ \equiv \begin{cases} (\cdot), & \text{if } (\cdot) \geq 0, \\ 0, & \text{if } (\cdot) < 0 \end{cases} \quad (4.11)$$

등가관절회전력이 관절구동력의 제한값을 넘으면 양의 값을 가지고 그렇지 않으면 영으로 계산된다. w_c 는 충분히 큰 가중계수이므로 식 (4.6)으로 표현되는 목적함수는 관절의 제한값을 만족시키면서 운동시간을 최소화시키는 운동을 구하는데 적당하다.

4.3 계산논리 요약

여기서의 최적화기법도 3장에서와 마찬가지로 경사도벡터를 수치미분으로 구하고 BFGS method를 이용하여 탐색방향을 정한후 직선탐색을 수행하였다. w_c 도 3에서의 w_c 와 같이 처음에는 작은값에서 탐색을 시작한후 관절제한조건 만족여부 즉 J_c 가 충분히 작아졌는지의 여부를 확인하고 그렇지 않으면 w_c 값을 증가시켜가며 여러번 해를 구해야 한다.

모의실험에서의 계산순서에 따라 계산논리를 간략하게 설명하면, 식 (4.5)에서 16개의 자유변수 c_3, c_4, \dots, c_{18} 에 영을 배정하고 나머지 5개의 변수를 식 (4.6)과 (4.7)을 이용하여 결정한다. 이것이 초기추정함수이다. 구간 $0 \leq s \leq 20$ 를 100개의 등구간으로 나누고 각 구간점에서 식 (4.3)과 (4.4)를 이용

하여 각속도와 각가속도를 계산한후 반복법을 이용하여 관절회전력을 계산한다.

초기추정함수에 대하여 식 (4.8)의 목적함수를 사다리꼴 면적적분법으로 계산하고 가중계수를 포함한 벌칙항이 J_c 의 10배가 되도록 w_c 를 정한다. 유한차분법으로 경사도벡터를 계산하고 BFGS method에 의하여 탐색방향을 결정한 후 직선탐색을 수행한다.

3장에서와 동일한 수렴조건을 부과하여 최적해가 구해지면 J_c 가 충분히 작은지의 여부 즉 실제계산에서 10^{-5} 이내로 감소했는지의 여부를 확인하고 만족되지 않으면 w_c 를 100배 증가시킨후 이때의 최적해를 초기추정운동으로 하여 다시 경사도벡터를 계산하는 단계로 되돌아간다.

5. 공간 6절기구에 대한 계산결과

3장에서 논의한 2가지 동적성능지수에 따른 기하학적경로에서 시간최소화운동을 구하였다. Table 5.1과 Table 5.2는 각각 장애물이 없는 경우와 있는 경우의 최소운동시간이다. 3장에서 구해진 기하학적경로는 운동시간을 고정시켰을 때의 것이다. 또한 같은 동적성능지수를 부과하여도 전체운동시간에 따라 구해진 경로는 서로 약간 다르다. 즉 전체운동시간이 짧을 때는 관절을 적게 굽힌후 회전하고 이것이 길때는 관절을 많이 굽힌후 회전하였다. 따라서 시간최소화운동을 구할 때 어떤 운동시간에서 구해진 경로를 쓰느냐에 따라 최소운동시간이 달랐다. 처음에는 전체운동시간을 임의로 놓고 기하학적경로를 구하고 이 경로상에서 시간최소화운동을 구한후 이때의 최소운동시간을 새로운 전체운동시간으로 놓고 다시 기하학적 경로를 구하고 이 경로상에서 시간최소화운동을 탐색하는 일련의 과정을 반복하였다.

이것이 Table 5.1과 Table 5.2에 정리되어 있다. 장애물이 없는 경우는 최초의 운동시간을 2초로 하였고 있는 경우는 0.5초로 하여 구하였다. 장애물이 없는 경우 2가지 동적성능지수 이외에 초기경로(initial path)라는 항이 있다. 이것은 2.2절에서 설명한 5차다항식으로 표시되는 경로를 말한다. 즉 초기추정운동의 경로상에서 시간최소화운동을 구한 결과이다.

5차다항식으로 표시되는 경로상에서 최소운동

Table 5.1 Minimum times in case of no obstacle.

Moving time	Initial path	Optimal path	
		J_{d1}	J_{d2}
initial	2.00	2.00	2.00
1st	1.03	1.06	0.904
2nd	0.783	0.639	0.650
3rd	0.718	0.510	0.873
4th	0.681	0.480	0.646
5th	0.675	0.475	0.919

Table 5.2 Minimum times in case of 1 obstacle.

Moving time	Optimal path	
	J_{d1}	J_{d2}
initial	0.500	0.500
1st	0.503	0.555
2nd	0.486	0.514
3rd	0.516	0.570
4th	0.479	0.497
5th	0.503	0.574

시간은 0.675초, J_{d1} 을 최소화시킨 경로상에서는 0.475초이고 J_{d2} 의 경우는 5차다항식으로 표시되는 경로상에서의 값보다 더 크고 증가와 감소를 되풀이하는 불안정한 값을 나타낸다. 장애물이 있는 경우도 이와 비슷하다. J_{d1} 의 경우 장애물회피 최소시간은 0.5초 전후로서 장애물회피에 따른 시간소모는 크지 않다.

여기서 알수 있는 바와같이 시간최소화운동을 구하기 위한 기하학적경로로서 J_{d1} 을 최소화시킨 경로가 더 적당하다. J_{d2} 는 등가관절구동력의 자승적분합을 최소화시킨 경로로서 시간최소화운동에서 부과한 관절의 제한값도 등가관절구동력이므로 J_{d2} 에 의한 경로가 가장 적당할 것으로 예상되었지만 결과는 그렇지 않다. 그 이유는 기하학적경로를 구할때는 자승 적분합을 최소화시킨 반면 시간최소화운동에서는 식 (4.10)과 같이 관절의 제한값을 초과하는 부분만을 벌칙항으로 두었기 때문으로 생각된다. 이 두 운동의 근본적인 차이는 운동의 시작점과 끝점 부근에서 큰 회전력이 걸리면 동적인 성능지수인 자승 적분합이 감소하는 반면 전체 운동 구간에서 관절이 포화되면 운동시간이 적게 걸린다는 것이다.

Fig. 5.1은 장애물이 있는 경우 J_{d1} 을 최소화시킨 경로상에서 시간최소화운동을 구한 결과의 시간함수와 그 도함수를 경로매개변수(s)에 대하여 그린

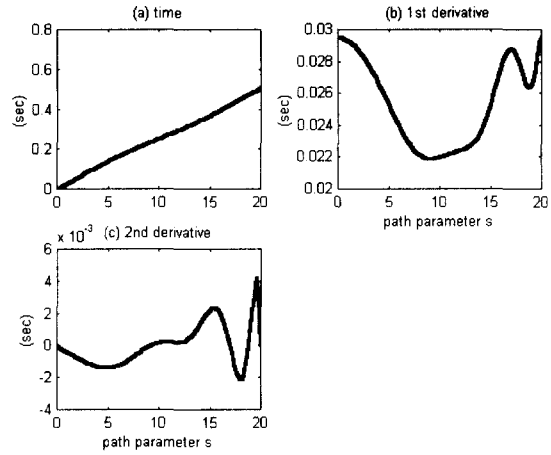


Fig. 5.1 Time and its derivatives w.r.t. s in case of 1 obstacle.

것이다. 초기추정운동에서는 시간함수가 직선이고 1차도함수는 상수($1/\beta$)이며 2차도함수는 영이다. 최적화가 진행됨에 따라 관절회전력이 제한값을 초과하는 부분에서는 시간척도를 늘려서 즉 1차도함수값을 높여서 천천히 움직이게 하여 제한값 이내가 되도록하고 제한값에 미치지 못하는 부분에서는 시간척도를 줄여서 즉 빨리 움직여서 제한값에 도달하도록 하므로써 전체운동시간을 줄인다.

이 그림의 경우 시작점과 끝점의 1차도함수값이 초기추정운동의 값이므로 전체적으로 시간척도를 줄였고 경로의 중간부분에서 특히 많이 줄였다. 다시 말하면 초기추정운동에서는 등가관절회전력이 제한값에 미치지 못하여 운동시간을 감소시켜서 제한값에 도달하도록 즉 관절이 포화되도록 한 것이다. 이것은 Fig. 5.2에서도 나타난다. 이 그림은 6개의 관절의 등가관절회전력을 초기추정운동은 가선선으로 그리고 시간최소화운동은 굵은선으로 나타낸다. 관절의 제한값은 Table 3.1과 같이 1, 2, 3번 관절은 6000Nm이고 4, 5, 6번은 1500Nm이다. 초기추정운동에서는 모든 관절이 포화되지 않았고 탐색이 진행됨에 따라 1번, 3번, 5번관절이 포화될때까지 운동시간을 줄였다는 것을 볼수 있다. 그러나 2개 이상의 관절이 동시에 포화되지 않는다. 이것은 기하학적경로와 시간최소화운동을 별개로하여 최적운동을 탐색할 때의 특징이다.

여기서 최적화 과정에서의 수렴성능은 3장의

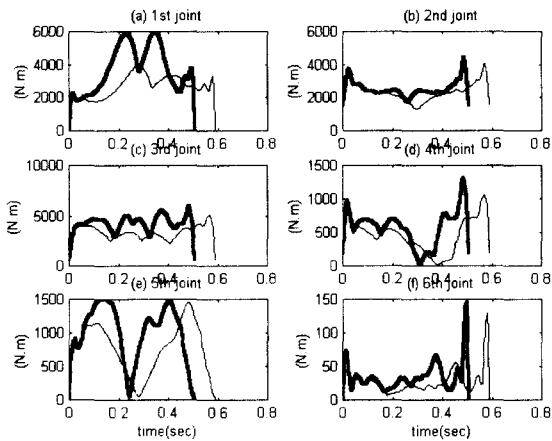


Fig. 5.2 Time history of equivalent torques at initial motion(thin line) and minimum-time motion(thick line) in case of 1 obstacle.

탐색에 비하여 안정적이지 못하였다. 그렇다고하여 최적점으로 이동하지 못하고 중도에 탐색을 멈춘 경우는 없었다고 생각된다. 3장의 성능지수인 자승적분합을 최소화시키는 경우에 비하여 관절회전력의 제한값을 초과하는 부분만을 벌칙항으로하여 감소시키는 경우는 비선형계획법에 의한 탐색이 쉽지 않음을 알수 있었다.

전체의 계산과정을 FORTRAN으로 프로그램하여 Pentium III PC에서 연산을 수행하였고 계산시간은 기하학적경로만을 구하는 경우 장애물이 없을때는 10분 전후 그리고 장애물이 있을때는 20분 전후가 소요되었고 시간최소화탐색을 포함시킬 경우 초기운동시간을 달리하여 여러번의 반복연산이 추가되므로 30분에서 1시간가량이 소요되었다. 더욱이 연산시간을 절약하기 위하여 장애물과의 침투성장거리는 마지막링크인 링크 6에 대해서만 계산하였다는 점을 고려할 때 실제로는 링크끼리의 간섭도 고려하여야 하고 장애물의 개수도 많을 것이므로 6자유도 공간기구에서 실용적인 결과를 얻기 위해서는 2시간 이상의 수치연산이 필요할 것이다. 실용화기술을 개발하는 단계에서는 PC의 수치연산속도가 개선되어야 할 것이다.

여기서 구해지는 궤도가 로봇팔 제어에서 기준 궤도로서 활용될 수 있다는 것이고 이와같은 궤도를 따라서 실제로 움직이기 위해서는 이에 맞는 제

어논리의 개발도 병행되어야 한다. 저자의 추측으로는 10년 정도 후에는 이 분야의 실용화에 관한 연구가 활성화되리라 생각한다. 로봇팔제어를 전공하는 분들의 관심을 촉구한다.

적어도 2개 이상의 관절이 동시에 포화되는 운동을 얻기 위해서는 기하학적 경로와 시간최소화를 동시에 탐색하여야 한다. 6절공간기구에 대하여 이와같은 운동을 얻기 위하여는 앞으로 많은 노력이 필요할 것이다.

6. 결론

6절공간기구(PUMA 560 형)에 대하여 관절변위를 5차 B-스플라인의 1차 결합으로 표시하고 장애물과 링크 사이의 거리를 침투성장거리로 정량화한 후 2가지 서로다른 동적성능지수를 최소화시키는 장애물회피 및 최적 기하학적경로를 비선형계획법을 이용하여 구하였다. 동일한 동적성능지수에 대해서도 전체운동시간이 다르면 최적경로는 다르게 나온다.

이 들 최적 경로 상에서 운동시간을 먹급수전개함으로써 관절속도에 따른 관절구동력(동관절구동력)의 제한을 고려한 시간최소화운동을 구하였다. 시간최소화운동을 구하기 위한 기하학적경로로는 관절회전력과 관절각속도를 동시에 최소화시킨 경로가 가장 적당하다. 여기서 구해진 궤도를 따라서 실제로 움직이기 위해서는 이에 맞는 제어논리의 개발도 병행되어야 한다.

여러가지 동적변수의 자승의 적분합(동적성능지수)을 최소화시키는 운동은 운동의 초기와 끝부분에서 큰 회전력이 걸리는 반면 전체운동구간에서 관절이 포화되어야 운동시간이 적게 걸린다. 적어도 2개 이상의 관절이 동시에 포화되는 운동을 얻기 위해서는 기하학적 경로와 시간최소화를 동시에 탐색하여야 한다.

후기

본 연구는 1999년도 경남대학교 교내연구비(과제번호 : 1999-5057)에 의하여 수행되었으며, 관계자 여러분께 감사드립니다

참고문헌

1. Tzionas, P. G., Thanailakis, A. and Tsalides, P. G., "Collision-Free Path Planning for a Diamond-Shaped Robot Using Two-Dimensional Cellular Automata," *IEEE Trans. on Robotics and Automation*, Vol. 13, No. 2, pp. 237-250, 1997.
2. Sundar, S. and Shiller, Z., "Optimal Obstacle Avoidance Based on the Hamilton-Jacobi-Bellman Equation," *IEEE Trans. on Robotics and Automation*, Vol. 13, No. 2, pp. 305-310, 1997.
3. Fujimori, A., Nikiforuk, P. N. and Gupta, M. M., "Adaptive Navigation of Mobile Robots with Obstacle Avoidance," *IEEE Trans. on Robotics and Automation*, Vol. 13, No. 4, pp. 596-602, 1997.
4. Mukherjee, R., Emond, B. R. and Junkins, J. L., "Optimal Trajectory Planning for Mobile Robots Using Jacobian Elliptic Functions," *Int. J. of Robotics Research*, Vol. 16, No. 6, pp. 826-839, 1997.
5. Fiorini, P. and Shiller, Z., "Motion Planning in Dynamic Environments Using Velocity Obstacles," *Int. J. of Robotics Research*, Vol. 17, No. 7, pp. 760-772, 1998.
6. Ong, C. J. and Gilbert, E. G., "Growth Distances: New Measures for Object Separation and Penetration," *IEEE Trans. on Robotics and Automation*, Vol. 12, No. 6, pp. 888-903, 1996.
7. Ahuactzin, J. M. and Gupta, K. K., "The Kinematic Roadmap: A Motion Planning Based Global Approach for Inverse Kinematics of Redundant Robots," *IEEE Trans. on Robotics and Automation*, Vol. 15, No. 4, pp. 653-669, 1999.
8. Seraji, H. and Bon, B., "Real-Time Collision Avoidance for Position-Controlled Manipulators," *IEEE J. of Robotics and Automation*, Vol. 15, No. 4, pp. 670-677, 1999.
9. Chen, P. C. and Hwang, Y. K., "SANDROS: A Dynamic Graph Search Algorithm for Motion Planning," *IEEE J. of Robotics and Automation*, Vol. 14, No. 3, pp. 390-403, 1998.
10. Dahl, O. and Nielsen, L., "Torque-Limited Path Following by On-Line Trajectory Time Scaling," *IEEE J. of Robotics and Automation*, Vol. 6, No. 5, pp. 554-561, 1990.
11. Slotine, J.-J. E. and Yang, H. S., "Improving the Efficiency of Time-Optimal Path-Following Algorithms," *IEEE J. of Robotics and Automation*, Vol. 5, No. 1, pp. 118-124, 1989.
12. McLean, A. and Cameron, S., "The Virtual Springs Method: Path Planning and Collision Avoidance for Redundant Manipulators," *Int. J. of Robotics Research*, Vol. 15, No. 4, pp. 300-319, 1996.
13. Schlemmer, M. and Gruebel, G., "Real-Time Collision-Free Trajectory Optimization of Robot Manipulators via Semi-Infinite Parameter Optimization," *Int. J. of Robotics Research*, Vol. 17, No. 9, pp. 1013-1021, 1998.
14. Martin, B. J. and Bobrow, J. E., "Minimum-Effort Motions for Open-Chain Manipulators with Task-Dependent End-Effector Constraints," *Int. J. of Robotics Research*, Vol. 18, No. 2, pp. 213-224, 1999.
15. Toogood, R., Hao, H. and Wong, C., "Robot Path Planning Using Genetic Algorithms," *Proc. IEEE Int'l Conference on Systems, Man and Cybernetics*, Vol. 1, pp. 489-494, Oct. 1995.
16. Yamamoto, M., Isshiki, Y. and Mohri, A., "Collision Free Minimum Time Trajectory Planning for Manipulators Using Global Search and Gradient Method," *Proc. IROS Int'l Conference on Intelligent Robots and Systems*, Vol. 3, pp. 2184-2191, Sep. 1994.
17. Ozaki, H. and Lin, C.-j., "Optimal B-Spline Joint Trajectory Generation for Collision-Free Movements of a Manipulator under Dynamic Constraints," *Proc. IEEE Int'l Conf. on Robotics and Automation* pp. 3592-3597, 1996.
18. Lin, F. and Brandt, R. D., "An Optimal Control Approach to Robust Control of Robot Manipulators," *Trans. IEEE Robotics and Automation*, Vol. 14, No. 1, pp. 69-77, 1998.
19. Park, J.-k. and Bobrow, J. E., "Minimum-Time Trajectory Planning for a Robot Manipulator amid Obstacles," *Proceeding of the 4th Japan-France & 2nd Asia-Europe congress on Mechatronics*, Vol. 1 pp. 369-374, Kitakyushu, Japan, Dec. 1998.
20. 박종근, 한성현, 김태환, 이상탁, "로봇팔의 최적 기하학적 경로 및 시간최소화 운동," *한국정밀공학회지*, 제 16권 12호 pp. 204-213, 1999.
21. Fletcher, R., "Practical Method of Optimization," 2nd ed., John Wiley & Sons, 1987.
22. Prenter, P. M., "Splines and Variational Methods," John Wiley & Sons, 1975.