

Graphic-programming 을 이용한 주축용 유도전동기의 토크감시시스템 개발

이인환*, 권원태**

Development of Torque Monitoring System of Induction Spindle Motor using Graphic-programming

In Hwan Lee*, Won Tae Kwon**

ABSTRACT

In vector control technique, stator currents of an induction motor are transformed to equivalent d-q currents in a reference frame consist of d and q axis, each of which is coincide with flux and torque direction respectively. Since the current in q-axis is related to the torque in a synchronously rotating frame, torque is estimated as a function of q-axis current and flux. In this paper, a method to estimate torque of an induction motor based on the measurement of 3-phase currents and rotating velocity of a rotor is presented. Graphic-programming is used to measure signals, to estimate the torque and to show the result in the form of user friendly graph in window environment. To stabilize the fluctuation of estimated torque caused from the small measurement error of the rotor velocity, the stator current is reconstructed in a program based on measured signals. The experimental results executed under the velocity of 500 rpm, 1500 rpm without load and 1500 rpm with load show that the proposed method estimates the torque very well.

Key Words : Induction motor(유도모터), d-q transform(d-q 변환), Vector control(벡터제어), Torque monitoring system(토크 모니터링시스템), Graphic-programming (그래픽 프로그래밍)

기호설명

Subscript d, q : d, q phase component
Subscript a, b, c : a, b, c phase component
Subscript s, r : stator or rotor component
Superscript e : synchronous rotation reference frame component

Superscript $*$: reference value
Superscript $'$: parameter of equivalent circuit
 ω_e : synchronous angular velocity
 ω_{sl} : slip angular velocity
 ω_r : rotor angular velocity
 λ : flux linkage

접수 2001년 1월 9일
* 서울시립대 기계정보공학과 대학원
** 서울시립대 기계정보공학과

1. 서론

유도전동기는 구조가 간단하고 기계적인 정류자와 브러시가 없어 유지 및 보수가 용이하고 가격이 저렴하여 직류전동기에 비해 널리 산업 현장에서 사용되고 있다. 이런 장점에도 불구하고 1970년대 초까지 고성능 응답특성 및 정밀성이 요구되는 산업용 기기에 적용이 어려웠던 가장 큰 이유는 회전자 측 제어변수들의 정보를 간접적인 방법에 의해서만 측정할 수 있고 전동기의 전류와 전압이 토크 및 속도와 복잡하게 결합되어 있는 다변수 비선형 시스템으로 표시되기 때문에 제어가 쉽지 않았기 때문이다. 이러한 비선형 특성을 지닌 유도전동기의 제어방법으로 1970년 초 벡터제어방식⁽¹⁾과 슬립주파수 제어등 여러기법이 개발되었다. 벡터제어 기법은 유도전동기의 고정자 전류를 동기 속도로 회전하는 d-q 축으로 변환하고 d축을 회전자 자속과 일치시킴으로써 d축 성분은 자속성분 전류로 그리고 q축 성분은 토크성분 전류로 상호 분리하여 유도모터를 타여자 직류전동기와 유사한 특성을 갖도록 하였다.⁽²⁾ 이러한 제어방법은 마이크로 프로세서의 발달로 실시간에 많은 양의 계산을 필요로 하는 벡터 제어기법과 현대 제어이론의 적용을 가능케 하여 현재 여러 산업분야에서 핵심 전자기기로 사용되고 있다.

공작기계에서 유도전동기인 스핀들 모터의 전류나 파워를 측정하여 절삭력을 추정하는 연구도 지속되어 왔다. 허건수는 CNC선반에서 3상전류의 rms값과 전체 파워를 측정하여 토크를 추정하였으며 추정된 토크로 절삭력을 예측하여 이상진단을 할 수 있는 근거를 제시하였다.⁽³⁾ 또한 최영준은 주축모터 동력을 이용하여 밀링에서의 절삭력을 추정하는 연구를 수행하였으며⁽⁴⁾, Stein 등은 이송축 DC모터 전류를 이용하여 절삭력을 예측하는 연구를 수행하였다.⁽⁵⁾ Park 등은 주축 교류 유도모터의 동력을 측정하여 드릴에서의 절삭토크를 추정하였고⁽⁶⁾, Mannan 등은 주축모터와 이송축 모터 동력과 전류를 측정하여 절삭공정을 감시하였다.⁽⁷⁾ 그러나 전체 파워는 전달토크뿐만 아니라 고정자와 회전자의 손실부, 내부인덕턴스의 에너지 변화율도 포함하고 있는 단점이 있다. 이송모터에서 전류를 이용한 절삭추력을 추정하기 위하여 오영탁은 홀센서로 전류를 측정하였고 rms값을 계산하였다.⁽⁸⁾ 계산된 rms값은 토크와의 관계를 비례상

수를 통하여 비례관계로 규정하였다. 실제로 전류에 대한 rms값과 d-q변환 값은 크기에 차이가 있으며 이를 보정하기 위한 실험을 수행하여야 하는 번거로움이 따른다.

본 연구에서는 유도전동기의 파라미터와 측정된 3상 전류와 속도를 이용하여 토크모니터링 시스템을 구축하였다. 3상 전류 측정 및 토크계산, user interface등은 윈도우 환경 하에서 Graphic programming을 이용하여 실행되었다.

2. 유도전동기의 벡터제어방정식 및 토크방정식 모델링

동기속도로 회전하는 회전 좌표계에서 유도전동기의 전압방정식은 다음과 같다.⁽⁹⁾

$$\begin{bmatrix} v_{ds} & v_{qs} & v_{dr} & v_{qr} \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} r_s + pL_s & -\omega_e L_s & pM & -\omega_c M \\ \omega_e L_s & r_s + pL_s & \omega_e M & pM \\ pM & -(\omega_c - \omega_r)M & r_r + pL'_r & -(\omega_c - \omega_r)L'_r \\ (\omega_c - \omega_r)M & pM & (\omega_c - \omega_r)L'_r & r_r + pL'_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{ds} & i_{qs} & i'_{dr} & i'_{qr} \end{bmatrix}^T \quad (1)$$

유도 전동기에서는 관측의 기준 축인 Φ 축의 회전자 자속을 d축에 일치시켜 정렬하면 다음 식을 얻는다.

$$\begin{aligned} \lambda'_{dr} &= \lambda'_r \\ \lambda'_{qr} &= 0 \end{aligned} \quad (2)$$

슬립속도는 $\omega_{sl} = \omega_e - \omega_r$ 이다.

이 때 슬립 각속도, 시간에 대한 회전자 자속의 변화율을 나타내면 다음과 같다.(부록참조)

$$\begin{aligned} \omega_{sl} &= \frac{r'_r M}{\lambda'_r L'_r} i^e_{ds} \\ p\lambda'_r &= \frac{r'_r}{L'_r} (M i^e_{ds} - \lambda'_r) \end{aligned} \quad (3)$$

고정자와 회전자의 순간적인 전체 파워는 abc상에

서 다음과 같다.

$$P_{abc} = v_{as}i_{as} + v_{bs}i_{bs} + v_{cs}i_{cs} + v_{ar}i_{ar} + v_{br}i_{br} + v_{cr}i_{cr} \quad (4)$$

그리고 dqo상에서의 전체 파워는 abc상에서의 전체 파워와 양적으로 같으므로 식 (5)과 같이 표현된다.

$$P_{dqos} = P_{abc} = \frac{3}{2}(v_{ds}i_{ds} + v_{qs}i_{qs} + 2v_{os}i_{os} + v_{dr}i_{dr} + v_{qr}i_{qr} + 2v_{or}i_{or}) \quad (5)$$

여기서 3/2성분은 변환과정에서 크기를 보정하는 상수이다. 이미 변환된 d-q변수, 즉 전압, 전류, 쇠교자속등은 기준축의 각속도 ω 에 의존하지만, 전체 파워의 형태는 평가되는 축이 어떻게 되건 상관없이 모두 양의 값을 가진다. 따라서 식(1)을 식(5)에 대입하여 다시 정리하면 다음과 같다.

$$P_{total} = \frac{3}{2} [r_s(i_{ds}^2 + i_{qs}^2 + 2i_{os}^2) + r_r(i_{dr}^2 + i_{qr}^2 + 2i_{or}^2) + L_s^*(i_{qs} \dot{p}i_{qs} + i_{ds} \dot{p}i_{ds}) + M(i_{qs} \dot{p}i_{qr} + i_{ds} \dot{p}i_{dr}) + L_r^*(i_{qr} \dot{p}i_{qr} + i_{dr} \dot{p}i_{dr}) + M(i_{qr} \dot{p}i_{qs} + i_{dr} \dot{p}i_{ds}) + 2L_{ls}i_{os} \dot{p}i_{os} + 2L_{lr}i_{or} \dot{p}i_{or} + M\omega_r(i_{dr}i_{qs} - i_{qr}i_{ds})] \quad (6)$$

식(6)에서 첫번째 줄의 식은 고정자와 회전자와의 저항손실을 나타내며, 두번째에서 네 번째 줄은 자속에너지의 변화율을 나타낸다. 그리고 마지막 줄은 공극을 통하여 전자기적으로 전달되는 파워로 실제 토크를 나타낸다. 따라서 벡터 제어되는 유도전동기에서 실제토크는 다음과 같다.⁽¹⁰⁾⁽¹¹⁾⁽¹²⁾

$$T_e = \frac{3}{2} \frac{P}{2} \frac{M}{L_r} \lambda'_r i_{qs}^e \quad (7)$$

전동기의 동작을 결정하는 자속전류 i_{ds}^{e*} 와 토크 전류 i_{qs}^{e*} 에서 벡터제어 시 전동기의 동작 중 자

속은 늘 일정하게 제어되므로 자속전류 i_{ds}^{e*} 는 일정하게 제어된다. 따라서 토크를 감시하기 위해서 관측되어야 할 성분은 토크전류 i_{qs}^{e*} 이며 전동기의 토크와 비례한다.

3. 유도모터 토크추정 알고리즘

실험에 사용된 PWM 방식의 벡터제어 알고리즘을 Fig. 1에 도시하였다.⁽¹³⁾ 제어 시스템은 속도를 제어하기 위하여 목표치로 선정된 속도지령치로부터 모터의 자속과 발생 토크의 목표치가 정해진다. 자속벡터와 같은 방향으로 자속을 발생하는데 필요한 전류 i_{ds}^{e*} (자화전류)와 자속벡터의 직교방향으로 토크를 발생하는데 필요한 전류 i_{qs}^{e*} (토크전류)를 각 권선에 할당한다. 여기서 *는 목표치를 표시한다. 이렇듯 모터전류의 목표치 i_{ds}^{e*} , i_{qs}^{e*} 는 a, b, c의 3상전류로 좌표변환되어 모터에 직접 인가 되고 모터의 출력을 얻게 되는 것이다. 목표치에 따라 모터에 인가된 3상전류는 여러 비선형적인 요소로 인해 원하는 토크의 목표치만큼 출력이 나오지 않을 수 있어 요구되었던 속도만큼 그 결과가 나오지 않는 경우가 발생한다. 따라서 이를 피드백 제어하여 목표치에 근사하게 제어해 주는 것이다. 그러나 복잡한 제어장치 내에서만 파악할 수 있는 토크의 목표치와 간단한 장비로 측정 가능한 실제치의 사이에 커다란 차이가

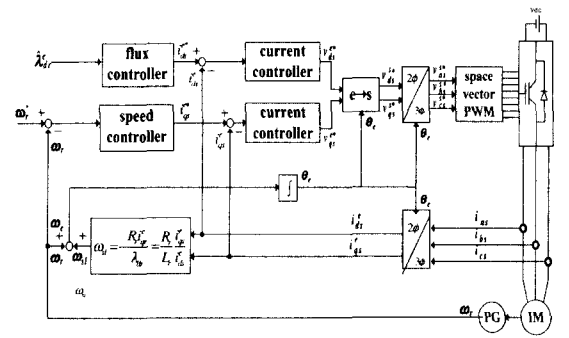


Fig. 1 Block diagram of the vector controller of the induction motor

없다면, 제어장치 내에서 설정된 값을 고려할 필요가 없게 되어 토크추정은 간단해 진다.

모터정수와 단자전압, 전류, 회전속도 등의 실제치 검출치로부터 자속벡터를 연산할 수 있는데 이를 수식 상으로 표현하면 다음과 같다.

$$\lambda'_{r}[n+1] = \left(1 - \frac{r'_r}{L'_r} t_s\right) \lambda'_{r}[n] + \frac{r'_r M}{L'_r} i_{ds}[n] t_s \quad (8)$$

실제로 식 (3)을 이용한 시스템을 구축하여 토크를 추정한 결과 Fig. 2(a)과 같이 심하게 진동하였다. Matlab을 이용하여 토크감시시스템을 모의실험할 결과 주어진 3상전류의 위상차가 정확히 120°를 유지하지 못한 상태에서 측정된 ω_r 이 조금만 진동해도 이와 같은 현상이 발생한다는 것이 밝혀졌다. 결과적으로 주어진 전류의 부정확한 위상차와 고정자에 감겨진 권선의 위상차가 이론치와 약간의 차이만 있어도 추정토크는 ω_r 의 작은 변화에도 민감하게 진동하게 된다. 이러한 문제점은 식(9)과 같이 측정된 전류성분으로 전체 전류의 실효치를 정한 후, 측정된 속도성분에 의해 회전변위를 구하고 전류신호를 재 생성하여 d-q 변환과정의 회전변위와 전류의 변위를 일치시켜 해결하였다. 개선된 그림은 Fig. 2의 (b)에 보여졌다.

$$I_m = \frac{1}{\sqrt{3}} \sqrt{i_{as}^2 + i_{bs}^2 + i_{cs}^2} \quad (9)$$

$$i_{as} = I_m \cos \theta_e$$

$$i_{bs} = I_m \cos \left(\theta_e - \frac{2\pi}{3}\right)$$

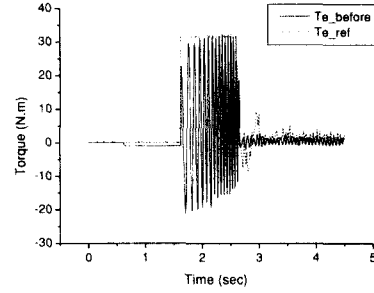
$$i_{cs} = I_m \cos \left(\theta_e + \frac{2\pi}{3}\right)$$

이와 같은 방법을 이용하여 토크를 추정하는 전체 알고리즘이 Fig. 3에 주어졌다.

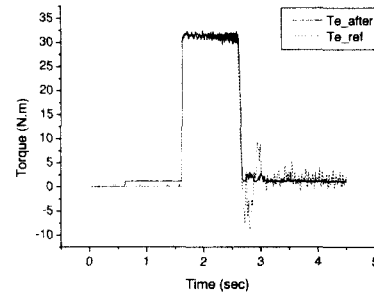
4. 실험장치

실험에 사용된 유도전동기는 프랑스 Leroy Somer 제품인 7.5kw급 LS-VMV132M으로 규격이 Table 1에 주어졌다. 이 유도모터에는 1024 pulse/rev 엔코

더가 내장되어 있고, DC 브레이크 부하시스템이 커플링되어 있다. u, v, w의 3상 전류는 ABB사의 EL100P2 100A 홀센서를 사용하여 i_{as}, i_{bs}, i_{cs} 를 측정하였다. 홀센서의 민감도는 1V/100A이다. 모



(a) Estimated torque before the improvement of the torque estimation algorithm



(b) Estimated torque after the improvement of the torque estimation algorithm

Fig. 2 Comparison of the estimated torque before and after the improvement of the torque estimation algorithm

Table 1 Specifications of the induction motor

phase/pole	rated power	rated current
3phase/4pole	220V	25.5A
rated angular velocity	connection	frequency
1800rpm	Δ-connected	60Hz

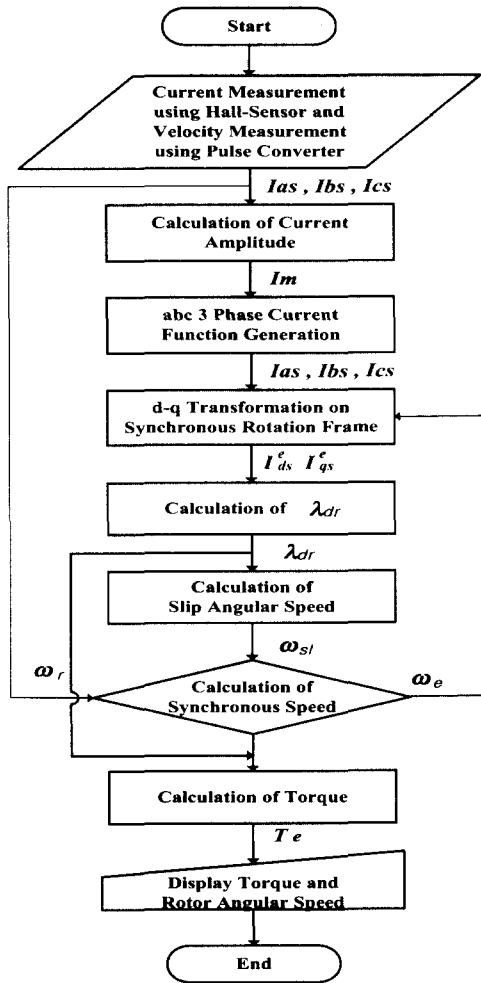


Fig. 3 Torque estimation algorithm

터의 회전 각속도는 Konics사의 KN6400 F/V변환기를 사용하여 엔코더에서 나오는 주파수의 변화를 실시간으로 측정하였고 회전자의 각속도는 프로그램 내에서 수식으로 계산하였다. F/V 변환기의 민감도는 5V/10KHz 이다. 정지상태에서 정상상태까지의 속도변화 시 과도응답신호가 발생하였으며, 모터의 정격속도에 맞추어 5kHz의 이상의 고주파성분을 제거하기 위하여 10kHz 차단 주파수를 갖는 저주파 필터를 제작하였다. 엔코더에서 나오는 펄스 수는 1회전 당 1024개이며 이는 약 2000rpm으로 회전한다고 가정하였을 때 34kHz정도이므로 2진 카운터(SN74LS93) IC를 이용하여

Table 2. Parameters of the induction motor

parameter	magnitude
stator resistance (r_s)	0.2916 Ω
rotor resistance (r_r)	1.1712 Ω
stator self-inductance (L_s)	0.4702 H
rotor self-inductance (L_r)	0.4702 H
mutual inductance (M) between stator and rotor	0.04551 H
inertia (J_m)	0.0475 kg · m
load torque (T_L)	6 kg · m

만든 펄스 분주회로를 통해 1/8로 나누어 128pulses/rev으로 분주하였다. 전류신호와 F/V 변환된 엔코더 출력신호는 A/D변환기(NI-DAQ PCI-MIO16E-4)를 통해 A/D변환한 후 586PC에 저장하였고, 객체 지향적 프로그램 작성을 위해 Graphic program을 사용하여 토크추정시스템을 구축하였다. 유도모터에는 부하용 DC모터가 연결되어 조건에 따라 가변적인 부하를 제공하였다. Fig. 2의 알고리즘에 따라 Graphic-programming기법을 이용하여 토크추정을 위한 프로그램을 구축하였고 Fig. 4에 도시하였다.

5. 실험 및 결과

실험은 모터의 회전자가 500rpm, 1500rpm 그리고 1500rpm 구동 시 부하가 걸렸을 때에 대한 결과를 나타낸다. 보통의 유도전동기의 정격은 1730rpm이므로 500rpm은 저속회전을 나타내고, 1500rpm은 고속회전을 나타낸다. 또한 유도전동기의 과도상태는 동작 초기 시와 동작 중 부하가 걸렸을 때이며 이는 1500rpm에서 직류부하전동기에 전류를 인가해 줌으로써 과도상태를 유발하였다.

실험에 사용된 Fig. 5의 토크추정시스템은 Fig. 2의 알고리즘에 의하여 구성되었다. 홀센서로 고정자의 3상 전류를 측정하고 회전자축에 연결된 엔코더의 출력 신호를 F/V변환기에서 전압으로 출력하여 토크추정시스템에서 바로 확인할 수 있다. 측정된 데이터로부터 벡터제어 해석을 통하여 토크를 지배하는 q축 전류를 확인할 수 있으며 이와

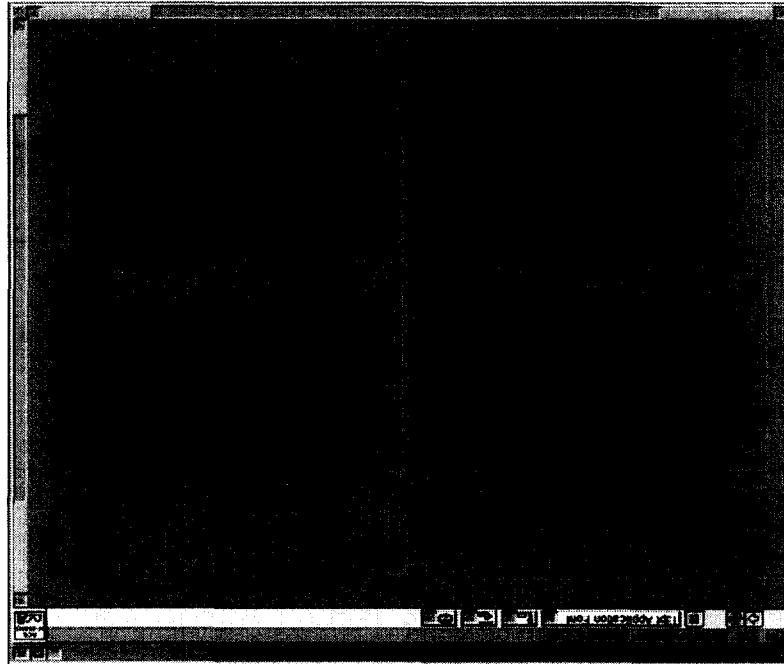


Fig. 4 User interface of the developed torque monitoring system

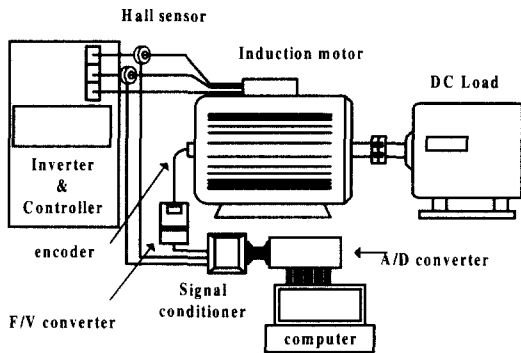
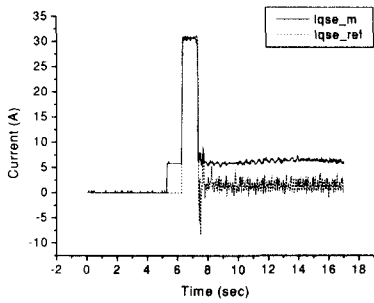


Fig. 5 Experimental setup

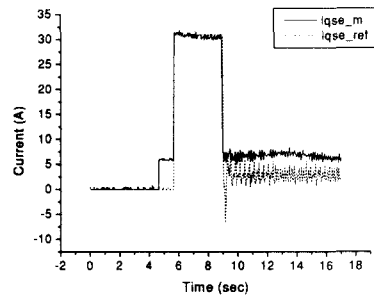
비례관계를 유지하는 토크를 계산해 내었다. 토크 추정시스템은 측정하고자 하는 채널수를 조정할 수 있어 여러 센서를 사용할 수 있고 샘플링 주기와 데이터 저장을 융통성 있게 조정할 수 있다.

Fig. 6에서 500rpm회전 시 홀센서에 의해 측정된 고정자 전류 i_{abs} 에 의해 계산된 실제치 i_{qs}^e 는

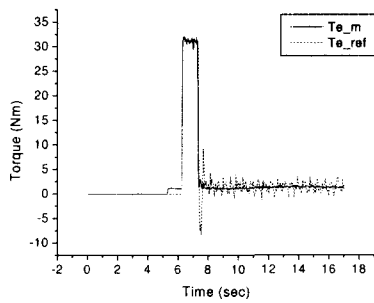
제어기 내부의 토크전류 i_{qs}^{e*} 와 큰 차이가 없었다. 정지상태에서 500rpm에 도달할 때까지의 과도 상태에서 i_{qs}^{e*} 는 $31.2N \cdot m$ 의 일정한 기준치토크 T_e^* 를 발생시키도록 제어된다. 실제치인 i_{qs}^e 는 기준치와 같은 거동을 하며 이 전류치에 의해 발생된 T_e 는 기준치보다 작게 나타났고 오차율 0.8%이내로써 비교적 정확했다. 또한 500rpm에 도달한 후 정상상태과정에서 기준치 T_e^* 는 여러 비선형적인 요소에 의해 zero 근처에서 주기적으로 변화였다. 실제치인 T_e 는 $5kg \cdot m$ 으로 마찰손실을 보정하여 정상상태를 유지하는데 필요한 토크이다. Fig. 7에서 1500rpm회전 시의 결과를 나타내는데 역시 500rpm의 거동과 유사하였다. 1500rpm까지 도달하는 데 걸리는 시간이 500rpm보다는 길므로 그림에서 peak값이 오래 지속됨을 볼 수 있다. Fig. 7의 i_{qs}^e 에서 동작 초기 시 그래프가 흔들리는 것을 볼 수 있는데, 이것은 지정



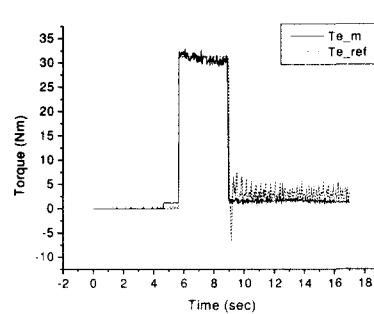
(a) Measured and reference q-phase current



(a) Measured and reference q-phase current



(b) Estimated and reference torque



(b) Measured and reference torque

Fig. 6 Q-phase current and estimated torque when velocity is 500rpm.

Fig. 7 Q-phase current and estimated torque when the velocity is 1500rpm.

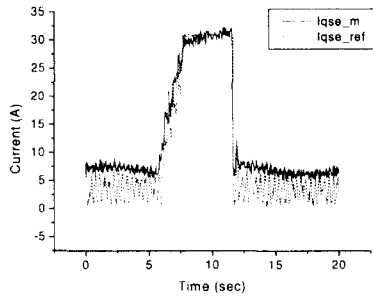
된 속도 값이 1500rpm 정도의 큰 값이어서 진동이 발생되었다고 볼 수 있다. 전체적으로는 역시 500rpm의 거동형태와 큰 차이는 없었고 토크의 측정치는 기준치에 대해 오차율 1.5% 이내로 상당히 정확함을 나타내었다. Fig. 8은 1500rpm 정상상태 구동 중 DC부하장치로 부하를 점차 증가시킨 후 제거하였을 때의 거동을 나타낸다. 유도전동기에 커플링 된 DC부하장치에 직류전류를 인가시켜 회전을 1500rpm에서 약 1100rpm까지 하강시켰을 때 전류와 토크변화를 살펴볼 수 있었다. 예기치 못한 외부부하에 대하여 정상상태 1500rpm을 유지하기 위하여 토크전류 i_{qs}^{e*} 이 증가하였으며 비례적으로 토크 역시 증가함을 알 수 있다. 토크의 측정치는 기준치에 대해 오차율 2.3% 이내이며 부하인가 시 진동이 발생하여 오차율은

1500rpm 정상상태 구동시보다 크게 나타났지만 차이는 거의 없었음을 확인하였다.

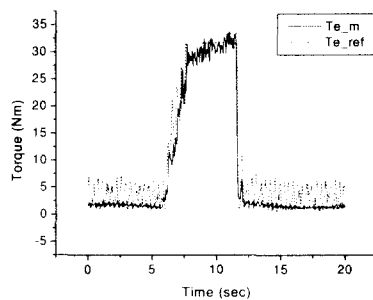
6. 결론

전류신호만을 이용한 개선된 유도전동기 토크추정 알고리즘을 사용하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

- 1) 벡터 제어되는 유도전동기에서 인가전류와 전동기의 회전속도를 측정하여 토크를 추정하는 방법을 제시하고 토크 모니터링 시스템을 구축하였다.
- 2) 모터의 제작오차나 잡음으로 인한 측정 데이터



(a) Measured and reference q-phase current



(b) Estimated and reference torque

Fig. 8 Q-phase current and estimated torque when the velocity is 1500rpm under varying load condition.

에 오차에도, 강인하게 토크를 추정할 수 있도록, 프로그램 내에서 측정신호를 재구성하여 토크를 추정하는 알고리즘을 개발하였다.

- 3) 사용자가 쉽게 이해할 수 있고 교정할 수 있는 Graphic program을 이용한 토크감시시스템을 개발하였다.

참고문헌

1. F. Blaschke, "The Principle of Field Orientation as Applied to the New Transvector Closed Loop Control System for Rotation Field Machines,"

Siemens Reviews, Vol. 34, pp. 217-220, 1972.

2. 김한태, 권봉한, "농형 유도 전동기의 전 디지털화된 PWM발생 및 벡터제어," 포항공대 공학 석사 논문, 1991.
3. 허진수, 이강규, 정정주, 김종기, 김주현, "CNC 선반에서의 질삭력 모니터링 시스템 개발," 한국정밀공학회, 춘계학술대회논문집, pp. 440-44, 1998.
4. 최영준, "주축 모터 동력을 이용한 질삭력 예측에 관한 연구," 서울대학교 기계설계학과 공학 석사 논문, 1997.
5. Stein, J. L., Colvin, D.,Clever, G., Wang, C. H., "Evaluation of DC Servo Machine Tool Feed Drives as Force Sensors," ASME J. of Dynamic Systems Measurement and Control, Vol. 108, pp. 279-288, 1986.
6. Park, J. J., Luca, S., "Cutting Torque Estimation Using Spindle Power Measurement," Transaction of NAMRI/SME, Vol. 24, pp. 85-90, 1994.
7. Mannan, M. A., Broms, S., et al., "Monitoring and Adaptive Control of Cutting Process by means of Motor Power and Current Measurement," Annals of CIRP, Vol. 38, pp. 347-350, 1989.
8. 오영탁, 황지홍, 조규진, 권원태, 주종남, "이송 모터 전류를 이용한 드릴 질삭 추력의 추정," 한국정밀공학회, '추계학술대회논문집, pp. 717-722, 1998.
9. Paul C. Krause, "Analysis of Electric Machinery," McGraw-Hill, 1986.
10. 정동화, "유도전동기의 고성능제어를 위한 속도센서리스 벡터제어," 대한전자학회, 93년도 전자공학논문지-B v30-B, pp. 1085-1094, 1993.
11. 설승기, 권봉현, 강준구, "유도전동기의 속도 추정 벡터제어에 관한 연구," 대한전기학회논문지 vol.39, pp. 928-933, 1990.
12. 박민호, 설승기, "유도전동기 단자전압, 전류에 의한 속도계산 및 속도제어에 관한 연구," 대한전기학회논문지 vol. 35, pp. 445-451, 1986.
13. 김규식, "유도전동기의 매개변수 추정에 관한 연구," 대한전자학회, 96년도 전자공학논문지, pp. 1021-1033. 1996.

부 록

유도전동기의 기본 제어 방정식

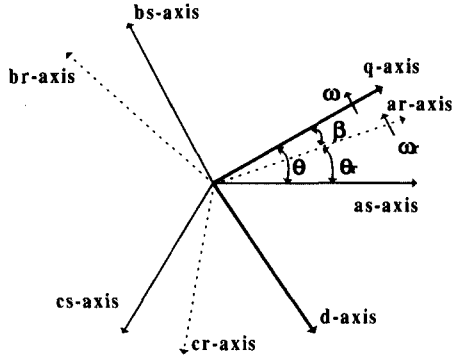


Fig. A Arbitrary rotating d-q reference frame

고정자와 회전자에 대한 d-q좌표축의 기하학적 형상은 Fig. A와 같다.⁽⁹⁾

임의의 각속도 ω 에 동기 되어 회전하는 d-q 좌표계에서 유도전동기의 전압 방정식은 다음과 같다.⁽⁹⁾

$$\begin{aligned}
 v_{ds} &= r_s i_{ds} - \omega \lambda_{qs} + p \lambda_{ds} \\
 v_{qs} &= r_s i_{qs} + \omega \lambda_{ds} + p \lambda_{qs} \\
 v'_{dr} &= r'_r i'_{dr} - (\omega - \omega_r) \lambda'_{qr} + p \lambda'_{dr} \\
 v'_{qr} &= r'_r i'_{qr} + (\omega - \omega_r) \lambda'_{dr} + p \lambda'_{qr}
 \end{aligned}
 \tag{A1}$$

고정자와 회전자에 대한 회전자속과 전류와의 관계는 (A2)와 같다. 유도전동기 전압방정식과 쇄교자속 식으로부터 Fig. B와 같은 회전좌표계에서의 유도전동기 등가회로를 얻을 수 있다. 유도전동기의 전압방정식에 쇄교자속에 관한 식을 대입하여 정리하면 본문의 식(1)과 같은 행렬식이 된다. 벡터제어의 해석에 편리한 회전하는 자체방향으로 관측좌표축을 선택하면, 기준축은 동기회전좌표계가 된다. 따라서 식(A1)에서 $\omega = \omega_e$ 가 되며, 전류와 전압성분은 동기회전좌표계에 대한 물리량으로 표현되어진다. 식(A1)의 회전자에 대한 전압방정식은 농형모터의 경우 회전자는 단락 되어

$$\begin{aligned}
 \lambda_{ds} &= L_s^* i_{ds} + M i'_{dr} \\
 \lambda_{qs} &= L_s^* i_{qs} + M i'_{qr} \\
 \lambda'_{dr} &= L_r^* i'_{dr} + M i_{ds} \\
 \lambda'_{qr} &= L_r^* i'_{qr} + M i_{qs}
 \end{aligned}
 \tag{A2}$$

있는 회로구성이 되므로 회전자에 인가되는 전압은 없다. 따라서 (A3)식이 성립한다.

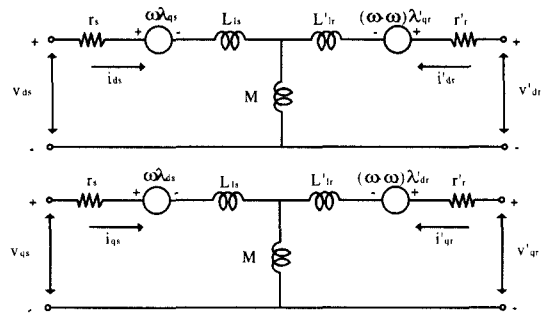


Fig. B Equivalent circuit in arbitrary reference frame

$$\begin{aligned}
 \lambda'_{dr} &= \lambda'_r \\
 \lambda'_{qr} &= 0
 \end{aligned}
 \tag{A3}$$

식(A3)을 이용하면 회전자 전압방정식은 다음과 같이 다시 정리된다.

$$\begin{aligned}
 r'_r i'_{dr} + p \lambda'_r &= 0 \\
 r'_r i'_{qr} + \omega_{sl} \lambda'_r &= 0
 \end{aligned}
 \tag{A4}$$

식(A2)은 식(A3)에 의해 회전자 전류에 대한 식으로 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned}
 i'_{dr} &= \frac{\lambda'_r}{L'_r} - \frac{M i_{ds}}{L'_r} \\
 i'_{qr} &= -\frac{M}{L'_r} i_{qs}
 \end{aligned}
 \tag{A5}$$

식(A5)을 식(A4)에 대입하여 정리하면 슬립각속도, 시간에 대한 회전자 자속의 변화율과 토크방정식을 나타내는 식(A6)과 식(A7)을 얻을 수 있다.

$$\omega_{sl} = \frac{r'_r M}{\lambda'_r L'_r} i_{qs}^e$$

$$p\lambda'_r = \frac{r'_r}{L'_r} (M i_{ds}^e - \lambda'_r) \quad (A6)$$

$$T_e = \frac{3}{2} \frac{P}{2} \frac{M}{L'_r} \lambda'_r i_{qs}^e \quad (A7)$$