

경사면에서의 리블릿 유동에 관한 연구

김진호, 김호영[†], 강병하*, 이계현**

한국과학기술연구원 열·유동제어연구센터, *국민대학교 기계·자동차공학부, **한양대학교 공과대학 기계공학부

A Study of Rivulet Flow on an Inclined Solid Surface

Jin-Ho Kim, Ho-Young Kim[†], Byung Ha Kang*, Jae-Heon Lee**

Thermal/Flow Control Research Center, KIST, Seoul 136-791, Korea

[†]School of Mechanical and Automotive Engineering, Kookmin University, Seoul 136-702, Korea

**Department of Mechanical Engineering, College of Engineering, Hanyang University, Seoul 133-791, Korea

(Received July 23, 2001; revision received September 6, 2001)

ABSTRACT: When a liquid is supplied through a nozzle onto a relatively non-wetting inclined solid surface, a narrow rivulet forms. This work provides novel physical insights into the following phenomena in the rivulet flow that have not been well understood to date. Firstly, the fundamental mechanism behind the transition of a linear rivulet to a droplet flow is investigated. The experiments show that the droplet flow emerges due to the necking of a liquid thread near the nozzle. Based on the observation, it is argued that when the axial velocity of a liquid is slower than the retraction velocity of its thread, the bifurcation of the liquid thread occurs, and this argument is experimentally verified. Secondly, a discussion on the curved motion of a meandering rivulet is given. This study proposes the contact angle hysteresis as a primary origin of the centripetal force that enables the rivulet's curved motion. A simple scaling analysis based on this assumption predicts a radius of curvature which agrees with the experimental observation.

Key words: Rivulet(리블릿), Retraction(후진), Scaling analysis(스케일링 해석), Contact angle (접촉각), Contact angle hysteresis(접촉각 히스테리시스)

기 호 설 명

Bo_T : 경사방향 Bond 수, $\rho g d^2 \sin \alpha / \sigma$

d : 튜브의 내경 [mm]

F : 힘 [N]

g : 중력가속도 [m/s^2]

h : 액막의 두께 또는 높이 [mm]

R : 곡률 반경 [mm]

U : 속도 [m/s]

We : Weber 수, $\rho U_f^2 d / \sigma$

그리스 문자

α : 표면의 기울기 [$^\circ$]

θ : 접촉각 [$^\circ$]

ρ : 밀도 [kg/m^3]

σ : 표면장력 [N/m]

[†] Corresponding author

Tel.: +82-2-958-5673; fax: +82-2-958-5689

E-mail address: hoyoung@kist.re.kr

하첨자

A : 진진

c	: 구심력
e	: 평형
f	: 축방향
h	: 접촉각 히스테리시스
R	: 후퇴
r	: 후진
exp	: 실험적
an	: 이론적

1. 서론

고체 표면 위를 흘러내리는 액체의 가느다란 물줄기를 리블릿(rivulet)이라 부르며, 기울어진 표면을 흘러내리는 리블릿은 자연계 및 공업 현장에서 흔히 발견되는 현상이다. 특히, 지하수의 침출, 원유 채굴, 코팅 과정, 증발식 열교환기, 냉각탑의 충전재 및 흡수기 등에서 쉽게 관찰된다. 액체가 친수성 표면 위에서 운동할 경우에는 리블릿보다는 필름유동이 관찰되는 반면에, 소수성 표면 위에서는 흔히 리블릿이 관찰된다.

Kern⁽¹⁾은 실험을 통하여 리블릿의 형상에 따라 리블릿 유동을 네 가지 영역으로 구분하였으며, Schmuki and Laso⁽²⁾는 기울어진 표면에서의 리블릿 유동을 연구하여, 동일한 기울기에서 공급 유량이 증가함에 따라, 액적 유동(droplet flow), 선형 리블릿(linear rivulet), 만곡 리블릿(meandering rivulet), 그리고 왕복 리블릿(oscillating rivulet)의 순서로 유동이 발달함을 보였다. 여기서, 왕복 리블릿이란 리블릿의 요동이 심하고 이에 따라 리블릿이 절단되는 현상이 매우 빠르게 발생하는 리블릿을 말하며, 난류 리블릿(turbulent rivulet)이라고도 불린다. 또한 그들은 점성계수가 증가함에 따라 유동의 불안정성이 억제되어 각 영역의 천이 유량이 증가한다는 것을 밝혔다. 또한, 표면장력이 위의 점성계수와 비슷한 역할을 한다는 것과 낮은 표면장력 하에서는 액적 유동과 왕복 리블릿이 나타나기 힘들며, 선형 리블릿이 주로 나타난다는 것을 보였다.

리블릿이 네 영역으로 구분될 수 있다는 사실이 규명되었음에도 불구하고, 각 영역 사이의 천이 현상에 관한 연구는 그리 많지 않다. Davis와 그 연구그룹,^(3,5) 그리고 Schiaffino and Sonin⁽⁶⁾은 리블릿의 불안정성에 관한 이론적인 연구를 수행하였다. 이들 연구에서는 선형 리블릿에서 액

적 유동으로의 천이 메커니즘으로 Rayleigh 불안정성을 가정하고 있다. Schiaffino and Sonin⁽⁶⁾은 이론적인 방법으로 구한 리블릿의 파장이 기울이지 않은 고체 면에서 행한 미소 액적의 실험결과와 일치한다고 보고하였다. 한편, Schmuki and Laso⁽²⁾는 선형 리블릿에서 만곡 리블릿, 그리고 왕복 리블릿으로의 천이 과정을 최소 에너지법(minimum energy method)에 바탕을 둔 불안정성 해석방법으로 규명하였다. 그러나, 기울어진 표면 위에서 리블릿 유동의 다양한 영역 사이에서의 천이에 관한 이해는 아직도 상당히 부족한 실정이다.

본 연구에서는 선형 리블릿에서 액적 유동으로의 천이 메커니즘을 지배하는 변수를 스케일링 해석방법으로 찾아내고, 이를 실험적으로 규명하였다. 또한 만곡 리블릿의 운동 메커니즘을 실험과 간단한 이론해석을 통하여 연구하였다.

2. 실험장치 및 실험방법

리블릿 유동의 실험을 위하여 Fig. 1과 같은 실험장치를 고안하였다. 그림에서 공급탱크(supply tank) 내의 액체는 정수력에 의하여 유리튜브를 통과하여 경사진 시험 표면으로 공급된다. 실험에서 사용된 유리튜브의 내경 d 는 4, 5 및 6 mm이고, 경사진 시험 표면의 기울기 α 는 15°에서 70°까지 변화시켰다. 유동의 형상 이미지는 확대렌즈(Moritex MV-Z07545)가 설치된 CCD 카메라(Pulnix TM-200)를 이용하여 획득하였고, 이것은 S-VHS 비디오카세트 재생기(Philips VR988)에 저장되었다.

액체의 공급유량은 각각의 튜브 내경에서 공급탱크의 초기 높이를 정확히 측정하고, 일정시간

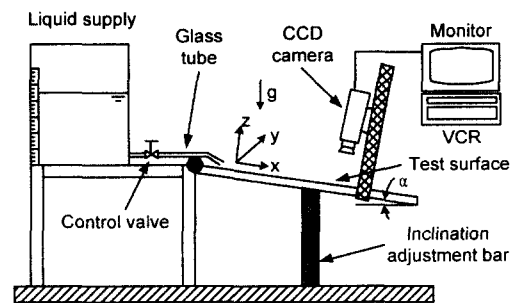


Fig. 1 Schematic of experimental apparatus.

마다 탱크의 높이와 유량을 측정하여, 시간, 탱크의 높이와 유량의 관계를 미리 반복실험으로 보정하였다. 실험에서는 정확히 초기 높이는 측정하고 천이가 발생하는 시간을 측정하여 유량을 결정하였다. 이때, 유량의 범위는 1.5~3.5 g/s 정도이다. 이를 입구에서의 단면 평균 속도로 환산하면 0.1~0.35 m/s의 범위가 된다. 액체공급탱크의 정수력 높이가 실험이 진행하면서 감소하고, 공급유량이 이에 따라 감소한다. 결국, 실험 초기의 왕복 리블릿은 유량이 감소함에 따라 만곡, 선형 리블릿을 거쳐, 액적 유동으로 변화하게 된다. 탱크의 단면적이 유동에 미치는 영향을 알아보기 위하여, 본 실험에서 사용한 탱크보다 단면적이 1/4인 탱크를 사용한 결과 천이점이 동일하였다. 그렇지만, 탱크의 단면적이 작으면, 유동의 변화를 관찰하는 시간이 짧아 정확한 측정이 불가능하므로 보다 큰 탱크를 사용하였다. 이는 액체공급탱크의 단면적이 큰 탱크를 사용하면, 공급탱크의 높이 변화에 의한 외란(disturbance)이 튜브 입구 직경에 의한 외란보다 더욱 작아지기 때문이다.

본 연구에서 사용된 액체는 증류수이고, 리블릿 운동에 대한 고체 젖음성(wettability)의 영향을 평가하기 위한 고체 표면으로는 아크릴(Acrylic, 이하 AC), 폴리카보네이트(polycarbonate, 이하 PC), 파라필름(parafilm, 이하 PF; thermoplastic paraffin), 폴리프로필렌(polypropylene, 이하 PP) 및 테프론(teflon)이 사용되었다. 표면은 실험 전

에 증류수와 에탄올로 충분히 세척하여 불순물을 제거하였다. 평형 접촉각과 접촉각 히스테리시스의 측정은 각각 Schiaffino⁽⁷⁾의 방법과 Kim et al.⁽¹⁴⁾의 방법을 사용하였다.

3. 실험결과 및 토의

3.1 선형 리블릿에서 액적 유동으로의 천이

앞에서 설명하였듯이 선형 리블릿에서 액적 유동으로의 천이를 규명하기 위한 이전의 해석적 연구^(2,4,5)는 대부분 Rayleigh 불안정성⁽⁸⁾과 연관된 액체 제트의 절단에 기초하고 있다. Rayleigh 불안정성의 기본개념은 액체의 절단이 긴 파장의 섭동과 연관되어 있고, 유동은 절단면의 굽어짐을 야기하는 섭동을 증폭시킨다는 것이다. 이러한 이론은 공기 중에서 액체 제트의 액적화(break-up) 등의 현상을 매우 잘 설명할 수 있음이 알려져 있다. 그렇지만, 이러한 이론들은 본 연구에서와 같이 기울어진 표면에 액체가 공급되는 경우, 유량이 감소할 때 액적 유동이 발생하는 원인에 관한 충분한 설명으로는 부족하다.

여러 가지 표면 위를 흘러내리는 리블릿 실험 결과에 따르면, 액적 유동의 존재는 하류에서의 Rayleigh 불안정성에 의한 선형 리블릿의 절단보다는 튜브 출구에서의 유동 형태에 크게 영향을 받는다는 것을 알 수 있었다. 액적 유동이 발생하는 시점에서, 튜브 출구 영역에서의 유동 형태

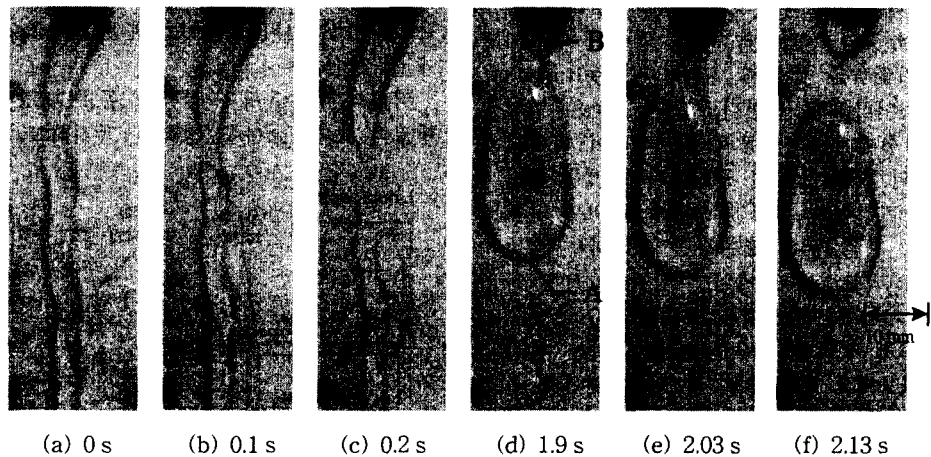


Fig. 2 Transition of linear rivulet to droplet flow on tefflon surface. The tube inner diameter is 5 mm, the inclination 15°, and the mass flow rate 2 g/s.

의 사진을 Fig. 2에 보였다. 완전히 액적 유동 영역 내에 들어서면 Fig. 2의 (d)~(f) 과정이 반복된다. 즉, 액체는 튜브 출구 부근에서 전면 접촉선(고/액/기 3상이 만나는 선, 그림에서 A에 해당)과 상류 연결부(B)에서의 저항을 이길 수 있을 만큼 충분히 무거운 액적으로 성장하여, 상류의 연결부(B)에서 절단이 일어나 액적은 중력에 의하여 하류로 유동하게 된다. 본 실험에서는 선형 리블릿이 Fig. 2의 (a)~(c)와 같이 일단 한번 절단되면, 액적 유동이 형성되고 이 액적 유동은 다시 선형 리블릿으로 돌아가지 않음이 밝혀졌다. 이것은 선형 리블릿에서 액적 유동으로의 천이가 튜브 출구 근처에서의 리블릿의 절단, 즉 necking(necking)과 밀접한 관련이 있다는 것을 보여준다.

Fig. 2의 관찰을 바탕으로, 리블릿 유동의 절단, 즉 리블릿에서 액적 유동으로의 천이는 접촉선(contact line)이 리블릿의 폭을 줄여나가는 속도(retraction velocity)가 리블릿의 축방향 속도보다 클 때 발생한다고 가정할 수 있으며, 이의 타당성을 아래에서 검토하였다. Taylor⁽¹⁰⁾는 두께 h 의 얇은 액체 막에 구멍이 생성된 경우, 표면장력에 의해 구멍이 반경방향으로 팽창하는 후진 속도 U_r 이 다음과 같음을 보였다.

$$U_r = (2\sigma/\rho h)^{1/2} \quad (1)$$

여기서, σ 및 ρ 는 각각 액체의 표면장력 및 밀도이다. 식(1)은 점성이 없다고 가정했기 때문에, 액체 막이 매우 얇거나 가늘 경우에는 정확하게 한계가 있다. 그렇지만 본 연구에서 식(1)을 이용하여 리블릿의 후진 속도의 대략적인 "스케일"을 구했으므로, 리블릿의 후진 속도에 대한 축방향 속도의 상대크기가 선형 리블릿에서 액적 유동으로의 천이를 결정하는 데 중요한 역할을 한다는 가정을 검증하는 데는 무리가 없다고 보여진다. 이때, 리블릿의 높이는 측정하기 어려우므로 리블릿의 너비를 측정하고, 리블릿의 단면이 원의 형상을 갖는다고 가정하여 두 값 h 와 d 를 비교하였다. 리블릿의 높이와 튜브 직경은 접촉각이나 표면의 기울기에 따라 다르지만, 약 20%의 차이를 보이고 있다. 그러므로, 식(1)의 높이 h 를 튜브 직경 d 로 대체하는 데에는 무리가 없다고

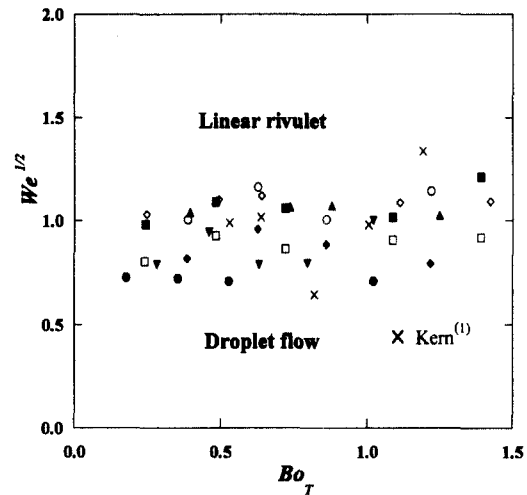


Fig. 3 The critical Weber number versus the tangential Bond number (○: $d=4$ mm; □: $d=5$ mm; ◇: $d=6$ mm, on teflon; ●: $d=5$ mm, on PC; ■: $d=5$ mm, on PP; ◆: $d=5$ mm, on AC; ▲: $d=5$ mm; ▼: $d=4$ mm, on PF).

보여진다.

리블릿의 후진 속도 U_r 와 축방향 속도 U_f 의 비는 Weber 수로 단순히 스케일될 수 있다.

$$U_f/U_r \sim We^{1/2} \quad (2)$$

본 실험결과로부터 경사 방향 Bond 수 Bo_T 의 변화에 따라 Weber 수의 제곱근 $We^{1/2}$ 의 변화를 Fig. 3에 나타내었다. 경사 방향 Bond 수는 표면장력에 대한 표면 기울기에 의한 중력 변화의 비로서 이것은 표면 기울기의 영향을 알 수 있는 중요한 변수라 할 수 있다. Fig. 3에서 ×표는 Kern⁽¹⁾의 실험결과를 표시한 것으로서 본 실험이 이전의 연구결과와 상당히 잘 일치함을 볼 수 있다. 여러 가지 실험조건 변화, 즉, 입구 직경의 변화, 표면 재질의 변화 및 표면 기울기의 변화에도 불구하고 선형 리블릿에서 액적 유동으로의 천이점은 $We^{1/2} \sim 1 \pm 0.3$ 근처에 분포되어 있다. 이것은 선형 리블릿에서 액적 유동으로의 천이를 결정하는 인자로서, 표면의 특성인 접촉각이나 접촉각 히스테리시스, 입구 직경 및 표면의 기울

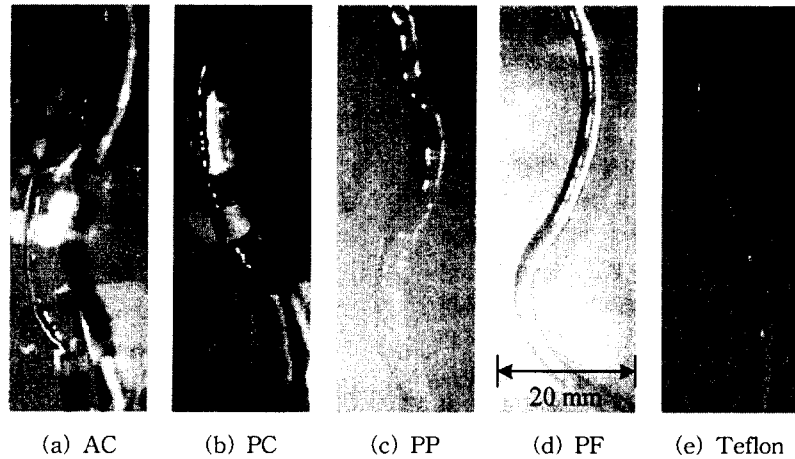


Fig. 4 Images of the meandering rivulets on various solid surfaces. All the images were obtained for $d=5$ mm and $\alpha=15^\circ$.

기보다는 Weber 수, 달리 표현하면 후진 속도와 축방향 속도의 비 U_f/U_r 이 주요한 인자임을 의미한다. 즉, 선형 리블릿에서의 축방향 속도가 접촉선 후진 속도보다 작아지면, 선형 리블릿에서 액적 유동으로의 천이가 발생한다는 가정의 타당성을 실험적으로 확인할 수 있다.

3.2 만곡 리블릿의 운동학

공급 유량이 비교적 클 때 발생하는 만곡 리블릿의 운동학에 관한 실험을 수행하여, 여러 표면에서 나타나는 만곡 리블릿의 사진을 Fig. 4에 보였다. 선형 리블릿과 만곡 리블릿은 리블릿의 궤적으로 쉽게 구분될 수 있다. 덧붙여, 만곡 리블릿의 불안정성이 충분히 클 때 나타나는 왕복 리블릿은 리블릿 유동 중 가장 운동성이 큰 유동이다. 그러므로, 만곡 리블릿의 파형 형성을 연구하는 것은 왕복 리블릿에서 만곡 리블릿으로, 또는 만곡 리블릿에서 선형 리블릿으로의 천이 메커니즘을 이해하는데 중요한 요소이다. 본 연구에서는 만곡 리블릿의 실험에서 얻은 물리적 현상을 스케일링 해석으로 규명하고자 하였다.

만곡 리블릿은 횡방향 접촉선의 교란에 의하여 발생한다. 만일 구심력이 없다면, 접촉선 교란에 의해 축방향과 다른 방향으로 진행하는 리블릿은 그 방향으로 계속 진행하는 선형 리블릿이 되어야 할 것이다. 그러므로 만곡 리블릿은 반드시 리블릿의 곡선 운동을 가능하게 하는 구심력이

존재해야만 한다. 따라서 본 연구는 리블릿에 작용하는 구심력을 증가하는 근본적인 메커니즘에 관하여 살펴보았다. Chandrasekhar⁽¹¹⁾의 해석에 따르면, 공기 중의 액체 제트는 비축대칭(non-axisymmetric)의 교란에 항상 안정하며, 따라서 휘어진 액체 제트는 다시 선형으로 되돌아와야 한다. 그러므로, 본 연구에서 고찰하는 리블릿의 만곡(비축대칭 교란)은 고체 표면과의 접촉에 의하여 발생하고 증폭된다는 것을 알 수 있다. 이러한 이유로, 본 연구에서는 접촉각 히스테리시스를 구심력을 발생시키는 주요 인자로 고려한다. 접촉각 히스테리시스(contact angle hysteresis, CAH)란 Fig. 5에 나타난 바와 같이 리블릿이 축방향과 수직한 방향으로 운동하는 경우 진행 방향 전면의 접촉각(전진 접촉각, advancing contact angle, θ_A)과 진행 방향 후면의 접촉각(후퇴 접촉각, receding contact angle, θ_R)이 같지 않는 현상이다. 후퇴 접촉각은 전진 접촉각보

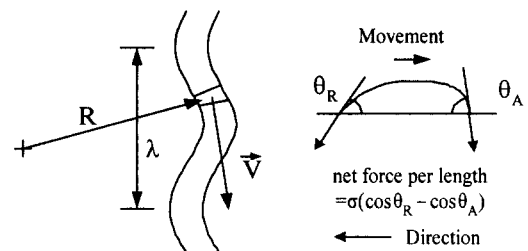


Fig. 5 Schematic of contact angle hysteresis.

Table 1 Comparison of curvatures estimated by experiments and by analysis

Surfaces	θ_e	CAH	$\cos \theta_R - \cos \theta_A$	d [mm]	U_f [m/s]	R_{exp} [mm]	R_{an} [mm]	Error [%]
AC	81		0.324	5	0.18	37.0	34.7	-6.2
PC	87		0.407	5	0.24	44.4	49.1	10.6
PP	94		0.261	5	0.15	33.3	29.9	-10.2
PF	97		0.182	4	0.11	20.0	14.7	-26.5
Teflon	106		0.381	5	0.20	44.4	36.5	-17.8

다 항상 작기 때문에, 접촉각 히스테리시스에 의해 발생하는 모세력(capillary force)의 방향은 구심력의 방향과 일치한다. 접촉각 히스테리시스와 접촉각 히스테리시스와 연관된 모세력은 Dussan V.⁽¹²⁾와 Dussan V. and Chow⁽¹³⁾의 논문에 자세히 언급되어 있다.

만곡 리플릿의 곡률 반경 R 을 예측하기 위하여, 간단한 스케일링 해석을 도입하였다. 리플릿의 단위길이당 구심력 F_c 는 다음과 같이 스케일 될 수 있다.

$$F_c \sim \rho d^2 U_f^2 / R \quad (3)$$

위에서 가정한 바와 같이, 단위길이당 접촉각 히스테리시스에 의한 힘 $F_h \sim \sigma(\cos \theta_R - \cos \theta_A)$ 와 단위길이당 구심력 F_c 가 같은 크기를 갖는다고 하면, 곡률 반경 R 은 다음과 같이 표시될 수 있다.

$$R \sim \frac{\rho d^2 U_f^2}{\sigma(\cos \theta_R - \cos \theta_A)} \quad (4)$$

식(4)에 의하면, 관성력이 증가하면 곡률 반경이 증가하는 반면, 표면장력이 증가하거나 접촉각 히스테리시스가 증가하면, 곡률 반경이 감소함을 알 수 있다.

접촉각 히스테리시스의 변화에 따른 식(4)의 곡률 반경과 실험적으로 구한 각 표면에서의 곡률 반경을 Table 1에 나타내었다. 이때, 실험적으로 측정된 곡률 반경은 가상의 원이 리플릿 궤적을 따라 그려진다고 가정하였고, 튜브 출구로부터 30 mm 떨어진 곳에서 측정하였다. 실험적으로 측정된 곡률 반경과 식(4)로 예측한 곡률 반경은 해석방법의 단순함에도 불구하고 그 오차가 크지 않음을 Table 1에서 볼 수 있다. 이것은 리플릿

의 만곡운동을 발생시키는 주요 원인이 접촉각 히스테리시스라는 가정이 타당하다는 것을 보여 주고 있다.

4. 결 론

선형 리플릿에서 액적 유동의 천이기구와 만곡 리플릿의 운동기구에 관한 연구를 실험과 스케일링 해석의 방법으로 수행하였다. 결과에 따르면, 선형 리플릿에서 액적 유동으로의 천이는 리플릿의 축방향 속도와 절단 속도의 비인 We 의 제곱근에 의하여 결정된다. 즉, 리플릿의 축방향 속도가 액체 절단의 후진(retraction) 속도보다 작은 경우 리플릿 절단이 발생하며, 여러 가지 실험조건에도 불구하고 $We^{1/2}$ 가 항상 일정한 값을 가진다는 실험결과가 이러한 사실을 증명한다. 만곡 리플릿의 운동에서, 접촉선 근처의 접촉각 히스테리시스가 구심력으로 작용하고 이것이 만곡 리플릿의 운동 메커니즘을 가정하였다. 이 가정을 기초로 한 간단한 이론해석으로 구한 리플릿의 곡률 반경은 실험에서 관찰된 곡률 반경과 상당히 잘 일치함을 볼 수 있다. 이것으로 리플릿의 만곡운동을 발생시키는 주요 원인은 접촉각 히스테리시스라는 것을 알 수 있다.

후 기

본 연구는 과학기술부의 특정연구개발사업 중 국가지정연구실사업으로 지원되어 수행되었습니다.

참고문헌

1. Kern, J., 1969, Zur Hydrodynamik der Rinn-sale (in Germany), Verfahrenstechnik, Vol. 3, pp. 425-430.

2. Schmuki, P. and Laso, M., 1990, On the Stability of Rivulet Flow, *J. Fluid Mech.*, Vol. 215, pp. 125-143.
3. Davis, S. H., 1980, Moving Contact Lines and Rivulet Instabilities, Part I. The Static Rivulet, *J. Fluid Mech.*, Vol. 98, pp. 225-242.
4. Weiland, R. H. and Davis, S. H., 1981, Moving Contact Lines and Rivulet Instabilities, Part 2. Long Waves on Flat Rivulet, *J. Fluid Mech.*, Vol. 107, pp. 261-280.
5. Young, G. W. and Davis, S. H., 1987, Rivulet Instabilities, *J. Fluid Mech.*, Vol. 176, pp. 1-31.
6. Schiaffino, S. and Sonin, A. A., 1997, Formation and Stability of Liquid and Molten Beads on a Solid Surface, *J. Fluid Mech.*, Vol. 343, pp. 95-110.
7. Schiaffino, S., 1996, The Fundamentals of Molten Microdrop Deposition and Solidification, Ph.D. Thesis, Dept. Mech. Eng., MIT, Cambridge, MA.
8. Lord Rayleigh, 1878, On the Stability of Jets, *Proc. Lond. Math. Soc.*, Vol. 10, pp. 4-13.
9. Drazin, P. G. and Reid, W. H., 1981, *Hydrodynamic Stability*, Cambridge Univ. Press, Cambridge, England.
10. Taylor, G. I., 1959, The Dynamics of Thin Sheets of Fluid, III. Disintegration of Fluid Sheet, *Proc. R. Soc., London*, Vol. 253, pp. 313-321.
11. Chandrasekhar, S., 1961, *Hydrodynamic and Hydromagnetic Stability*, Oxford Univ. Press, Oxford, England.
12. Dussan V., E. B., 1979, On the Spreading of Liquids on Solid Surfaces: Static and Dynamic Contact Lines, *Ann. Rev. Fluid Mech.*, Vol. 11, pp. 371-400.
13. Dussan V., E. B. and Chow, R. T.-P., 1983, On the Ability of Drops or Bubbles to Stick to Non-Horizontal Surfaces of Solids, *J. Fluid Mech.*, Vol. 137, pp. 1-29.
14. Kim, H.-Y., Lee, H. J. and Kang, B. H., 2000, Motion of Liquid Drops on an Inclined Solid Surface, *Proceeding of the ASME Heat Transfer Division*, Vol. 366-2, pp. 221-228.