균질화 및 선형보간법을 이용한 기능경사 내열복합재의 물성분포 최적설계

Material Topology Optimization of FGMs using Homogenization and Linear Interpolation Methods

조 진 래* 박 형 종**
Cho, Jin-Rae Park, Hyoung-Jong
(논문접수일 : 2001년 3월 12일 ; 심사종료일 : 2001년 10월 22일)

요 지

기능 경사 복합재에서는 열적 탄성 거동이 성분의 구성분포에 의해 명백하게 구분되어지도록 두가지의 성분입자들을 특정한 체적분율 분포에 따라서 혼합한다. 따라서, 설계자는 주어진 제약조건에 대해 목적하는 성능에 적합한 기능 경사 복합재를 설계하기 위해서 최적의 체적분율 분포를 결정해야만 한다. 본 연구에서는 금속과 세라믹으로 구성된 내열 기능 경사 복합재의 2차원 체적분율을 최적화하기 위하여 내부벌칙함수법과 유한차분법을 사용한 수치 최적화기법을 제안하였다. 최적화 효율을 위해 단일 설계변수의 유한개의 균질 사각형 격자로 기능 경사 복합재의 영역을 나누었다. 그렇지만, 연속적인 체적분율을 구현하기 위하여 최적설계 후에 전체적으로 연속적인 이차원 선형함수로써 불연속적인 체적분율을 보간하였다.

핵심용어 : 2차원 체적분율, 등가응력 감소, 균질 사각형 격자, 최적설계, 선형보간

Abstract

In a functionally graded materials(FGM), two constituent material particles are mixed up according to a specific volume fraction distribution so that its thermoelastic behavior is definitely characterized by such a material composition distribution. Therefore, the designer should determine the most suitable volume fraction distribution in order to design a FGM that optimally meets the desired performance against the given constraints. In this paper, we address a numerical optimization procedure, with employing interior penalty function method(IPFM) and FDM, for optimizing 2D volume fractions of heat-resisting FGMs composed of metal and ceramic. We discretize a FGM domain into finite number of homogenized rectangular cells of single design variable in order for the optimization efficiency. However, after the optimization process, we interpolate the discontinuous volume fraction with globally continuous bilinear function in order to enforce the continuity of volume fraction distributions.

Keywords : *2D Volume Fraction, Reduction of Effective Stress, Homogenized Rectangular Cell, Optimal Design, Linear Interpolation*

* 정회원 · 부산대학교 기계공학부
** 부산대학교 대학원 기계설계공학과

• 이 논문에 대한 토론을 2002년 3월 30일까지 본 학회에 보내주시면 2002년 6월호에 그 결과를 게재하겠습니다.

1. 서 론

종래의 이종접합식 적층복합재와는 달리 기능경사(FGM : Functionally Graded Material) 복합재에서는 그 구성물질의 체적분율(volume fraction) 분포가 연속적으로 변화한다. 이러한 연속성 덕택으로, 종래 적층복합재에서 발생하던 접합면 주위의 예리한 응력집중 현상을 현저히 감소시킬 수 있다.

하지만, 동일한 하중 및 경계 조건하에서도 기능경사재의 열-기계적 특성은 체적분율 분포 형태에 따라 다양하게 변화한다.[1),2)] 따라서, 목적성능에 적합한 기능경사재를 설계하기 위해서는 최적의 체적분율 분포를 결정하는 것이 무엇보다 중요하다.

한편, 기능경사재는 둘 혹은 그 이상의 구성 입자가 혼합되어 있는 입자복합재(phase composite)이기 때문에, 물성치의 정확한 결정이 거동분석과 설계의 신뢰성을 좌우한다.[1),3),4)] 초기 기능경사재 연구에서는 고전적인 혼합법칙(rule of mixtures)이 사용되었으나, 그 신뢰성이 낮은 것으로 판명되었다. 따라서, 최근에는 실험 혹은 수치해석 기법을 활용한 물성평가 기법이 주류를 이루고 있다.[3),4),5)]

기능경사 내열복합재의 최적설계에 있어 관심이 되는 대상은 열응력 분포를 전반적으로 완화시키는 것이다. 따라서, 목적함수로 최대 등가응력 혹은 총 변형에너지를 선택하는 것이 일반적이다. 다른 한편, 이들 목적함수는 체적분율에 대해 복잡하고도 내연적(implicit)인 관계에 있기 때문에 유한차분법을 적용하는 것이 보편적이다. 하지만, 유한차분법이 안고 있는 본질적인 단점, 즉 상대적으로 많은 유한요소 해석 수를 경감시키는 노력이 필요한데, 이것은 체적분율의 근사화와 직접적으로 연관된다.

Tanaka 등[6)]은 유한차분법 대신 직접법을 적용한 최적설계 기법을 제안하였다. 하지만, 외연적(explicit) 목적함수를 위해 최적분율 분포를 구간별 선형함수로 가정하였다. 이 경우, 체적분율의 유연성을 저하하는 단점이 있다. 한편, Liu 등[4)]은 경사층을 유한개의 균질층으로 세분화하여 각 층의 체적분율을 설계변수로 한 최적설계 기법을 제시하였다. 하지만, 이 경우는 최종 체적분율이 불연속적인 분포를 갖을뿐더러, 열응력 분포가 균질층의 개수에 크게 의존하는 단점이 있다.

본 연구에서는 체적분율 근사화를 위해 기능경사 복합재 영역을 유한개의 균질 사각형 격자로 세분화한다. 따라서, 총 설계변수의 개수는 설계영역내 격자의 개수가 된다. 하지만, 이렇게 되면 체적분율 분포가 격자간 불연속적으로 변화하게 되므로, 최적설계 후 연속적인 분포를 위해 체적분율을 보간하는 후처리를 수행한다. 이러한 최적화 과정은 거시적(macroscopic)인 측면에서 균질화 기법을 이용한 구조물 위상 최적설계[7)]와 유사하다.

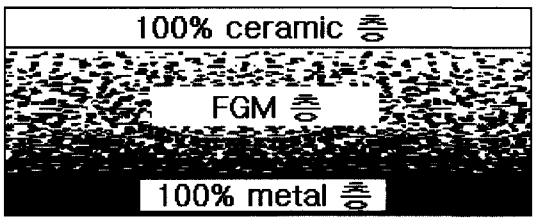
제안한 최적화 절차의 유용성과 효율성을 검증하기 위해, 니켈-알루마이트($Ni-Al_2O_3$) 기능경사 내열복합재의 열응력 최소화를 위한 2차원 체적분율 최적설계 수치실험을 수행하였다.

2. 2차원 FGM 내열복합재

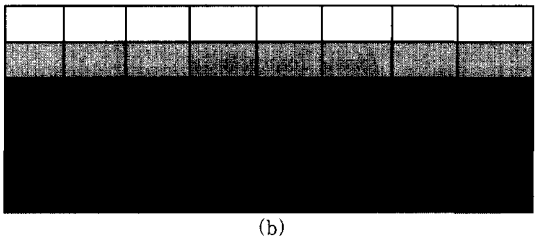
2.1 체적분율 및 균질 이산화 모델링

FGM 내열복합재는 용도에 따라 그 구조와 구성입자가 다양한데, Fig. 1(a)는 금속층, 세라믹층 그리고 금속-세라믹 FGM층으로 구성된 3층 구조의 경우를 도시하고 있다. FGM층내에서 두 구성입자의 체적분율(volume fraction)은 거시적인 측면에서 연속적인 분포를 가질 뿐만 아니라, 인접한 금속 및 세라믹층과의 경계면에서도 연속성을 유지한다.[1)~6)]

한 구성입자의 체적분율은 단위 체적당 그 구성입자가 차지하는 상대 체적비로 정의된다. 금속과 세라믹의 체



(a)



(b)

Fig. 1 Metal-ceramic FGM composite (a), and discrete homogenized model (b)

적분율을 각각 V_m과 V_c로 표시할 때, FGM 복합재 전 영역 $\Omega \in R^2$에 있어 다음의 관계식을 만족한다.

$$V_m, V_c \in C^0(\Omega), \quad 0 \le V_m \le 1, \quad V_c = 1 - V_m \tag{1}$$

여기서, $C^0(\Omega)$는 연속함수 집단을 나타낸다.

FGM층내의 체적분율 분포를 근사화하는 방법에 따라 설계변수의 개수가 결정되는데, 유한차분법을 적용하는 경우에는 설계변수를 최소화하는 방안이 필요하다. 본 연구에서는 연속적인 체적분율을 Fig. 1(b)와 같이 유한개의 균질화된 사각격자(homogenized rectangular cell)로 이산화한다. 이렇게 되면 FGM층내의 격자의 수가 바로 설계변수의 개수가 된다.

이렇게 이산화된 균질 격자로 최적설계를 수행하면, 체적분율이 격자간 불연속적으로 분포하게 된다. 따라서, 최적설계 후 연속적인 분포를 위하여 체적분율을 선형 보간한다.

2.2 FGM층의 물성치 평가

FGM층은 이종의 물질이 혼합되어 있는 입자복합재이므로 열-기계적 성질이 체적분율을 비롯한 여러 인자에 복잡하게 연관되어 있다.[8] 따라서 FGM층의 정교한 물성평가는 해석/설계의 신뢰성 측면에서 대단히 중요하다.

최적설계 과정에서 이산화된 균질격자 각각의 체적분율에 해당하는 등가 물성치를 적합하게 예측하는 것이 필수적이다. 본 연구에서는 선행연구를 통해 검증한 M-S기법(modified rule of mixtures-Schapery's estimate)[3]을 적용한다. 이 기법은 유한요소 이산화 모델을 이용하여, 니켈-알루마이트 FGM 내열복합재의 해석/설계에 관계하는 물성치에 적합한 평가기법을 선별적으로 조합한 것이다.

이 기법에 따르면, 등가 탄성계수 $\bar{E}$는 응력-변형률 전달계수(stress-strain transfer ratio) q를 500GPa로 하는 다음의 수정 혼합법칙(modified rule of mixture)으로 예측한다.

$$\bar{E} = \frac{\left(\frac{q + E_c}{q + E_m}\right) V_m E_m + (1 - V_m) E_c}{\left(\frac{q + E_c}{q + E_m}\right) V_m + (1 - V_m)} \tag{2}$$

여기서, 아래 첨자 c, m은 각각 알루마이트와 니켈을 의미한다. 한편, 등가 프와송비 $\bar{\nu}$는 선형 혼합법칙(linear rule of mixture)에 따른다.

$$\bar{\nu} = \nu_m V_m + \nu_c V_c \tag{3}$$

마지막으로, 등가 열팽창 계수 $\bar{\alpha}$는 등가 체적 탄성계수(bulk modulus) $\hat{K}$을 선형 혼합법칙으로 예측하는 Schapery기법[1]을 적용한다.

$$\bar{\alpha} = \alpha_m V_m + \alpha_c V_c - \frac{1/K_L - 1/\hat{K}}{1/K_m - 1/K_c}(\alpha_m - \alpha_c) \tag{4}$$

여기서, $1/K_L = V_m/K_m + V_c/K_c$로 정의된다.

3. 열탄성 변형의 유한요소 근사화

열 하중을 받는 FGM 내열복합재의 발생응력은 다음과 같이 두 성분으로 표현할 수 있고

$$\sigma_{ij} = \sigma^S_{ij} - \sigma^{Th}_{ij} \tag{5}$$

각 성분은 각각 다음과 같이 정의된다.

$$\begin{aligned} \sigma^S_{ij} &= 2\mu\varepsilon_{ij} + \lambda\delta_{ij}\varepsilon_{kk} \\ \sigma^{Th}_{ij} &= \alpha\delta_{ij}(3\lambda + 2\mu)[T - T_0] \end{aligned} \tag{6}$$

여기서, T와 T_0는 각각 현 시점 및 초기온도를 의미한다. 복합재의 자중을 무시하고 또한 기계적 하중을 받지 않는 FGM 내열복합재의 열탄성 변형장 $\boldsymbol{u}$는, 가상일의 원리에 따라 다음과 같이 변분 정식화 된다.

$$\int_\Omega \varepsilon_{ij}(\boldsymbol{v})\sigma^S_{ij}(\boldsymbol{u})d\Omega = \int_\Omega \varepsilon_{ij}(\boldsymbol{v})\sigma^{Th}_{ij}d\Omega \tag{7}$$

유한요소 근사화를 위하여 변위장 $\boldsymbol{u}$와 가상 변위장 $\boldsymbol{v}$를 형상함수 행렬 $\boldsymbol{N}$과 절점변위 벡터 $\bar{\boldsymbol{u}}$, $\bar{\boldsymbol{v}}$로 다음과 같이 표현한다.

$$\boldsymbol{u} = \boldsymbol{N}\bar{\boldsymbol{u}}, \quad \boldsymbol{v} = \boldsymbol{N}\bar{\boldsymbol{v}} \tag{8}$$

한편, 2차원의 변형률을 정의하는 편미분 연산행렬 $\boldsymbol{D}$와, 식(6)의 선형탄성 구성식을 위한 물성행렬 $\boldsymbol{E}$를 도입한다.

$$[\boldsymbol{D}]=\begin{bmatrix} \partial/\partial x & 0 \\ 0 & \partial/\partial y \\ \partial/\partial y & \partial/\partial x \end{bmatrix},\quad [\boldsymbol{E}]=\begin{bmatrix} E_1 & E_2 & 0 \\ E_2 & E_1 & 0 \\ 0 & 0 & E_3 \end{bmatrix} \tag{9}$$

식(8)과 (9)로부터 가상 변형률과 응력장에 대한 유한요소 근사화는 다음과 같이 표현된다.

$$\varepsilon_{ij}(\boldsymbol{v})=[\boldsymbol{B}]\overline{\boldsymbol{v}},\quad \sigma_{ij}{}^{S}(\boldsymbol{u})=[\boldsymbol{E}][\boldsymbol{B}]\overline{\boldsymbol{u}} \tag{10}$$

여기서 $[\boldsymbol{B}]=[\boldsymbol{D}][\boldsymbol{N}]$이다. 위의 근사식들을 식(8)에 대입하면 다음의 선형 연립방정식을 구 할 수 있다.

$$[\boldsymbol{K}]\overline{\boldsymbol{u}}=\{\boldsymbol{F}\} \tag{11}$$

위 식에서 강성행렬 $[\boldsymbol{K}]$와 하중벡터 $\{\boldsymbol{F}\}$는 각각 다음과 같다.

$$[\boldsymbol{K}]=\int_{\Omega}\boldsymbol{B}^{T}\boldsymbol{E}\boldsymbol{B}d\Omega \tag{12}$$

$$\{\boldsymbol{F}\}=\int_{\Omega}\frac{\alpha E}{(1-2\nu)}\boldsymbol{B}^{T}\boldsymbol{I}\boldsymbol{N}d\Omega\triangle\overline{\boldsymbol{T}} \tag{13}$$

여기서, $[\boldsymbol{I}]$는 항등행렬 그리고 $\triangle\overline{\boldsymbol{T}}$는 온도차이를 나타내는 절점벡터이다.

4. 체적분율의 최적화 과정

Fig. 1(a)와 같이 FGM 복합재 영역을 ND개의 유한한 균질 사각격자로 이산화하고, 각 격자의 니켈 체적분율 V_m^i을 설계변수로 한다. 또한, 전역의 열응력 분포를 최소화하기 위하여 총 변형에너지 $U(\boldsymbol{u})$를 목적함수로 선정한다. 한편, 체적분율의 정의로부터 각 설계변수는 각각 상한과 하한의 구속조건을 만족해야 한다.

따라서 FGM 내열복합재의 체적분율 최적설계는 다음과 같이 정식화할 수 있다.

$$Find\ \boldsymbol{X}=\{X_i\},\ X_i=V_m^i\ (i=1,..,ND) \tag{14}$$

$$Minimize\ F(\boldsymbol{X})=U(\boldsymbol{X}) \tag{15}$$

$$Subject\ to\ [\boldsymbol{K}]\overline{\boldsymbol{u}}=\{\boldsymbol{F}\} \tag{16}$$

$$g_j=-V_m^j\le 0,\ (j=1,..,ND) \tag{17}$$

$$g_j=V_m^j-1\le 0,\ (j=ND+1,..,2ND) \tag{18}$$

이 문제를 위한 최적설계 기법으로는 내부벌칙 함수법(interior penalty-function method)을 채택하였다. 이 기법은 다음에 정의되는 가 목적함수(pseudo-objective function) $\Phi(\boldsymbol{X})$가 항상 유용설계영역내에 정의되기 때문에, 체적분율 V_m이 항상 제약조건을 만족시킨다.[9]

$$\Phi(\boldsymbol{X})=F(\boldsymbol{X})+r_p\sum_{i=1}^{2ND}c_i\left\{\frac{-1}{g_i}\right\} \tag{19}$$

위 식에서 γ_p는 내부벌칙 인자(interior penalty parameter)로 가 목적함수의 안정된 수렴을 위하여, 최적설계 반복회수 $k(k=1,2,..)$에 따라 $\gamma_p^{k+1}=\delta\gamma_p^k(\delta<1)$ 식으로 감소한다.

한편, 비제약 목적함수 $F(\boldsymbol{X})$와 각 구속조건 $g_i(\boldsymbol{X})$ 사이의 정규화 인자(normalization factor) c_i는 다음과 같이 정의된다.

$$c_i=\frac{|\nabla F(\boldsymbol{X})|}{|\nabla g_i(\boldsymbol{X})|},\quad i=1,..,2ND \tag{20}$$

구속조건 (17)~(18)로부터 다음 식이 성립하여

$$|\nabla g_i(\boldsymbol{X})|=|\partial g_i/\partial X_j| =|\pm\delta_{ij}|\le 1 \tag{21}$$

결국 정규화 인자는 다음과 같이 계산된다.

$$c_i=|\nabla U(\boldsymbol{X})|,\ (i=1,..,2ND) \tag{22}$$

최적설계 반복에 따라 설계변수는 다음과 같이 업데이트되고

$$\boldsymbol{X}^{k+1}=\boldsymbol{X}^{k}+\alpha(\boldsymbol{S})^{k+1} \tag{23}$$

아래와 같이 정의된 수렴한계를 만족하면 최적설계 과정이 종료된다.

$$\frac{|U^{k+1}(X)-U^{k}(X)|}{|U^{k+1}(X)|} \le \varepsilon_t \qquad (24)$$

식(24)에서 $(k+1)$번째 최적설계 단계를 위한 탐색방향(search direction) 벡터 $(S)^{k+1}$는 유한차분법을 사용하고, 이 벡터의 크기를 결정하는 α는 황금분할법[9]에 의하여 계산한다.

5. 수치실험 및 결과

이론연구를 검증하기 위해 최적설계용 테스트 프로그램을 작성하고, 선행연구의 열응력 해석 프로그램[1]과 통합하였다. 수치해석용 모델로는 Fig. 2에 도시한 니켈 코어와 알루마이트층으로 싸여있는 FGM 내열재를 선정하였다. 열 하중으로 구조물 전체가 초기 온도 1000K에서 균일하게 300K로 감소하는 경우를 고려한다.

전체 FGM 복합재 영역을 100개의 균일한 사각형 유한요소로 분할하였고, 열응력 해석을 위해서는 3차(cubic) 요소를 사용하였다. 설계영역내 요소의 개수가 설계변수가 되므로 총 설계변수의 개수는 77이다.

Table 1에 해석/설계에 필요한 Ni과 Al_2O_3의 열기계적 물성치를 정리하였다. 본 연구에서 물성치는 온도에 불변이며, 두 구성물질 모두선형 탄성으로 가정한다.

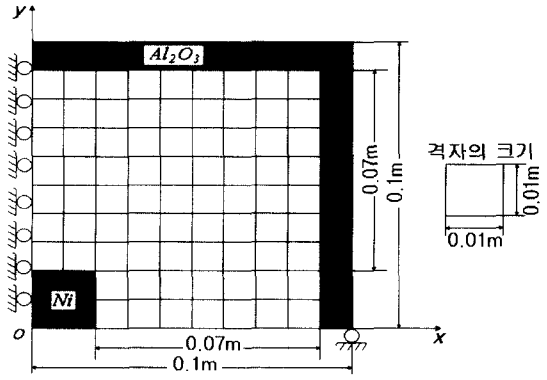


Fig. 2 A half of FGM model subject to uniform temperature drop

Table 1 Ni과 Al_2O_3의 열-기계적 물성치

물성치 / 재료	탄성계수 E(GPa)	프아송비 ν	열팽창계수 $\alpha(10^{-6}/K)$
Ni	199.5	0.3	15.4
Al_2O_3	393.0	0.25	7.4

초기 내부벌칙 변수 r_p^0는 1.0으로, 그리고 반복에 따라 업데이트하는 상수 δ는 0.1로 선정하였다. 식(24)의 수렴한도 ε_t는 0.01로 설정하고, Fig. 3과 같이 설계영역내 니켈의 초기 체적분율을 0.5로 균일하게 설정하였다.

초기 체적분율에서의 변형에너지와 등가응력 분포를 Fig. 4와 5에 각각 나타내었다. 본 연구에서는 폰-마이세스(von-Mises) 등가응력을 사용하였다. 그림으로부터 니켈-FGM층 그리고 알루마이트-FGM층 경계

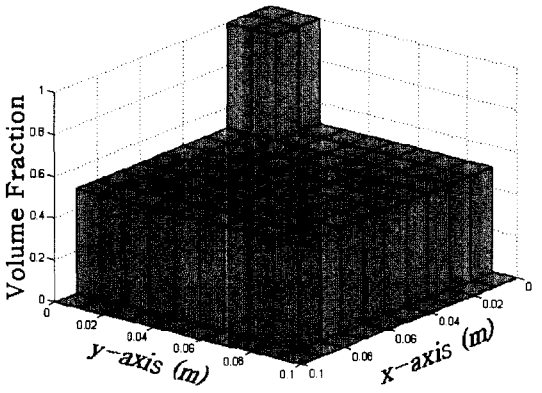


Fig. 3 Initial Ni volume fraction

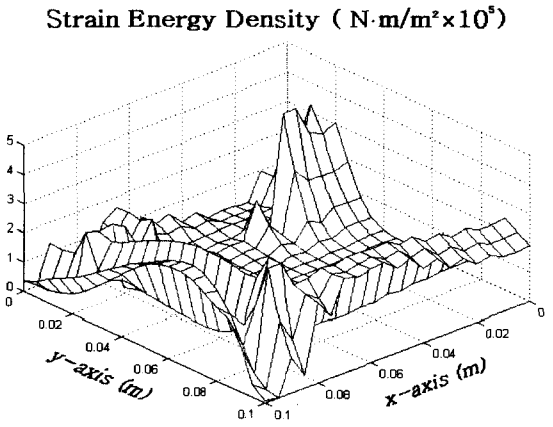


Fig. 4 Strain energy density for the initial volume fraction distribution

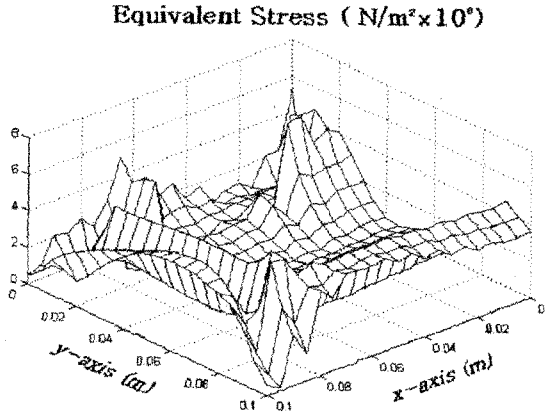


Fig. 5 Effective stress for the initial volume fraction distribution

를 따라 상대적으로 높은 변형에너지와 등가응력이 분포함을 볼 수 있다. 이것은 Fig. 3으로 부터 이 경계면에서 체적분율이 급격한 변화를 가지기 때문이다. 수치결과로부터 총 변형에너지는 921.39N·m였으며, 최대 등가응력은 0.625GPa으로 (0.09, 0.09) 위치에서 발생하였다.

최적설계 반복에 따른 목적함수, 최대 등가응력 및 발생위치의 변동을 Table 2에 정리하였다. 총 5번의 반복회수내에 목적함수가 수렴한도를 만족하였고, 총 유한요소 해석수는 824회였다.

우선, 초기에 비해 최적설계 후의 변형에너지와 최대 등가응력이 현저히 감소한 것을 알 수 있다. 최대 등가응력 발생위치는 2회까지는 (0.09m, 0.09m)위치에서 발생하였으나 그 이후 5회까지는 (0.02m, 0m)의 위치에서 발생하였다.

최적설계 후 니켈의 이산화된 체적분율 분포를 Fig. 6

Table 2 Numerical results along the optimization iteration

최적설계반복회수	목적함수 (변형에너지) (N·m)	최대 등가응력 (Pa)	최대 등가 응력 위치	
			x(m)	y(m)
초기	9.2139E+2	6.2526E+8	0.09	0.09
1	8.9654E+2	6.0608E+8	0.09	0.09
2	7.2340E+2	5.3452E+8	0.09	0.09
3	3.0612E+2	5.1637E+8	0.02	0
4	1.0397E+2	3.7381E+8	0.02	0
5	1.0397E+2	3.7381E+8	0.02	0

에 나타내었다. 초기와 비교하여 FGM층내에서의 체적분율 분포가 현저히 변화된 양상을 확인할 수 있다.

Fig. 7과 Fig. 8은 이산화된 최적 체적분율에 대한 변형에너지 및 등가응력 분포를 보여주고 있다. 초기에 비해 전체 분포가 상당히 감소하였음을 확인할 수 있다.

실제 FGM층은 연속적인 체적분율을 가지고 있으므로, 최적설계를 위한 이산화 균질격자의 체적분율 결과를 위한 후처리가 필요하다. 따라서 연속적인 체적분율 분포를 위해 이산화된 체적분율 분포를 2차원 선형보간한다.

Fig. 3과 6을 참고하여 각 꼭지점(vertex node)에 대하여 공유하는 격자들의 체적분율 값들을 대수적으로 평균하여 해당 꼭지점에서의 체적분율로 취한다. 단, 100% 니켈층과 100% 알루마이트층과 접하는 꼭지점에 대해서는 100% 니켈 및 100% 알루미나의 체적값으로 한다. 이렇게 하여 취한 각 꼭지점에서 체적

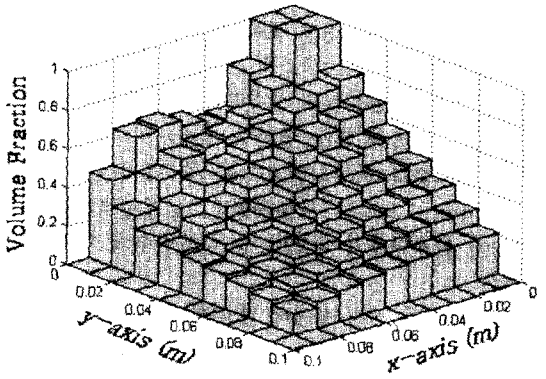


Fig. 6 Final optimized volume fraction distribution of *Ni*

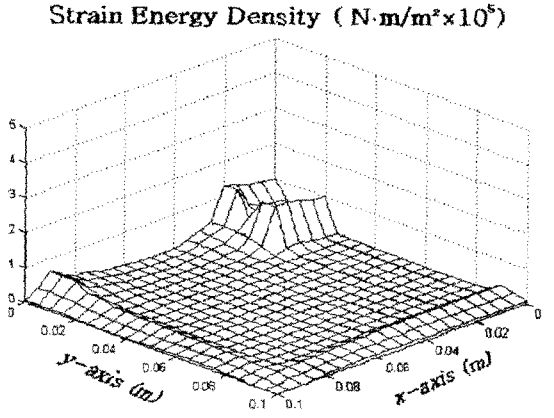


Fig. 7 Strain energy density distribution for the optimum volume fraction

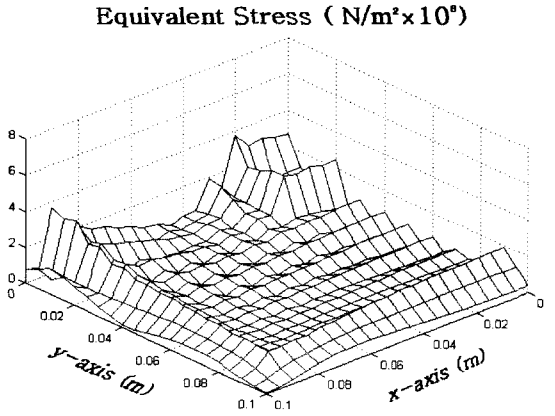


Fig. 8 Effective stress distribution for the optimum volume fraction

분율 값을 이차원 선형 유한요소 근사화하여 연속적인 분포를 구한다.

100% 니켈층과 100% 알루마이트층의 체적분율 분포는 그대로 유지시키고, FGM층내의 각 격자들에 대 꼭지점(vertex node)을에 대하여 하나의 체적분율 값들을 대수적으로 평균하여 그 꼭지점의 값으로 취한다.

초기 및 최적설계후 니켈의 체적분율을 선형보간한 결과에 대한 평면분포(contour)를 Fig. 9와 10에 각각 나타내었다. 초기와 비교할 때 최적설계후의 분포는 우측하단부를 제외하고는 니켈층에서 알루마이트층으로 거의 선형적인 변화를 보여준다. 이러한 경향은 Fig. 6에서도 확인할 수 있다.

선형보간한 초기 및 최적 제적분율 분포에 대하여 각각 열응력 해석을 수행하여 보간하기 전의 결과와 비교하였다.

보간후 각 체적분율에 대한 해석결과치를 Table 3에 기록하였다. 보간전의 결과인 Table 2와 비교하면 우선 변형에너지와 등가응력이 일률적으로 감소한 것을 알 수 있는데, 초기 체적분율에서 더욱 뚜렷한 차이를 보인다. 아울러 초기 체적분율의 경우, 최대 등가응력의 발생위치도 보간 전후에 조금의 차이를 보인다. 이러한 차이는 Fig. 3에서와 같이 체적분율 분포가 경계면에서 큰 격차를 나타내기 때문이다.

하지만 Fig. 6을 참고하면, 최적설계후에는 각 격자간 물성분포 격차가 현저히 감소하기 때문에 Table 3에서 보간 전후의 결과가 큰 차이를 보이지 않는다. 이 결과로부터 본 연구에서 제시한 균질격자 이산화 기법이 신뢰성도 제시함을 확인할 수 있다.

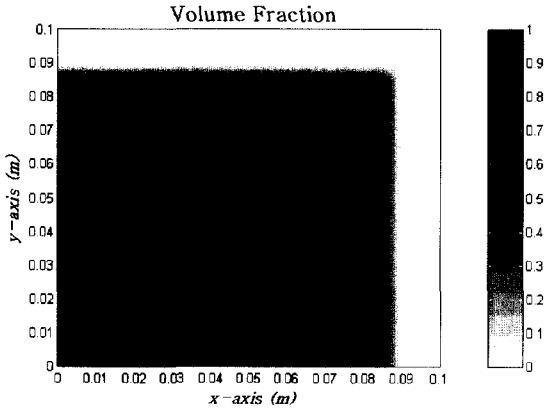


Fig. 9 Initial volume fraction contour after bilinearly continuous interpolation

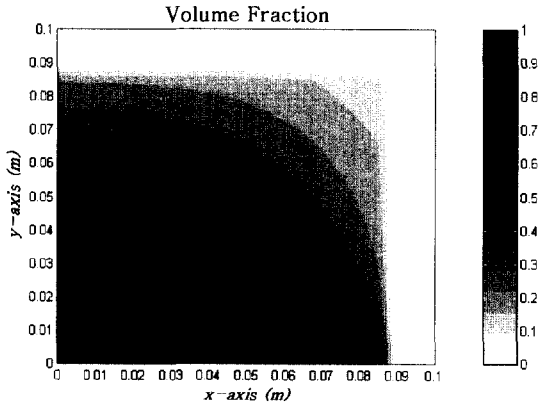


Fig. 10 Optimum volume fraction contour after bilinearly continuous interpolation

Table 3 Comparison between inital and optimum volume fractions after interpolation

	초 기	최적설계
총변형에너지 (N·m)	7.767E+2	0.776E+2
최대등가응력(Pa) 발생위치(x, y)	5.363E+8 (0.0875, 0.0875)	3.5891E+8 (0.02, 0)
최대변형에너지밀도 (N·m/m²) 발생위치(x, y)	3.3546E+5 (0.0875, 0.0875)	2.343E+5 (0.0163, 0)

보간한 체적분율에 대한 변형에너지 분포가 Fig. 11과 12에 각각 나타내었다. 초기에 비해 분포가 전반적으로 균등화 되었을 뿐만아니라, 경계면을 따른 변형에너지 집중현상이 현저히 완화되었음을 알 수 있다.

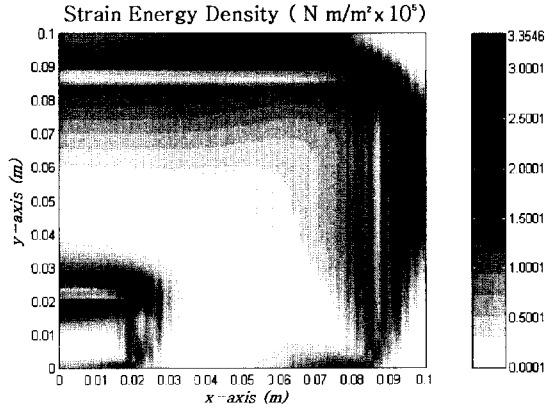


Fig. 11 Stain energy density contour for the interpolated initial volume fraction

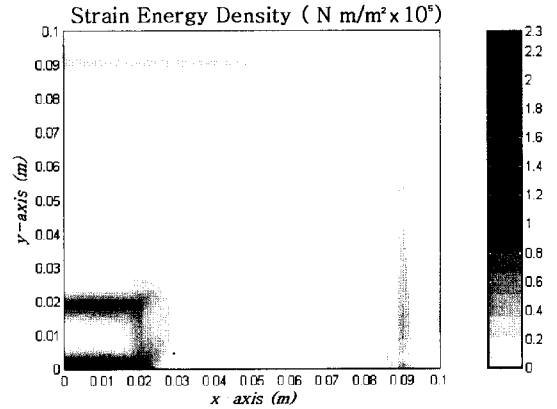


Fig. 12 Strain energy density contour for the interpolated optimum volume fraction

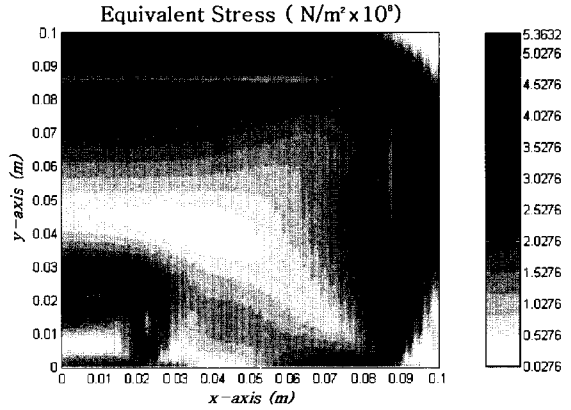


Fig. 13 Effective stress contour for the interpolated initial volume fraction

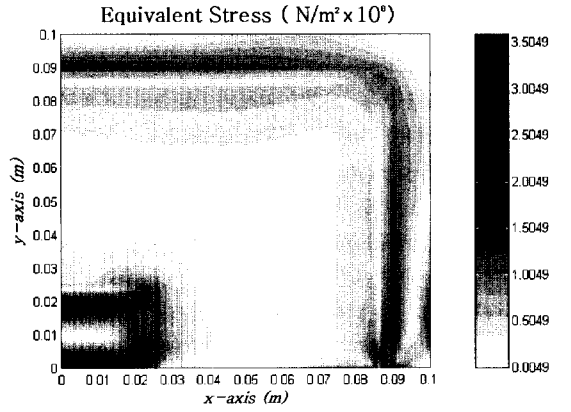


Fig. 14 Effective stress contour for the interpolated optimum volume fraction

Fig. 13과 14는 보간후 초기 및 최적 체적분율에 대한 등가응력 분포를 각각 보여주고 있다. 변형에너지 분포에서와 같은 현저한 개선을 확인할 수 있다.

Fig. 11~14의 평면분포에서 우측 하단부에서의 모서리 효과(edge effect)를 볼 수 있다. 이러한 모서리 효과로 Fig. 10의 최적 체적분율이 우측 하단부에서 특이 양상을 갖게되었다

6. 결 론

본 논문을 통해 니켈-알루마이트로 구성된 FGM 내열복합재의 2차원 체적분율 최적설계 절차를 제시하였다. 설계대상인 체적분율을 유한개의 균질 사각형 격자로 나누어, 유한차분법에 따른 필연적인 최적설계 시간증가를 효율적으로 처리하였다. FGM의 본질적인 요구조건인 체적분율의 연속성을 위하여, 최적설계 후 불연속 물성분포를 2차원 선형보간하였다.

수치실험을 통해 제안한 최적설계 절차의 안정성 뿐만 아니라, 초기 최대 등가응력치가 현저히 감소하는 것을 확인하였다. 따라서, 제안한 2차원 체적분율 최적설계 절차에 따라 임의의 열-기계적 하중 조건하에 최적으로 적합한 체적분율 분포를 효과적으로 구할 수 있을 것으로 확신한다.

후 기

이 논문은 2001년도 한국학술진흥재단의 선도연구자사업 연구비에 의하여 연구되었음(KRF-2001-041-E00040).

참 고 문 헌

1. Cho, J. R. and Oden, J. T., 2000, "Functionally Graded Material : A Parametric Study on Thermal-Stress Characteristics using the Crank-Nicolson-Galerkin Scheme," *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 188, pp.17~38
2. Cho, J. R. and Ha, D. Y., 2001, "Thermo-Elastoplastic Characteristics of Heat Resisting Functionally Graded Composites," *Structural Engineering and Mechanics*, Vol. 11, No. 1, pp 49~70
3. Cho, J. R. and Ha, D. Y., 2001, "Averaging and Finite Element Discretization Approaches in the Numerical Analysis of Functionally Graded Materials," *Materials Science and Engineering A*, Vol. 302, No. 2, pp.187~196
4. Liu, S., Cheng, G. and Gu, R. V., 1998, "Prediction of Thermo-Elastic Properties and Optimal Design of Gradient Materials," *AIAA Journal*, 98-4967, pp.2046~2054
5. Reiter, T., Dvorak, G. J. and Tvergaard, V., 1997, "Micromechanical Models for Graded Composite Materials," *J. Physics and Solids*, Vol. 45, pp.1281~1302
6. Tanaka, K., Watanabe, H., Sugano, Y. and Poterasu, V. F., 1996, "A Multicriterial Tailoring of A Hollow Cylinder in Functionally Gradient Materials: Scheme to Global Reduction of Thermoelastic Stresses," *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 135, pp.369~380
7. Bendose, M. P. and Kikuchi, N., 1988, "Generating Optimal Topologies in Structural Design using a Homogenization Method," *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 71, pp.197~224
8. Christensen, R. M., 1979, *Mechanics of Composite Materials*, Wiley/Interscience.
9. Vanderplaats, G. N., 1984, *Numerical Optimization Techniques for Engineering Design with Applications*, McGraw-Hill