

論文

구조연성을 고려한 복합재료 상자형 보의 강성계수 예측에 관한 연구

정성남*, 동경민**

Calculation of Stiffness Properties for Composite Box-Beams with Elastic Couplings

S. N. Jung*, K. M. Dong**

ABSTRACT

In the present work, a linear static analysis is presented for thin-walled prismatic box-beams made of generally anisotropic materials. A mixed beam theory has been used to model and carry out the analysis. Several different constitutive assumptions for the shell-wall of the beam section are assessed into the beam formulation. Simple layup cases of box-beams representing bending-torsion or extension-torsion coupled configuration have been considered and tested to clearly show the effects of elastic couplings of the beam. A detailed finite element structural analysis using the MSC/NASTRAN has been carried out to validate the current analytical results. Numerical results show that appropriate assumptions for the constitutive relations are important and crucial for the accurate prediction of beam stiffness constants and also for the beam behavior.

초 록

본 연구에서는 복합재료로 만들어진 박판의 상자형 보에 대한 선형 정적해석을 수행하였다. 복합재료 보의 해석을 위해서 혼합 보 이론을 적용하였으며, 상자형 단면의 벽에 대해 설정이 가능한 여러 가지 구성방정식을 고려할 수 있도록 하였다. 굽힘-비틀림 혹은 인장-비틀림 연성을 갖는 단순한 적층 형상의 복합재료 상자형 보를 예로 들어 보의 정적 거동에 미치는 복합재료의 연성효과를 고찰하였다. 본 해석결과의 타당성을 검증하기 위한 방편으로 상용 구조해석 프로그램을 이용한 정밀 유한요소 구조해석을 수행하였다. 혼합 보 이론을 이용하여 복합재료 상자형 보에 대한 단면상수 등을 해석적으로 결정하였으며, 적절한 구성방정식의 설정 여부가 최종적인 해의 정확도를 결정하는 중요한 요소임을 보였다.

1. 서 론

상자형 단면 보는 폐곡선 형상을 가지며 굽힘 하중을 감당하기에 적합한 구조형태이다. 상자형 보는 또한 인장이나 비틀림 하중에 대한 저항력이 커서 전통적으로 토목이나 건축용 주요 구조재로 폭 넓게 이용되어 왔다. 한편, 70년대 이후 섬유강화 복합재료가 항공기용 소재로 각광받으면서 복합재료를 이용하여 제작된 상자형 보가 항공기의 주요 하중감당 부재로 이용되기 시작하였으며, 현재는 항

공기 날개나 헬리콥터 블레이드 등의 스파구조로 자주 응용되고 있다.

보 구조물은 단면의 제원에 비하여 길이가 매우 큰 특징을 이용하여 1차원 보로 해석하는 것이 일반적이다. 이 경우 본질적으로 3차원 특성을 보이는 보 구조에 대해 적절한 가정 및 모델링을 통하여 2차원 단면해석을 수행하고 동시에 이들을 1차원 보 해석과 결합하는 것이 관건이다. 재료가 복합재료로 이루어진 경우에는 재료의 이방성에 기인하는 비고전적 보의 특징을 효과적으로 고려할 수 있어

* 전북대학교 기계항공시스템공학부, 교신저자(E-mail:snjung@moak.chonbuk.ac.kr)

** 전북대학교 대학원

야 하며, 특히 적절한 구성방정식의 설정은 해석의 정확도를 가능하는 매우 중요한 요소이다. 이러한 복합재료 상자형 보의 이론 정립 및 해석에 관한 연구가 80년대 중반 이후 국내외를 중심으로 활발히 수행되어 왔다[1-7].

본 연구에서는 폐곡선 단면 형상을 갖는 복합재료 상자형 보의 연계거동 특성을 해석적인 관점에서 고찰하였다. 특히 복합재료 보 벽면에 대한 구성방정식의 설정이 결과적인 해의 정확도에 미치는 영향이 절대적이라는 사실에 기초하여 기존의 연구들[2-6]이 사용한 가정 및 이의 문제점들에 대하여 체계적인 분석을 시도하였다. 본 연구에서 다룬 구성방정식에 대한 가정은 크게 세 가지로 대별하였다. 첫 번째 가정으로는 단면 벽내 환주 변형율(hoop strain and curvature) 성분의 크기가 충분히 작아서 이들을 무시할 수 있다는 것이다[2-3]. 다음으로는 단면의 벽면(wall)내 환주 합응력 및 모멘트(hoop stress and moments) 성분의 크기가 충분히 작다고 가정하여 이들을 무시하는 것이다[4-6]. 마지막으로 상자형 보에 대한 보다 개선된 가정으로 환주 모멘트에 대한 크기에는 제한을 두지 않고 환주 합응력 성분만을 무시하는 경우를 들 수 있다. 위에 예시한 각각의 가정을 기초로 참고문헌 7의 혼합 보 이론에 적용하여 복합재료 상자형 보에 대한 강성계수를 구하고, 이들을 NASTRAN을 이용한 2차원 정밀 유한요소 해석 결과와 비교하여 그 유효성을 검증하였다.

2. 이론

복합재료 보에 외부하중이 작용할 경우 기하학적 보의 특성 및 재료의 이방성에 따라 인장-굽힘-비틀림이 서로 연성되어 나타나게 되며, 적절한 보 모델이라면 이러한 보의 연성거동을 제대로 기술할 수 있어야 한다. Fig. 1은 길이가 l 인 상자형 단면 보의 좌표계 및 변위 성분들을 보여 주고 있다. 여기서 보의 변형은 탄성축 x 와 여기에 수직인 y, z 좌표축을 따라 각각 인장(U), 수직 및 수평 방향 변위(V, W), 그리고 보의 탄성축에 대한 회전 성분인 비틀림 변형 ϕ 로 구분한다. 보의 변형은 선형한계 범위에서 거동한다고 가정한다. 한편, 임의의 형상을 갖는 단면의 기하를 기술하기 위해 단면 벽의 중심선을 따르는 s -축과 여기에 수직인 n -축을 정의한다(Fig. 1).

2차원 각 이론(shell theory)과 기하학적 고찰에 입각하여 단면에서의 각 변형 성분들을 1차원 보에 대한 변형성분들로 나타내면 다음과 같이 쓸 수 있다[8].

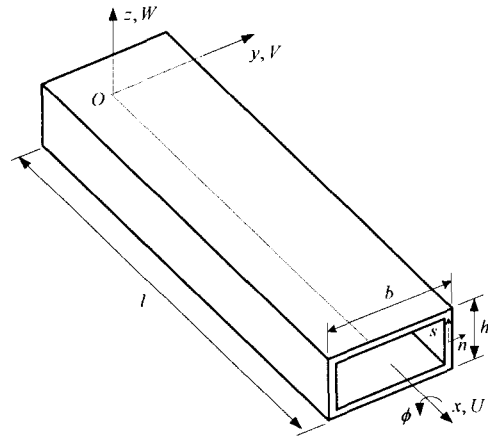


Fig. 1 Geometry of a box-beam.

$$\begin{aligned}
 \epsilon_{xx} &= U_{,x} + z\beta_{y,x} + y\beta_{z,x} - \bar{\omega}\phi_{,xx} \\
 \gamma_{xs} &= u^0_{,s} + V_{,xy} + W_{,xz} + r\phi_{,x} \\
 \chi_{xx} &= z_{,s}\beta_{z,x} - y_{,s}\beta_{y,x} + q\phi_{,x} \\
 \chi_{xs} &= 2\phi_{,x}
 \end{aligned} \tag{1}$$

여기서 ϵ_{xx} 와 γ_{xs} 는 각 변형률 성분, χ_{xx} 와 χ_{xs} 는 곡률 성분을 나타내고, β_y 와 β_z 는 각각 단면의 좌표축 y, z 에 대한 회전각 성분들이며, u^0 는 축 방향에 대한 각 변형성분을 나타낸다. 또한, r 과 q 는 각각 보의 탄성 축으로부터 단면 내 임의의 지점에 대한 s, n 좌표상의 유격거리를 나타내며, $\bar{\omega}$ 는 단면의 전개면적(sectorial area)이다[9]. 위의 (1)식에서 각 요소에 대한 초기 곡률은 없다고 가정하였다. 보의 상자형 단면은 두께가 얇은 특성을 이용하여 4개의 독립된 판으로 구성되어 있다고 가정하며, 각각의 판 요소에 대한 힘 성분들과 이에 대응되는 변형률 성분들에 대한 관계식은 고전 적층판 이론(CLPT)에 입각하여 구한다. 이를 수식으로 표시하면 다음과 같다.

$$\begin{Bmatrix} N_{xx} \\ N_{ss} \\ N_{xs} \\ M_{xx} \\ M_{ss} \\ M_{xs} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} & B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} & B_{16} & B_{26} & B_{66} \\ B_{11} & B_{12} & B_{16} & D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} & D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} & D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_{xx} \\ \epsilon_{ss} \\ \gamma_{xs} \\ \chi_{xx} \\ \chi_{ss} \\ \chi_{xs} \end{Bmatrix} \tag{2}$$

여기서 A_{ij}, B_{ij}, D_{ij} 는 각각 복합재료 적층판의 환원강성계수를 나타낸다. 이러한 구성방정식에서 단면 벽의 중심선에 대한 환주(hoop) 변형률 성분의 크기는 충분히 작다고 가

정하여 무시하거나($\epsilon_{ss} = \chi_{ss} = 0$: 가정 1) 혹은 환주 합용력 및 합모멘트 성분을 무시할 경우($N_{ss} = M_{ss} = 0$: 가정 2), (1)식은 다음과 같은 형태로 쓸 수 있다.

$$\begin{Bmatrix} N_{xx} \\ N_{xs} \\ M_{xx} \\ M_{xs} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{16} & B_{11} & B_{16} \\ A_{16} & A_{66} & B_{16} & B_{66} \\ B_{11} & B_{16} & D_{11} & D_{16} \\ B_{16} & B_{66} & D_{16} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_{xx} \\ \gamma_{xs} \\ \chi_{xx} \\ \chi_{xs} \end{Bmatrix} \quad (3)$$

여기서 기호 '은 가정 1 혹은 2에 입각하여 환원된 강성계수를 나타낸다. 이러한 가정들은 기존의 보 해석 연구에서 자주 이용되어 왔다[2-6]. 한편, (3)식 보다 엄격한 형태의 구성방정식으로는 단면 벽에 대한 환주 합용력 성분은 무시하지만($N_{ss}=0$), 합모멘트의 크기에 대해서는 어떠한 가정도 두지 않는 경우($M_{ss} \neq 0$)를 들 수 있다(이하 가정 3). 이 경우 각 변형률 성분 $\epsilon_{xx}, \chi_{xx}, \chi_{xs}$ 는 식 (1)에 입각하여 보의 변위성분으로 직접 변환하여 정식화를 수행하게 되며, 전단흐름 N_{xs} 와 환주 모멘트 M_{ss} 는 단면 벽에서의 평형 조건식을 이용하여 간접적으로 수식을 전개한다. 편의상 가정 3에 대한 구성방정식을 부분 역변환 형태로 고쳐 쓰면 다음과 같다.

$$\begin{Bmatrix} N_{xx} \\ M_{xx} \\ M_{xs} \\ \gamma_{xs} \\ \chi_{ss} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} \\ a_{12} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} \\ a_{13} & a_{23} & a_{33} & a_{34} & a_{35} \\ -a_{14} & -a_{24} & -a_{34} & a_{44} & a_{45} \\ -a_{15} & -a_{25} & -a_{35} & a_{45} & a_{55} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_{xx} \\ \chi_{xx} \\ \chi_{xs} \\ N_{xs} \\ M_{ss} \end{Bmatrix} \quad (4)$$

위의 식 (4)와 같이 부분 역 변환 형태로 표현된 구성 방정식을 고려하기 위하여 Reissner가 제안한 반보족 에너지 함수를 도입한다[10]. 이를 변분식의 형태로 기술하면 다음과 같다.

$$\delta \int_0^l \int_s (\Phi_R + \gamma_{xs} N_{xs} + \gamma_{ss} M_{ss}) ds dx = 0 \quad (5)$$

이 때 Reissner 함수 Φ_R 은 다음과 같이 정의한다.

$$2\Phi_R = N_{xx}\epsilon_{xx} + M_{xx}\chi_{xx} + M_{xs}\chi_{xs} - N_{xs}\gamma_{xs} - M_{ss}\gamma_{ss} \quad (6)$$

변형률-변위 관계식 (1)을 이용하여 구성방정식 (2)나 (3)을 변분 에너지식 (5)에 대입하면 보의 변위 성분들에 의한

지배방정식을 얻을 수 있다. 이를 수식으로 나타내면 다음과 같다.

$$[K]\{q\} = \{F\} \quad (7)$$

여기서 $[K]$ 는 보의 강성계수를 나타내며, 보의 일반화 변위 벡터 $\{q\}$ 와 하중벡터 $\{F\}$ 는 각각 아래와 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \{q\}^T &= [U, x \ \gamma_{xy} \ \gamma_{xz} \ \phi_{,x} \ \beta_{y,x} \ \beta_{z,x} \ \phi_{,xx}] \\ \{F\}^T &= [N \ Q_y \ Q_z \ T_s \ M_y \ M_z \ M_\omega] \end{aligned} \quad (8)$$

이 때, 하중성분 N 은 축 방향에 대한 인장력을 나타내고, Q_y 와 Q_z 는 각각 y 및 z 방향의 전단력, T_s 는 St. Venant 토 오크, M_y 와 M_z 는 수직 및 수평방향 굽힘 모멘트, 그리고 M_ω 는 Vlasov 워핑 모멘트이다. 가장 일반적인 복합재료 보의 경우 강성계수는 $[7 \times 7]$ 행렬로 표시되며, 정식화에 도입한 근사 정도에 따라 행렬의 구성 형태가 결정된다.

3. 결과 및 검토

앞 절에서 기술한 보의 정식화 모델을 기초로 박판의 복합재료 상자형 보에 대한 정적 해석을 수행하였다. Fig. 2는 본 해석에 이용된 상자형 단면에 대한 네 가지 서로 다른 적층형상을 보여주고 있다. 그림에 나타난 바와 같이 상자형 단면을 구성하는 각각의 벽면을 $[\theta_3 / -\theta_3]$ 혹은 $[-\theta_3 / \theta_3]$ 의 조합을 사용하여 단면의 중심 축에 대해 대칭이나 반대칭으로 적층함으로써 복합재료 보의 연계거동 및 모델링 특성을 단적으로 보이도록 하였다. 대칭 적층의 경우 굽힘-비틀림 연계특성을 나타내며, 반대칭 적층은 인장-비틀림 연계거동을 보인다. 그림에서 원편의 두 가지 경우는 단면의 중심선에 대해 반대칭으로 적층한 형상이며, 오른편 두 개는 각각 대칭 적층한 경우를 나타낸다. 이 때 상자형 보의 폭과 높이는 각각 24.2mm와 13.6mm이며, 단면 벽의 두께는 0.762mm이다. 사용된 복합재료는 흑연-에폭시이며, 이의 물성은 Table 1에 나타냈다.

본 해석 결과의 신뢰성을 확보하기 위해 상용 구조해석 프로그램인 NASTRAN을 이용하여 유한요소 해석을 수행하였다. Fig. 3은 복합재료 상자형 보를 2차원 유한요소로 모델링한 형상을 보여주고 있다. 2차원 해석에서는 4-절점의 CQUAD4 요소를 이용하였으며, 총 360개의 유한요소와 1,746개의 계산 자유도로 구성하였다.

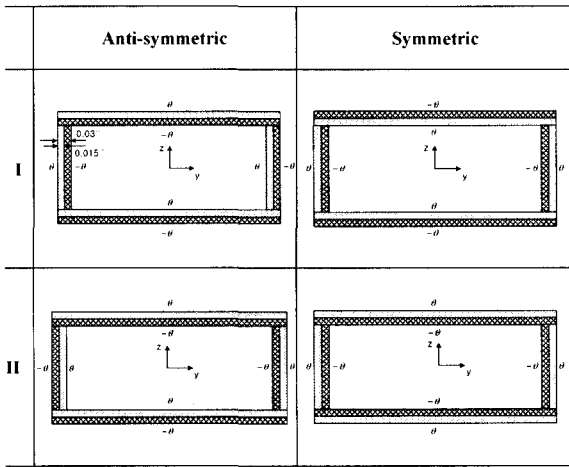


Fig. 2 Layup cases of box section.

Table 1 Material properties of a AS4/3501-6 graphite-epoxy lamina.

Properties	Values
E_{11}	141.9 GPa
E_{22}	9.78 GPa
G_{12}	6.13 GPa
ν_{12}	0.42
Ply thickness (t)	0.127 mm

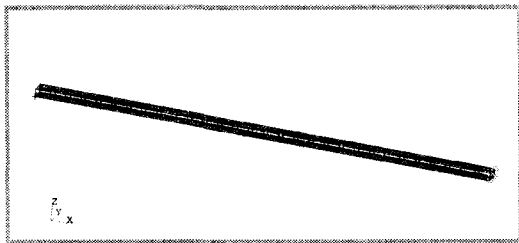


Fig. 3 2D FE meshes for NASTRAN.

Fig. 4는 Fig. 2에 예시된 네 가지의 적층 형상에 대해 복합재료 적층각 θ 에 따른 보의 굽힘강성(EI_z)의 변화를 도시한 결과이다. 적층각의 변화에 대한 보의 굽힘강성은 큰 편차를 보이지 않지만(최대 약 14배), 네 가지 적층형상에 따른 굽힘강성의 변화는 거의 없음을 보여준다. 이는 본 해석에서 고려한 상자형 단면들의 상하 및 좌우 판이 단면의

중심축을 기준으로 서로 균형을 이루고(balanced) 있기 때문으로 설명된다. 계속하여 Fig. 5는 구성방정식의 설정 차이에 따른 굽힘강성의 변화를 나타내는 해석결과이다. 그림에서 단면 벽의 환주 변형률 성분의 크기를 무시하는 가정 1을 이용한 본 해석결과는 굽힘강성을 실제보다 크게 예측하고 있으며(최대 122%), 가정 2와 3의 경우는 NASTRAN의 2차원 해석결과와 오차범위 내에서 서로 잘 일치하고 있다.

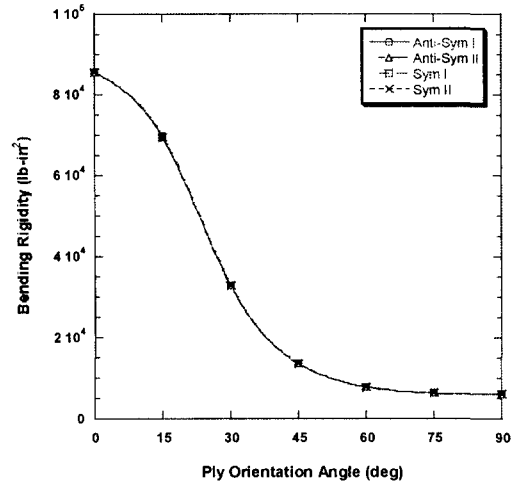


Fig. 4 Variation of bending rigidity with ply angle changes.

Fig. 6은 상자형 단면의 적층형상(Fig. 2) 각각에 대해 구한 비틀림 강성의 변화를 적층각의 함수로 나타낸 것이다. 이 결과는 NASTRAN의 2차원 유한요소를 이용하여 얻었다. 그림에 나타난 바와 같이 비틀림 강성은 적층형상이 변환에 따라 매우 큰 변화를 보인다. 예를 들어 반대칭 적층의 경우는(Anti-I과 Anti-II) 적층각 45°에서 강성도 차이가 2 배정도 발생한다. 이는 비틀림 강성의 크기가 단면을 구성하는 벽면의 중심선(contour line)을 따라 상대적으로 변하기 때문이다. 한편, 대칭 적층의 경우는(Sym-I과 Sym-II) 비틀림 강성도가 두 경우 모두 일정하게 나타났다. 이렇게 적층형상이 변환에 따라 비틀림 강성이 변화하는 이유를 설명하기 위해서는 비틀림 강성의 결정에 영향을 주는 주요 인자를 고찰할 필요가 있다. Fig. 2에서 보듯이 상자형 단면 벽은 $[\theta_3 / -\theta_3]$ 혹은 $[-\theta_3 / \theta_3]$ 의 조합으로 구성되어 있으며, 이 경우 비틀림 강성의 크기를 결정하는 주요 계수는 인장-비틀림 연성을 나타내는 B_{26} 이다(식 2 참조). Table 2는 $[\theta_3 / -\theta_3]$ 으로 적층한 경우를 양의 값으로 기준하고 네 가지의 적층형상에 대해 상자형 단면 벽 각각

에 대한 B_{26} 의 부호를 표시한 결과이다. 부호에 대한 결정은 단면 벽에서의 국부 좌표축을 기준으로 하였다. 결과에서 보듯이 Anti-1의 적층에서는 상하 벽은 양(+), 그리고 좌우 벽은 음(-)의 값을 가지는데 반하여 Anti-2의 경우는 모든 판에서 양이 되어 B_{26} 를 포함하는 중심선 적분에 대한 결과가 서로 달라지게 된다. 반면에, 대칭 적층에서는 상자형 단면의 대각선을 기준으로 서로 같은 적층형상을 가지므로 동일한 적분 값을 얻게 된다. 결국 비틀림 강성은 적층조건에 따라 달라진다.

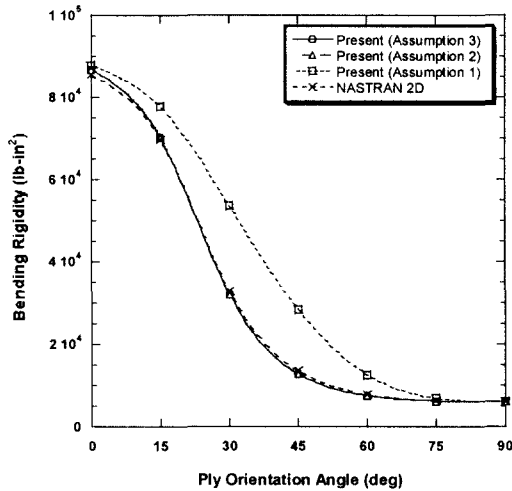


Fig. 5 Comparison of bending rigidity for composite box-beams.

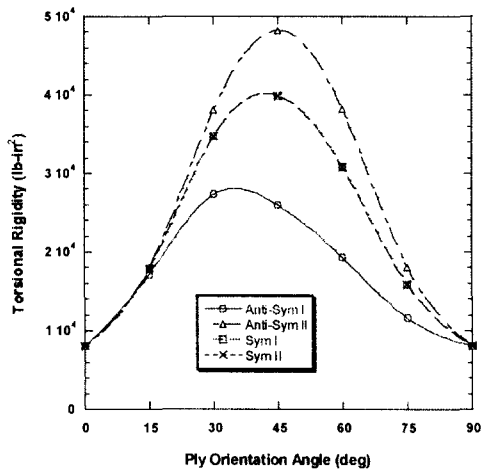


Fig. 6 Variation of torsional rigidities with ply angle changes.

Table 2 Sign of B_{26} for box-beam walls

Cases	Top	Left	Bottom	Right
Anti-1	+	-	+	-
Anti-2	+	+	+	+
Sym-1	-	-	+	+
Sym-2	+	-	-	+

Fig. 7은 Anti-1 적층 형상에 대해 앞 절에서 언급한 세 가지 다른 구성방정식을 사용하여 얻은 비틀림 강성에 대한 본 연구의 해석결과를 NASTRAN을 이용한 2차원 해석과 비교한 결과이다. 가정 2나 3을 이용한 비틀림 강성의 예측결과는 NASTRAN의 2차원 유한요소 해석결과와 잘 부합하는 결과를 보이지만, 단면 벽에서의 환주 변형률 성분의 크기를 무시하는 가정 1을 사용할 경우 매우 부정확한 결과를 얻게 된다. 계속하여 Fig. 8에서는 Anti-2 적층 형상에 대한 비틀림 강성의 예측 결과를 나타냈다. 이 경우에는 가정 1이나 3을 이용한 비틀림 강성에 대한 본 1차원 해석결과가 NASTRAN 해석과 잘 일치하고 있는데 비해 가정 2를 이용한 예측 결과는 상대적으로 부정확하다는 것을 알 수 있다. 결국 가정 2는 해당 적층 형상에 대해 지나치게 유연한 구속조건을 부여하고 있다고 판단된다.

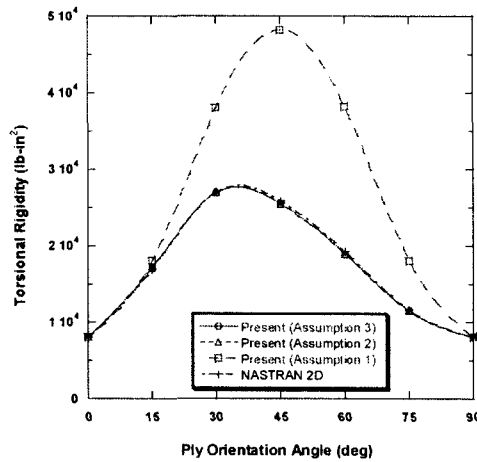


Fig. 7 Comparison of torsional rigidity for box-beams with Anti-1 case.

끝으로 Fig. 9는 대칭적층(Sym I 혹은 Sym II) 형상에 대한 비틀림 강성의 해석 결과를 복합재료 적층각의 함수로도 시한 것이다. 이 경우 가정 3을 이용하는 1 차원 혼합 보 해석 결과는 NASTRAN의 2차원 해석 결과와 잘 일치

하고 있지만, 다른 두 가정들은 대칭 적층에 대한 복합재료의 연성특성을 제대로 기술하지 못하고 있음을 알 수 있다. NASTRAN 해석결과와 비교하여 가정 3을 이용한 해석 결과는 최대오차 1.5% 범위 이내에서 비틀림 강성을 정확히 예측하고 있다.

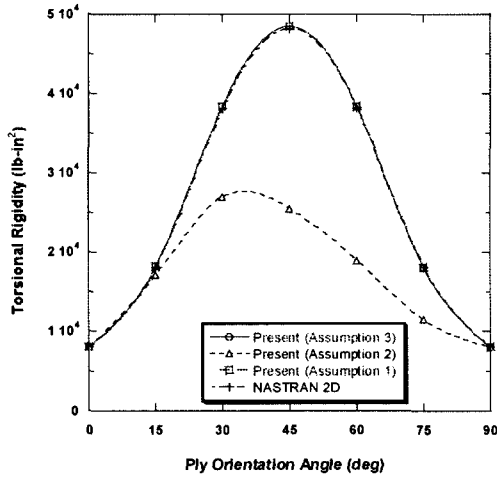


Fig. 8 Comparison of torsional rigidity for box-beam with Anti-2 case.

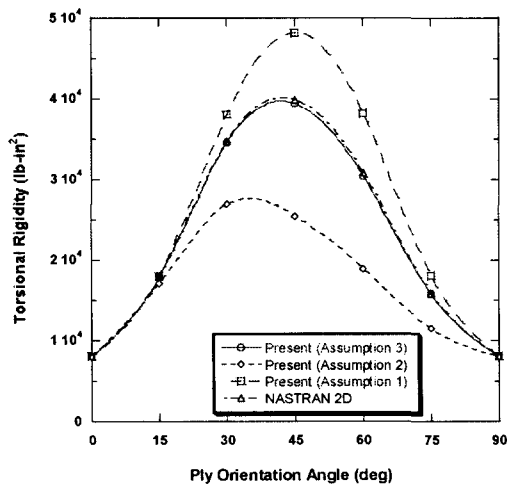


Fig. 9 Comparison of torsional rigidity for box-beam with Sym-1 or Sym-2 case.

4. 결론

본 연구에서는 복합재료 상자형 보의 연계거동 특성 및 상자형 벽면에 대한 구성방정식의 적절한 설정이 최종적인 해의 정확도에 미치는 영향 등을 해석적인 관점에서 고찰하였다. 복합재료의 연성특성이 효과적으로 나타나도록 대칭 및 반대칭으로 단순하게 구성된 몇 가지 적층형상들을 고려하였다. 본 정식화를 토대로 구축한 보 이론으로부터 상자형 보 모델에 대한 강성계수들을 구했으며, 이들을 NASTRAN을 이용한 2차원 정밀 유한요소 해석 결과와 비교하여 그 유효성을 검증하였다. 본 해석결과 기존의 보 이론에서 많이 이용하고 있는 가정 1($\epsilon_{ss} = \chi_{ss} = 0$) 및 가정 2($N_{ss} = M_{ss} = 0$)를 이용한 보 해석은 특수한 경우에 대해 보의 강성계수를 제대로 예측할 수 없음을 보였다. 한편, 상자형 벽면 내에서의 환주응력만을 무시하고($N_{ss} = 0$) 기술한 1차원 혼합 보 해석 결과는 복합재료의 연성특성을 제대로 기술하고 있으며, 2차원 정밀 유한요소 해석결과와도 잘 부합하고 있음을 보였다.

후 기

본 연구는 한국과학재단 목적기초연구 (2001-1-30500-001-2) 지원으로 수행되었음.

참고문헌

- 1) Hodges, D. H., "Review of Composite Rotor Blade Modeling," *Journal of the American Helicopter Society*, Vol. 28, No. 3, 1990, pp. 561-565.
- 2) Hong, C. H. and Chopra, I., "Aeroelastic Stability Analysis of a Composite Rotor Blade," *Journal of the American Helicopter Society*, Vol. 30, No. 2, 1985, pp. 57-67.
- 3) Berdichevsky, V. L., Armanios, E., Badir, A., "Theory of Anisotropic Thin-Walled Closed Cross-Section Beams," *Composites Engineering*, Vol. 2, Nos. 5-7, 1992, pp. 411-432.
- 4) Rehfield, L. W., Atilgan, A. R., and Hodges, D. H., "Nonclassical Behavior of Thin-Walled Composite Beams with Closed Cross Sections," *Journal of the American Helicopter Society*, Vol. 35, No. 2, 1990, pp. 42-51.

- 5) Smith, E. C. and Chopra, I., "Formulation and Evaluation of an Analytical Model for Composite Box-Beams," *Journal of the American Helicopter Society*, Vol. 36, No. 3, July 1991, pp. 23-35.
- 6) Stemple, A. D. and Lee, S. W., "Finite Element Model for Composite Beams with Arbitrary Cross Sectional Warping," *AIAA Journal*, Vol. 26, No. 12, Dec. 1988, pp. 1512-1520.
- 7) 정성남, "임의의 단면형상을 갖는 복합재료 보의 첨단 구조해석 모델 개발에 관한 연구," 한국항공우주학회지, 제28권, 제1호, 2000, pp. 65-72.
- 8) Jung, S. N., Nagaraj, V. T., and Chopra, I., "Refined Structural Dynamics Model for Composite Rotor Blades," *AIAA Journal*, Vol. 39, No. 2, Feb. 2001, pp. 339-348.
- 9) Gjelsvik, A., *The Theory of Thin Walled Bars*, John Wiley & Sons, Inc., 1981.
- 10) Murakami, H., Reissner, E., and Yamakawa, J., "Anisotropic Beam Theories with Shear Deformation," *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 63, No. 3, 1996.