

Shape Optimization of Cage Rotor Slot for Inverter-Fed 3-Phase Induction Motor

金炳澤* · 權丙一**
(Taek-Byung Kim · Byung-Il Kwon)

Abstract - A simple analysis method for inverter-fed induction motor using F.E.M and harmonic equivalent circuit is proposed. And an optimum shape of rotor slot for 2Hp inverter-fed induction motor is determined by combining the proposed analysis method and an optimization algorithm. Conjugate gradient method is used for the optimization algorithm. The optimization is performed for higher efficiency and reduction of harmonic loss in the inverter-fed induction motor. The optimization results are verified by comparing with those of the time-step F.E.A.

key words : induction motor, inverter, harmonic equivalent circuit, F.E.A

1. 서론

가변주파수 구동시 전동기의 운전패턴은 일정주파수 구동과는 매우 다르며, 유도전동기의 설계도 가변 주파수 운전패턴에 부합하도록 설계하는 것이 중요하다[1]. 이 때 유도전동기의 구동원(驅動原)으로 인버터를 사용하는 것이 일반적이며, 인버터를 이용한 가변주파수 구동 유도전동기의 설계조건을 일정주파수 구동조건과 비교하여 장, 단점을 요약하면 다음과 같다.

먼저, 장점으로 가변주파수 구동에서는 전동기의 기동 토오크 영역을 사용하지 않으며, 이는 일정 주파수 구동 조건과 비교하여 가장 큰 차이로서 전동기 설계에 큰 변화가 필요하다. 즉, 일정 주파수 구동용 전동기 설계에는 기동 토오크 요구조건을 만족시키기 위하여 불가피하게 회전자 저항을 크게 해야하며, 이로 인하여 효율이 감소된다. 반면에 가변주파수 구동용 유도전동기는 이와 같은 불리한 조건 없이 설계할 수 있으므로 가급적 회전자 바(bar) 저항을 작게 하여 효율을 높일 수 있는 장점이 있다[2].

그리고, 단점으로 가변주파수 제어를 위해 사용하는 인버터의 출력전압의 고조파 성분으로 인해 발생하는 고조파 동손, 철손증가와 온도상승 등의 악영향을 들 수 있다. 따라서, 인버터 구동 유도전동기의 설계시 고조파 손실을 저감하기 위해 누설 인덕턴스를 증가시키면 최대 토오크를 감소시키는 불리한 효과가 발생한다[2][3].

본 논문에서는 가변주파수 구동시의 장, 단점을 고려하여 인버터 유도전동기의 효율향상과 고조파 손실을 저감시키며 정동 토오크 조건을 유지하는 회전자 슬롯형상 최적화 설계 방법을 제시한다. 설계모델로는 2마력급 유도전동기의 회전자를 대상으로 하였으며, 최적화 알고리즘으로 공액경사법(conjugate gradient method)를 이용하였다. 최적화 과정 중에 설계변수의 반복적인 변화에 대해 많은 특성해석이 요구되므로 짧은 해석시간과 인버터 구동시 전동기 특성을 정확히 계산할 수 있는 해석방법이 요구된다. 따라서, 본 논문에서는 회전자 1슬롯피치영역의 유한요소해석을 통한 회로정수 추출과 등가회로해석을 결합한 방법을 적용하여 해석시간을 단축시키고 정밀도를 향상시킨다[4][5]. 제안된 방법으로 설계를 결정하였고 이에 대해 시간차분 유한요소법을 통한 해석으로 설계안의 구동특성과 제안된 설계법을 검증하였다.

2. 설계 모델과 최적 설계 방법

2.1 설계 모델

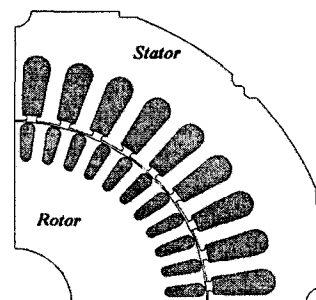


그림 2 설계모델의 초기형상
Fig. 2 Initial shape of design model

* 正 會 員 : 三星電機 綜合研究所 CAE팀, 工博

** 正 會 員 : 漢陽大 電氣工學科 副教授, 工博

接受日字 : 2001年 2月 1日

最終完了 : 2001年 8月 20日

최적설계는 2마력급 범용 3상 유도전동기의 회전자 슬롯형상을 인버터 구동에 적합하도록 재 설계하는 것을 목적으로 하였으며 그림1에 기존의 전동기형상을 나타내었고 표1에 사양을 제시하였다.

표 1 설계모델의 사양
Table 1. Spec. of design model

출력	2[Hp]	고정자 슬롯수	36
극수	4극	회전자 슬롯수	44
입력전압	220[V]	고정자내경	95[mm]
전원 주파수	60[Hz]	고정자외경	160[mm]
정격 속도	1720[rpm]	공극길이	0.35[mm]
정격 전류	6.5[A]	적층폭	80[mm]

2.2 유한요소법과 등가회로를 결합한 특성해석 [4][5]

최적화 설계의 과정에서 식(1)의 목적함수를 계산하기 위해서는 설계변수에 대한 전동기 특성해석이 필요하다. 그러므로 설계안의 신뢰도의 향상과 설계기간단축에 적합한 해석방법이 요구된다. 전동기의 특성계산은 등가회로법과 유한요소법이 주로 이용되고 있으나, 해석시간과 해석정밀도의 측면에서 장, 단점을 가지고 있다. 특히 인버터 구동특성을 해석하는 경우, 등가회로의 정밀도는 더욱 낮아지고 유한요소법의 해석시간은 매우 길어진다.

본 논문에서는 등가회로와 유한요소법의 단점을 보완하기 위해 슬롯 피치 경계조건을 이용한 유한요소해석을 통해 인버터 구동시의 전동기 등가회로 정수를 산정하는 방법을 이용하였다[5]. 슬롯피치 경계조건을 이용한 유한요소해석은 회전자 내에서 전자장의 공간적 분포가 회전자 1슬롯을 기준으로 주기적이라는 가정으로부터 회전자의 1슬롯 영역에 대해서만 유한요소해석을 시행한다. 그림 2는 회전자의 1슬롯 피치 경계조건을 이용한 유한요소해석의 모델링을 나타낸 것으로 좌, 우측에 슬롯피치 경계조건을 적용하였다.

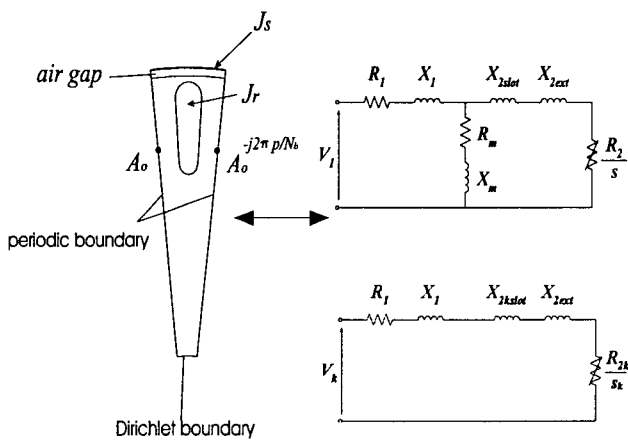


그림 2 회전자 슬롯 유한요소해석과 등가회로의 결합
Fig. 2 Combined method of F.E.A and equivalent circuits

여기서 N_b 는 회전자의 슬롯개수이며, p 는 극 쌍수이다. 본 해석방법은 회전자 슬롯의 회로정수 추출이 목적이므로, 고정자의 치 형상에 의한 자기저항변화는 카터계수(Carter's coefficient)를 적용하여 고려하였다. 고정자 철심의 투자율을 무한대로 가정하고 회전자 철심의 포화만을 고려하며, 이때 회전자 철심의 포화에는 고정자 전류와 회전자 전류가 동시에 영향을 미치므로 고정자 전류의 영향을 고려하기 위해 고정자 표면에 면전류 밀도 J_s [A/m]를 인가하여 해석한다.

이 방법은 작은 해석영역에 대해 유한요소해석을 실시하므로 해석시간이 매우 짧으며, 철심의 포화 및 표피효과를 고려한 회로정수를 추출하게 되므로 비교적 정확한 해석이 가능하며 해석순서를 그림 3에 제시하였으며, 해석 단계별로 설명하면 다음과 같다.

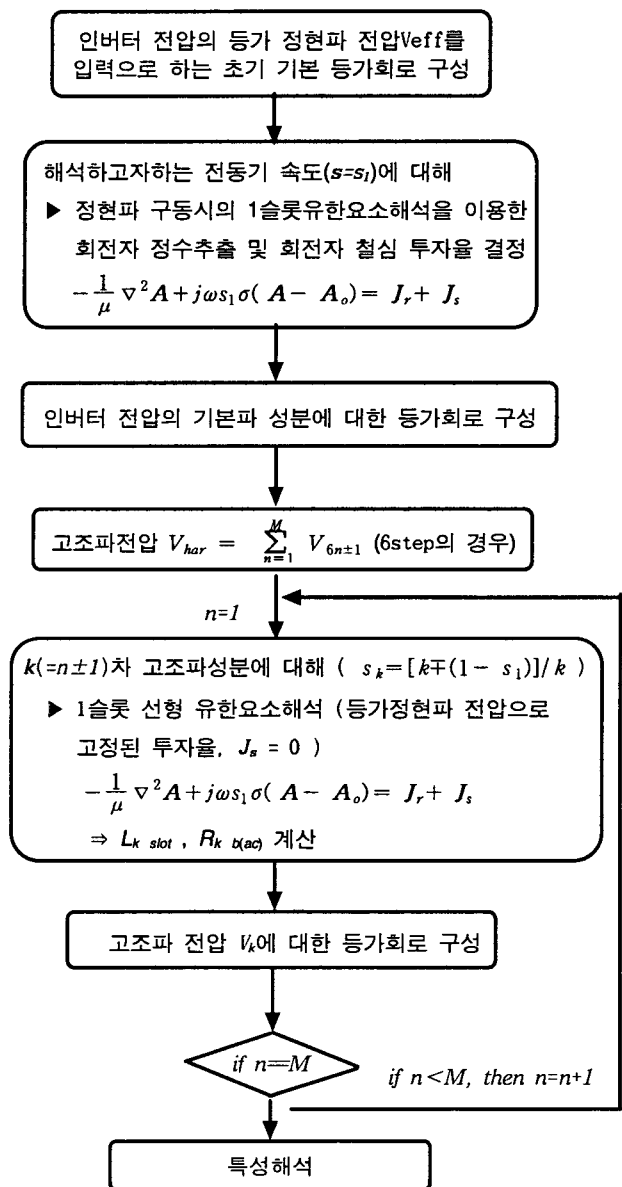


그림 3 인버터 구동시 유한요소법과 고조파 등가회로를 결합한 해석순서
Fig. 3 Flow of analysis using the combined method of FEM and equivalent circuit in inverter-fed operation

단계 ① 해석하고자하는 전동기의 속도로부터 기본파 성분
 에 대한 슬립 s_1 을 결정하고, 기존의 등가자기회로 기법을
 이용하여 모든 회로정수를 결정한다.

단계 ② 인버터 전압의 고조파 성분에 의한 철심포화를
 고려하기 위해, 식(1)의 등가 정현파 전압 V_{eq} 을 인가하여 전
 동기 속도 s_1 에 대해 기본파 구동시 1슬롯 유한요소해석을
 시행하고 기본파 회로정수를 추출하며, 또한 인버터 전압을
 고려한 회전자 철심의 투자율을 결정한다[5][6].

$$V_{eq} = V_1(1 + 0.5 H_B) \quad (1)$$

여기서, $H_B = \frac{1}{V_1} \sum_{l=1}^{\infty} \frac{V_{6l\pm 1}}{6l\pm 1}$, V_1 은 기본파 전압, $V_{6l\pm 1}$
 은 $6l\pm 1$ 차수의 고조파전압이다.

단계 ③ 인버터 전압을 푸리에 급수로 전개하여 기본파
 및 고조파 성분의 합으로 표현하고, 각각의 성분에 대한 슬립
 s_k 를 식(2)를 이용하여 결정한다.

$$s_k = [k\pi(1 - s_1)] / k \quad (2)$$

단계 ④ 전개된 인버터 전압의 성분(V_k)과 슬립 s_k 에 대
 하여 슬롯피치경계조건의 유한요소해석을 시행하고, 고조파
 성분별 회로정수를 각각 계산한다. 이 때 회전자 철심의 투
 자율은 단계 ②에서 결정된 값이다.

단계 ⑤ 구성된 고조파 등가회로로부터 계산된 결과를 중
 첩시켜 인버터 구동시의 전류, 동손 및 토오크의 특성을 식
 (3)와 식(4)을 이용하여 계산한다[5].

$$T_{ave} = \pm \sum \frac{pm}{2\pi k f_1} (I_{2k})^2 \frac{R_{2k}}{s_k}, \quad (3)$$

(고조파 차수: $k=1, 5, 7, \dots$)

$$T_{rip} = \sum_n T_{6n} = \sum_n \Phi_1 [I_{6n-1}^2 + I_{6n+1}^2 - 2 I_{6n-1} I_{6n+1} \cos(\delta_{6n-1} + \delta_{6n+1})]^{1/2} \cos(6n\omega + \beta), \quad (4)$$

($n=1, 2, 3, \dots$)

여기서, p : 극 쌍수,

m : 상수, f_1 : 기본파 전압성분의 주파수.

Φ_1 : 기본파 자속량으로 V_1 / f_1 ,

$\delta_{6n\pm 1}$: 기본파 자속 Φ_1 과 고조파 전류 $I_{6n\pm 1}$
 의 위상차,

$$\beta = \frac{I_{6n-1} \cos \delta_{6n-1} - I_{6n+1} \cos \delta_{6n+1}}{I_{6n-1} \sin \delta_{6n-1} + I_{6n+1} \sin \delta_{6n+1}} \quad (5)$$

2.3 설계변수와 목적함수

설계변수는 회전자 슬롯형상으로 그림 4와 같이 5개의 변
 수를 설정하였다.

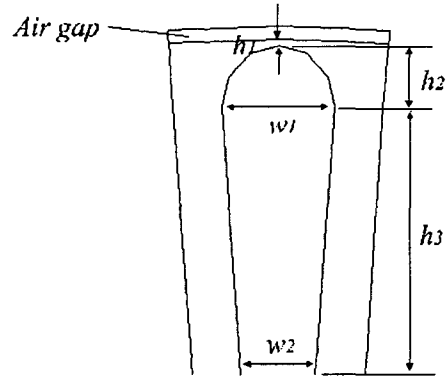


그림 4 회전자 슬롯의 설계변수
 Fig. 4 Design variables for rotor slot

목적함수는 정격운전시 전동기의 효율과 정동토크의 합
 수로 결정하였으며, 식(6)과 같다.

$$\text{목적함수 } f(P) = \frac{1}{C_1} + C_2 \quad (6)$$

여기서 C_1, C_2 는

$$C_1 = \frac{W_{out}}{P_{out} + W_{copper} + W_{wind} + W_{core}}, \quad (7)$$

$$C_2 = \left| 3 - \frac{T_{pull}}{T_{rated}} \right| \quad (\text{if } \frac{T_{pull}}{T_{rated}} \geq 3 \text{ then } C_2 = 0)$$

이고, W_{out} 은 출력이다. 따라서 C_1 은 출력대비 입력이 되고,
 C_2 로는 정동 토크가 NEMA기준인 정격대비 300 [%] 이상
 이면, 목적함수에 영향을 미치지 않도록 하였다. 그리고 설계
 변수의 제약조건은 공정상의 한계 등을 고려하여 설정하였고
 다음과 같다.

제약조건

- ① $h_1 \geq 0.2$ [mm] : 폐 슬롯 가공의 한계고려
- ② $h_2 \geq 0$ [mm]
- ③ $h_3 \geq 0$ [mm]
- ④ $h_1 + h_2 + h_3 \leq 15$ [mm] : 등가자기 저항법을 이용해
 철심 자속밀도를 1[T] 이하가 되도록 결정함.

2.4 최적화기법

다차원 문제에서의 공역경사법(conjugate gradient
 method)를 이용한 최적화방법은 다변수로 표현되는 점 P에
 서 함수 $f(P)$ 와 그 함수의 $\nabla f(P)$ 로부터 $f(P)$ 가 감소하는 방
 향을 결정하고 새로운 점 P를 찾는 순서를 반복하여 최종적으
 로 최소점 즉 $\nabla f(P')=0$ 인 점 P'을 찾게 하는 방법이다. 본

논문의 최적화 알고리즘은 IMSL사의 공액경사법(conjugate gradient method) 모듈인 LCONF를 사용하였다. 이때, 설계 변수의 변화에 따른 특성해석을 반복해야 하며 이 때 매번 회전자 형상에 대한 선, 후처리 과정을 진행하는 것은 매우 어려운 일이므로, 그림 5와 같이 절점 이동 기법을 도입하여 설계변수 변화에 자동으로 대응하도록 하였다. 즉 해석영역 내의 총 절점수와 요소수는 변화하지 않으며, 회전자 바 영역 내외의 절점 위치만을 이동시켜 선, 후처리과정을 단순화하였다.

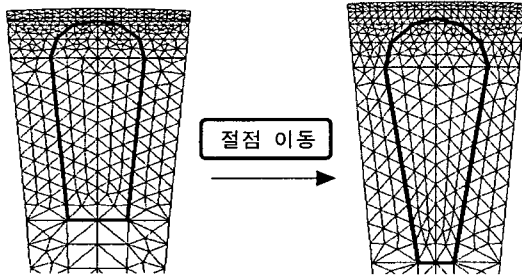


그림 5 설계변수 변화에 따른 절점 이동 기법
Fig. 5 Node moving technique considering the variation of design variables

회전자 슬롯형상 최적화 순서도를 그림 6에 나타내었다.

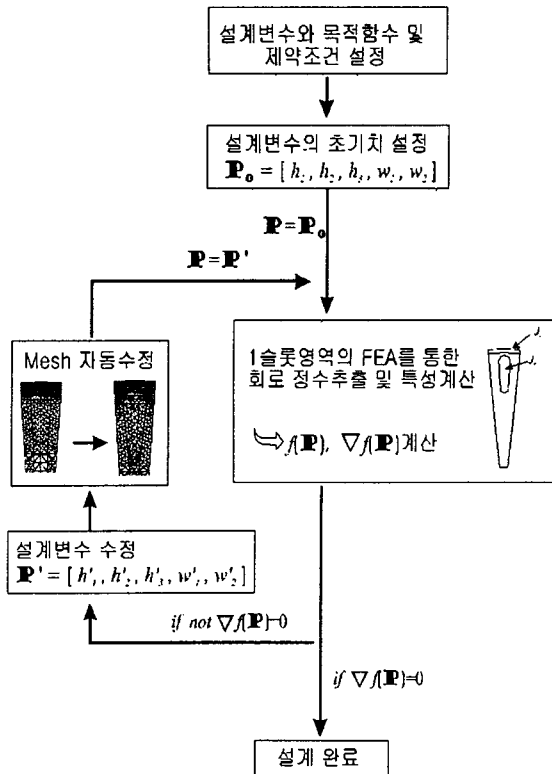


그림 6 슬롯 형상 최적화순서도
Fig. 6 Flow chart for shape optimization of rotor slot

3. 최적화 설계

3.1 최적 슬롯 형상

제시한 기법으로 최적화된 회전자 슬롯의 형상을 초기형상과 비교하여 그림 7와 표2에 나타내었다. 그림으로부터 회전자 슬롯의 면적이 초기치에 비해 상당히 증가한 것을 알 수 있는데, 이는 회전자 저항을 감소시키며 효율향상 효과를 나타내게 된다. 또한 회전자 치 상단의 철심부분 길이(h_1)가 증가한 것을 알 수 있는데, 이는 슬롯부분의 누설량을 증가시켜 인버터 전압의 고조파 성분에 의한 손실을 저감하게 된다.

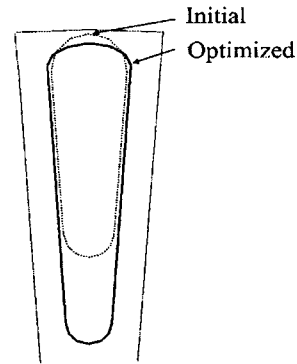


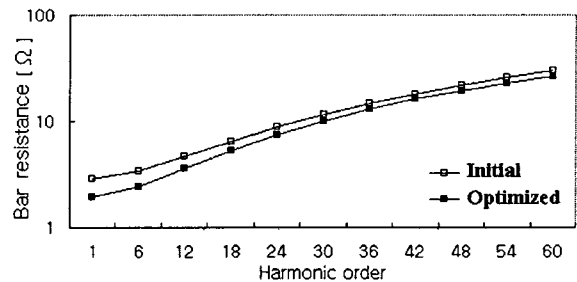
그림 7 초기형상과 최적설계 형상의 비교
Fig. 7 Initial shape of the model for optimum design

표 2 초기형상과 최적화 형상의 비교
Table 2. Comparison of the initial and the optimized shape

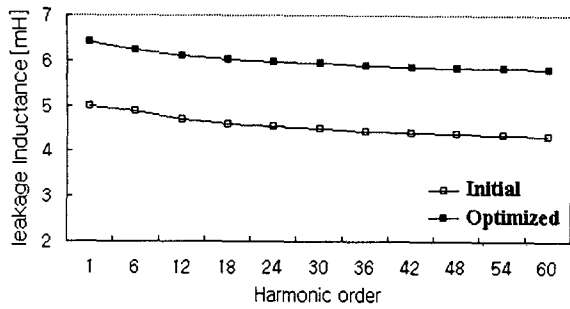
설계변수	초기치	최적 설계치
h_1	0.2 [mm]	0.685 [mm]
h_2	1.726 [mm]	0.838 [mm]
h_3	7.01 [mm]	13.0 [mm]
w_1	3.452 [mm]	3.813 [mm]
w_2	2.446 [mm]	2.10 [mm]

3.2 최적 설계 회전자의 특성

그림 8에 슬롯피치 해석을 이용하여 1.5kw의 출력을 나타내는 속도에서 계산한 초기형상과 최적형상의 바 저항 및 누설인덕턴스(브릿지와 슬롯부분 누설의 합)를 나타내었고 고조파 등가회로와 식(7)을 이용하여 계산된 인버터 구동시의 특성을 표 3에 비교하였다.



(a) 회전자 바(bar) 저항



(b) 슬롯누설 인덕턴스(브릿지와 슬롯누설의 합)

그림 8 바 저항과 인덕턴스 비교
(속도 : initial-4.7[%], optimized-3.5[%]일 때)
Fig. 8 Comparison of slot inductance of the initial and the optimized

표 3 초기형상과 최적화 형상의 전동기 특성비교
Table 3. Characteristics of motors with the initial and the optimized slot

특성항목	초기설계치	최적설계치
정격슬립	4.7 [%]	3.5 [%]
효율	83.2 [%]	84.6 [%]
손실	201.8 [W]	170.4 [W]
기본파 동손	170.8 [W]	164.6 [W]
고조파 동손	21.0 [W]	16.7 [W]
정동토오크	343.0 [%]	315.0 [%]

표 3으로부터 정격속도가 1.2[%] 높아졌으며 효율은 1.4[%] 증가하였다. 또한 총 손실이 감소하였으며, 특히 인버터 구동전압에 의한 고조파 손실은 21.0[W]에서 16.7[W]로 20.5[%] 감소하였다. 고조파 손실의 대부분이 회전자 슬롯 상단에서 발생하므로 국부적인 온도상승을 억제하게 된다. 이는 주로 회전자 슬롯면적의 증가와 누설 인덕턴스의 적절한 증가에 기인한다고 볼 수 있다. 또한 정동토오크는 정격대비 343[%]에서 315 [%]로 감소하였지만 제약조건을 만족시키는 범위이다. 따라서 전체적으로 인버터 구동시 효율 및 온도특성이 향상된 전동기가 설계되었다고 할 수 있다.

회전자 바(bar)의 실제 전류밀도 J_b 는 구동전류 J_r 과 유도전류 $-j\omega\sigma(A - A_o)$ 의 합인 식(8)으로 표현된다.

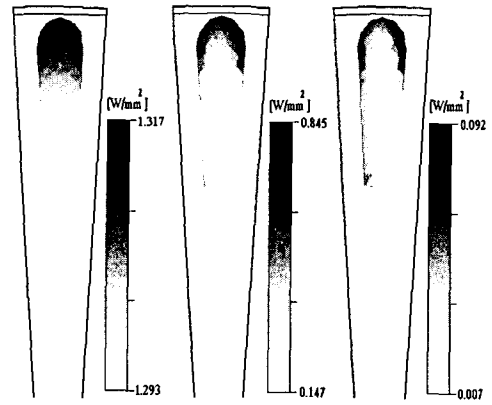
$$J_b = J_r - j\omega\sigma(A - A_o) \quad (8)$$

따라서, 회전자 바(bar)의 각 요소에서 발생하는 동손 $W_{b(AC)}$ 는 식(8)과 식(9)를 통하여 계산할 수 있으며, 초기형상과 최적설계형상에 대해 동손분포를 주파수별로 그림 9에 나타내었다.

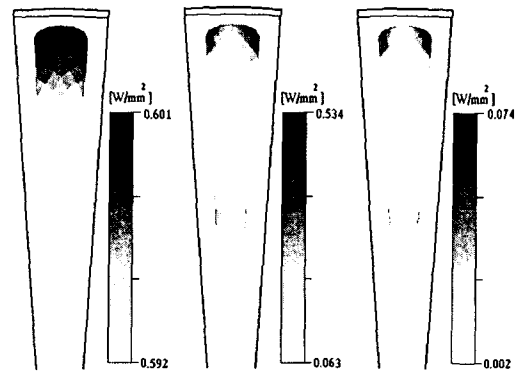
$$W_{b(AC)} = \int_{s_b} J_{be}^2 \rho ds \quad (9)$$

그림으로부터 기본파성분에 의한 손실분포는 비교적 도체 전 영역에서 발생하지만 6고조파와 12고조파 성분의 경우는

표피효과에 의해 도체 상단에 집중되는 것을 알 수 있다. 이는 슬롯내의 국부적인 온도상승을 일으키며 열 응력을 발생 시키게 된다. 그림으로부터 고조파성분의 손실 발생영역이 최적설계형상의 경우가 초기치에 비해 비교적 적은 것을 알 수 있으며, 따라서 온도상승 측면에서 유리하다.



(a) 1st (b) 6th (c) 12th (초기형상)



(a) 1st (b) 6th (c) 12th (최적형상)

그림 9 초기형상과 최적설계형상의 동손분포
Fig. 9 Harmonic loss distributions in the initial and the optimized rotor slot

3.3 시간차분 유한요소해석을 통한 검증

최적설계된 회전자 슬롯형상의 유도전동기에 대해 시간차분 유한요소법을 통해 제안된 특성해석방법과 최적설계안의 타당성을 확인하였다. 해석은 회전자의 초기 형상과 최적 형상에 대해 동일하게 8.4[Nm]의 부하조건과 인버터 전압으로 DC link 전압 281[V]를 인가하여 해석하였다. 그리고, 이 때 슬롯형상에 의한 영향만을 고려하기 위하여 스쿠슬롯은 없는 것으로 하였다.

그림 10에 동일부하 조건으로 해석하였을 때의 초기형상과 최적 설계치의 수렴속도를 나타내었다. 그림으로부터 초기형상의 경우 1728 [rpm] 부근에서 속도가 수렴하였다. 여기서 실제 전동기의 정격속도인 1720[rpm] 보다 높은 속도에서 수

럼한 것은 스쿠슬롯의 효과를 무시하였기 때문으로 판단된다. 반면 최적 설계안의 경우 1728[rpm] 보다 높은 1752[rpm]의 속도에서 수렴하는 것을 알 수 있다. 이는 동일 부하 토크 조건으로 해석하였으므로, 효율이 좋을수록 높은 속도에서 수렴하게 되며 따라서 최적 설계형상의 출력특성과 효율 특성이 향상된 것을 의미하고, 표 3의 1슬롯해석의 결과와 부합한다.

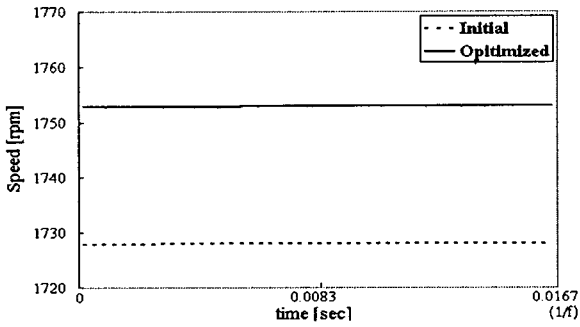


그림 10 초기 및 최적설계형상의 수렴 속도(일정부하)

Fig. 10 Steady-state rotation speeds of initial and optimized models for constant load

시간차분 유한요소해석을 이용하여 계산한 토크 파형을 그림 11에 나타내었으며, 토크 맥동의 주파수 분석결과를 그림 12에 제시하였다. 주파수 분석결과로부터 최적형상의 경우, 인버터의 고조파 전압인 6고조파성분은 물론 대부분의 고조파 맥동 성분이 초기형상에 비해 작으므로 최적 형상이 시간고조파 성분의 저감에 효율적임을 알 수 있다.

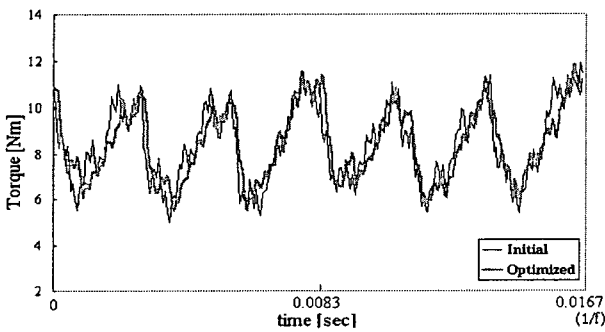


그림 11 초기형상과 최적설계형상의 토크 특성비교

Fig. 11 Torque waves for the initial and the optimized

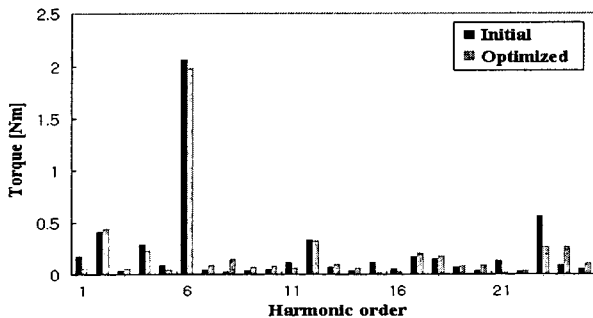
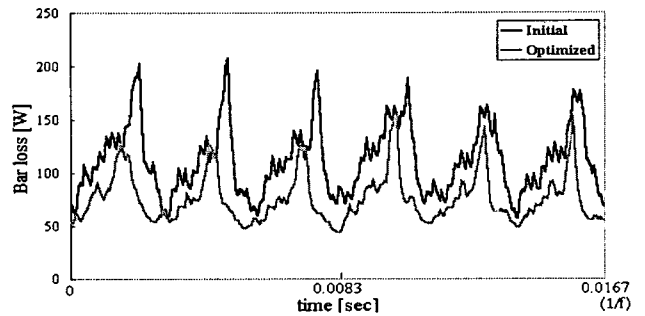


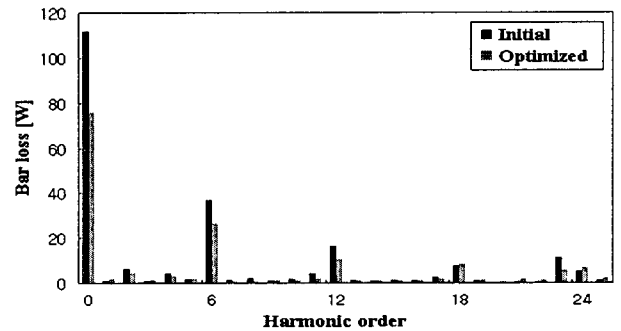
그림 12 초기형상과 최적설계형상의 토크 맥동주파수

Fig. 12 Spectra of torque ripples of the initial and the optimized

그림 13에 최적설계된 회전자 바 도체의 손실을 초기치와 비교하여 나타내었다. 그림으로부터 초기치의 동손인 111[W]에 비해 제시된 설계안의 경우 76[W]로서 약 32[%]의 손실이 감소됨을 알 수 있으므로 효율 및 온도상승 면에서 개선되었음을 알 수 있다. 특히 슬롯상단의 철심부분 길이의 증가로 시간고조파의 주요소인 6고조파의 경우 상당히 저감되는데, 이는 슬롯 상단의 국부적인 온도상승 억제효과를 가진다.



(a) 시간영역 해석결과



(b) 주파수 성분 분석결과

그림 13 초기형상과 최적설계형상의 회전자 동손비교

Fig. 13 Bar losses of the initial and the optimized

4. 결론

본 논문에서는 기존의 고조파등가회로 및 시간차분 유한요소법보다 해석시간 및 해석정밀도를 향상시킨 인버터 구동 유도전동기 해석법과 최적화 기법을 이용하여 인버터 구동에 적합한 회전자의 최적설계방법을 제시하였다. 그리고, 제안된 설계방법을 2마력급의 유도전동기의 최적화에 적용하여, 효율을 향상시키고 고조파 손실을 저감하는 회전자 슬롯형상을 최적 설계하였다. 최적화 결과로서 초기형상에 비해 효율이 약 1.4[%]가 증가하며, 고조파 손실의 20[%]를 저감시키는 회전자 슬롯형상을 설계하였으며, 설계된 전동기를 시간차분 유한요소해석을 이용하여 해석함으로써 제안된 설계 및 해석방법의 타당성을 검증하였다. 따라서 제안된 방법은 인버터 구동유도전동기의 설계에 매우 유용하게 적용될 것으로 사료된다.

참 고 문 헌

- [1] C. J. Ericson, "Motor design features for adjustable-frequency drives", *IEEE Trans. on Ind. Appl.*, Vol. 24, No. 2, pp. 192-198, 1988.
- [2] Hans, "The influence of load and rotor slot design on harmonic losses of inverter-fed induction motors", *IEE, Proc. of Int. Conf. on Electrical Machines and Drives*, pp. 173-178, 1993.
- [3] H. P. Nee, "On rotor slot design and harmonic phenomena of inverter-fed induction motors", Stockholm. Royal Institute of Technology, Thesis of Ph. D, pp. 24-62. 1996.
- [4] Williamson, M. J. Robison, "Calculation of cage induction motor equivalent circuit parameters using finite elements", *IEE proceedings-B*, Vol. 138, No. 5, pp. 264-276, 1991
- [5] 이진호, 김병택, 권병일, 박승찬, "슬롯피치 경계조건을 이용한 인버터 구동 유도전동기의 회전자 등가회로 정수 추출 및 특성해석", 대한 전기학회 하계학술대회, pp. 632-634. 2000
- [6] Eugene A. Klingshin, Howard E. Jordan, "Polyphase induction motor performance and losses on non-sinusoidal voltage sources", *IEEE Trans on Power and Systems*, Vol. PAS-87, No. 3, pp. 624-631, 1968.
- [7] J. M. D Murphy and F. G. Turnbull, *Power Electronic Control of AC Motors*, First Edition. 1988.

저 자 소 개



김 병 택 (金炳澤)

1969년 2월 10일 생. 1995년 한양대 전기공학과 졸업. 1996년 동 대학원 전기공학과 졸업(석사). 2001년 동 대학원 전기공학과 졸업(공학박). 2001년~현재 삼성전기 종합연구소 CAE팀 선임연구원

Tel : 031-409-1277
E-mail : kbtcej@samsung.co.kr



권 병 일 (權丙一)

1956년 2월 1일 생. 1981년 한양대 전기공학과 졸업. 1983년 동 대학원 전기공학과 졸업(석사). 1989년 일본 동경대 대학원 졸업(공학박). 1990년 도시바(주) 시스템 소프트웨어 연구소 연구원. 1991년 한국 기계 연구소 자기 부상 열차 사업단 선임연구원. 1991년~현재 한양대 전자 컴퓨터 공학부 부교수.

Tel : 031-400-5165
E-mail : bikwon@email.hany