

클러스터 시스템에서의 프리스트레스트 콘크리트 프레임의 병렬 비선형해석

Parallel Nonlinear Analysis of Prestressed Concrete Frame on Cluster System

이 재 석* 최 규 천**

Lee, Jae Seok Choi, Kyu Chon

(논문접수일 : 2000년 7월 18일 ; 심사종료일 : 2001년 9월 21일)

요 지

본 논문에서는 클러스터 시스템을 이용하여 프리스트레스트 콘크리트 프레임의 병렬 비선형해석이 가능한 해석수단을 제시하였다. Win98 및 Linux 운영체제 하의 PC 및 Ethernet을 활용하여 저가의 클러스터 시스템을 구축하였고 메시지 전송을 위하여 MPI를 사용하였다. 비선형해석에 있어 해석시간의 대부분을 차지하는 반복계산과정 중 병렬계산에 의한 효율이 높은 접선강도매트릭스의 형성 및 요소응력계산, 재료상태 결정, 부재파괴 검토, 불평형하중 계산과정에 대한 병렬계산 알고리즘을 메시지 전송방식을 이용하여 제시하고 클러스터 시스템 상에서 구현했다. 캔틸레버 보와 PSC 거더교를 대상으로 클러스터 컴퓨팅을 이용한 비선형해석을 수행한 결과 노드가 4개일 경우의 성능향상은 고려한 비선형성 및 문제의 크기에 따라 다르나 Win98 환경에서 최소 2.46배에서 최대 3.18배로 나타났고 Linux 환경에서 최소 3.16배에서 최대 3.74배로 나타났으며 통신환경의 개선에 따라 증대될 것으로 기대된다.

핵심용어 : 병렬 비선형 해석, 프리스트레스트 콘크리트 프레임 클러스터 컴퓨팅, MPI

Abstract

Analysis of nonlinear behavior of prestressed concrete frame structures on PC is a time-consuming computing job if the problem size increase to a certain degree. Cluster system has emerged as one of promising computing environments due to its good extendibility, portability, and cost-effectiveness, comparing it with high-end workstations or servers. In this paper, a parallel nonlinear analysis procedure of prestressed concrete frame structure is presented using cluster computing. Cluster system is configured with readily available pentium III class PCs under Win98 or Linux and fast ethernet. Parallel computing algorithms on element-wise processing parts including the calculation of stiffness matrix, element stresses and determination of material states, check of material failure and calculation of unbalanced loads are developed using MPI. Validity of the method is discussed through typical numerical examples. For the case of 4 node system, maximum speedup is 3.18 and 3.74 for Win98 and Linux, respectively. Important issues for the efficient use of cluster computing system based on PCs and ethernet are addressed.

Keywords : parallel nonlinear analysis, prestressed concrete frame cluster computing, MPI

* 정회원 · 충북대학교 공과대학 구조시스템공학과, 부교수

** 충북대학교 공과대학 구조시스템공학과, 박사과정

• 이 논문에 대한 토론을 2001년 12월 31일까지 본 학회에 보내주시면 2002년 3월호에 그 결과를 게재하겠습니다.

1. 서 론

구조해석 프로그램들의 적용 대상이 최근 들어 다수의 자유도를 가진 비선형문제로 확대됨에 따라 대형 시스템 방정식의 해는 물론 강도매트릭스의 계산, 응력의 계산 등에 있어 수많은 반복계산이 필요하게 되어 계산시간이 특히 중요한 제한조건으로 대두되고 있으며 초대형 문제의 경우에는 계산에 필요한 기억용량이 컴퓨터의 주기억용량을 초과하게 되어 계산 자체가 불가능하게 되거나 계산속도를 현저히 저하시키는 경우도 있다.^{1)~3)}

복잡한 구조물의 해석 및 설계에 필요한 효율적 구조해석 기술을 실용화하기 위해서는 고성능 컴퓨터의 보급이 활발해져야 함은 물론 이들이 대부분 다수의 프로세서로 구성되어 있으므로 병렬계산 기술을 이용한 효율적인 구조해석 방법 및 프로그램을 개발하는 것이 필요하다. 그러나 고성능 컴퓨터는 고가이기 때문에 구입 및 유지보수에 상당한 어려움이 있으므로 저가의 상용 소형 컴퓨터를 고속 네트워크를 통하여 연결한 클러스터 시스템(cluster system)을 이용하여 고성능 컴퓨터에 상응하는 수준의 성능을 발휘할 수 있는 병렬구조해석 방법을 개발한다면 경제적인 대안이 될 수 있다.

일반적으로 비선형 정적 문제의 계산과정을 보면 재료의 비선형성 및 기하학적 비선형성을 고려한 강도매트릭스의 계산 및 조합, 평형방정식 풀이, 요소의 변형을 및 응력 계산과정이 반복적으로 수행되며 이러한 반복계산은 상당부분의 계산이 요소단위로 이루어지므로 병렬계산에 적합하며 특히 반복계산과정에서 소요되는 시간이 전체 해석소요시간의 대부분을 차지하므로 병렬계산에 의한 효율이 높다.⁴⁾

구조해석분야의 병렬계산에 관한 연구는 1980년대의 태동기를 거쳐 1990년대에 들어 분산메모리를 가진 병렬컴퓨터의 보급 및 메시지 전달방식의 병렬프로그래밍 모델의 확립에 힘입어 확산되기 시작했으며¹⁾ 주로 평형방정식의 해법, 영역분할법, 부구조화법 등의 병렬계산 알고리즘과 이들을 활용한 병렬구조해석방법 및 프로그램의 개발에 관한 연구들이 제시되었다. 1990년대 전반기까지 발표된 연구결과들은 참고문헌 4에 정리되어 있고 최근의 병렬유한요소해석 및 경계요소해석에 관한 연구논문 목록은 참고문헌 5에 잘 나타나 있다.

병렬계산이 응용된 구조해석 분야를 보면 크게 선형 정적해석^{6)~8)} 및 동적해석,⁹⁾ 비선형 정적해석^{10)~12)} 및 비선형 동적해석으로 나누어 볼 수 있는 데 선형해

석의 경우 주로 대규모 문제의 효율적인 해석을 목적으로 하고 있으며 막대한 계산량을 여러 개의 프로세서에 분산하여 병렬처리함으로써 계산시간의 단축 뿐 아니라 제한된 메모리와 프로세서 성능의 한계를 어느 정도 극복하여 대형의 문제를 해결하고 있는 추세이다.^{2),13)} 비선형해석의 경우에는 구조물의 비선형거동 특성이 다양하고 해석 알고리즘이 복잡하여 선형해석에 비해서는 상대적으로 연구사례가 적은 편이며 자동차 충돌해석,¹⁴⁾ 성형해석²⁾ 등 산업계의 수요가 큰 분야나 비교적 접근하기 쉬운 기하학적 비선형해석 분야에서 연구결과들이 제시되고 있다.^{2),15),16)}

클러스터 시스템 상에서의 병렬계산에 관한 연구의 기본 개념은 1990년대 초부터 워크스테이션을 고가의 네트워크로 연결하여 병렬처리하고자 하는 연구들로부터 출발하였으나 전송속도의 제한, 적지 않은 비용 등의 문제로 인하여 폭넓게 확산되지 못하다가 최근 들어 저가의 공용 네트워크들이 어느 정도의 전송속도를 제공하기 시작하면서 연구사례들이 발표되고 있다.^{1),2)}

한편 복잡한 재료 비선형거동 및 시간의존적 거동을 보이는 콘크리트 구조물의 비선형해석에 병렬계산을 응용한 사례는 거의 발표되지 않았다. 특히 프리스트레스트 콘크리트 프레임 구조물의 비선형 해석방법은 콘크리트의 재료의 복잡한 특성 및 철근과 PS 강선의 복합작용으로 인하여 강재 등의 비선형 해석방법보다 복잡하고 해석시간이 상당히 소요되므로 병렬계산의 응용이 긍정적인 측면이 많으나 병렬계산 알고리즘의 적용에 관한 연구가 국내·외에서 아직까지 잘 알려져 있지 않다.

따라서 본 논문에서는 통상의 작업에 활용되고 있는 저가의 개인용 컴퓨터 및 네트워크 장비를 활용하여 클러스터 시스템을 구축하고, 이 클러스터 시스템 상에서 메시지 전달(message passing)방식의 병렬프로그래밍 지원도구인 MPI(Message Passing Interface)를 이용하여 프리스트레스트 콘크리트(PSC) 프레임의 비선형 해석을 병렬로 수행할 수 있는 병렬 비선형 해석 방법 및 적용사례를 제시하고자 한다.

2. 클러스터 시스템의 구성

2.1 클러스터 시스템의 개요

클러스터 시스템은 그림 1과 같이 개인용 컴퓨터(PC)

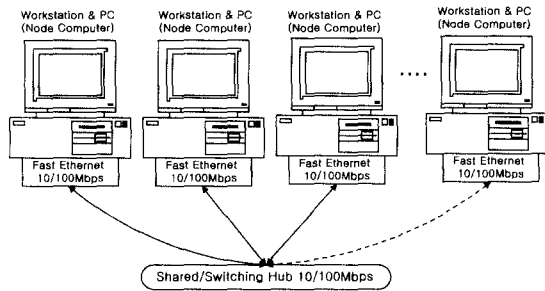


Fig. 1 Configuration of cluster system

및 워크스테이션(WS)을 고속 네트워크를 사용하여 연결함으로써 고성능 컴퓨터의 성능을 발휘하도록 하는 시스템이다. 즉 저가의 상용 소형컴퓨터를 네트워크로 연결하여 병렬처리 환경을 제공하는 시스템으로서 가격 대 성능비가 우수하고, 사용자가 직접 상용부품을 사용하여 즉시 성능을 개선시킬 수 있으므로 시스템 유지비용이 감소하고, PC와 WS의 개발환경을 그대로 사용할 수 있기 때문에 관리의 편의성 및 프로그램 개발에 대한 용이성과 확장성이 동시에 보장된다.^{17), 18)}

클러스터 시스템이 고성능 컴퓨터에 필적하는 컴퓨팅 환경을 구현하기 위해서는 노드(node) 컴퓨터를 연결하는 네트워크의 성능과 지원 소프트웨어에 달려 있다. 클러스터 시스템의 네트워크는 고성능 컴퓨터의 시스템 버스 역할을 하나 현재 사용중인 클러스터 시스템의 네트워크는 고성능 컴퓨터의 시스템 버스의 성능과 많은 차이가 있다. 이런 문제를 해결하기 위해서 Gigabit급의 네트워크들이 개발되고 있으며 소프트웨어 부하(overhead)를 최소화시키는 통신 라이브러리들이 개발되고 있다.

2.2 하드웨어 구성

본 연구에서 사용된 하드웨어(hardware) 시스템은 그림 2와 같이 인텔 계열 펜티엄 III급 개인용 컴퓨터 4대(450Mhz)를 사용하여 구성하였다. 점선부분은 향후 확장할 부분을 의미한다. 또한 네트워크 인터페이스 카드는 10/100Mbps Fast Ethernet을 지원하는 Realtak 8139 PCI Fast Ethernet 카드를 사용하였으며 허브는 10/100Mbps 네트워크를 연결하는 Shared Fast Ethernet Hub를 사용했다. 각 개인용 컴퓨터는 하드디스크와 비디오 카드 및 각종 주변장치를 부착하여 별도의 컴퓨터로서 클러스터 시스템으로 사용되지 않을

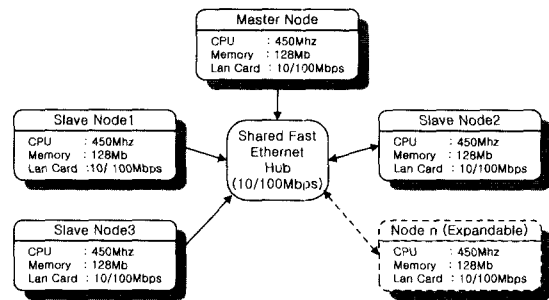


Fig. 2 Configuration of hardware system

경우에는 독립된 작업을 수행할 수 있게 하였다.

2.3 병렬프로그래밍 환경

PC 및 Ethernet을 이용해 만든 클러스터 시스템은 각 노드들이 네트워크를 통해 연결되어 있으며 각 노드 간의 메시지 패싱도구로는 MPI를 사용한다. MPI는 표준화되어 있기 때문에 서로 다른 시스템 환경에서 구현된 프로그램일지라도 코드의 변경 없이 수행할 수 있는 이점이 있다. 또한 MPI는 이식성을 높일 수 있도록 시스템의 네트워크 구조에 종속적이지 않은 인터페이스로 개발되었으며, 시스템의 초기화 및 종료에 관련된 함수와 일대일(point to point) 통신을 위한 블록화 함수와 비블록화 함수, 그리고 집합(group)으로 통신을 수행할 수 있는 다양한 형태의 메시지 패싱 함수를 지원함으로써 사용자가 프로그램을 쉽게 작성할 수 있도록 한다. 1994년 MPI 버전 1.0이 발표된 이후 지금까지 2.0까지 개발되었다. 본 연구에서는 2가지의 운영체제에서 병렬계산을 구현하였는데 Win98 환경에서는 Wmpi1.3을 사용했고 Linux 환경에서는 MPICH-1.2.0을 사용하였다.

3. 프리스트레스트 콘크리트 프레임의 비선형해석

프리스트레스트 콘크리트(PSC) 프레임의 시간의존적 비선형거동 및 극한거동을 해석하기 위해서는 재료의 비선형성 뿐만 아니라 기하학적 비선형성은 물론 재료의 시간의존적 특성까지 모두 고려할 수 있는 해석이론이 필요하다. 이를 위한 연구로는 재료의 비선형성 및 기하학적 비선형성과 재료의 비역학적변형을 고려하는 운동방정식이 Updated Lagrangian¹⁹⁾ 방식을

이용하여 유도되어 있고 비선형인 운동방정식으로부터 선형화된 증분방정식을 유도한 후 유한요소법을 적용하여 증분방정식을 이산화해서 해를 구하는 방법이 제시되어 있다.²⁰⁾

본 논문에서는 PSC 프레임의 비선형거동 및 극한 거동해석을 위한 병렬계산방법의 제시 및 클러스터 시스템 상에서의 구현을 목표로 하고 있으므로 여기서는 PSC 프레임의 비선형해석을 위한 재료비선형모델 및 증분방정식의 해법, 구조요소모델에 대하여 간략히 살펴보고 병렬 알고리즘의 구현은 다음 절에 기술한다.

3.1 재료의 비선형 모델

본 논문에서는 콘크리트의 경우 비선형 응력-변형을 관계와 인장균열 및 인장증강효과는 물론 하중반전까지 고려한다. 압축에서의 비선형 응력-변형을 곡선은 포물선-직선-직선(parabolic-linear-linear)모델로 가정하여 그림 3과 같은 재료비선형모델을 사용하며 응력-변형을 곡선 상에서 하중의 재하, 제거 및 하중의 재재하(reloading)를 추적하기 위하여 재료상태(material state)를 16가지로 분류한다.

보강철근은 비선형 응력-변형을 관계만을 고려하여 재료모델을 가정하며 본 논문에서는 그림 4와 같은 이중직선(bilinear)모델을 사용한다. 하중반전 경로의 기울기는 초기탄성계수와 같은 것으로 보고 응력-변형을 곡선 상에서 재료상태를 (1) 인장 또는 압축상태 (2) 항복상태 (3) 하중반전상태 (4) 파괴상태의 4가지로 가정한다.

PS 강재의 비선형 응력-변형을 관계를 이상화하기 위하여 그림 5와 같은 다중직선(multilinear)모델을 사용한다. 재료상태는 응력-변형을 곡선의 각 직선 구간별로 그림에서와 같이 정의한다. 하중반전의 경우는 재료상태를 -1로 하며 탄성계수는 초기탄성계수로 가정한다.

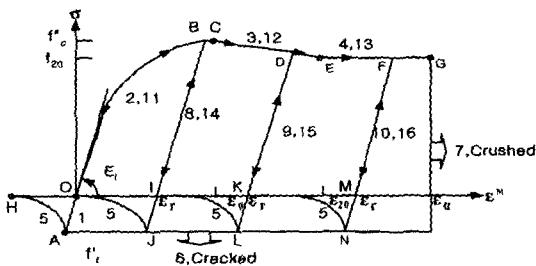


Fig. 3 Stress-strain curve of concrete

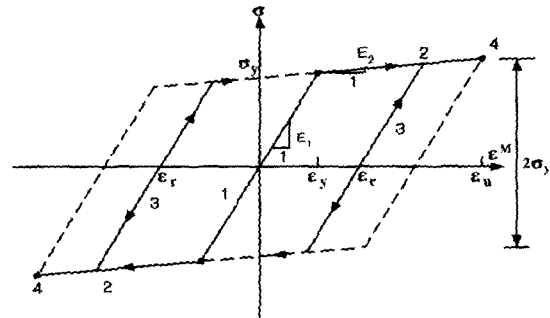


Fig. 4 Stress-strain curve of reinforcing steel

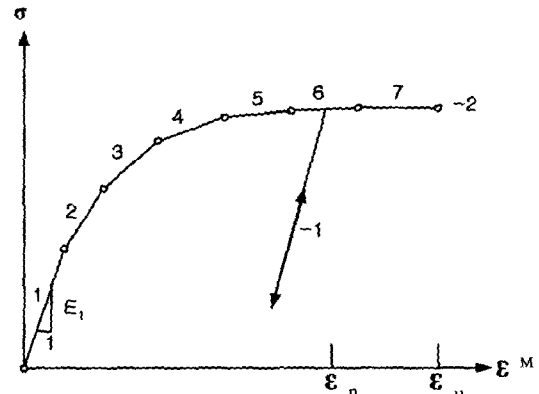


Fig. 5 Stress-strain curve of Prestressing steel

3.2 비선형해석 방법

본 논문에서는 비선형해석을 위하여 하중증분을 적당한 수의 하중단계로 나누고 각 하중단계마다 반복계산을 통하여 평형방정식을 풀었다. 임의의 하중단계에서의 평형방정식은 다음과 같이 표시된다.

$$\mathbf{K}_T \cdot \Delta \mathbf{r} = \Delta \mathbf{R} \quad (1)$$

여기서 \mathbf{K}_T 는 접선강도매트릭스로서 변위 및 재료 성질의 함수이고 $\Delta \mathbf{r}$ 은 주어진 하중단계의 절점변위의 증분 $\Delta \mathbf{R}$ 은 절점하중의 증분을 나타낸다. 식(1)을 풀기 위한 반복계산방법에는 여러 가지가 있으나 본 논문에서는 접선강도법을 기본으로 하되 수정된 접선강도법의 개념을 이용하여 선택에 따라 반복계산마다 강도매트릭스를 새로 구할 것인지 현재의 강도매트릭스를 그대로 사용할 것인지를 결정하도록 하였다.

평형방정식은 반복계산을 통하여 풀 때 수렴여부를

결정하기 위해서는 일반적으로 불평형하중기준(unbalanced load criterion)이나 변위기준(displacement criterion)을 사용한다. 불평형하중기준은 매 반복계산마다 불평형하중의 크기를 비교하여 수렴여부를 결정하며 변위기준은 변위증분의 크기를 비교하여 수렴여부를 결정한다. 본 논문에서는 극한해석에 있어서 수렴기준으로 불평형하중기준과 변위기준을 동시에 사용했으며 접선강도매트릭스를 새로 구할 것인지 현재의 값을 그대로 사용할 것인지는 변위기준을 사용해서 고려했다.

3.3 구조요소 모델

본 논문에서는 구조요소로서 뼈대요소, PS 강재요소를 고려하였다.

뼈대요소는 축대칭인 단면을 가지고 길이방향으로 단면의 변화가 없는 것으로 하며 요소는 3절점 직선요소로 가정한다. 각 요소는 그림 6(a)와 같이 여러 개의 콘크리트 층과 보강철근 층으로 구성된 것으로 본다. 이 층요소(layered element)는 단면의 깊이에 따라 변화하는 재료상태를 정확히 표현할 수 있어 인장균열 등 PSC 프레임에서 나타나는 복잡한 재료의 비선형거동을 다룰 수 있다.

또한 병렬계산의 관점에서 볼 때 층별로 재료의 상태를 결정하고 층적분(layer integral)을 통하여 단면

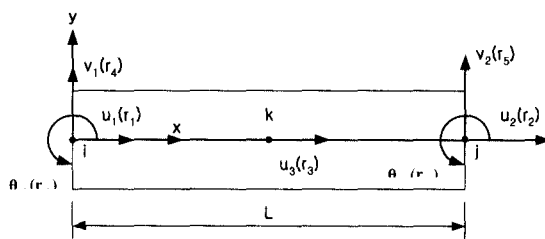
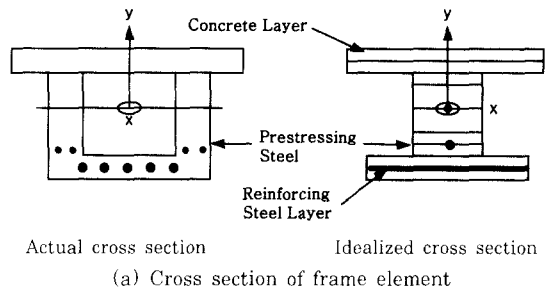


Fig. 6 Layered frame element

의 강성을 구하게 되므로 절점 자유도의 증가 없이 요소내부에서의 계산량만이 증가하게 되어 병렬계산에 유리하다. 양단의 절점은 그림 6(b)와 같이 3개의 자유도를 가지고 중앙절점은 x방향 변위의 1개의 자유도만을 가지며 중앙절점의 자유도는 요소강도매트릭스를 형성하는 과정에서 응축(condensation)한다. 콘크리트와 보강철근은 완전하게 부착되어 있는 것으로 가정하여 요소내의 변위가 연속성을 유지하도록 한다. PS 강재요소는 뼈대요소의 양 절점에 강체에 의해 연결된 직선 트러스 요소로 가정하여 별도로 고려한다.

4. 클러스터 컴퓨터 상에서의 병렬 유한요소해석

4.1 개요

프리스트레스트 콘크리트 프레임의 비선형해석에서의 경우 그림 7에서 보는 바와 같이 일반적인 시간의 존적 비선형해석과 마찬가지로 해석구간을 여러 개의 시간단계로 나누고 각 시간단계마다 주어진 하중을 하중증분으로 나누어 각 하중증분에 대해 수렴조건을 만족할 때까지 반복계산과정을 수행하게 되므로 강도매트릭스와 요소하중의 계산 및 조합과정이 3중 Loop속에서 반복된다.

이러한 반복과정에서 병렬처리가 우선적으로 가능한 부분은 그림 8에서와 같이 요소별 강도매트릭스의 계산과정과 요소응력 및 단면력, 불평형하중을 계산하는

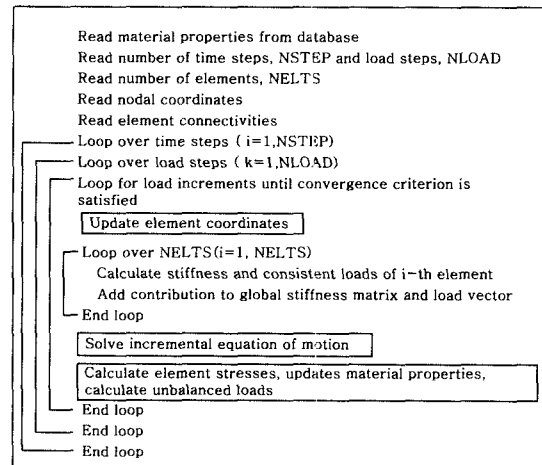


Fig. 7 Sequential algorithm for typical nonlinear finite element analysis

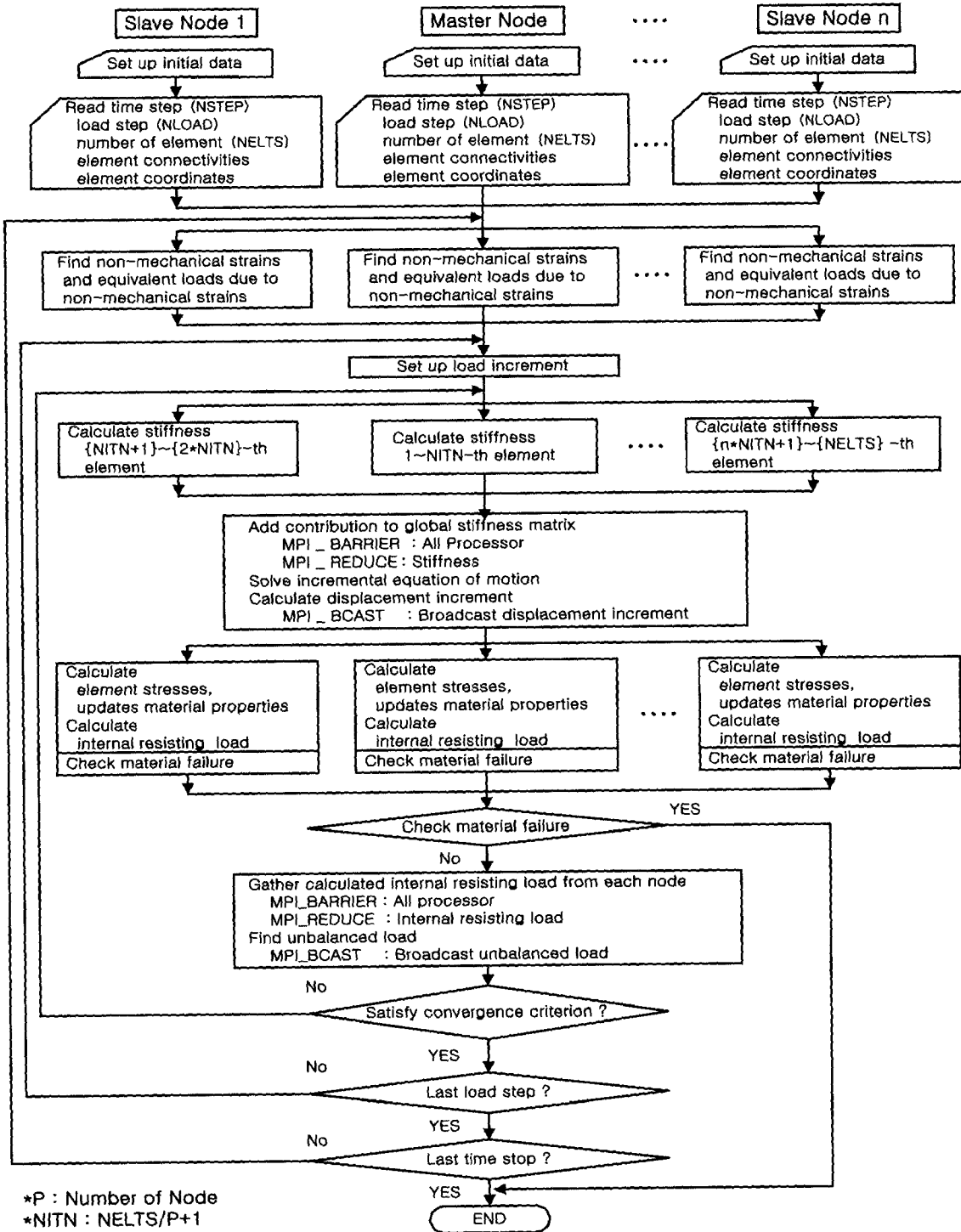


Fig. 8 Parallel computing procedure for nonlinear analysis

과정이다. 평형방정식의 해법과정에서도 병렬계산을 적용할 수 있으나 재료 비선형성을 고려하기 위한 층모델(layer model)을 채택한 비선형해석의 경우 평형방정식의 해법과정이 전체 해석시간에서 차지하는 비율이 상대적으로 작다는 점을 고려해야 한다. 반면에 해법과정에서 빈번한 데이터 교환이 노드간에 이루어져야 하기 때문에 클러스터 시스템과 같이 전송 부하가 작지 않은 경우는 병렬계산에 의한 성능향상이 크게 기대되지 않으므로⁸⁾ 본 논문에서는 해법과정의 병렬화 작업은 수행하지 않는다.^{11), 12)}

참고로 본 논문에서 제시된 예제를 실행하여 계산시간을 분석한 결과 병렬알고리즘을 구현하지 않은 평형방정식 해법과정 및 데이터 파일의 입출력과정이 점유하는 시간이 문제의 크기에 따라 다소 변화하나 Win98 환경 하에서는 재료비선형성 및 기하학적 비선형성을 모두 고려하는 PSC 거더의 경우 전체 해석시간의 6 퍼센트 이내, 기하학적 비선형성만을 고려하는 캔틸레버의 경우 11 퍼센트 이내 정도로 나타났다. Linux의 경우에는 각각 3 퍼센트 및 9 퍼센트 이내로서 Win98의 경우보다 감소하였다. 일반적으로 병렬처리에 있어 입력 데이터의 처리는 마스터 노드(master node)에서 일괄적으로 입력 받은 후 각 슬레이브 노드(slave node)에 데이터를 전송하는 과정을 거친다. 그러나 각 슬레이브 노드에 데이터를 전송하는 과정에서 전송 지연이 발생하므로 이에 대한 대안으로 본 연구에서는 각 노드에서 병렬계산에 필요한 입력 데이터는 동시에 입력함으로써 데이터의 전송에 소요되는 시간을 단축한다. 각 요소별 강도매트릭스의 계산과정 및 요소응력과 단면력의 계산과정과 불평형하중의 계산과정은 독립적으로 수행 가능하므로 병렬계산이 가능하다.

4.2 병렬계산 알고리즘

본 논문에 있어 비선형해석의 경우 총 절점하중을 적정한 수의 하중단계(load step)로 나누어 각 하중단계마다 평형방정식을 풀며 불평형하중이 주어진 수렴조건을 만족할 때까지 반복계산을 하는데 임의의 반복계산과정에 대한 병렬계산 알고리즘은 다음과 같이 요약할 수 있다.

- 1) 외부 절점하중벡터의 증분을 이전 단계에서 계산된 불평형하중(unbalanced load)에 더하여 총 절점

하중의 증분 ΔR 을 결정한다.

- 2) 변형된 요소의 형상 및 현재의 응력상태에 따른 재료성질을 고려하여 강도매트릭스를 계산하는 과정 및 요소응력의 계산과정에 필요한 데이터를 각 슬레이브 노드에 균등하게 분할한다.
- 3) 모든 노드에서 현재의 반복단계(iteration step)에 대해 불평형하중과 내부 지지하중(internal resisting load)을 초기화한다.
- 4) 각 노드는 할당된 요소에 대하여 현재의 형상 및 재료성질을 기준으로 요소의 접선강도매트릭스 K_T^e 를 구한다.
- 5) 각 슬레이브 노드에서는 계산된 접선강도매트릭스를 마스터 노드로 전송하고, 마스터 노드는 각 슬레이브 노드로부터 전달받은 요소 강도매트릭스를 전체 접선강도매트릭스 K_T 에 조합을 한다.
- 6) 마스터 노드에서 주어진 하중단계의 절점하중의 증분을 ΔR 이라고 하면 ΔR 에 대해 평형방정식(1)을 풀어 절점변위증분 Δr 을 계산한 후 각 슬레이브 노드에 변위증분을 전송한다. 이때 슬레이브 노드는 마스터 노드로부터 변위증분을 전송 받을 때까지 대기하고 있다.
- 7) 접선강도매트릭스를 구하는 과정과 같이 각 노드에 요소들을 할당하여 할당된 요소의 변형률 증분 $\Delta \epsilon$ 과 현재의 총 변형률 ϵ 을 계산한다. 총 절점변위 r 을 구하고 r 을 기준으로 각 요소의 형상을 새로 정의한다.
- 8) 각 노드에 할당된 요소에 대하여 ϵ 으로부터 재료의 비선형 응력-변형률 관계를 고려하여 각 요소의 응력 σ 를 구하고 σ 에 따른 재료상태를 결정한 후 각 요소의 응력에 의한 등가절점하중을 계산하고 이로부터 내부 지지하중 F 를 계산한 후 슬레이브 노드에서 계산된 F 를 마스터 노드로 전송한다.
- 9) 마스터 노드는 현재의 총 절점하중 R^J 에서 각 슬레이브 노드에서 전달받은 내부 지지하중 F 를 절점 별로 조합한 후 빼서 불평형하중 R^U 를 계산한다.

$$R^U = R^J - F \quad (2)$$

- 10) 불평형하중 R^U 를 ΔR 로 하여 4)부터 다시 계산한다.

불평형하중이 수렴조건을 만족할 때까지 3)-10)의

단계를 반복해서 수행하며 수렴조건을 만족하면 불평형하중을 다음 하중단계의 질점하중의 증분에 더하여 3)-10)의 반복계산단계를 수행한다.

병렬계산과정에 대한 순서도는 그림 8에 나타나 있다.

5. 해석 예

본 논문에서 제시한 클러스터 시스템의 특성을 분석하고 클러스터 시스템 상에서의 병렬 비선형 해석방법의 정당성을 검증하기 위해 먼저 클러스터 시스템의 메시지 전송성능을 분석했으며 이어서 캔틸레버 보의 대변위 해석 및 PSC 거더의 극한해석을 수행하여 기존의 해석결과와 비교하고 병렬계산에 의한 계산성능향상(speedup)을 검토하였다.

5.1 클러스터 시스템의 메시지 전송성능분석

클러스터 컴퓨팅 기술을 가능하게 한 요인은 저가의 PC 또는 WS의 빠른 성능향상과 더불어 이들을 고성능으로 연결할 수 있는 새로운 통신망의 등장이다. 고성능 통신망으로는 ATM, Myrinet, Gigabit Ethernet, Compaq Servernet 등을 들 수 있는데 수 μsec 의 전송시간과 Gbps급의 대역폭을 제공하며 매우 빠른 속도로 성능이 향상되고 있다.^{17),18)}

기존의 LAN 환경에서는 통신망의 안정성(reliability) 문제로 인하여 TCP/IP와 같이 부하가 큰 통신 프로토콜을 사용하고 있으며, 현재의 고성능 통신망은 10 μsec 이내의 지연시간을 가지지만 TCP/IP 프로토콜 스택의 부하는 약 100 μsec 이상으로 비교적 크므로 고성능 통신망에서 사용하기에는 적합하지 않다. 본 논문에서는 비용문제로 고성능 통신망을 사용하는 것이 어려우므로 TCP/IP를 기반으로 하는 기존의 LAN 환경에 클러스터 시스템을 구축하여 병렬계산을 수행하였다.

본 논문에서 구축한 클러스터 시스템의 메시지 전송성능을 분석하기 위해 Win98을 운영체제로 하는 PC 2대에서 4대간의 메시지 전송량에 대한 전송시간을 분석했다. 메시지 전송량과 전송시간에 대한 결과는 그림 9에 나타나 있는데 메시지 전송량과 전송시간은 거의 선형으로 비례관계에 있음을 확인할 수 있다. 따라서 전송시간에 따른 부하를 최소화하기 위해 마스터 노드와 슬레이브 노드간의 데이터 전송량 및 전송횟수를 최소화하는 것이 필요하며 매 반복계산 단계마다 강도매트

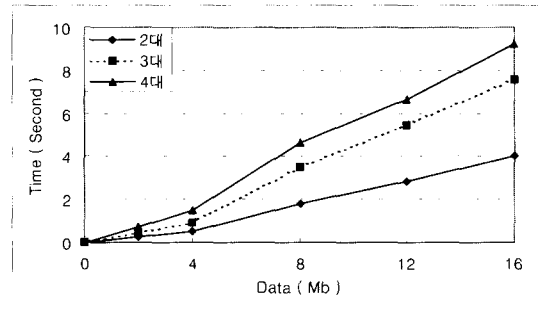
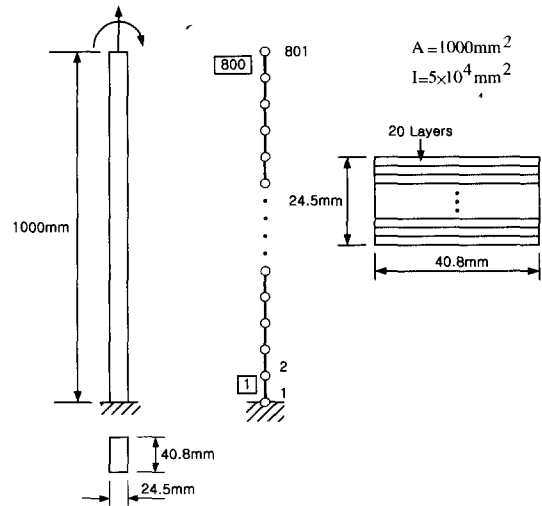


Fig. 9 Comparison of message communication speed (Win98 system)

릭스의 생성, 응력의 계산, 불평형력의 계산 등의 단계에서 1회만의 데이터 전송이 이루어지도록 알고리즘을 구현하였다.

5.2 캔틸레버 보의 대변위 해석

본 논문에서 제시한 클러스터 컴퓨터 상에서의 병렬 비선형 해석방법을 검증하기 위하여 그림 10과 같은 캔틸레버 보의 대변위 해석(large deflection analysis)을 하였다. 기존의 연구와 비교하기 위하여 재료는 선형탄성체로 가정하고 기하학적 비선형성만을 고려하여 해석했다. 보의 단면은 20개의 층으로 나누고 800개의 뼈대요소를 사용하여 이상화했으며 하중은 캔틸레버 보의 자유단에 $10^6\text{N}\cdot\text{mm}$ 크기의 모멘트를 10개의



(a) Geometry of a cantilever beam (b) Analysis model
Fig. 10 Cantilever beam subjected to an end moment

Table 1 Tip displacement of the cantilever beam

	X-displacement	Y-displacement	θ (radian)
Linear Solution by Kohnke	500.0	0.0	1.00
	459.9	-158.1	1.00
Present Study			
Sequential	460.7	-157.9	1.00
Parallel	460.7	-157.9	1.00

하중구간으로 나누어 재하였다.

표 1에 캔틸레버 보 자유단에서의 처짐이 나타나 있다. 본 논문에 의한 결과는 자유단의 X변위 및 Y변위가 각각 460.7mm, -157.9mm로서 Kohnke²¹⁾의 결과와 비교할 때 최대 0.17 퍼센트 이내의 차이를 보이며 잘 일치하였다.

병렬계산의 효과는 성능향상 $S(N_p)$ 또는 효율(efficiency) $E(N_p)$ 로 평가되며 이들은 다음 식으로 표현된다.

$$S(N_p) = \frac{T_1}{T_{N_p}} \quad (3)$$

$$E(N_p) = \frac{S(N_p)}{N} \quad (4)$$

T_1 과 T_{N_p} 는 각 1개와 N_p 개의 프로세서를 이용하여 프로그램을 수행하는데 걸리는 시간을 나타내며 성능향상의 최대치는 N_p 가 된다.

노드 4개를 이용하여 병렬계산을 하면 이상적으로는 성능향상이 4배가 되어야 하나 본 논문에서는 Win98 환경에서 병렬계산을 수행한 경우 성능향상이 2.46배로 나타났으며 요소 수를 2000개로 증가시킨 경우 2.82배가 되었다. Linux 환경에서 병렬계산을 수행한 경우 성능향상은 3.19배와 3.16배가 되었으며 그림 11 및 표 2에 두 가지 경우의 성능향상 및 계산시간이 정리되어 있다. 상대적으로 이상적인 수치에 비해 작은 이유는 병렬 알고리즘을 구현하지 않은 부분에 의한 영향과 데이터 전송방식으로서 상대적으로 전송속도에 한계가 있는 LAN 환경에서 TCP/IP 프로토콜을 사용함으로써 발생하는 데이터 전송 지연 때문인 것으로 판단된다. Gummadi¹⁵⁾ 등은 본 클러스터 시스템에 비해 전송속도가 훨씬 빠른 2차원 Mesh구조의 초병렬컴퓨터 Intel Paragon 시스템에서 보의 기하학적 비선형해석을 수행한 결과 노드가 6개일 때 문제의 크기에 따라 효

Table 2 Clock time, speedup and efficiency in case of cantilever beam(Win98 & Linux System)

No. of El.	No. of Nodes	Total Clock time		Speedup $S(N_p)$		Efficiency $E(N_p)$	
		Win98	Linux	Win98	Linux	Win98	Linux
800	1	275.46	55.73	1.00	1.00	1.00	1.00
	2	151.43	28.88	1.83	1.93	0.91	0.97
	3	123.09	21.06	2.24	2.65	0.75	0.88
	4	111.77	17.46	2.46	3.19	0.62	0.80
2000	1	973.61	136.10	1.00	1.00	1.00	1.00
	2	504.65	72.29	1.93	1.88	0.96	0.94
	3	404.14	52.80	2.41	2.58	0.80	0.86
	4	344.86	43.11	2.82	3.16	0.75	0.79

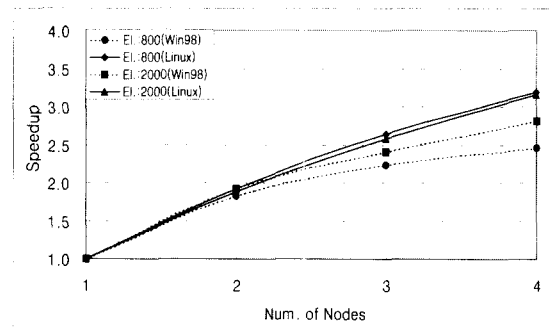


Fig. 11 Speedup in case of cantilever beam(Win98 & Linux System)

율이 62 퍼센트에서 82 퍼센트, 20개인 경우 22 퍼센트에서 63 퍼센트 정도로 나타났다. 본 논문의 결과는 현재의 시스템 환경을 고려해 볼 때 의미가 있다고 판단되며 상대적으로 성능향상이 적은 Win98 환경의 경우 100Mbps Switching Hub 등 통신환경을 개선하여 데이터 전송속도를 향상시킬 경우 성능향상이 증가할 것으로 기대된다.

5.3 프리스트레스트 콘크리트 거더교의 비선형해석

그림 12와 같은 PSC 거더교를 대상으로 클러스터 컴퓨터에서 비선형해석을 수행하고 Choudhury의 해석결과와 비교하였다. 단위계 및 단면의 형상, 재료모델 등은 Choudhury와 마찬가지로 고려하였고 참고문헌²²⁾에 나타나 있다.

하중은 총 312kips의 트럭하중(P13 truck loading)이 중앙 경간의 중앙부에 작용하는 경우를 고려하기 위하여 그림 12(c)와 같이 3개의 48kips 하중과 1개의 24kips

하중이 18ft 간격으로 작용하는 것으로 가정하였다. 먼저 트럭하중의 5.5배에 이를 때까지 하중단계를 8개로 나누어 재하하고 이후에는 중앙부의 처짐을 단계별로 증가시키며 해석하였다.

그림 13에 하중의 증가에 따른 중앙부의 처짐의 변화가 나타나 있으며 본 논문의 결과와 Choudhury의 결과가 잘 일치하고 있다.

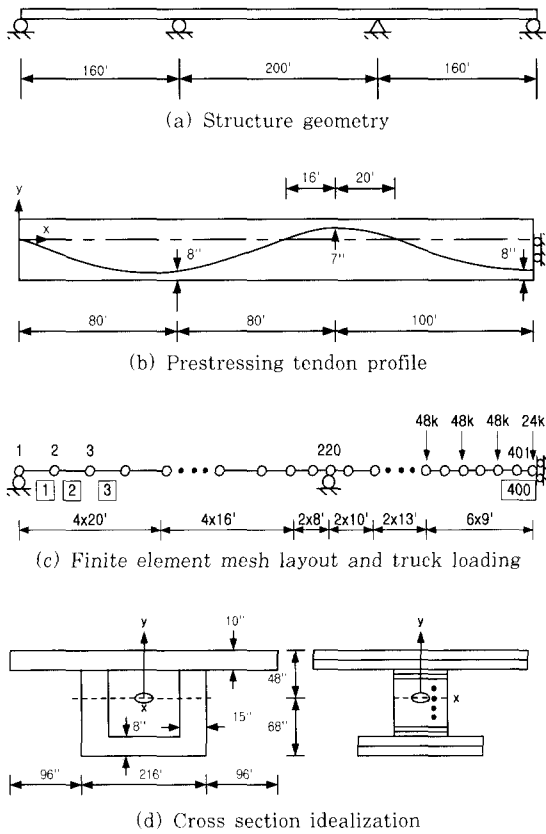


Fig. 12 Three span post-tensioned box girder bridge

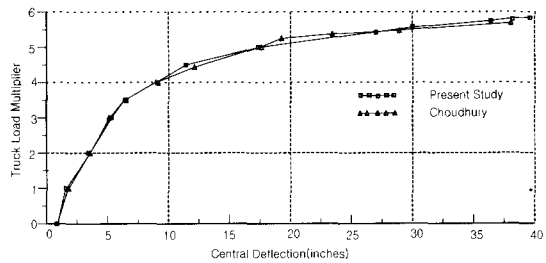


Fig. 13 Comparison of central deflections

병렬계산에 의한 성능향상이 그림 14에 나타나 있고 계산시간은 표 3에 정리되어 있다. 노드가 4개일 경우 Win98 환경에서의 성능향상은 3.01배로 나타났으며 요소 수를 1000개로 증가시킨 경우에는 성능향상이 3.18배로 증가되었다. 또한 Linux 환경에서는 요소 수가 400개, 1000개일 경우 성능향상이 3.63배 및 3.74배로 나타났다. 표 3에 전송 및 동기화에 소요되는 시간을 별도로 나타내었는데 이 시간은 통신환경에 좌우되는 시간으로서 통신환경이 개선될 경우 감소할 것으로 판단된다. 표 2 및 표 3을 보면 노드가 증가하면서 효율이 감소하는데 이것은 노드가 증가하면서

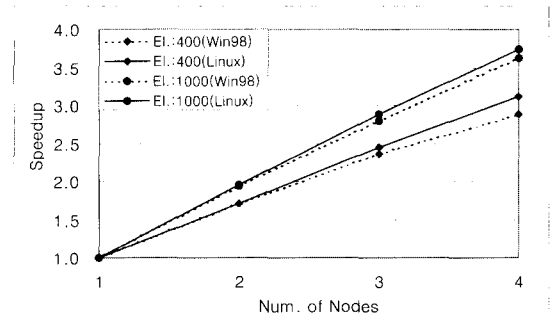


Fig. 14 Speedup in case of PSC box girder bridge (Win98 & Linux system)

Table 3 Total clock time(sec), speedup and efficiency in case of PSC box girder bridge(Win98 & Linux System)

OS	No. of El.	No. of Nodes	Total Clock time	Com. & Syn.	Speedup S(N _p)	Efficiency E(N _p)
Win98	400	1	2068.16	0.00	1.00	1.00
		2	1193.86	34.95	1.73	0.89
		3	869.25	74.62	2.40	0.79
		4	688.00	74.96	3.01	0.75
	1000	1	10142.49	0.00	1.00	1.00
		2	5760.80	94.45	1.76	0.88
		3	3894.16	108.17	2.60	0.87
		4	3150.64	127.32	3.22	0.81
Linux	400	1	599.01	0.00	1	1.00
		2	309.46	1.16	1.94	0.97
		3	213.83	2.36	2.80	0.93
		4	164.84	2.83	3.63	0.91
	1000	1	2687.26	0.00	1	1.00
		2	1367.89	3.13	1.96	0.98
		3	933.55	5.21	2.88	0.96
		4	719.15	6.46	3.74	0.94

Table 4 Data communication size between nodes per iteration

Example	No. of element	Data size (kb)
Cantilever Beam	800	243.92
	2,000	609.55
PSC Girder	400	122.01
	1,000	304.77

전송시간이 다소 증가할 뿐 아니라 Amdahl의 법칙에 따라 병렬화하지 않은 부분의 계산소요시간이 성능향상에 미치는 영향이 점점 커지기 때문이다. 표 4에는 두 예제에 대하여 1회 반복계산에 따른 데이터 전송량을 나타냈다. 본 논문에서는 중요소를 사용함으로써 데이터의 전송량을 줄일 수 있었다.

6. 결 론

본 논문에서는 클러스터 시스템을 이용하여 프리스트레스드 콘크리트 프레임의 병렬 비선형해석이 가능한 해석수단을 제시하였다. PC 및 Ethernet을 활용하여 저가의 클러스터 시스템을 구축하였고 병렬 프로그래밍 방식으로서 메시지 전송 방식을 채택했으며 메시지 전송을 위하여 MPI를 사용하였다. 비선형해석에 있어 해석시간의 대부분을 차지하는 반복계산과정 중 병렬계산에 의한 효율이 높은 점선강도매트릭스의 형성 및 요소응력계산, 재료상태 결정, 불평형하중 계산 과정에 대한 병렬계산 알고리즘을 제시하고 클러스터 시스템 상에서 구현했다. 본 논문에서는 재료의 비선형성을 고려하기 위해 중요소를 사용했는데 이 경우 상대적으로 해석시간에서 차지하는 비율이 작은 반면 병렬 계산에 많은 메시지의 교환이 수반되는 평형방정식의 해법 부분은 병렬화하지 않았다.

캔틸레버 보와 PSC 거더교를 대상으로 클러스터 컴퓨팅을 이용한 비선형해석을 수행한 결과 노드가 4개일 경우의 성능향상은 고려한 비선형성 및 문제의 크기에 따라 다르나 Win98 환경의 경우는 최소 2.46배에서 최대 3.18배로 나타났고 Linux 환경의 경우는 최소 3.16배에서 최대 3.74배로 나타났으며 통신환경의 개선에 따라 더욱 증가할 것으로 생각된다. 이러한 성능향상 현상은 요소 수가 증가할수록 다소 개선되는 경향을 보였는데 이것은 병렬계산의 주 대상이 계산시간이 막대한 대형문제 및 비선형문제임을 고려할 때 의미가 있다.

본 논문의 결과를 활용함으로써 비교적 큰 자유도를 가진 여타 재료의 구조물의 경우에도 저비용으로 비선형해석을 수행할 수 있는 방안의 검토가 가능할 것이다.

본 논문에서 사용된 병렬비선형해석 알고리즘은 표준화된 MPI와 Fortran 라이브러리를 사용하여 구현되었기 때문에 이질의 시스템 환경에서도 프로그램 코드의 큰 변경 없이 수행될 수 있을 것으로 기대된다.

참 고 문 헌

1. Thole, C. A. and Stüben, K., "Industrial simulation on parallel computers," *Parallel Computing*, Vol. 25, 1999, pp.2015~2037
2. Farhat, C., Pierson, K. and Lesoinne, M., "The second generation FETI methods and their application to the parallel solution of large-scale linear and geometrically non-linear structural analysis problems," *Comput. methods Appl. Mech. Eng.*, Vol.184, 2000, pp.333~374
3. 박효선, "대형구조물을 위한 병렬 구조해석 및 설계", 한국전산구조공학회지, 제9권, 제3호, 1996, pp.47~53
4. 이재석 외, "병렬유한요소해석 S/W개발에 관한 연구(III)", 과학기술처, 시스템공학연구소, 1994, p.258
5. Mackerle, J., "Parallel finite element and boundary element analysis : theory and application-A bibliography(1997-1999)", *Finite Elements in Analysis and Design*, Vol. 35, 2000, pp.283~296
6. 황진하, 고덕구, 박종희, "부구조화에 기초한 매트릭스구조 해석의 병렬/분산처리", 대한토목학회논문집, 제20권, 제1-A호, 2000, pp.115~124.
7. 박효선, 성장원, "분할 방법에 따른 분산구조 해석법의 성능분석", 한국전산구조공학회, 1999년도 봄 학술발표회 논문집, 1999, pp.50~57
8. 박효선, 권윤환, "대형구조물의 분산구조해석을 위한 PCG 알고리즘", 한국전산구조공학회논문집, 제12권, 제3호, 1999, pp.385~396
9. Mackay, D. R. and Law, K. H., "A parallel implementation of a generalized lanczos procedure for structural dynamic analysis",

- International Journal of High Speed Computing*, Vol. 8, No. 2, 1996, pp.171~204
10. Watson, B. C. and Noor, A. K., "Nonlinear structural analysis on distributed-memory computers," *Computers & Structures*, Vol. 58, No. 2, 1996, pp.233~247
 11. 윤성기, 권기찬, "평판압연공정 유한요소해석의 분산병렬처리에 관한 연구", 대한기계학회논문집, 제21권, 제12호, 1997, pp.2096~2105
 12. 박 근, 양동열, "부구조법에 의한 영역 분할 및 강소성 유한요소해석의 병렬 계산", 한국소성가공학회, '98춘계학술대회 논문집, 1998, pp.246~249
 13. Wang, X., Baggio, P. and Schrefler, B. A., "A multi-level frontal algorithm for finite element analysis and its implementation on Parallel computation," *Engineering Computations*, Vol. 16, No. 4, 1999, pp.405~427
 14. Brown, K., Attaway, B., Plimpton, S. and Hendrickson, B., "Parallel strategies for crash and impact simulations," *Computer methods in applied mechanics and engineering* 184, 2000, pp.375~390
 15. Gummadi, L. N. B. and Palazotto, A. N., "Nonlinear finite element analysis of beams and arches using parallel processors," *Computers & Structures*, Vol. 63, No. 3, 1997, pp.413~427
 16. Baddourah, M. A. and Nguyen, D. T., "Parallel vector computations for geometrically nonlinear finite element analysis", *Computers & Structures*, Vol. 51, No. 6, 1994, pp.785~790
 17. 정상화, 오수철, "클러스터 시스템 기술동향", 정보과학회지, 제8권, 제3호, 2000, pp.4~10
 18. 한우중, 박경, "상용 응용 서버용 클러스터 연결망 : Xcent-net", 정보과학회지, 제8권, 제3호, 2000, pp.57~65
 19. Bathe, K. J., *Finite element procedures in engineering analysis*, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, 1982, pp.196~220
 20. 이재석, 강영진, "케이블로 지지된 PC뿔대의 시간 의존적 비선형해석", 대한토목학회논문집, 제12권, 제4호, 1992, pp.33~47
 21. Kohnke, P., "Large deflection analysis of frame structures by fictitious forces," *Intl. J. of Numerical Methods in Engineering*, Vol. 12, No. 8, 1978, pp.1278~1294
 22. Choudhury, D., "Analysis of curved nonprismatic reinforced and prestressed concrete box girder bridges," *Ph. D. Thesis, Dept. of Civil Eng., U.C.Berkeley*, Report UCB/SEMM-86/13, 1986