

# 복합 호장법을 이용한 공간 트러스의 비선형 해석

## Nonlinear Analysis of Space Trusses Using the Combined Arc-Length Method

석 창 목\*

권 영 환\*\*

Suk, Chang-Mok

Kwon, Young-Hwan

(논문접수일 : 2001년 4월 19일 ; 심사종료일 : 2001년 9월 12일)

### 요 지

이 연구는 공간 트러스의 비선형 해석을 위한 해석기법의 수치해석적 효율성에 관한 것으로서, 좌굴 이후의 거동 파악이 가능한 복합 호장법을 제안하였다. 복합 호장법은 현 강성변수를 제어변수로 사용하여, 안정구간에서는 선취법이 첨가된 Secant-Newton법을 사용하고, 불안정구간에서는 가속법이 첨가된 호장법을 사용하는 방법이다. 해석기법의 효율성을 비교하기 위하여 제시된 수치예제에 대한 해의 정확성, 수렴성, 계산시간을 기존의 호장법과 비교하였다. 공간 트러스의 기하학적 비선형 해석에 있어서는 이 연구에서 제안된 복합 호장법이 기존의 호장법보다 수치 해석적 효율성이 뛰어난 것을 알 수 있었다.

**핵심용어** : 공간 트러스, 비선형 해석, 복합 호장법

### Abstract

This paper deals with numerical efficiency of nonlinear solution techniques for space trusses. It will propose the combined Arc-length method to trace structural behavior after reaching buckling load as opposed to the current Arc-length method. The combined Arc-length method uses the current stiffness parameter as a control variable. It uses Secant-Newton method in stable path and applies Arc-length method in unstable path. To evaluate efficiency of solution technique, the accuracy of solution, convergence, and computing time concerning illustrative numerical examples are compared with the current Arc-length method. It shows that the combined Arc-length method, as proposed in this paper, is superior to the current Arc-length method in numerical nonlinear analysis.

**Keywords** : space truss, nonlinear analysis, combined Arc-length method

### 1. 서 론

구조물의 비선형 해석에서 사용되는 해석기법은 증분/반복 해석기법을 기본으로 크게 하중 제어법, 변위 제어법, 하중 및 변위 제어법, 하중 및 변위의 복합적 제어법 등으로 나눌 수 있고, 제어방법에서도 불평형력에 대한 변위를 구하는 방법에 따라 다양한 방법들이

제안되어 있다. 이런 비선형 해석기법의 선택은 해석모델의 종류, 해석의 방법과 목적에 따라 수치 해석적 효율성이 우수한 방법을 선택하여야 한다.

공간 트러스 구조에 있어서는 부재가 인장과 압축의 축력만을 받고, 사용부재는 일반적으로 세장하게 설계되므로 탄성불안정에 의한 좌굴로 파괴되는 경향이 있다. 안정의 상실에 민감한 트러스 구조에 있어서 좌굴

\* 경북대 건축공학과, 박사과정

\*\* 정회원 · 경북대 건축공학과, 교수

• 이 논문에 대한 토론을 2001년 12월 31일까지 본 학회에 보내주시면 2002년 3월호에 그 결과를 게재하겠습니다.

이후의 거동 파악은 트러스의 안정성 평가를 위해 필수적이다. 그러므로 트러스의 비선형 해석에서는 좌굴 이후의 거동파악이 가능한 해석기법이 적용되어야 한다.

이와 같은 비선형 해석에서 좌굴 이후의 거동 파악이 가능한 해석 기법에 관한 연구로서 Papadrakakis<sup>1)</sup>는 동적이완법을 비선형해석에 적용하였고, Riks와 Wempner는 하중 및 변위를 모두 제어하는 호장법을 제안하였으며, Crisfield<sup>2),3)</sup>는 호장법에 선취법과 가속법을 첨가하여 비선형 해석에 적용하였다.

이 연구에서는 유한 요소법으로 기하학적 비선형을 고려한 평형방정식을 적용하고, 해석기법으로는 복합 호장법을 이용하여 해석을 수행하였다. 이 방법은 안정 구간에서는 선취법<sup>3),5)</sup>이 첨가된 Secant-Newton법을 사용하고, 불안정구간에서는 가속법<sup>3)</sup>이 첨가된 호장법을 사용하는 방법이다. 또한, 해석기법의 효율성에 대한 비교를 목적으로 동일한 공간 트러스 모델에 기존의 호장법을 적용한 결과와 해의 정확성, 수렴성, 계산 시간 등의 수치 해석적 효율성에 대해 평가하였다.

## 2. 공간 트러스의 비선형 평형방정식

이 연구의 공간 트러스 비선형 정식화에는 변형되어진 현 단계(current configuration)의 기하학적 형상과 Cauchy stress, Almansi strain을 이용하는 개선 라그랑지 정식화를 사용하여 강성행렬을 유도한다. 또한, 프로그램 상의 효율성을 증대시키기 위하여 강성행렬의 저장공간을 최소화 할 수 있는 Profile storage 법과 LU분해법의 일종인 LDL<sup>T</sup>법을 적용하였다.

트러스 요소의 비선형 해석을 위해 그림 1과 같이 3차원 트러스 요소를 고려하였다. (\*)는 국부좌표계에서의 좌표, 변위, 절점을 나타내고, 전체좌표계의 절점 변위와 절점력은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{u}} &= [u_1 \ v_1 \ w_1 \ u_2 \ v_2 \ w_2]^T \\ \mathbf{F} &= [F_{x1} \ F_{y1} \ F_{z1} \ F_{x2} \ F_{y2} \ F_{z2}]^T \end{aligned} \quad (1)$$

그림 1에서 전체 좌표계와 국부 좌표계의 관계를 변환행렬을 이용하여 나타내면 다음 식으로 쓸 수 있다.

$$\{\bar{\mathbf{u}}\} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}^T & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{A}_T \end{bmatrix} \{\bar{\mathbf{u}}^*\} \quad (2)$$

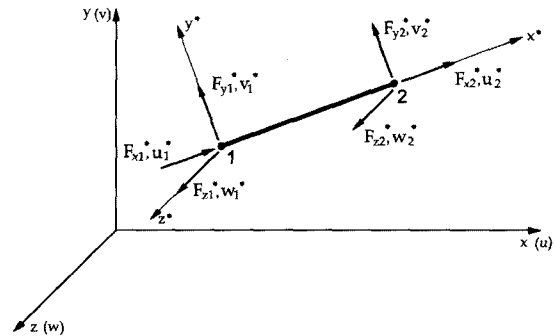


그림 1 좌표축과 공간 트러스 요소의 힘과 변위

여기서  $\bar{\mathbf{u}}$ 는 전체 좌표계의 요소 변위,  $\bar{\mathbf{u}}^*$ 는 국부 좌표계의 요소 변위,  $\mathbf{A}$ 는 좌표변환 행렬을 의미한다.

개선 라그랑지 정식화를 이용하여 비선형 평형방정식을 유도함으로써, Almansi strain을 이용한 트러스 부재의 변형률은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\epsilon_{xx} = \frac{1}{2} (u_{x,x} + u_{x,x}) \quad (3)$$

개선 라그랑지 정식화에 의한 증분의 평형방정식은 현 단계의 평형방정식과 다음 단계의 평형방정식을 이용하여 현 단계를 기준으로 행렬 형태로 간단히 나타내면 다음과 같다.

$$\{\mathbf{K}_L^* + \mathbf{K}_G^*\} \bar{\mathbf{u}}^* = \bar{\mathbf{F}}^* \quad (4)$$

식(4)에서  $\mathbf{K}_L^*$ 는 선형 요소강성행렬,  $\mathbf{K}_G^*$ 는 기하 요소강성행렬을 나타내고,  $\bar{\mathbf{u}}^*$ 는 증분의 요소변위행렬,  $\bar{\mathbf{F}}^*$ 는 증분의 절점력을 의미한다.

$$\mathbf{K}_L^* = \frac{EA}{l} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_1 & -\mathbf{I}_1 \\ -\mathbf{I}_1 & \mathbf{I}_1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$\mathbf{K}_G^* = \frac{A\sigma}{l} \begin{bmatrix} \mathbf{I} & -\mathbf{I} \\ -\mathbf{I} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$\mathbf{I}_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{I} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (7)$$

앞에서 구한 강성행렬은 국부좌표계에 대해 구성되

어진 요소강성행렬로 요소의 축방향을  $x^*$  방향으로 가정하였다. 전체좌표에 대한 요소강성행렬을 나타내면 다음과 같다.

$$K = \bar{A}^T \{ K_L^* + K_C^* \} \bar{A} \quad (8)$$

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ 0 & A \end{bmatrix} \quad (9)$$

### 3. 증분/반복 해석기법

#### 3.1 Secant-Newton법

그림 2에서 보여지는 Secant-Newton법의 증분변위는 변위가중변수 ( $\eta_i$ )를 이용하여 나타내면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\Delta u_{i+1} = \Delta u_i + \eta_i \delta u_i \quad (10)$$

식(10)에서  $\eta_i$ 는 선취법에 의해 구해지는 변위가중변수이며,  $\delta u_i$ 는 반복단계의 변위를 의미한다.

반복변위 ( $\eta_i \delta u_i$ )는 Quasi-Newton<sup>5)</sup> 방정식을 이용하면 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \eta_{i-1} \delta u_{i-1} &= K_i^{-1} r_i \\ r_i &= -g_i + g_{i-1} \end{aligned} \quad (11)$$

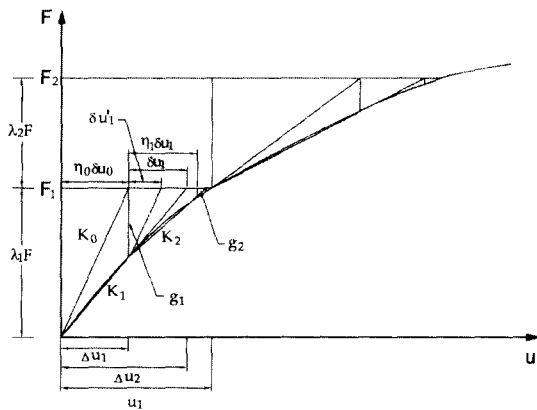


그림 2 선취법이 첨가된 Secant-Newton법

여기서,  $g$ 는 불평형력을,  $K_i^{-1}$ 는 할선강성의 역행렬을 의미한다. 반복변위는 BFGS process<sup>2),5)</sup>를 이용하여 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\delta u_i = A \delta u_i' + B \eta_{i-1} \delta u_{i-1} \quad (12)$$

$$A = 1 - C$$

$$C = \frac{\delta u_{i-1}^T g_i}{\delta u_{i-1}^T r_i}$$

$$B = -C - A \frac{\delta u_i^T r_i}{\eta_{i-1} \delta u_{i-1}^T r_i}$$

식(12)에서  $\delta u_i' = K_0^{-1} g_i$ 를 나타낸다.

Secant-Newton법에서는 해석기법의 안정성을 위하여 A, B의 크기가 다음의 조건을 만족할 때는 앞에서 언급한 반복변위의 계산과정을 따르고, 그렇지 못한 경우에는 불평형력에 대한 변위를 반복변위로 사용한다. (이 연구에서는  $R_1=2.5$ ,  $R_2=0.3$ 으로 가정하였다.<sup>2)</sup>)

$$\frac{1}{R_1} < A < R_1, \quad -\frac{1}{2} R_2 < \frac{B}{A} < R_2 \quad (13)$$

Secant-Newton법에서는 자동증분 알고리즘과 수렴성을 증대시키기 위하여 선취법을 첨가하였다. 그림 3에 Secant-Newton법을 이용한 프로그램의 흐름도를 나타내고, 그림 4에는 선취법의 흐름도를 나타낸다.

#### 3.2 호장법

하중변수를 사용한 비선형 평형방정식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$g(u) = \lambda F - F_{int}(u) \quad (14)$$

여기서,  $\lambda$ 는 하중변수를 의미하며,  $F$ 는 고정 외부하중,  $F_{int}$ 는 내력(internal force)을 나타낸다.

그림 5에서 보여지는 호장의 길이 ( $\Delta l$ )는 다음과 같이 나타낼 수 있다.<sup>2)</sup>

$$\Delta u_i^T \Delta u_i = \Delta u_{i+1}^T \Delta u_{i+1} = \Delta l^2 \quad (15)$$

$$\Delta u_{i+1} = \Delta u_i + \eta_i \delta u_i \quad (16)$$

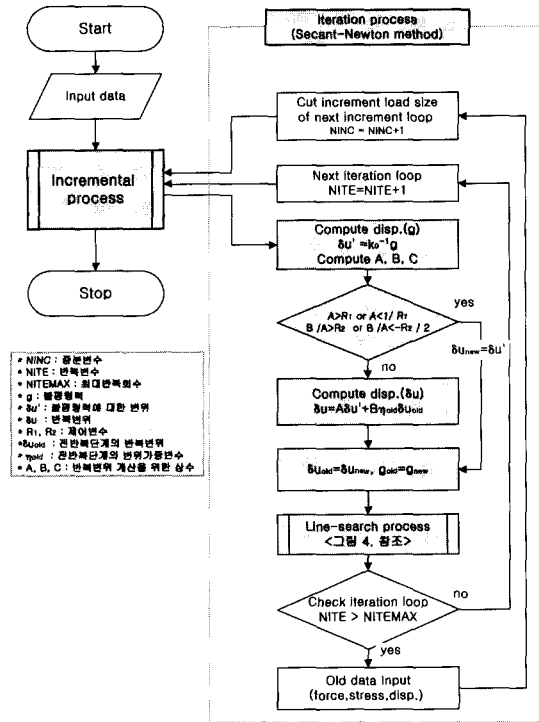


그림 3 Secant-Newton법의 흐름도

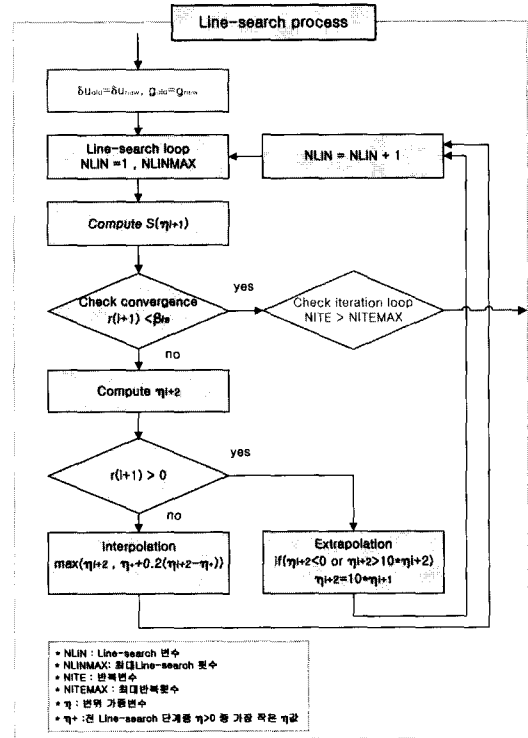


그림 4 선취법의 흐름도

$$\delta \mathbf{u}_i = \delta \mathbf{u}' + \delta \lambda_i \delta \mathbf{u}_t \quad (17)$$

식(17)에서  $\delta \mathbf{u}' = \mathbf{K}_{ii}^{-1} \mathbf{g}$ ,  $\delta \mathbf{u}_t = \mathbf{K}_{ii}^{-1} \mathbf{F}$ ,  $\mathbf{K}_{ii}^{-1}$ 는 증분단계에서 구해진 접선강성의 역행렬을 의미한다. 식(15)에 식(16), (17)을 대입하여 정리하면 다음의 관계식을 얻을 수 있다.

$$a_1 \delta \lambda_i^2 + a_2 \delta \lambda_i + a_3 = 0 \quad (18)$$

$$a_1 = \eta_i \delta \mathbf{u}_t^T \delta \mathbf{u}_t$$

$$a_2 = 2\delta \mathbf{u}_t^T \Delta \mathbf{u}_i + 2\eta_i \delta \mathbf{u}_t \delta \mathbf{u}'$$

$$a_3 = 2\delta \mathbf{u}'^T \Delta \mathbf{u}_i + \eta_i \delta \mathbf{u}'^T \delta \mathbf{u}'$$

$$+ \frac{\Delta \mathbf{u}_i^T \Delta \mathbf{u}_i - \Delta l^2}{\eta_i}$$

식(18)의 두 해 중에서 유용한 해는 식(19)의  $\cos \theta$  값이 크게 나오는 해를 선정한다.<sup>2)</sup>

$$\cos \theta = \frac{\Delta \mathbf{u}_{i+1}^T \Delta \mathbf{u}_i}{\Delta l^2} \quad (19)$$

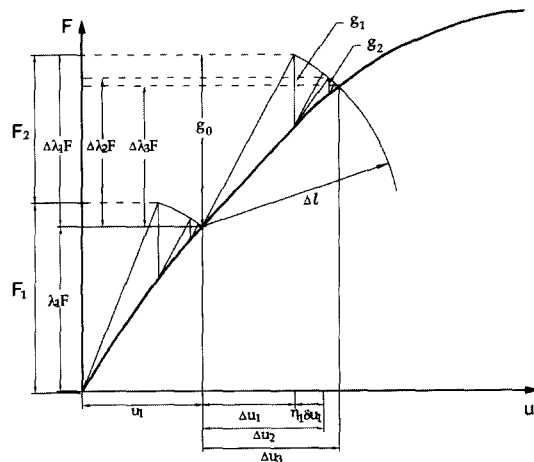


그림 5 가속법이 첨가된 호장법

식(18)에서 구한  $\delta \lambda_i$ 를 이용하여 반복변위 ( $\delta \mathbf{u}_i$ )를 구하고, 가속법을 이용하여 새로운 반복변위 ( $\eta_i \delta \mathbf{u}_i$ )를 구할 수 있다. 구해진 변위를 이용하여 다시 불평형력을 계산하고 다음의 수렴조건을 만족할 때까지 반복계산한다.

$$\frac{\| \mathbf{g} \|}{\| \mathbf{F} \|} < \beta \quad (\beta = 10^{-5}) \quad (20)$$

$\| \mathbf{g} \|$  는 불평력의 norm을 나타내며,  $\| \mathbf{F} \|$  는 고정 외부하중의 norm을 나타낸다.

반복구간에서 수렴조건을 만족하면 현 단계의 반복 회수를 이용하여 다음 증분의 호장 및 하중변수를 식(21) 과 같이 결정할 수 있다.

$$\begin{aligned} \Delta l_i &= \sqrt{\frac{I_d}{I_{i-1}}} \Delta l_{i-1} \\ \Delta \lambda_i &= a \frac{\Delta l_i}{\sqrt{\Delta \mathbf{u}_i^T \Delta \mathbf{u}_i}} \end{aligned} \quad (21)$$

여기서  $I_d$ 는 수치경험상의 값으로 이 연구에서는 4로 가정하였다.  $I_{i-1}$ 는 현 구간에서의 반복회수,  $\Delta l_i$ 는 다음 구간에 사용되는 호장의 크기,  $\Delta l_{i-1}$ 은 현 구간에서의 호장의 크기를 나타낸다.  $\Delta \mathbf{u}_i$ 는 각 증분단계에서 고정 외부하중에 대한 변위를 의미하며, a는 하중변수의 부호를 의미하는 것으로 이 연구에서는 LDL<sup>T</sup>법의 D행렬의 값중 (-)값을 가지는 값의 개수를 이용하여 구하였다.

허용 반복회수 내에서 수렴이 되지 않을 경우에는 요구되어진 수렴조건의 허용오차와 마지막 반복단계에서 구해진 수렴오차의 비를 이용하여 호장의 크기를 줄이고 이전의 수렴단계에서 다시 계산한다.

수치경험상으로 수렴오차의 비는 다음의 조건으로 구속하는 것이 바람직하다.

$$0.1 < \frac{\beta}{\beta_d} < 0.5 \quad (22)$$

여기서,  $\beta_d$ 는 마지막 반복단계에서 구해진 수렴오차를,  $\beta$ 는 요구되어진 수렴조건의 허용오차( $1 \times 10^{-5}$ )를 나타낸다. 그림 6에는 가속법이 첨가된 호장법의 흐름도를 나타낸다.

### 3.3 복합 호장법

복합 호장법에서 안정구간과 불안정구간의 제어변수로 사용되어지는 현 강성변수(current stiffness parameter)<sup>2)</sup>는 강성의 크기를 이용하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

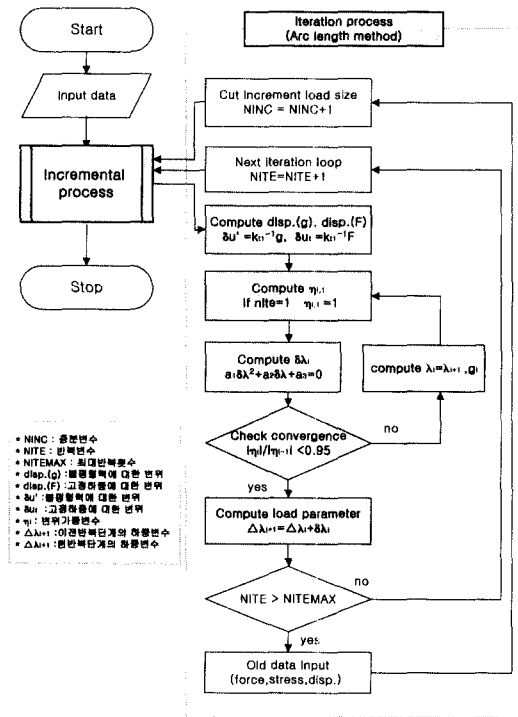


그림 6 가속법이 첨가된 호장법의 흐름도

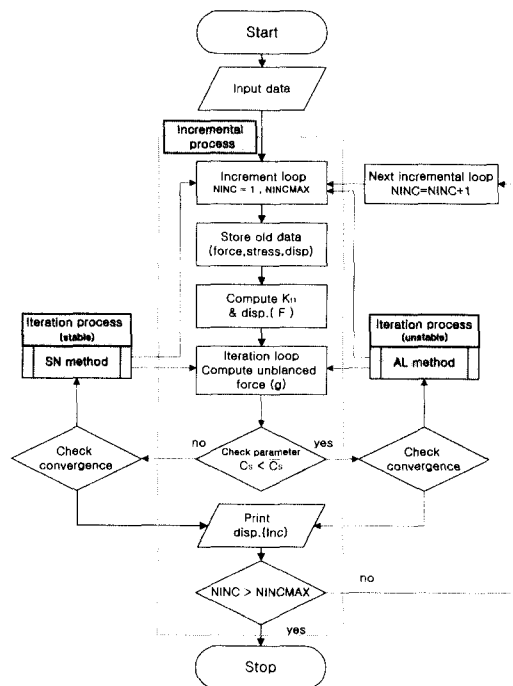


그림 7 복합 호장법의 프로그램 흐름도

$$C_s = \frac{K'}{K_0}$$

$$K' = \frac{\Delta \lambda F^T \Delta u}{\Delta u^T \Delta u}$$

$$K_0 = \frac{F^T \Delta u_i}{\Delta u_i^T \Delta u_i} \quad (23)$$

여기서  $\Delta \lambda F$ 는 증분하중을 의미하고,  $\Delta u$ 는 증분하중에 대한 증분변위를 나타낸다. 'K'는 'K'의 초기값을 의미한다. 현 강성변수를 이용한 판별식은 다음과 같다.

$$C_s < \bar{C}_s \quad (24)$$

현 강성변수는 좌굴하중값에서는 "0"이 되므로, 식(24)에서는 수치 경험적으로 주어지는 판정 변수 값 즉,  $\bar{C}_s$ 를 이 연구에서는 0.5로 설정하였다. 그림 7에 복합호장법의 프로그램 흐름도를 나타낸다. 흐름도에서 알 수 있듯이 복합 호장법은 현 강성변수를 이용하여 안정구간에서는 Secant-Newton법을, 불안정구간에서는 호장법을 자동적으로 판별하여 사용한다.

4. 수치해석의 적용 및 고찰

이 연구에서 제안한 복합 호장법을 이용하여 공간 트러스의 기하학적 비선형 해석을 수행하고, 해석기법의 수치해석적 효율성 비교를 위해 동일한 해석모델에 기존의 호장법을 적용하였다.

4.1 Star형 공간트러스-모델1

그림 8의 Star형 공간 트러스는 대공간 쉘 트러스 해석의 검증용을 위해 많이 사용되는 모델이며, 구조체는

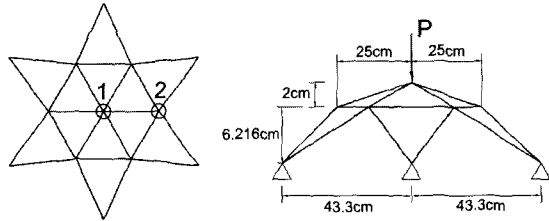


그림 8 모델 1의 기하학적 형상과 하중 조건

표 1 모델 1의 극한하중 비교(단위 : ×60kgf)

	호장법	복합 호장법	Hill & Wang
최대 극한하중	10.68	10.69	10.80
최소 극한하중	-9.36	-9.35	-9.33

13절점 24부재로 구성되어졌으며, 부재 단면적은 0.1(cm), 탄성계수는  $2.034 \times 10^7$ (kgf/cm)이다. 하중은 1번 절점에 집중하중이 작용하며, 고정외부하중은 예상 극한하중의 10%정도로 가정하였다. 최대 증분회수는 100회, 최대 반복회수는 10회로 두었다.

해석결과와 정확성 검증용을 위해 극한하중을 기존의 연구결과<sup>7)</sup>와 비교한 결과 표 1에서 보는 것과 같이 기존의 해석결과와 최대 극한하중은 약 1.11%, 최소 극한하중은 약 0.32% 정도의 미소한 오차를 보여 잘 만족하고 있음을 보여주고 있다.

그림 9는 해석기법에 따른 모델 1의 1번 절점과 2번 절점의 하중-변위 곡선을 나타낸 것으로 두 해석기법에서 거의 동일한 경로를 가지며, 스냅좌굴에 의한 거동형태를 보여주고 있다.

그림 10은 해석의 수렴성의 비교를 위해 해석 기법에 따른 모델 1의 좌굴하중 도달 증분회수와 각 증분구간 내에서의 반복회수를 비교한 것이다. 각 증분구간 내에서의 반복회수에서는 복합 호장법이  $C_s$ 값이 0.5를 지나는 증분구간에서는 반복회수가 증가하지만 다른 증분구간에서는 호장법과 거의 동일한 것으로 나타

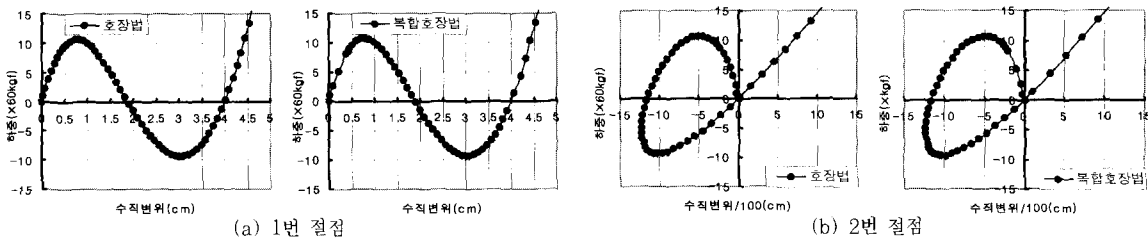


그림 9 모델 1의 하중-변위 곡선

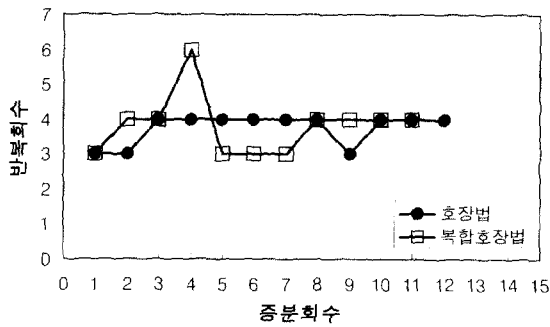


그림 10 좌굴하중 도달 증분회수 및 각 증분 내의 반복회수

났다. 좌굴하중 도달 증분회수에서는 복합 호장법이 안정구간에서의 증분회수를 줄임으로서 호장법보다 적은 증분회수로 좌굴하중에 도달하는 것으로 나타났다.

#### 4.2 126부재 편평 돔 트러스-모델2

그림 11의 편평 돔 트러스는 해석기법의 효율성에 대한 비교를 위해 선정된 모델이다. 모델은 49절점, 126부재로 구성되어 있으며, 부재 단면적이 0.1(cm<sup>2</sup>), 탄성계수가 1×10<sup>3</sup>(kgf/cm<sup>2</sup>)을 가진 부재를 사용한다. 모델의 경계조건은 저면 16개 절점을 이동에 대해 구속하였다. 하중은 예상 좌굴하중의 10%정도를 고정외부하중으로 가정하여 1번 절점에 집중하중을 가하였다. 최대 증분회수와 최대 반복회수는 모델 1과 동일하다.

표 2에서 보여지는 것과 같이 모델 2의 극한하중은 해석결과 상호간에 거의 동일하게 나타났다. 그림 12

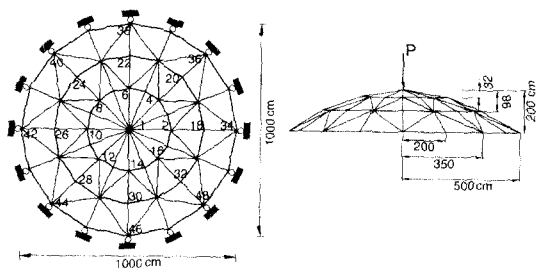


그림 11 모델 2의 기하학적 형상과 하중 조건

표 2 모델 2의 극한하중 비교(단위 : ×4kgf)

	호장법	복합 호장법
최대 극한하중	10.257	10.254
최소 극한하중	-7.682	-7.686

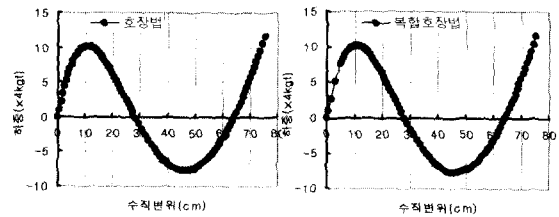


그림 12 모델 2의 하중-변위 곡선(1번 절점)

는 각 해석기법에 의해 구해진 편평 돔 트러스의 하중-변위 곡선을 나타내며, 두 해석기법이 거의 동일한 경로를 가지는 것으로 나타났다.

그림 13은 모델 2의 해석기법에 따른 증분 및 반복회수를 나타낸다. 기존의 호장법은 좌굴하중 도달 증분회수가 17회이고, 복합 호장법은 14회의 증분으로 좌굴하중에 도달하였다. 복합 호장법은 모델 1과 동일하게 안정구간과 불안정구간의 해석기법의 전환이 일어나는 증분구간에서는 기존의 호장법에 비해 반복회수가 증가하였다. 또한 C(변위\*) (126부재 편평돔 트러스=70cm) 도달 증분회수에서도 복합 호장법이 기존의 호장법보다 적은 증분회수로 도달하였다. 표 3은 모델 2의 좌굴하중 도달 계산시간과 C(변위) 도달 계산시간을 나타낸다. 126부재 편평 돔 트러스의 계산시간의 비교는 복합 호장법이 조금 우수하나 너무 미소한 시간차를 보이므로 비교의 의미가 적은 것으로 보여진다.

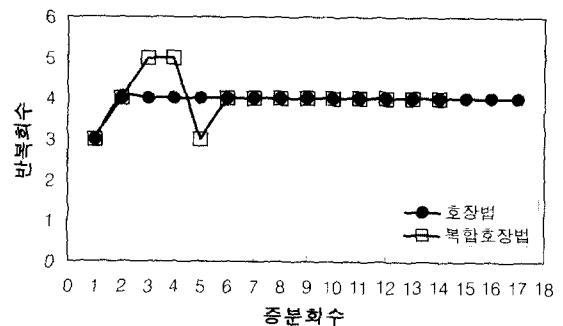


그림 13 좌굴하중 도달 증분회수 및 각 증분 내의 반복회수

표 3 모델 2의 계산시간 비교(단위 : 초)

	호장법	복합호장법
좌굴하중 도달 계산시간	1.30	1.10
C(변위) 도달 계산시간	6.69	6.46

\* 계산시간의 비교를 위해 본 연구에서 정한 변위값이다.

### 4.3 486부재 래티스 돔 트러스-모델3

그림 14의 486부재 래티스 돔 트러스는 187절점, 486부재로 구성되어진 모델로서 부재 단면적은 10(cm), 탄성계수는  $2.1 \times 10^6$ (kgf/cm)이다. 경계조건은 저면의 모든 절점을 이동에 대해 구속하였다. 하중조건은 모델 1과 동일하다.

모델의 극한하중은 호장법일 때 1026.4(kgf)이고, 복합 호장법일 때 1026.3(kgf)로 동일한 것으로 나타났다. 그림 15는 해석기법에 따른 모델 2의 하중-변위 곡선을 나타내며, 두 해석기법이 거의 동일한 경로를 가지는 것으로 나타났다.

그림 16은 모델 3의 좌굴하중 도달 증분회수와 각 증분구간 내에서의 반복회수를 비교한 것으로 모델 2와

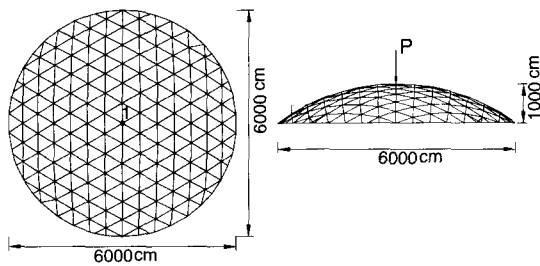


그림 14 모델 3의 기하학적 형상과 하중 조건

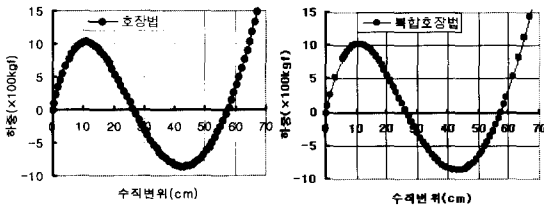


그림 15 모델 3의 하중-변위 곡선(1번 절점)

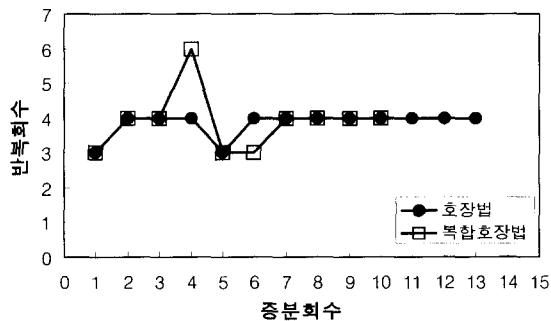


그림 16 좌굴하중 도달 증분회수 및 각 증분내의 반복회수

표 4 모델 3의 계산시간 비교(단위 : 초)

	호장법	복합 호장법
좌굴하중 도달 계산시간	6.00	4.37
C변위 도달 계산시간	30.50	26.67

동일한 경향을 보였으며, 특히 좌굴하중 도달 증분회수 및 C변위(486부재 래티스 돔 트러스=65cm) 도달 증분회수에서는 복합 호장법이 안정구간에서의 증분회수를 현저히 줄임으로서 호장법과의 차가 크게 나타났다.

표 4는 해석기법에 따른 좌굴하중 및 C변위까지의 계산시간을 비교한 것이다. 계산시간에서도 안정구간에서 증분회수를 줄인 복합 호장법이 우수한 것으로 나타났다.

## 5. 결 론

공간 트러스의 기하학적 비선형 해석에 있어서 이 연구에서 제안한 복합 호장법과 기존의 호장법의 해석 결과를 비교, 분석함으로써 다음과 같은 결론을 얻게 되었다.

- (1) 이 연구에서 제안한 복합 호장법의 해석결과가 기존의 연구결과와 일치하는 값을 얻었으므로, 연구의 신뢰성이 입증되었다.
- (2) 복합 호장법이 동일한 모델에서 호장법보다 해석 기법의 전환이 일어나는 증분구간에서는 반복회수가 증가하나, 동일 변위까지의 증분회수 및 좌굴 하중 계산시간은 우수한 것으로 나타났다.
- (3) 공간 트러스의 기하학적 비선형 해석에 있어서 기존의 호장법보다는 복합 호장법이 수치 해석적 효율성이 뛰어난 것을 알 수 있었다.

이 연구에서는 공간 트러스 비선형 해석을 위해 기하학적 비선형성을 고려한 연구를 진행하였으나, 실제 구조물의 정확한 거동예측을 위하여 재료적 비선형성 등을 고려한 연구의 진행이 요구된다.

## 참 고 문 헌

1. Papadrakakis, M., "Inelastic post-buckling analysis of trusses", *Journal of the Structural*



- Division*, Vol.109, No.9, 1983, pp.2129~2147
2. Crisfield, M. A., *Non-linear finite element analysis of solids and structures*, Vol. 1, John Wiley & Sons, 1991, p.345
  3. Crisfield, M. A., "An Arc-length method including line searches and accelerations", *International Journal For Numerical Methods In Engineering*, Vol. 19, 1983, pp.1269~1289
  4. Mattiasson, K., *On the co-rotational finite element formulation for large deformation problems.*, Ph. D. Dissertation, Chalmers University of Technology, 1983
  5. Crisfield, M. A., "Incremental/iterative solution procedures for non-linear structural analysis", *Numerical Method for Nonlinear Problem.*, 1980, pp.261~290
  6. 황일현, "호장법을 이용한 트러스의 비선형 해석", 대한건축학회 논문집, 제12권, 제9호, 1996, pp. 217~224
  7. Hill, C. D., "Post-buckling analysis of steel space trusses", *Journal of Structural Engineering*, Vol. 115, No. 4, 1989, pp.900~919
  8. Kondch, K., "Influence of local buckling on global instability : simplified large deformation Post-buckling analysis of plane trusses", *Computer & Structures*, Vol. 21, No. 4, 1985, pp.613~627