

## 축 방향 하중 전달 부재의 진동제어

최승주\* · 박현철† · 황운봉\*\*

(2001년 1월 11일 접수, 2001년 10월 15일 심사완료)

### Active Vibration Control of a Cylindrical Rod Transmitting Axial Load

Seungju Choi, Hyunchul Park and Woonbong Hwang

**Key Words:** Cylinder(실린더), Active Vibration Control(능동진동제어), Piezoceramic Actuator(압전 작동기) Genetic Algorithm(유전자 알고리즘)

#### Abstract

An active control of the vibration transmitted by longitudinal load in flight control system is investigated numerically. The flight control system is modeled as a finite, thin shell cylinder with constant thickness. A vibration source is generated by exterior monopole source. Distributed piezoelectric actuator is used to control of the vibration. Thin shell theory is used to formulate the numerical models. The amplitude of vibration at discrete location and power transmission are minimized by analytical optimization method. Genetic algorithm is used as numerical optimization method to search optimal actuator position and size which amplitude of vibration is minimized.

#### 1. 서론

일반적으로 항공기 구조에서의 진동, 특히 날개의 진동은 구조물의 동적 안정성 및 동체와 연결된 조종간에 영향을 주어 조종 성능에 영향을 끼칠 수 있으므로 이러한 진동의 제어는 항공기의 성능과도 직결되는 중요한 문제이다. 이러한 항공기 구조에 치명적인 손상을 일으킬 수 있는 여러 동적 불안정성 현상을 사전에 예방하기 위해서는 여러 가지 공학적 절차가 항공기 개발 시 고려되어야 할 것이다.

구조물의 진동에 대한 연구는 1960년대에 Meirovitch, L.<sup>(1)</sup> 등이 진동에 대한 수학적 정식을 확립함으로써 태동하였다. 곧 이어 1970년대는

Ballas, M. J.<sup>(2)</sup> 등이 능동 진동 제어에 대한 가능성을 제시하였고, 막대 구조와 평판 구조, 원통 구조에 대한 진동 연구도 시작되었다. 1980년대는 지능 재료(smart material)의 발전에 힘입어 차츰 능동 진동 제어에 관한 연구가 가시화되기 시작한 때이다. Anderson, E. H. 과 Bailey, T.<sup>(3,4)</sup>는 압전재료(Piezoelectric material)를 이용한 능동진동 제어를 연구하였고, Liang, C와 Rogers<sup>(5)</sup>는 형상기억합금(SMA)을 이용하여 구조물의 강성을 능동적으로 제어하는 기법에 관한 연구를 수행하였다. 마찬가지로 Gu, Y.<sup>(6)</sup>은 평판 진동에 대한 센서로 PVDF(Polyvinylidene fluoride)을 사용하기도 했다. 1980년대에 현실화에 성공한 능동 진동 제어 연구는 1990년대에 이르러 이론을 사례별로 적용하기 시작하였다. Jenkins<sup>(7)</sup>은 공작 기계의 진동을 능동적으로 제어하였고, McDonald, A. M.과 Elliott, S. J.<sup>(8)</sup>은 능동 진동 제어를 자동차에 적용하였다. 최근에 들어서 항공기 진동이 미치는 심각성을 인식한 Silcox, R. J와 Fuller, C, R.<sup>(9)</sup> 등이 PZT, PVDF와 같은 지능 재료를 사용하여 능동

† 책임저자, 회원, 포항공과대학교 기계공학과

E-mail : hcpark@postech.ac.kr

TEL : (054)279-2167 FAX : (054)279-5899

\* 포항공과대학교 대학원 기계공학과

\*\* 회원, 포항공과대학교 기계공학과

진동 제어를 적용하고 있다.

기존의 연구들에서 능동 진동 제어 시스템의 구조는 크게 작동기와 감지기의 물리적 제어 부분과 입력, 참조 신호를 바탕으로 적절한 입력을 작동기에 가하도록 제어하는 전자적인 제어 부분의 두 가지로 나눌 수 있다. 능동 진동 제어가 가장 효율적이기 위해서는 이 두 부분이 최적화되어야 할 것이다. 간단한 문제에서는 물리적 시스템의 배치는 비교적 쉬운 편이나 곡면이 있는 박판 구조(shell structure)의 경우 작동기와 센서의 위치 및 배열에 따라서 결과는 상당히 차이가 난다는 것이 이론적으로 증명되었다.<sup>(10)</sup> 여기서 주목할 것은 배열의 형태가 진동 감소 정도에 중요한 영향을 미치는 반면에 이 배열을 이론적으로 찾는다는 것은 불가능하다는 것이다. 그 이유는 첫째, 최대의 가능한 진동의 감소를 얻기 위한 결정 함수들 변위, 전달 동력 등이 작동기의 위치에 따른 선형함수가 아니라는 것이다. 둘째, 최적의 센서 위치도 작동기의 위치에 의존하기 때문이다. 결과적으로 최적의 위치를 찾기 위한 수치적인 접근이 필요하고, 또한 능동 진동 제어를 적용하기 위해서 가진기(shaker), 형상기억합금(shape memory alloy), 전기유전유체(E-R fluid), 압전세라믹(piezoelectric ceramic) 등을 작동기로서 사용하게 되는 데 이것을 점 위치의 힘(point force)이 아닌 분포 작동기(distributed actuator)로 고려하면 작동기의 최적의 크기도 고려해야만 한다. 압전세라믹은 장치 설정이 용이하고 센서로서 사용할 수 있다는 장점으로 많은 연구가 진행되고 있다. Senik과 Kudriavtsev<sup>(11)</sup>는 박판의 중간면을 따라 극성화 되어있는 압전층에 대한 운동방정식을 공식화했다. Tzou<sup>(12,13)</sup>는 얇은 압전층을 포함하여 적층되어 있는 일반적인 박판구조에 대한 분포 감지 및 제어 이론을 제안하였다. Junji Tani, Jinhao Qiu와 Hidehisa Miura<sup>(14)</sup>는 실린더의 진동을 제어하기 위해 분포 작동기로서 압전 작동기를 이용하여 분포 하중을 가하여 구한 이론적 결과를 실험과 비교하였다. 아직까지 압전 작동기에 대한 연구는 선형적인 경우에 머물러 있으며 동적 시스템과 같은 비선형적인 경우나 평면이 아닌 임의의 형상을 지닌 경우에 대한 연구들은 계속 진행되고 있다.

본 연구에서는 실린더 형태의 박판을 통해 전달되는 진동을 능동적으로 제어하고자 하였고 또



Fig. 1 Model and coordinate system

한 수치적인 접근법의 하나인 유전자 알고리즘을 이용하여 전달되는 진동을 더욱더 줄일 수 있는 분포 작동기의 최적 위치 및 크기를 찾고자 하였다. Flight Control System(FCS)과 전달되어지는 진동을 실린더 및 점원(point source)으로 모델링하였고 작동기는 분포 작동기로서 압전세라믹을 고려하였다. 먼저 실린더의 한쪽 끝에 외력을 가하고 작동기를 실린더의 표면에 부착하여 조종간과 연결되는 다른 쪽 끝에서의 진폭 혹은 전달되어지는 동력의 감소 크기를 구하였다. 다음으로 유전자 알고리즘을 이용하여 작동기의 최적위치 및 진동 감소 크기를 구하고 앞의 결과와 비교하였다.

## 2. 이론

### 2.1 모델링

항공기에 사용되는 비행 조종 시스템(Flight Control System)은 여러 개의 pushrod, bellcrank, bracket 등으로 구성되어 있다. 본 연구에서는 이 중 하나의 pushrod를 제어대상으로 삼아 모델링하였다. joint 부분을 고려하지 않은 단순한 실린더로 Fig. 1과 같이 모델링 하였다. 반지름과 길이, 두께는 각각  $R \times L \times h = 0.016 m \times 1.0422 m \times 0.00185 m$ 이고 재질은 탄소섬유 에폭시 프리프레그로 적층되어진 복합재료이다. 실린더 양 끝 부분은 단순지지(simply supported) 되는 경계조건으로 가정하였다. 해석한 실린더의 물성치들은 실제 비행기에서 사용된 복합재료의 값을 사용하였다. 제어를 하기 위한 진동원으로는 실제 KT-1 개관 시에 수행되어진 항공기 비행 진동 시험에서 측정된 결과를 고려하였고 이것을 실린더의 한 쪽 끝에 점 위치의 힘(point force)으로 모델링하였다. 진동을 제어하기 위한 작동기는 선 중심 형태(line focusing type)의 압전세라믹을 고려하였으며 이것을 실린더의 표면에 부착하였다. 압전세라믹의 물성치들은 Table 1과 같다. 진동원은 비행 조종 시스템에서 bellcrank와 pushrod가 각각

Table 1 Piezoceramic properties

Property	Symbol	Value
Piezoelectric Charge Constants	$d_{31}$	$-260 \times 10^{-12}$ C/N
Piezoelectric Charge Constants	$d_{33}$	$540 \times 10^{-12}$ C/N
Piezoelectric Voltage Constants	$e_{31}$	$-8.7 \times 10^{-3}$ m <sup>2</sup> /C
Relative Dielectric Constants	$\epsilon_{11}^T/\epsilon_0$	3100
Relative Dielectric Constants	$\epsilon_{33}^T/\epsilon_0$	3400
Young's Modulus	$E_{11}$	$5.9 \times 10^{10}$ Pa
Young's Modulus	$E_{33}$	$5.2 \times 10^{10}$ Pa
Young's Modulus	$E_{55}$	$2.1 \times 10^{10}$ Pa

을 이루고 있고 미소 변위로 진동한다고 가정하여 축 방향(longitudinal direction)과 횡 방향(transverse direction)으로 가하였다.

2.2 pushrod의 진동특성

앞의 모델에서 pushrod는 원통 실린더 형태의 셸(circular cylindrical shell)이다. 일반적인 셸의 진동은 Love equation으로 표현되어진다. 원통 형태의 셸의 경우 기본적인 형식(fundamental form)이 식 (1)으로 표현된다.

$$(ds)^2 = (dx)^2 + R^2(d\theta)^2 \tag{1}$$

여기에서 R은 실린더의 반지름이다. 그러므로 Lamé parameter는 각각 1, R이 된다. 그러므로 원통형 셸에 대한 운동방정식은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\frac{\partial N_{xx}}{\partial x} + \frac{1}{R} \frac{\partial N_{\theta x}}{\partial \theta} + q_x = \rho h \frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2} \tag{2}$$

$$\frac{\partial N_{x\theta}}{\partial x} + \frac{1}{R} \frac{\partial N_{\theta\theta}}{\partial \theta} + \frac{Q_{\theta 3}}{R} + q_\theta = \rho h \frac{\partial^2 u_\theta}{\partial t^2} \tag{3}$$

$$\frac{\partial Q_{x3}}{\partial x} + \frac{1}{R} \frac{\partial Q_{\theta 3}}{\partial \theta} - \frac{N_{\theta\theta}}{R} + q_3 = \rho h \frac{\partial^2 u_3}{\partial t^2} \tag{4}$$

$$Q_{x3} = \frac{\partial M_{xx}}{\partial x} + \frac{1}{R} \frac{\partial M_{\theta x}}{\partial \theta} \tag{5}$$

$$Q_{\theta 3} = \frac{\partial M_{x\theta}}{\partial x} + \frac{1}{R} \frac{\partial M_{\theta\theta}}{\partial \theta} \tag{6}$$

2.2.1 모드 확장 방법(Modal Expansion Method)  
원통형 셸에 대한 일반 해(general solution)는 다음과 같은 무한급수로 정의된다.

$$u_i(x, \theta, t) = \sum_{k=1}^{\infty} \eta_k(t) U_{ik}(x, \theta) \tag{7}$$

여기에서  $i=x, \theta, 3$ 이고  $U_{ik}(x, \theta)$ 는 주축 방향의 고유모드,  $\eta_k$ 는 modal participation factor,  $k$ 는 k번째 모드를 의미한다. Love equation은 Love 연산자를 사용하여 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$L_i(u_x, u_\theta, u_3) - \lambda \dot{u}_i - \rho h \ddot{u}_i = -q_i \tag{8}$$

여기에서  $\lambda$ 는 상당 점성감쇠 인자(equivalent viscous damping factor)이다. 식 (8)은 식 (7)을 이용하여 식 (9)로 표현된다.

$$\sum_{k=1}^{\infty} [\eta_k L_i(U_{xk}, U_{\theta k}, U_{3k}) - \lambda \dot{\eta}_k U_{ik} - \rho h \ddot{\eta}_k U_{ik}] = -q_i \tag{9}$$

고유치 문제 해석에서 다음과 같은 결과를 알 수 있다.

$$L_i(U_{xk}, U_{\theta k}, U_{3k}) = -\rho h \omega_k^2 U_{ik} \tag{10}$$

식 (10)를 이용해서 식 (9)를 식 (11)으로 표현할 수 있다.

$$\sum_{k=1}^{\infty} (\rho h \ddot{\eta}_k + \lambda \dot{\eta}_k + \rho h \omega_k^2 \eta_k) U_{ik} = q_i \tag{11}$$

고유모드  $U_{ik}$ 들은 서로 직교성(orthogonality)을 가지고 있다. 그러므로 식 (11)은 다음과 같다.

$$\ddot{\eta}_k + 2\zeta_k \omega_k \dot{\eta}_k + \omega_k^2 \eta_k = F_k(t) \tag{12}$$

$$\zeta_k = \frac{\lambda}{2\rho h \omega_k}$$

여기에서  $\zeta_k$ 는 모드 감쇠 상수이고,  $F_k$ 는 모드 힘(modal force)으로 식 (13)과 같이 표현된다.

$$F_k = -\frac{1}{\rho h N_k} \int_{\theta} \int_x (q_x U_{xk} + q_{\theta} U_{\theta k} + q_3 U_{3k}) R dx d\theta \quad (13)$$

$$N_k = \int_{\theta} \int_x (U_{xk}^2 + U_{\theta k}^2 + U_{3k}^2) R dx d\theta \quad (14)$$

### 2.3 압전 작동기(piezoelectric actuator)

분포된 압전층이 2축으로(bi-axially) 극화(polarized)되어 있다고 가정하자. 압전 작동기층에 3-방향으로 전압  $\phi^a$ 가 가해질 때 순방향 효과에 의하여 발생되어진 전압은 무시된다고 가정하면 역방향 효과에 의하여 생기는 막막 힘(membrane force),  $N^a$ 와 굽힘 모멘트(bending moment),  $M^a$ 는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$N_{xx}^a = \int_{a_1} e_{31} E_3 d\alpha_3 = d_{31} Y_p \phi^a \quad (15)$$

$$N_{\theta\theta}^a = \int_{a_1} e_{32} E_3 d\alpha_3 = d_{32} Y_p \phi^a \quad (16)$$

$$M_{xx}^a = \int_{a_1} e_{31} E_3 \alpha_3 d\alpha_3 = r_{xx}^a d_{31} Y_p \phi^a \quad (17)$$

$$M_{\theta\theta}^a = \int_{a_1} e_{32} E_3 \alpha_3 d\alpha_3 = r_{\theta\theta}^a d_{32} Y_p \phi^a \quad (18)$$

여기에서  $Y_p$ 는 압전 작동기의 탄성계수,  $r_{xx}^a$ 는 유효 모멘트 팔, 즉 중립면에서 압전작동기까지의 거리이다. 진단에 의한 영향을 무시하기로 하면, 위에서 구한 수직력과 모멘트를 적층되어진 셀의 운동방정식에 넣으면 식 (19)와 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{N}_{xx}}{\partial x} + \frac{1}{R} \frac{\partial \tilde{N}_{\theta x}}{\partial \theta} &= \rho h \frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2} \\ \frac{\partial \tilde{N}_{x\theta}}{\partial x} + \frac{1}{R} \frac{\partial \tilde{N}_{\theta\theta}}{\partial \theta} + \frac{1}{R} \frac{\partial \tilde{M}_{x\theta}}{\partial x} &+ \frac{1}{R} \frac{\partial \tilde{M}_{\theta\theta}}{\partial \theta} = \rho h \frac{\partial^2 u_{\theta}}{\partial t^2} \\ \frac{\partial^2 \tilde{M}_{xx}}{\partial x^2} + \frac{2}{R} \frac{\partial^2 \tilde{M}_{\theta x}}{\partial \theta^2} + \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2 \tilde{M}_{\theta\theta}}{\partial \theta^2} &- \frac{\tilde{N}_{\theta\theta}}{R} = \rho h \frac{\partial^2 u_3}{\partial t^2} \end{aligned} \quad (19)$$

여기에서  $\sim$ 항은 역방향의 압전효과로 발생하는 제어효과가 포함된 것이다. 즉, 합력 및 모멘트는 압전으로 발생한 수직력과 모멘트가 추가된 것이다.

$$\tilde{N}_{ij} = N_{ij} - d_{ij} h^a Y_p \phi^a \quad (20)$$

$$\tilde{M}_{ij} = M_{ij} - M_{ij}^a \quad (21)$$

위에서 언급한 대로 뒤틀림에 의한 영향은 무시한다. 즉,  $\tilde{M}_{x\theta} = M_{x\theta}$ ,  $\tilde{N}_{x\theta} = N_{x\theta}$  이다. 또한 압전 작동기층의 재료 성질은 고려하지 않았다.

식 (19)를 모드 확장 방법으로 표현하면 식 (22)와 같이 표현된다.

$$\ddot{\eta}_k + 2\zeta_k \omega_k \dot{\eta}_k + \omega_k^2 \eta_k = \hat{F}_k \quad (22)$$

$$\hat{F}_k = \frac{1}{\rho h N_k} \int_{\theta} \int_x \left( \sum_{i=1}^3 L_i^c(\phi^a) U_{ik} \right) R dx d\theta \quad (23)$$

여기에서  $L_i^c(\phi^a)$ 는 역방향 압전 효과를 나타낸 Love operator이다.

### 2.4 Pushrod의 진동 제어

구조물의 능동 제어(active control)를 할 때 먼저 제어 대상으로 고려할 목적함수를 정해야 한다. 본 연구의 목적은 꼬리 날개에서 발생한 진동이 FCS를 통해서 조종간에 전달된 진동을 감소시키는 것이다. 조종간과 연결되어져 있는 pushrod의 한 쪽 끝의 변위와 그 끝을 통하여 전달되는 동력의 2종류를 목적함수로 설정하였다.

#### 2.4.1 변위의 능동 제어

먼저 변위의 능동 제어를 고려해보자. 2.2장에서 기술한 바와 같이 pushrod의 변위는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$u_i(x, \theta, t) = \sum_{k=1}^N \eta_k(t) U_{ik}(x, \theta) \quad (24)$$

이것을 다시 벡터의 내적으로 표현하면 다음과 같다.

$$u_i(x, \theta, t) = \mathbf{A}^T(t) \mathbf{U}(x, \theta) \quad (25)$$

$$\mathbf{A}^T(t) = [\eta_1(t) \eta_2(t) \dots \eta_N(t)]$$

$$\mathbf{U}^T(x, \theta) = [U_1(x, \theta) U_2(x, \theta) \dots U_N(x, \theta)]$$

pushrod에서 임의의 위치, 즉  $x = x^*$ ,  $\theta = \theta^*$ 에

서 구해지는 축 방향(axial)의 변위는 외력에 의한 변위와 작동기에 의한 변위의 합으로 표현된다. 이 합의 크기는 식 (26)으로 표현할 수 있다.

$$u_x(x^*, \theta^*) = u_{xp}(x^*, \theta^*) + u_{xa}(x^*, \theta^*) \quad (26)$$

외력에 의한 구조 모드의 크기의 벡터를  $A_p$ , 모드 연성 지수를  $B$ , 구조 모드와 연성되어진 압전 작동기에 의한 작동힘을  $f_s$ 라하고 식 (26)에 대입하고 정리하면 아래의 식으로 표현된다.

$$A^* = A_p + Bf_s \quad (27)$$

$$\begin{aligned} |u_x(x^*, \theta^*)|^2 \\ = f_s^H B^H B f_s + f_s^H B^H A_p + A_p^H B f_s + A_p^H A_p \end{aligned} \quad (28)$$

식 (28)을 목적 함수(cost function)로 사용하면 이 식은  $f_s$ 의 2차 함수이고 행렬  $B^H B$ 가 positive definite이기 때문에 Least mean square(LMS) 알고리즘의 사용이 가능하다.<sup>(16)</sup> 이 함수의 최소화, 즉 최적 입력 값은 식 (29)와 같고, 이 때 목적 함수의 값은 식 (30)이 된다.

$$f_{so} = -[B^H B]^{-1} B^H A_p \quad (29)$$

$$|u_x|_{\min}^2 = A_p^H [I - B[B^H B]^{-1} B^H] A_p \quad (30)$$

#### 2.4.2 전달 동력의 능동 제어

진동 동력(vibratory power)은 구조물을 통하여 전달되는 에너지를 정확하게 나타낼 수 있으며 동력의 감소는 구조물 전체의 진동 수준을 감소시켜 준다. 전달되는 힘이나 속도의 크기를 감소함으로써 전달되어지는 동력을 감소시킬 수 있다. 진동 동력 전달은 세 가지 형태의 파동에 의하여 생긴다.<sup>(17)</sup> 즉,

$$P_s = P_f + P_e + P_t \quad (31)$$

여기에서 아래 첨자는 각각 flexure, extension, torsion의 셀 운동을 나타낸다.  $P_f$ 의 양은 실린더의 rotation뿐만 아니라 radial flexure도 포함한다.

그러므로,

$$P_f = \frac{1}{T} \int_0^T \int_0^{2\pi} \left[ M_x \frac{\partial \theta_x}{\partial t} + Q_x \frac{\partial u_3}{\partial t} \right] R d\theta dt$$

$$P_e = \frac{1}{T} \int_0^T \int_0^{2\pi} \left[ N_x \frac{\partial u_x}{\partial t} \right] R d\theta dt \quad (32)$$

$$P_t = \frac{1}{T} \int_0^T \int_0^{2\pi} \left[ N_{x\theta} \frac{\partial u_\theta}{\partial t} \right] R d\theta dt$$

여기에서  $T$ 는 진동의 주기,  $\theta_x$ 는  $\theta$ 축으로 실린더 부분의 각 회전(angular rotation)양이다. 식 (31)에 식 (32)을 대입하면,

$$\begin{aligned} P_s = \frac{1}{T} \int_0^T \int_0^{2\pi} \left[ M_x \frac{\partial \theta_x}{\partial t} + Q_x \frac{\partial u_3}{\partial t} \right. \\ \left. + N_x \frac{\partial u_x}{\partial t} + N_{x\theta} \frac{\partial u_\theta}{\partial t} \right] R d\theta dt \end{aligned} \quad (33)$$

식 (33)에서 각 항의 실수 부분만 고려하고 시간 평균을 내면 식 (34)로 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} P_s = \frac{R}{2} \int_0^{2\pi} \left[ M_x \frac{\partial \theta_x}{\partial t} + Q_x \frac{\partial u_3}{\partial t} \right. \\ \left. + N_x \frac{\partial u_x}{\partial t} + N_{x\theta} \frac{\partial u_\theta}{\partial t} \right] d\theta \end{aligned} \quad (34)$$

여기에서 굽힘 모멘트 및 박막힘, 전단힘은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\bar{M}_x = D \left( -\frac{\partial^2 u_3}{\partial x^2} + \frac{\mu}{R^2} \left( \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} - \frac{\partial^2 u_3}{\partial \theta^2} \right) \right) \quad (35)$$

$$\bar{Q}_x = D \left( -\frac{\partial^3 u_3}{\partial x^3} - \frac{1}{R^2} \frac{\partial^3 u_3}{\partial x \partial \theta^2} + \frac{(1+\mu)}{2R^2} \frac{\partial^2 u_3}{\partial x \partial \theta} \right) \quad (36)$$

$$\bar{N}_x = K \left( \frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\mu}{R} \left( \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + u_3 \right) \right) \quad (37)$$

$$\bar{N}_{x\theta} = \frac{K(1-\mu)}{2} \left( \frac{\partial u_\theta}{\partial x} + \frac{1}{R} \frac{\partial u_x}{\partial \theta} \right) \quad (38)$$

식 (35),(36),(37),(38)를 식 (34)에 대입하여 정리하면 임의의 위치  $x$ 에서 실린더 단면을 통하여 전달되는 동력은 식 (39)와 같이 표현할 수 있다.

$$P_{xs} = \frac{R}{2} \int_0^{2\pi} [A F_c^2 + B F_c + C] d\theta \quad (39)$$

여기에서  $A, B, C$ 는 각각 식 (35),(36),(37),(38)을 계산하여 구할 수 있으며  $F_c$ 는 제어 입력이다. 식 (39)의 값을 최소화하는 최적의 제어 입력을 구하면 식 (40)과 같다.<sup>(10)</sup>

$$F_c^{opt} = \frac{\int_0^{2\pi} B d\theta}{2 \int_0^{2\pi} A d\theta} \quad (40)$$

### 2.5 유전자 알고리즘

#### 2.5.1 설계변수 및 평가함수의 정의

작동기의 최적 위치 및 작동기의 크기를 찾아서 최소화된 변위 및 전달 동력을 구하는 것이 목적이므로 작동기의 적용 위치인  $x, \theta$ 와 호의 각도와 길이인  $\beta, L_a$ 를 변수로 하였다. 이 변수들을 이용하여 적합도를 평가하는 함수(cost function)로는 식 (30)를 이용하였다.

#### 2.5.2 개체생성 및 평가

최적화 변수의 개수,  $N_{par}$ 는 4가 된다. 초기의 개체는 개체생성 개수를 정의하고 생성시켰다. 생성된 개체들은 자연 선택의 과정을 거친다. 즉 적합도 함수(cost function)에 의해 평가되는 개체들 중 교배에 적합한 것과 그렇지 않은 것으로 분류되고 적합한 것은 교배의 과정을 거치게 된다.

#### 2.5.3 교배 및 재생산

교배할 배우자를 찾는 것은 앞의 과정에 의해 적합한 것으로 평가된 염색체들을 좋은 것부터 나열한 뒤 난수를 생성하여 찾도록 하였다. 교배 방법은 부모의 염색체 일부분을 교환하는 방식(crossover method)을 선택하였고 교환위치는 무작위로 선택하게 하였다. 즉, 식 (41)와 같이 부모세대 염색체가 있을 경우 식 (42)을 이용하여 무작위 위치  $l$ 을 만든다.

$$parent_1 = [p_{m1}, p_{m2}, \dots, p_{ml}, \dots, p_{mN_{par}}] \\ parent_2 = [p_{d1}, p_{d2}, \dots, p_{dl}, \dots, p_{dN_{par}}] \quad (41)$$

$$l = roundup(random \times N_{par}) \quad (42)$$

생성된  $l$ 에 의해서 염색체 중 하나가 선택되어 지고 새로운 부분은 식 (43)를 이용하여 만들어진다.

$$P_{new1} = p_{ml} - \xi[p_{ml} - p_{dl}] \\ P_{new2} = p_{ml} + \xi[p_{ml} - p_{dl}] \quad (43)$$

여기에서  $\xi$ 는 0과 1사이의 임의의 수이다. 이제 마지막으로 이 새로운 부분을 이용하여 자손세대가 식 (44)와 같이 만들어진다.

$$offspring_1 = [p_{m1}, p_{m2}, \dots, p_{new1}, \dots, p_{dN_{par}}] \\ offspring_2 = [p_{d1}, p_{d2}, \dots, p_{new2}, \dots, p_{mN_{par}}] \quad (44)$$

여기서 우성적인 부모의 기질(traits)을 담은 2개의 자손을 만들고 그 부모도 다음 세대에 살아 남는다. 그러므로 부모의 기질과 유사할수록 다음세대의 자손들도 계속 살아 남게 된다.

#### 2.5.4 돌연변이

먼저 일정한 유전율을 설정하고 앞에서 재생산된 전체 개체들을 탐색하는 과정에서 0과 1사이의 난수를 발생시켜 개체들 중 앞의 유전율에 속하면 돌연변이 시키는 방법으로 생성시켰다.

## 3. 결과 및 고찰

단순 지지된 실린더형태 셀의 구조모드 형상 함수는 다음과 같다.

$$\psi_{xmn}(x, \theta) = \cos \frac{m\pi x}{L} \cos n(\theta - \phi) \\ \psi_{\theta mn}(x, \theta) = \sin \frac{m\pi x}{L} \sin n(\theta - \phi) \\ \psi_{3mn}(x, \theta) = \sin \frac{m\pi x}{L} \cos n(\theta - \phi) \quad (45)$$

여기에서  $m, n$ 은 판의 모드 수를 의미한다. 실린더의 고유진동수를 구하기 위해서는 식 (2)~(6)을 이용해 특성방정식을 구하고 해를 구함으로써 가능하다. 다음은 실린더의 고유진동수이다.

$$\omega_{1mn}^2 = -\frac{2}{3} \sqrt{a_1^2 - 3a_2} \cos \frac{\alpha}{3} - \frac{a_1}{3} \quad (46)$$

$$\omega_{2mn}^2 = -\frac{2}{3} \sqrt{a_1^2 - 3a_2} \cos \frac{\alpha + 2\pi}{3} - \frac{a_1}{3} \quad (47)$$

$$\omega_{3mn}^2 = -\frac{2}{3} \sqrt{a_1^2 - 3a_2} \cos \frac{\alpha + 4\pi}{3} - \frac{a_1}{3} \quad (48)$$

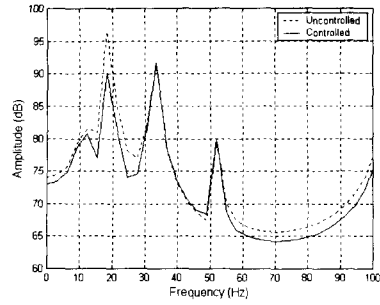
$$\alpha = \cos^{-1} \left( \frac{27a_3 + 2a_1^3 - 9a_1a_2}{2\sqrt{(a_1^2 - 3a_2)^3}} \right)$$

여기에서  $a_1, a_2, a_3$ 는 재료의 Young's modulus, poisson ratio, 밀도 등과  $m, n$ 의 조합으로 이루어진 값들이다.<sup>(19)</sup> 즉 모든  $m, n$ 의 조합으로 세 개의 진동수를 얻을 수 있으며, 이중 가장 작은 것은 횡진동(transverse vibration)이 두드러진 모드와 관계해 있으며 나머지 두 개는 길이방향과 원주방향의 모드와 관계가 있다.

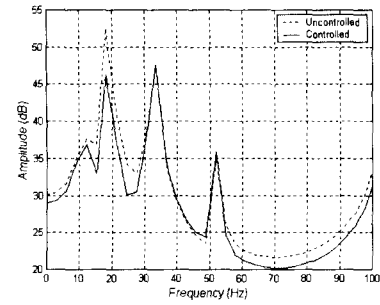
시스템을 가진 시키는 외력은 국방과학연구소에서 실제 비행시험을 통해 측정된 결과를 참조하여 그와 유사하게 15~20 Hz, 33 Hz, 51 Hz 등의 주파수 대역에 대하여 pushrod의 한 쪽 끝에 ( $x=0, \theta=0$ ) sine 파의 형태인 점 위치의 힘(point force)을 적용하였으며 축 방향(axial direction)으로 들어가는 경우와 횡 방향(transverse direction)으로 들어가는 경우를 고려하였다. 본 연구에서 변위 및 전달 동력의 진동 제어에서 작동기의 위치는 임의의 위치로 pushrod의 중간 지점에 부착하여 LMS 알고리즘을 이용하여 제어를 하였으며, 수치적인 접근 방법인 유전자 알고리즘을 이용하여 최적의 제어 위치 및 크기를 구하였다.

3.1 변위의 능동 제어

FCS에서 조종간에서 사람의 손이 느끼는 진동을 감소시키는 것이 목적이므로 감지기를 pushrod의 끝( $x=L, \theta=0$ )인 지점에 설정하고 실린더의 표면에 작동기를 부착하여 진동에 의한 변위의 크기를 감소시킨 결과는 Fig. 2와 같다. 작동기는 임의의 위치로 실린더의 중간 지점, 위 반쪽을 감싸도록 위치( $x_a=L/2, \theta_a=-\pi/2$ )시켰고, 작동기의 크기는  $L_s=0.1 m, \beta=\pi$ 로 하였다. 제어를 하지 않은 경우 측정되는 주요 진동수는 15~20 Hz, 33 Hz, 51 Hz 등이다. 이 중, 15~20 Hz의 주파수 대역을 주 제어 대상으로 하였다. Fig. 2(a)는 축 방향으로 외력을 가할 때의 주파수 영역에서의 결과로 점선은 제어하지 않을



(a) Axial disturbance



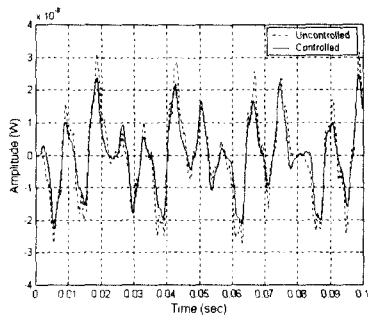
(b) Transverse disturbance

Fig. 2 Minimization of displacement

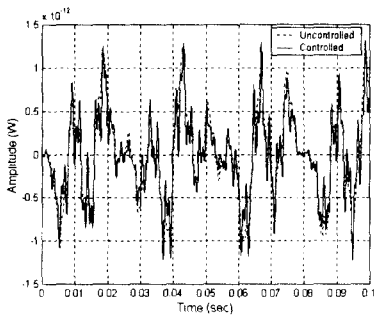
때, 실선은 작동기를 사용하여 제어하였을 경우이다. 15~20 Hz에서 약 7 dB가 감소함을 알 수 있다. 33 Hz, 51 Hz 등의 다른 주파수 대역에서는 매우 작은 양의 변화가 측정되었다. Fig. 2(b)는 횡 방향으로 외력을 적용시켰을 때의 결과이다. 축 방향의 경우와 유사한 진동의 감소가 발생하였다.

3.2 전달 동력의 능동 제어

변위를 제어 할 때와 같은 위치에 작동기를 위치하고 감지기의 위치에서 전달되는 동력의 제어 결과는 Fig. 3과 같다. Fig. 3(a)는 축 방향으로 외력이 가해질 때의 감지기 위치에서 전달되는 동력으로 점선은 제어하지 않을 때, 실선은 작동기를 사용해 제어한 경우이다. 제어를 하지 않을 경우 앞의 결과와 같이 15~20 Hz와 관계되어진 주파수대역을 통해 큰 동력이 전달되어진다. 횡 방향으로 외력을 적용시켰을 때의 결과는 Fig. 3(b)와 같다. 전달되는 동력은 앞에서 언급한 바와 같이 flexural, extensional, torsional의 세 가지의 파동이 동력을 전달하게 된다. 이 중 가장 지배



(a) Axial disturbance



(b) Transverse disturbance

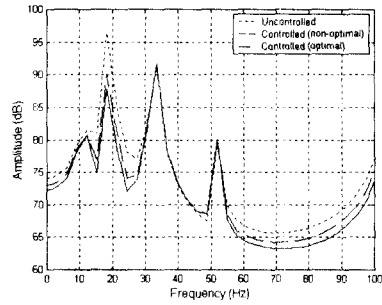
Fig. 3 Minimization of power transmission

적인 역할을 하는 것이 extensional wave에 의한 것이며 torsional은 무시할 수 있을 정도이다. 이유는 식 (34)에서의 축 방향 힘인  $N_z$ 의 값이 상대적으로 크기 때문에 횡 방향의 변위나 속도가 크게 발생한다 하더라도 extensional wave에 의한 전달 동력이 크게 발생한다. 그러므로 Fig. 3 (a)와 Fig. 3 (b)의 결과가 다름을 알 수 있다. 축 방향으로 외력을 가하는 경우가 횡 방향으로 외력을 가하는 경우보다 extensional wave가 다른 파동보다 큰 값을 가지게 되는데, 제어를 통하여 그 양이 줄어들기 때문에 조금 더 진동이 크게 감소한다.

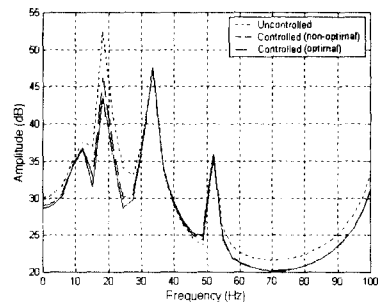
### 3.3 유전자 알고리즘을 이용한 능동 제어

유전자 알고리즘으로 구한 작동기의 최적의 위치 및 크기에서의 변위의 감소결과는 Fig. 4와 같다.

작동기 위치 및 크기( $x, \theta, \beta, L_a$ )는 축 방향 일 경우일 때는 (0.2029,  $-28^\circ$ ,  $232.4^\circ$ , 0.1276)이



(a) Axial disturbance



(b) Transverse disturbance

Fig. 4 Minimization of displacement using G.A

며 횡 방향일 경우일 때는 (0.221,  $25^\circ$ ,  $83^\circ$ , 0.185)이다. 3.1 절에서 구한 결과와 비교하여 변위가 2~3dB 더 감소하였음을 알 수 있다.

## 4. 결론

압전작동기와 유전자 알고리즘을 사용하여 항공기의 Flight Control System의 pushrod를 모델링한 실린더의 진동을 제어한 결과 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

(1) 곡면을 가진 압전작동기를 해석하여 실린더를 통해 전달되는 진동을 줄일 수 있는 방안을 제시하였다.

(2) 축 방향의 하중이나 횡 방향의 하중으로 가진되어도 실린더에서는 flexural, longitudinal, 및 torsional 진동이 강하게 연성이 되어 있기 때문에 비슷한 결과를 얻을 수 있지만 횡 방향 하중의 제어가 좀 더 나은 결과를 얻을 수 있었다.

(3) 작동기의 위치 및 크기가 비선형적인 함수로 영향을 미치기 때문에 최적의 작동기 위치를



구하는 수치적 방법으로 유전자 알고리즘을 사용하여 전달되는 진동의 크기를 더욱 더 줄일 수 있음을 확인하였다.

### 후 기

본 연구는 국방과학기술연구소(ADD)의 위탁 연구과제에 의해 연구비 지원을 받아 수행되었으며, 이에 감사 드립니다.

### 참고문헌

- (1) Meirovitch, L., 1967, *Analytical Methods in Vibration*, Macmilan, Tronto, Canada.
- (2) Ballas, M. J., 1978, "Feedback Control of Flexible Structures," *Institute of Electrical and Electronic Engineers Transactions on Automatic Control*, AC-23, pp. 673~679.
- (3) Anderson, E. H., 1989, "Piezoelectric Induced Strain Actuation of One- and Two-Dimensional Structures," S. M. Thesis, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, Massachusetts.
- (4) Bailey, M. J. and Hubbard, J., 1985, "Distributed Piezoelectric Polymer Active Vibration Control of a Cantilevered Beam," *American Institute of Aeronautics Journal of Guidance and Control*, 8(5), pp. 605~610.
- (5) Liang, C. and Rogers, C. A., 1989, "Behavior of Shape Memory Alloy Actuators Embedded in Composites," *Proceedings of the 1989 International Composites Conference*, Beijing, China.
- (6) Gu, Y., Clark, R. L. and Fuller, C. R., 1994, "Experiments on Active Control of Plate Vibration Using Piezoelectric Actuators and Polyvinylidene Fluoride (PVDF) Modal Sensors," *American Society of Mechanical Engineers Journal of Vibration and Acoustics*, 116, pp. 303~308.
- (7) Jenkins, M. D., Nelson, P. A., Elliot, S. J., 1991, "Active Isolation of Periodic Machinery Vibration from Resonant Structures," *Environmental Engineering*, 4(3), pp. 6~11.
- (8) McDonald, A. M., Elliott, S. J. and Stokes, M. A., 1991, "Active Noise and Vibration Control Within the Automobile," *Proceedings of the International Symposium on Active Control of Sound and Vibration, Acoustical Society of Japan*, Tokyo, pp. 147~156.
- (9) Silicox, R. J., Fuller, C. R. and Lester, H. C., 1990, "Mechanisms of Active Control of Cylindrical Cavities Fuselage Structures," *American Institute of Aeronautics and Astronautics Journal*, 28(8), pp. 1397~1404.
- (10) X. Pan and C. H. Hansen, 1997, "Active Control of Vibration Transmission in a Cylindrical Shell," *Journal of Sound and Vibration*, 203(3), pp. 409~434.
- (11) Senik, N. A. and Kudriavtsev, B. A., 1980, "Equations on the Theory of Piezoceramics Shells," *Mechanics of a solid deformable body and related analytical problems*, Moscow, Izd. mosk. Inst. Chim. Mashinostroeniia, U.S.S.R.
- (12) Tzou, H. S., 1988, "Integrated Sensing and Adaptive Vibration Suppression of Distributed Systems," *Recent Development in Control of Nonlinear and Distributed Parameter Systems*, ASME-DSC-Vol.(10), pp. 51~58.
- (13) Tzou, H. S., 1991, "Distributed Modal Identification and Vibration Control of Continua: Theory and Applications," *ASME journal of Dynamic Systems, Measurements, and Control*, 113(3), pp. 494~499.
- (14) Junji Tani, Jinhao Qiu and Hidehisa Miura., 1995, "Vibration Control of a Cylindrical Shell Using Piezoelectric Actuators," *Journal of Intelligent Material System and Structures*, Vol. 6, pp. 380~388
- (15) Morgan, D. R. and Sanford, C., 1992, "A Control Theory Approach to the Stability and Transient Analysis of the Filtered x LMS Adaptive Notch Filter," *Institute of Electrical and Electronics Engineers Transactions on Signal Processing*, 40(9), pp. 2341~2346.
- (16) Nelson, P. A. and Elliott, S. J., 1992, *Active Control of Sound*, Academic Press, London.
- (17) C. R. Fuller, 1981, "The Effect of Wall Discontinuities on the Propagation of Flexural Waves in Cylindrical Shells," *Journal of Sound and Vibration*, 75, pp. 207~228.

- (18) Goldberg, D. E., 1989, *Genetic Algorithm in Search, Optimization, and Machine Learning*, Addison-Wesley.
- (19) Werner, S., 1981, *Vibrations of Shells and Plates*, M. Dekker.
- (20) Kim, M.H., Kang, Y.K., Hwang, W. and Park, H.C., 1996 "Multi-Modal Vibration Control of Laminated Composite Plates Using Piezo-ceramic Sensors/Actuators," *Transactions of KSME*, Vol. 20, No. 10, pp. 3173~3185.