대한수학교육학회지<학교수학>제3권 제2호
Journal of the Korea Society of Educational Studies in Mathematics
School Mathematics, Vol.3, No.2, 475~499 September 2001

수학교육학 용어 해설 (9)

김 연 식(전서울대학교) · 우 정 호(서울대학교)
박 영 배(인천교육대학교) · 박 교 식(인천교육대학교)

가설적 인지 구조/hypothetical cognitive structure

가설적 인지 구조는 솔로(SOLO) 분류법에서 개인이 어떤 환경에 반응하는 수준을 결정하는데 있어서 나타나는 두 가지 현상 중의 하나로, 과제의 반응에서 학습자에 의해 다루어진 정교화의 정도와 해결의 실마리를 포함한 추상화의 정도에 의해 특징지어지는 감각운동적 단계(출생직후), 영상적 단계(2세부터), 구체적-기호적 단계(6-7세부터), 형식적 단계(15-16세부터), 후형식적 단계(약 22세 전후)의 다섯 단계의 사고 양식으로 이루어진다. 각 단계는 지적 기능이 관련되는 한 그 단계의 발달 과제를 갖는다는 의미에서 피아제(Jean Piaget)의 인지 발달 단계와 거의 동일하다. 그러나 솔로 분류는 학생들이 서로 다른 상황에서 수행하는 방법이 반드시 인지 발달 단계의 유형을 함의하는 것은 아니고, 그들의 나이와 반드시 관련되어 있음을 함의하는 것도 아니기 때문에 피아제의 단계와 완전한 동형을 이루는 것은 아니다.

(참고) 류성림(2000). SOLO 분류법과 van Hiele의 기하학습 수준 이론의 관련성에 대한 고찰. 수학교육 39(2). 151-166. 한국수학교육학회.

개념 지도/concept map

개념 지도는 어떤 개념을 이해하기 위해 요구되는 개념이 무엇인지를 보여주는 스키마로, 스켐프(Richard R. Skemp)가 지식 구조의 위계적 성질을 나타내기 위해 사용한 용어이다. 스켐프에 의하면 개념 지도는 교수 순서의 계획과 학습자의 진단에 도움이 된다.

(참고) [1] Skemp, R. R. (1996). 김판수 · 박성택(역). 초등수학교육. 서울: 교우사. (원작은 1989에 출판). [2] Skemp, R. R. (1997). 황우형(역). 수학학습심리학. 서울: 민음사. (원작은 1987년에 출판).

[3] 우정호(2000). 수학 학습-지도 원리와 방법. 서울대학교출판부.

개폐연속체/open-closed continuum

개폐연속체는 디엔에스(Zoltan Paul Dienes)가 수학 개념 구성의 사이클을 설명하기 위해 제시한 것이다. 디엔에스에 의하면 심리역학 메커니즘의 3단계를 통해 일단 개념이 구성되면, 구성된 그 개념이 정착되는 시기가 온다. 그리고 나서 내성적 활동에 의한 분석・검토와 문제해결에 적용하는 과정을 통해 개념에 더 정통하게 된다. 이와 같은 상태가 되면, 구성된 개념은 더 높은 수준의 새로운 개념 구성을 위한 자료 즉, 놀이의 대상이 되고 있는 것으로, 다음 수준의 개념 구성 사이클이 시작된 것이다. 심리역학 메커니즘 3단계를 거쳐 일단 구성된 개념은 닫힌 상태이지만, 내성적 분석과 적용의 과정에서 열린 상태로 변해 더 높은 수준에서 새로운 개념 구성이 이루어지는 것이다. 이 교대 과정이 끝없이 계속되는 바, 디엔에스는 이와 같은 개념 구성 사이클을 개폐연속체라 부르고 있는 것이다. 개폐연속체에서 닫힌 상태로부터 열린 상태로 옮겨지기 위해서는 내적인 모순이나 갈등 의식이 요구된다. ⇒ 심리역학

(참고) [1] 우정호(2000). 수학 학습-지도 원리와 방법. 서울대학교 출판부. [2] 김응태・박한식・우정호(2001). 수학교육학개론. (제 2증보). 서울대학교 출판부.

경험적 추상화/abstraction empirique(프)/empirical abstrac

피아제는 추상화를 크게 경험적 추상화와 반영적 추상화로 구분하고 있다. 경험적 추상화는 일단의 지각할 수 있는 대상으로부터 단지 그 공통 성질을 이끌어내는 것이다. 그런데 이러한 경험적 추상화는 반영적 추상화에 의해 구성된 동화 구조인 논리・수학적 스킴을 통해서만 가능하다. 즉, 반영적 추상화에 의해 구성된 논리・수학적 조작이 경험적 추상화에서의 동화 도구로 작용한다. ⇒ 스킴, 조작, 반영적 추상화, 의사경험적 추상화

(참고) [1] 우정호(2000). 수학 학습-지도 원리와 방법. 서울대학교출판부. [2] 김응태・박한식・우정호(2001). 수학교육학개론 (제2증보). 서울대학교출판부.

관계적 이해/relational understanding

관계적 이해는 스켐프(Richard R. Skemp)가 제시한 네 가지 이해 중의 하나이다. 이 용어는 본래 올센(Stieg Mellin-Olsen)이 제시한 것이다. 올센은 이해를 관계적 이해와 도구

적 이해로 구분했는데, 스켐프가 이것을 받아들여 발전시킨 것이다. 관계적 이해란 무엇을 해야 할지 그리고 왜 그런지를 모두 아는 능력으로, 흔히 '이해한다'고 할 때의 그 이해를 의미한다. 스켐프는 관계적 이해를 일반적인 수학적 관계에서 특수한 공식이나 과정을 연역하는 능력으로 요약하고 있기도 하며, 또 관계적 학습의 목표인 관계적 스키마를 구성하는 것으로 설명하고 있기도 하다. 한편, 스켐프는 나중에 바이어스(V. Byers)와 허스코빅스(N. Herscovics)의 형식적 이해를 보완·발전시킨 논리적 이해와 기호적 이해를 제시함으로써, 기호를 모두 4가지로 구분하였다. ⇒ 도구적 이해, 논리적 이해, 기호적 이해

(참고) [1] Skemp, R. R. (1996). 김판수·박성택(역). 초등수학교육. 서울: 교우사. (원작은 1989에 출판). [2] Skemp, R. R. (1997). 황우형(역), 수학학습심리학. 서울: 민음사. (원작은 1987년에 출판) [3] 우정호(2000). 수학 학습-지도 원리와 방법. 서울대학교 출판부. [4] 김응태·박한식·우정호 (2001). 수학교육학개론 (제 2증보). 서울대학교 출판부.

교수학적 변환/transposition didactique(프)/didactic transpo

쉐바야르(Y. Chevallard)는 교육적 의도에 의해 학문적 지식을 가르칠 지식으로 변환하는 것을 교수학적 변환이라고 불렀다. 학문적 지식을 도구로서 사용하는 행위에 사회적 의미를 부여하기 위해 그 지식을 정당화하거나 정당성을 주장할 필요가 없다. 그러나 가르칠 지식은 사회적 승인과 정당화를 요구한다. 수학 지식의 교수학적 변환의 주체는 교과서 저자와 교사이다. 그런데 우리 나라의 경우 수학과 교육과정 개발자 역시 교수학적 변환의 주체일 수밖에 없다. 수학과 교육과정 역시 교육적 의도에 의해 변형된 것이기 때문이다. 이러한 교수학적 변환은 암묵적인 교수학적 계약에 따라 학생들을 고려해야 한다는 점에서 불가피한 것이지만, 많은 문제점을 포함할 수 있다. 교과서는 지식의 교수학적 변환의 구체적인 모습을 알 수 있는 전형적인 자료로서, 그것은 학생들의 사고와 실제적인 상황을 고려한 의사개인화와 의사문맥화의 결과로 나타난 것이다. 교수학적 변환론(didactic transposition theory)은 이 교수학적 변환을 전문적으로 연구하는 분야이다.

(참고) [1] 강완(1991). 수학적 지식의 교수학적 변환. 수학교육 30(3). 71-89. [2] 우정호(2000). 수학 학습-지도 원리와 방법. 서울대학교 출판부.

구성의 원리/constructivity principle

구성의 원리는 디엔에스(Zoltan Paul Dienes)가 제시한 네 가지 수학 교수·학습 원리의

하나로, 새로운 개념은 이미 알고 있는 개념으로부터 개인적인 차원에서 먼저 구성되도록 해야 하며, 그 논리적 관계는 구성 후에 분석되어야 한다는 원리이다. 디엔에스에 의하면, 아동들은 논리적으로 사고할 수 있기 오래 전에 구성적으로 사고할 수 있다. 분석적 사고는 구성을 전제로 하며, 12세 전까지는 분석적 사고를 거의 할 수 없다. 따라서 분석적 사고보다 구성적 이해에 이를 수 있도록 학습 상황을 조직하는 것이 바람직하다. 이 원리를 구성성의 원리라고 하기도 한다. ⇒ 역동적 원리, 지각적 다양성의 원리, 수학적 다양성의 원리

(참고) [1] 우정호(2000). 수학 학습-지도 원리와 방법. 서울대학교 출판부. [2] 김응태 · 박한식 · 우정호(2001). 수학교육학개론. (제 2증보). 서울대학교 출판부.

구성주의/constructivism

오늘날 구성주의는 지식의 형이상학적 실재론을 부정하고, 모든 지식을 인식 주체가 적응 과정에서 능동적으로 구성한 구성물로, 그리고 구성의 수단은 본유적인 것이거나 구성의 산물로 보는 이론으로 간주되고 있다. '구성주의'라는 용어가 누구에 의해 처음으로 사용되었고, 또 어떻게 정립되어 왔는지는 분명하지 않다. 대체로 1960년대와 70년대에 걸쳐 행동주의로부터 여러 가지 형태의 구조주의와 인지주의로의 철학적 전환 과정에서 생겨난 인지론의 한 형태가 구성주의로 알려지게 되었다. 구성주의가 수학교육 분야에서 본격적인 논의의 대상이 된 것은 1980년대 후반으로 보인다. 구성주의에서는 언어의 의미를 경험에 따른 주관적 구성의 산물로 간주하며, 의사소통은 언어 의미의 거듭된 수정을 통해 가능해 진다고 본다. 구성주의에서는 모든 지식이 개인의 주관적인 구성 과정에 의해 끊임없이 재구성되어 가는 불완전한 산물이다. 또한, 지식이 외부로부터 교육적 전달에 의해 학습자에게 전달될 수 있다는 전통적 관념을 단호히 거부하고 학습자에 의한 수학적 지식의 자주적 구성을 요구한다. 구성주의는 '구성'의 의미를 어떻게 해석하느냐에 따라 급진적 구성주의, 조작적 구성주의, 인류학적 구성주의, 사회적 구성주의로 구분될 수 있다. ⇒ 급진적 구성주의, 사회적 구성주의, 인류학적 구성주의, 조작적 구성주의

(참고) [1] Noddings, N. (1990). Constructivism in Mathematics Education. JRME monograph 4. pp.7-18. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics. [2] 박영배(1996). 수학 교수 · 학습의 구성주의적 전개에 관한 연구. 서울대학교 박사학위논문. [3] 우정호(2000). 수학 학습-지도 원리와 방법. 서울대학교 출판부.

군성체(群性體)/groupment(프)

피아제(Jean Piaget)에 의하면 각 구체적 조작은 인접된 다른 구체적 조작(즉, 인접 조작)과 합성할 수 있다. 세 개의 인접조작 사이에 결합이 가능하다. 구체적 조작은 가역적이므로, 그 역이 되는 구체적 조작(즉, 역조작)이 존재한다. 이제 이 성질을 기호를 사용하여 표현할 수 있다. T를 구체적 조작의 집합이라고 하고 x, y를 서로 인접 조작이라고 할 때 조작 x를 수행한 후에 조작 y를 수행하는 구체적 조작 x+y가 존재한다. 세 개의 인접 조작 x, y, z에 대하여 $(x+y)+z = x+(y+z)$이다. 임의의 구체적 조작 x에 대하여 역조작 $-x$가 존재한다.(가역성) 합성 조작 $x+(-x)=0$이다. 0은 출발점으로 되돌아오는 항등 조작으로 볼 수 있다. 또, 어떤 구체적 조작 x를 수행한 후 다시 x를 수행한 합성 조작의 결과는 x를 한번 수행한 결과와 같다. 즉, $x+x=x$이다. 이 체계는 외형적인 관점에서 볼 때 대수적 체계인 군(group)과 부분적으로 유사하지만, 전체적으로는 유사하지 않다. 그래서 피아제는 이 체계를 군은 아니지만, 부분적으로 군의 공리를 만족하는 집합체라는 의미에서 군성체라고 하고 있다. 즉, 군성체는 구체적 조작 단계(7-11세)를 특징적으로 나타내고 있다. ⇒ 조작, INRC 군, 속

(참고) 김응태 · 박한식 · 우정호(2001). 수학교육학개론. (제 2증보). 서울대학교 출판부.

균형 이론/equilibrium theory

균형 이론은 개인의 인지 발달을 개인의 스킴과 환경 사이의 불균형과 균형의 반복 과정으로 설명하는 피아제(Jean Piaget)의 이론을 의미한다. 피아제에 의하면 개인에게는 환경과의 균형을 이룩하여 스킴의 무모순성을 달성하려는 기본적인 욕구가 있다. 인간은 타고난 스킴을 바탕으로 조직 · 적응 기능을 통해 환경과 상호 작용을 하면서 더 유연하고 포괄적인 스킴을 재구성함으로써 더 나은 균형을 추구하여 간다. 조직과 적응이라는 지능의 두 불변적 기능은 상호 작용의 내적 · 외적인 측면으로 서로 분리될 수 없이 결합되어 있다. 조직 기능은 발달의 연속성을 보증한다. 한편 적응 기능은 조절과 동화의 상보적인 두 측면으로 나누어진다. 동화는 기존의 어떤 스킴을 고수하면서 가능한 한 넓은 범위의 상황을 그것에 종속시키려고 하는 것이고, 조절은 자신의 스킴을 충분히 음미하고 문제를 해결하기 위해 그 스킴을 조정 · 분화하는 기능이다. 동화와 조절에 의해 문제가 해결되면 그러한 유형의 문제에 대하여 일시적인 균형이 달성된다. 피아제에 따르면 인간의 지능 발달은 상대적으로 안정된 균형 상태를 나타내는 정해진 몇 단계를 통과한다. 이와 같이 외부 환경에의 적응 과정에서 계속해서 일어나는 인지적 불균형화와 동화 · 조절에 의한 새로운 균형화가 반복되는 스킴의 끊임없는 재구성 과정이 바로 인지 발달이고 또한 학습이다. ⇒ 스킴

(참고) [1] 우정호(2000). 수학 학습-지도 원리와 방법. 서울대학교 출판부. [2] 김응태 · 박한식 · 우정호(2001). 수학교육학개론. (제 2증보). 서울대학교 출판부.

급진적 구성주의/radical constructivism

급진적 구성주의는 글라저스펠드(Ernst von Glasersfeld)가 합리적인 앎(knowing)의 모델로서 제시한 이론이다. 급진적 구성주의는 지식이 어떻게 정의되든 간에 사람의 머리 속에 있으며, 또 사고의 주체가 자신의 고유한 경험에 기반을 두고 지식을 구성할 수밖에 없다는 가정에서 출발한다. 급진적 구성주의에서는 인식 주체에 의한 지식의 구성을 주장하는데 그치지 않고, 개인의 주관과 독립된 객관적인 보편적 지식의 존재를 거부하고 지식의 의미를 적응을 위한 도구로서의 상대적인 적합성 · 실용성 및 그에 따른 도태와 생장의 원리에서 찾는다. 급진적 구성주의는 이성 중심의 합리주의 사상, 과학의 권위와 가치, 확실성과 보편성, 정초주의를 부정하고 상대성과 다원성, 불확실성, 문화적 · 사회적 · 개인적 다양성을 중시한다. ⇒ 구성주의, 사회적 구성주의, 인류학적 구성주의, 조작적 구성주의

(참고) [1] 박영배(1996). 수학 교수 · 학습의 구성주의적 전개에 관한 연구. 서울대학교 박사학위논문. [2] 유연주 · 임재훈(1997). 급진적 · 사회적 구성주의와 포스트모더니즘. 대한수학교육학회논문집 7(2). 359-380. [3] Glasersfeld, Ernst von(1999). 급진적 구성주의: 앎과 학습의 길. (김판수 외 6명 역). 서울: 원미사. (원작은 1995년 출판) [4] 우정호(2000). 수학 학습-지도 원리와 방법. 서울대학교 출판부.

기호적 이해/symbolic understanding

기호적 이해는 스켐프(Richard R. Skemp)가 제시한 네 가지 이해 중의 하나로 시간적으로 가장 나중에 제시한 것이다. 스켐프는 바이어스(V. Byers)와 허스코빅스(N. Herscovics)가 제시한 형식적 이해를 논리적 이해로 보완 · 발전시켰는데, 후에 그 형식적 이해를 재분석하여, 수학적 기호 체계와 표기를 적절한 수학적 아이디어와 관련시키는 능력을 정교화시킨 기호적 이해를 제시하였다. 즉, 스켐프는 기호적 이해를 기호 체계와 개념 구조 즉, 스키마 사이의 상호 동화 능력으로 정의하고 있다. 이렇게 보면 결국 기호적 이해는 도구적 이해, 관계적 이해, 그리고 논리적 이해가 아닌 또 다른 이해 현상을 설명하기 위해 제시한 것임을 알 수 있다. 한편, 여기서 기호 체계는 기호적 이해에 수반되는 스키마로, 개념의 집합에 대응되는 기호의 집합이며, 개념들 사이의 관계에 대응하는 기호들 사이의 관계도 포함한다. ⇒ 관계적 이해, 도구적 이해, 논리적 이해, 스키마

(참고) [1] Skemp, R. R. (1997). 황우형(역), 수학학습심리학. 서울: 민음사. (원작은 1987년에 출판)
[2] 우정호(2000). 수학 학습-지도 원리와 방법. 서울대학교 출판부.

논리 · 수학적 경험/logico-mathematical experience

피아제에 의하면 논리 수학적 경험은 행동으로부터의 추상화를 수반한다. 이를테면 사과를 어떤 모양으로 늘어놓고 어떤 순서로 세어보아도 같은 수가 된다는 것을 발견했을 때 논리·수학적 경험을 한 것이다. 이와 같이 대상 자체와는 무관하게 주체의 활동과 결과에 대한 경험이 논리·수학적 경험이다. 피아제에 의하면 모든 논리·수학적 개념은 주체 자신에 의해서 구성된 것으로, 내면화되어 조작으로 변환될 수 있는 행동만을 포함하고 있으며, 일반적으로 조정된 객관적이고 필연적인 행동 결과와 관련되어 있다. 그 행동 결과는 너무나도 객관적이기 때문에 주체는 행동을 수행하면서 단지 결과를 확인하는데 그쳐, 그것이 자기가 수행한 행동의 결과임을 의식하지 않는다. 논리·수학적 경험은 내성이 결여되어 있어 주체는 그것이 대상에 부여한 자신의 행동임을 알지 못하고 마치 대상의 물리적 성질을 경험한 것처럼 느낀다.

(참고) 우정호(2000). 수학 학습-지도 원리와 방법. 서울대학교출판부.

논리적 이해/logical understanding

논리적 이해는 스켐프(Richard R. Skemp)가 제시한 네 가지 이해 중의 하나로서, 도구적 이해와 관계적 이해만으로 설명할 수 없는 이해의 현상을 새로 구분하기 위해 제시한 것이다. 이것은 바이어스(V. Byers)와 허스코빅스(N. Herscovics)가 제시한 형식적 이해를 바탕으로 한다. 그들에 의하면, 형식적 이해는 수학적 기호 체계와 표기를 적절한 수학적 아이디어와 관련시키고, 이 아이디어를 논리적 추론의 연결 고리에 결합시키는 능력이다. 스켐프는 이 중에서 수학적 아이디어를 논리적 추론의 연결 고리에 결합시키는 능력을 정교화하여, 주어진 가정 그리고 공리나 정리와 같이 이미 참이라고 확인된 수학 지식을 적절히 선택하여 논리적 필요에 따라 추론 고리를 기술하는 것을 보여줄 수 있는 능력을 논리적 이해로 정의하고 있다. 관계적 이해를 할 수 있다고 해도 논리적 추론 과정을 기술해 나갈 때 연속되는 명제 사이에서 함의의 관계에 관련된 이해를 하지 못할 수 있는데, 스켐프에 의하면 그것은 바로 논리적 이해의 부족에 기인하는 것이다. 논리적 이해에 수반되는 스키마는 바로 논리적 스키마이다. ⇒ 관계적 이해, 도구적 이해, 기호적 이해

(참고) [1] Skemp, R. R. (1997). 황우형(역), 수학학습심리학. 서울: 민음사. (원작은 1987년에 출판) [2] 우정호(2000). 수학 학습-지도 원리와 방법. 서울대학교 출판부.

도구적 이해/instrumental understanding

도구적 이해는 스켐프(Richard R. Skemp)가 제시한 네 가지 이해 중의 하나이다. 이 용어는 본래 올센(Stieg Mellin-Olsen)이 제시한 것이다. 올센은 이해를 관계적 이해와 도구적 이해로 구분했는데, 스켐프가 이것을 받아들여 확산시킨 것이다. 스켐프는 도구적 이해를 공식이 왜 그렇게 되는지 알지 못한 채 문제해결에 적당히 기억된 공식을 적용하는 능력으로 요약하고 있다. 도구적 이해는 관계적 이해에 비해 상대적으로 용이하고 그 보상이 즉각적이고 분명하게 나타난다. ⇒ 관계적 이해, 논리적 이해, 기호적 이해

(참고) [1] Skemp, R. R. (1996). 김판수·박성택(역). 초등수학교육. 서울: 교우사. (원작은 1989에 출판). [2] Skemp, R. R. (1997). 황우형(역), 수학학습심리학. 서울: 민음사. (원작은 1987년에 출판) [3] 우정호(2000). 수학 학습-지도 원리와 방법. 서울대학교 출판부. [3] 김응태·박한식·우정호(2001). 수학교육학개론 (제 2증보). 서울대학교 출판부.

디엔에스의 6단계 수학 개념 교수·학습 과정

디엔에스(Zoltan Paul Dienes)는 수학 개념이 놀이를 통한 구성적 활동에 의해 형성된다고 보고, 이를 위한 6단계의 교수·학습 과정을 제시하고 있다. 1단계는 수학적 구조가 내재된 자료를 자유롭게 다루는 자유놀이 단계이다. 2단계는 일정한 규칙을 가진 놀이가 이루어지는 규칙 놀이 또는 게임의 단계이다. 3단계는 다양한 동형인 규칙 놀이를 하며 공통성을 파악하는 공통성 탐구의 단계이다. 4단계는 추상된 수학적 구조의 비형식적인 표현 단계이다. 5단계는 비형식적인 표현을 기호로 나타내는 기호화 단계이다. 6단계는 기본적인 성질로부터 체계화를 시도하는 형식화 단계이다.

(참고) [1] 우정호(2000). 수학 학습-지도 원리와 방법. 서울대학교 출판부. [2] 김응태·박한식·우정호(2001). 수학교육학개론 (제 2증보). 서울대학교 출판부.

문자 선택의 자유성/freedom of choice property

문자 선택의 자유성은 주어진 대상(referent)을 지칭하기 위해서 거의 아무거나 임의로 문자를 선택할 수 있음을 의미한다. 이것은 와그너(Sigrid Wagner 1983)가 수학에서 사용되는 문자와 일상 언어에서 사용되는 단어와의 차이점을 설명하는 과정에서, 한계 결정의

자유성(freedom of delimitation property)과 함께 제시한 것이다. 문자가 갖는 선택의 자유성은 수학적 언어에 유연성(flexibility)을 부여한다. 학생들이 선택의 자유성을 내면화하는 데는 오랜 시간이 걸리는 것으로 보인다. 우정호(1998)에 의하면, 학생들이 수학에서 문자 선택의 자유성을 인식할 수 있도록 특별한 지도가 요망된다. 같은 것을 다른 문자를 사용하여 나타낼 수 있다는 것을 알고 있는 학생들도 흔히 서로 다른 문자는 서로 다른 것을 나타내어야 한다고 믿는 경향이 있어, a=b는 거짓이라고 생각하게 된다. ⇒ 한계 결정의 자유성

(참고) [1] 김남희(1995). 수학에서 나타나는 문자의 성질과 그 다양한 의미. 대한수학교육학회 논문집 5(1). 187-201. [2] 우정호(1998). 학교수학의 교육적 기초. 서울대학교출판부. [3] Wagner, S. (1983). What are these things called variables? Mathematics Teachers 76(7). 474-479.

물리적 경험/physical experience

피아제에 의하면 물리적 경험은 대상으로부터의 추상화를 수반하는 것이다. 이를테면 큰 사과는 작은 사과보다 무겁다는 것을 발견했을 때 물리적 경험을 한 것이다. 이 성질은 주체가 작용하기 전에도 사과가 갖고 있던 성질로 주체가 그 성질을 단지 경험한 것에 불과하다. 그러나 이때 동화의 도구로서 논리·수학적 스킴이 작동한다. 이와 같이 물리적 경험으로부터의 무게 추상은 경험적 추상화에 의한 것으로, 일반화가 수반된다. ⇒ 논리·수학적 경험, 심리적 경험

(참고) 우정호(2000). 수학 학습-지도 원리와 방법. 서울대학교출판부.

보존/conservation

보존은 피아제(Jean Piaget)가 제시한 것으로, 아동들이 어떤 양의 측도가 물리적인 변화(이동, 분할, 변형 등)에도 불구하고 불변으로 있음을 인지하는 것을 의미한다. 그리고 이때, 양이 보존된다 또는 아동들이 보존 개념을 가지고 있다고 한다. 피아제에 의하면, 수학적 개념의 이해에는 보존 개념 형성이 전제된다. 그는 여러 가지 양의 보존 개념에 대해 연구·조사하고 있는데, 이에 의하면 집합수는 6.5-7세, 길이와 넓이는 7-8세, 무게는 9-12세, 부피는 11-12세에 보존된다.

(참고) 김응태·박한식·우정호(2001). 수학교육학개론 (제 2증보). 서울대학교 출판부.

분석적 채점법/analytic scoring

분석적 채점법은 과제가 포함하고 있는 주요 요소 각각에 대해 점수를 할당하는 방법이다. 분석적 채점법에서는 문제해결의 여러 요소를 동시에 고려하게 해 주며, 특정 영역에 대한 학생들의 강점 · 약점이 명확하게 파악된다. 따라서 효율적인 교수 · 학습을 위한 구체적인 정보를 줄 수 있다. 또, 교사는 평가를 통해 학생들에게 문제해결과 관련된 핵심적 요소에 대해 피드백을 주고 싶거나 별도의 지도 시간을 요하는 문제해결의 특정한 부분을 확인하고 싶을 때 유용하다. 그러나 평가하는데 상당한 시간이 소요되며, 학생들에게 단일한 점수를 부여할 수 없다. ⇒ 총체적 분석법

(참고) 유현주 · 정영옥 · 류순선(2000). 초등학교 5학년 수행평가 과제 개발에 관한 연구. 학교수학 2(1). 203-241. 대한수학교육학회.

비례 문제/proportion problems

비례 관계를 포함하는 문제를 간단히 비례 문제(proportion problems)라고 할 수 있다. 라몬(Susan J. Lamon 1993)은 비례 문제를 4가지 유형으로 구분하고 있다. 첫 번째는 '부분과 부분 또는 부분과 전체 비교하기 유형(part-part-whole)'으로, 여기서는 전체 집합의 부분 집합을 그 여집합 또는 전체 집합 그 자체와 비교한다. 이를테면 "선생님이 학급의 학생들을 5명씩의 조로 나누었다. 각 조에는 3명씩의 여학생이 있다. 학급의 학생들이 모두 25명일 때, 남학생과 여학생은 각각 몇 명씩인가?"가 이 유형에 속한다. 두 번째는 '두 집합 관련시키기 유형(associated sets)'으로, 여기서는 일상적으로는 서로 관련이 없는 두 양을 관련시킨다. 이를테면 "3명의 학생이 2000원으로 3개의 풍선을 샀다. 24개의 풍선을 사려면 얼마를 지불해야 하는가?"가 이 유형에 속한다. 세 번째는 '잘 알려진 내포량 이용하기 유형(well-known measures)'으로, 여기서는 잘 알려진 내포량을 이용한다. 이를테면 "156마일을 운전하는데 휘발유 6갤런을 사용했다. 21갤런으로 561마일을 운전할 수 있는가?"가 이 유형에 속한다. 네 번째 유형은 '비율에 따라 늘이거나 줄이기 유형(growth: stretching and shrinking situations)'으로, 여기서는 서로 관련성을 가진 두 개의 양이 있어, 한 양을 다른 한 양에 대한 비율에 따라 늘이거나 줄인다. 이를테면 "가로, 세로가 각각 8인치, 6인치인 사진을 가로가 12인치가 되게 확대하려고 한다. 그러면 세로는 몇 인치가 되는가?"가 이 유형에 속한다.

(참고) [1] Lamon, Susan J. (1993). Ratio and Proportion: Connecting Content and Children's

Thinking. Journal for Research in Mathematics Education 24 (Jan. 1993): 41-61. [2] Langrall, Cyntia W. & Swafford, Jane (2000). Three Balloons for Two dollars: Developing Proportional Reasoning. Mathematics Teaching in the Middle School 6(4) (Dec. 2000): 254-261.

사회적 구성주의/social constructivism

사회적 구성주의는 어니스트(Paul Ernest)가 전개한 구성주의로 수학적 지식의 사회적 성격을 강조하고 수학적 지식의 객관성을 사회적 공유성으로 파악한다. 사회적 구성주의에서는 언어가 사고와 의미의 발달, 지식의 형성에 결정적 역할을 한다고 본 비고츠키(Lev S. Vygotsky, 1896-1934)의 주장을 수용하면서, 수학적 지식의 바탕을 사회적·문화적 규약으로서의 언어로 보는 규약주의의 관점을 취하고 있다. 또, 수학의 발견을 추측과 증명 및 반박의 논리에 의한 사회적 구성 과정으로 본 라카토스(Imre Lakatos, 1922-1974)의 준경험적인 오류주의 수학관을 바탕으로 하고 있다. ⇒ 구성주의, 급진적 구성주의, 인류학적 구성주의, 조작적 구성주의

(참고) [1] 박영배(1996). 수학 교수·학습의 구성주의적 전개에 관한 연구. 서울대학교 박사학위논문. [2] 유연주·임재훈(1997). 급진적·사회적 구성주의와 포스트모더니즘. 대한수학교육학회논문집 7(2). 359-380. [3] 임재훈·홍진곤(1998). 조작적 구성주의와 사회적 구성주의에서의 구성의 의미와 과정. 대한수학교육학회논문집 8(1). 299-312. [4] 우정호(2000). 수학 학습-지도 원리와 방법. 서울대학교 출판부.

소음/noise

소음은 스켐프(Richard R. Skemp)가 특정한 의사소통과 관계가 없는 자료를 의미하기 위해 사용한 용어이다. 스켐프에 의하면, 어느 상황에서의 소음은 다른 상황에서의 소음이 아닐 수도 있다. 소음이 클수록 개념을 형성하는 것이 더 어렵지만, 어느 정도의 소음은 개념 형성에 필요하다. 초기 단계에서 저소음은 바람직하다. 세밀한 부분에서는 어느 정도 방해가 되지만, 개념을 명확히 구체화할 수 있다. 개념이 강하게 형성되면 소음도 증가하게 된다.

(참고) Skemp, R. R. (1997). 황우형(역). 수학학습심리학. 서울: 민음사. (원작은 1987년에 출판).

속(束)/lattice

속은 피아제(Jean Piaget)가 형식적 조작 단계의 특징을 설명하기 위해 INRC군과 함께

사용한 용어이다. 특히 피아제는 형식적 조작 단계의 사고 과정에서 나타나는 가설적 명제의 체계를 설명하기 위해 대수적 체계인 속(lattice)을 차용했다. 피아제에 의하면, 한 가지 원인 B가 원인이 되는 어떤 현상 A의 발생 여부를 조사할 때, 형식적 조작 단계의 아동들은 p·q(B가 있을 때 A가 일어나는 경우), p·~q(B가 없을 때 A가 일어나는 경우), ~p·q(B가 있을 때 A가 일어나지 않는 경우), ~p·~q(B가 없을 때 A가 일어나지 않는 경우), 그리고 이것을 바탕으로 한 가설적 명제까지 모두 16개($_4C_0+_4C_1+_4C_2+_4C_3+_4C_4=16$)의 가설적 명제를 고려하여 p와 q가 독립인지 아닌지를 밝혀낼 수 있다. 이때 이 16개의 가설적 명제의 집합에 반순서 관계가 정의될 수 있다. 또, 임의의 두 가설적 명제에 대해 최대하한(glb)과 최소상한(lub)이 존재하므로, 이 16개의 가설적 명제의 체계는 속을 이룬다. 그래서 결국 속이 형식적 조작 단계의 특징을 나타낸다고 할 수 있다. ⇒ 군성체, INRC군, 조작

(참고) 김응태·박한식·우정호(2001). 수학교육학개론 (제 2증보). 서울대학교 출판부.

수학적 다양성의 원리/mathematical variability principle

수학적 다양성의 원리는 디엔에스(Zoltan Paul Dienes)가 제시한 네 가지 수학 교수·학습 원리의 하나로서, 일반적인 수학적 개념을 이루는 불변인 특성이 드러나게 하기 위해서 비본질적인 모든 특성을 변화시켜야 한다는 원리이다. 즉, 수학적 개념을 제시할 때 변화시킬 수 있는 것과 변화시킬 수 없는 것 중에서 변화시킬 수 있는 것은 가능한 한 변화된 것을 제시하여야 한다는 것이다. 이것은 수학적 개념의 충실한 일반화를 위한 전략이다. ⇒ 역동적 원리, 지각적 다양성의 원리, 구성의 원리

(참고) [1] 우정호(2000). 수학 학습-지도 원리와 방법. 서울대학교 출판부. [2] 김응태·박한식·우정호(2001). 수학교육학개론 (제 2증보). 서울대학교 출판부.

수학 학습 장애/mathematical learning disability(MLD)

김수미(2000)는 수학 학습 장애에 대해 수학에서 낮은 성취도를 보이고, 정상 또는 그 이상의 지적 능력을 가지고 있고, 신경학적, 발달심리적, 정서적, 언어적 또는 메타인지적 측면에서 하나 이상의 결점을 가지고 있지만, 인지적 결점이 상황제한적 또는 상황독립적인 측면을 모두 가지고 있으면 수학 학습 장애가 있는 것으로 진단하는 통합적 접근 방식을 제안하고 있다. 김수미는 이 통합적 접근 방식이 수학 학습 장애를 신경학적 결함으로만 해석하려는 전통적 관점에 대한 발달심리학자들의 비판을 수용한 것으로, 오늘날 파행적인 교

육 체계에서 희생되고 소외되어 온 학생 계층을 포용하기 위한 한 가지 방안이 될 수 있다고 보고 있다.

(참고) 김수미(2000). Integrative Approach of Mathematical Learning Disability. 수학교육학연구 10(1). 11-34. 대한수학교육학회.

스켐프의 수학 학습의 원리

스켐프(Richard R. Skemp)는 수학 개념의 학습을 위해 다음의 두 가지 학습 원리를 제시하였다: (1) 사람들이 이미 가진 개념보다 더 높은 차원의 개념은 정의에 의하여 서로 의사소통할 수 없으며, 그들이 경험한 적절한 예를 함께 모아 놓음으로써 가능하다. (2) 수학에서 이와 같은 예들은 대부분 다른 개념이기 때문에, 학습자의 마음속에 이러한 개념들이 형성되어 있는지 확실하게 해야 한다. 이 둘째 원리에 따르면, 연속적으로 추상되는 구조를 만들어 가는 과정에서 어떤 특정 단계를 이해하지 못했다면, 그 이후의 추상화 과정은 위태롭게 된다. 또, 추상의 새로운 단계에서는 매번 선행하는 개념들이 사용 가능해야 한다.

(참고) Skemp, R. R. (1997). 황우형(역). 수학학습심리학. 서울: 민음사. (원작은 1987년에 출판).

스키마/schéma(프)/schema

스키마는 본래 의학 용어로 사용되던 것을 바아트렛(F. Bartlett)이 심리학에 도입한 것이다. 비록 스켐프(Richard R. Skemp)가 심리학적인 관점에서 스키마에 대해 자세히 논의하고는 있으나, 그 의미는 사실상 피아제(Jean Piaget)의 스킴(schème)과 거의 같다. 스켐프는 스키마를 인간의 기억 속에서 개념들이 결합적 또는 개념적으로 연결되어 저장된 개념 구조(conceptual structures)로 설명하고 있다. 즉, 스켐프에게 있어 개념 구조와 스키마는 동의어이다. 스키마와 지식 구조(knowledge structures) 역시 동의어이다. 스키마는 지식을 쌓아가고 이해가 가능하도록 하는데 사용된다. 어떤 것을 이해한다는 것은 그것을 적당한 스키마에 동화시키는 것이다. 스키마는 지휘 체계인 델타2가 물리적 세계에 있는 사건들을 예측하게 하고, 이것을 통제하기 위한 광범위하고 다양한 행동 계획을 창안하는 풍부한 출처를 제공한다. 또, 광범위하고 다양한 방법으로 다른 사람들과 협동하도록 우리를 도와주는데 사용된다. 그리고 스키마 자체가 성장하는 요인으로서 사용되기도 한다. 스켐프는 스키마가 본질적으로 델타2에 의해 건조(建造)와 검증의 두 과정으로 이루어진다고 보고 있다. 그에 의하면 건조 양식에는 경험, 의사소통, 창조성이 있으며 검증 양식에는 실험, 토의, 내

적 일관성이 있다. ⇒ 스킴, 지휘체계

(참고) [1] Skemp, R. R. (1996). 김판수·박성택(역). 초등수학교육. 서울: 교우사. (원작은 1989에 출판). [2] Skemp, R. R. (1997). 황우형(역), 수학학습심리학. 서울: 민음사. (원작은 1987년에 출판) [2] 우정호(2000). 수학 학습-지도 원리와 방법. 서울대학교 출판부. [3] 김응태·박한식·우정호(2001). 수학교육학개론 (제 2증보). 서울대학교 출판부.

스키마 학습 이론/schematic learning theory

스키마 학습 이론은 스키마, 동화, 조절이란 개념에 근거하여 전개된 스켐프(Richard R. Skemp)의 학습 이론으로 적절한 스키마를 구성·사용하게 하는 방식의 학습 이론이다. 스켐프에 따르면, 스키마 학습은 당장의 학습을 더욱 효과적으로 할 수 있게 해주며, 장래의 학습을 위해서도 필요한 적응력 있는 정신적 도구를 준비해 준다. 스키마 학습에서 중요한 것은 적절한 예비 스킴이 존재하는가 어떤가 하는 학습 준비성과 자료를 어떻게 배열할 것인가 하는 자료 제시이다. 그런데 어떤 과제가 독립된 것이라면 스키마 학습은 시간이 더 오래 걸릴 수도 있다. 또, 스키마 학습의 영향력이 매우 크다는 것이 단점이 될 수도 있다. 즉, 스키마의 자기 영속성 때문에 스키마의 재구성이 쉽지 않다. ⇒ 스키마

(참고) [1] Skemp, R. R. (1996). 김판수·박성택(역). 초등수학교육. 서울: 교우사. (원작은 1989에 출판). [2] Skemp, R. R. (1997). 황우형(역). 수학학습심리학. 서울: 민음사. (원작은 1987년에 출판). [3] 우정호(2000). 수학 학습-지도 원리와 방법. 서울대학교출판부. [4] 김응태·박한식·우정호(2001). 수학교육학개론 (제 2증보). 서울대학교출판부.

스킴/schème(프)

피아제(Jean Piaget)는 행동과 조작을 반복 가능하게 하고 일반화할 수 있는 인지 구조를 스킴이라 하고 있다. 즉, 스킴은 인간의 모든 행동과 조작을 가능하게 하는 인지적 작인이다. 스킴은 고정적인 것이 아니며 가동적이다. 고립적으로 존재하는 것이 아니라 인지 구조 전체에서 서로 관련되고 통합되어 있으며, 일반화와 분화가 가능하다. 또, 경제적인 성격을 가지고 있어서 인지적인 소모를 가능한 한 경감시키려고 한다. 인간은 기본적인 행동 스킴을 가지고 태어난다. 이 스킴이 환경에의 계속적인 적응을 통해 일반화되거나 분화되고 다른 스킴과 조정되면서 더 가동적이고 일반적인 구조로 재구성된다. 특히, 일련의 행동 스킴은 상호 조정되어 반영적 추상화에 의해 조작적 스킴으로 재구성된다. 환경에의 적응 상황에서 끊임없이 일어나는 인지적 균형의 파괴와 동화·조절에 의한 새로운 균형화가 반복되

는 스킴의 재구성과정이 인지 발달이자 학습이다. 한편, 피아제는 어떤 특정한 행동이나 조작 결과의 단순화된 표상 즉, 이미지를 나타내기 위해 스키마(schéma)라는 용어를 사용하고 있다. 다시 말해, 스키마는 사고의 형상적 측면에 상당하는 것이며 스킴은 사고의 조작적 측면에 상당하는 것이다. ⇒ 조작, 반영적 추상화

(참고) [1] 우정호(2000). 수학 학습-지도 원리와 방법. 서울대학교 출판부. [2] 김응태 · 박한식 · 우정호(2001). 수학교육학개론 (제 2증보). 서울대학교 출판부.

습관적 학습/habit learning

습관적 학습은 기계적 행동에 따라 얻어진 결과에 의해 강화되어 습관으로 정착한 학습을 의미한다. 이것은 스켐프(Richard R. Skemp)가 지적 학습에 대비되는 것을 설명하기 위해 제안한 것이다. 습관적 학습에서 행동은 결과에 의해서 강화되므로 학습은 행동에 후행(後行)된다. 이를테면 암기 학습은 언어의 습관적 학습이다. 수학 학습에서 기계적 암기를 통해 도구적 수학으로 유도하는 학습은 습관적 학습이다. .

(참고) [1] Skemp, R. R. (1996). 김판수 · 박성택(역). 초등수학교육. 서울: 교우사. (원작은 1989에 출판). [2] Skemp, R. R. (1997). 황우형(역). 수학학습심리학. 서울: 민음사. (원작은 1987년에 출판).

심리역학/psycho-dynamics

심리역학은 디엔에스(Zoltan Paul Dienes)가 수학적 개념 형성의 과정을 설명하기 위한 심리학적 근거로서 제시한 3단계의 구성적 활동 메커니즘을 의미한다. 1단계는 개념의 구성요소를 다루는 오랫동안의 무의식적인 예비 놀이 단계이다. 2단계는 1단계의 경험이 의미있는 전체로 점차 구성되어 가는 방향에 대한 느린 깨달음이 일어나면서 수학적 경험이 시작되는 단계이다. 3단계는 갑작스럽게 구조에 대한 통찰 즉, 이해의 순간이 오고 개념이 형성되는 단계이다.

(참고) [1] 우정호(2000). 수학 학습-지도 원리와 방법. 서울대학교 출판부. [2] 김응태 · 박한식 · 우정호(2001). 수학교육학개론 (제 2증보). 서울대학교 출판부.

심리적 경험/psychological experience

피아제에 의하면 심리적 경험은 논리 · 수학적 경험과 마찬가지로 주체의 경험과 관련된

것이지만, 주관적인 행동 특성의 내성을 통한 발견과 관련된 것이다. 이를테면 일을 오래 계속하면 피곤하지만 잠시 쉬면 일의 능률이 올라간다는 것을 알았을 때 심리적 경험을 한 것이다. 이러한 심리적 경험은 개인의 의식적인 자아를 의미하는 심리적 주체의 작용에 의한 것이다. 이에 비해 논리·수학적 경험은 일반적으로 조정된 객관적이고 필연적인 행동 결과와 관련되어 있다. ⇒ 논리·수학적 경험, 물리적 경험

(참고) 우정호(2000). 수학 학습-지도 원리와 방법. 서울대학교출판부.

암호산술/cryptarithmetic

암호산술은 문자 또는 기호를 0부터 9까지(십진법의 경우)의 수로 대치시키는 수학 문제를 취급하는 레크리에이션 수학의 한 가지이다. 이를테면 다음 왼쪽과 같은 것이 암호산술에서 취급하는 문제이다. 오른쪽은 이 문제의 답이다. 암호산술 대신 문자 산수, 암호대수, 또는 복면산(覆面算)이라고 하기도 한다. 특히 알파벳 문자를 사용한 것을 알파벳 산술이라고 한다. 박교식(2000)은 암호산술 문제가 수학 지식의 심화와 수학적 사고력 및 문제해결력의 신장에 도움이 될 것으로 보고 있다. 또, 열린 문제로, 그리고 개별화 학습, 협동학습, 문제 만들기 학습을 위한 소재로 활용될 수 있을 것으로 보고 있다.

$$\begin{array}{r} S\ E\ N\ D \\ +\ M\ O\ R\ E \\ \hline M\ O\ N\ E\ Y \end{array} \qquad \begin{array}{r} 9\ 5\ 6\ 7 \\ +\ 1\ 0\ 8\ 5 \\ \hline 1\ 0\ 6\ 5\ 2 \end{array}$$

(참고) 박교식(2000). 수학 교수·학습에서의 암호산술 문제의 활용 가능성에 관한 연구. 학교수학 2(2). 333-355. 대한수학교육학회.

역동적 원리/dynamic principle

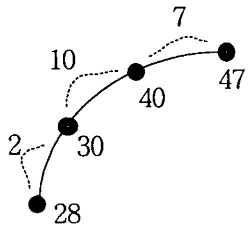
역동적 원리는 디엔에스(Zoltan Paul Dienes)가 제시한 네 가지 수학 교수·학습 원리의 하나로서, 수학 개념이 형성되는 자연스런 심리역학적 과정에 따라 경험과 학습 상황이 조직되어야 한다는 원리이다. 즉, 수학 개념이 발생할 수 있는 놀이나 게임을 경험시켜주어야 한다는 것이다. 디엔에스는 이 심리역학적 과정을 놀이를 통한 3단계의 구성적 활동으로 보고 있다. 1단계인 예비적 놀이 단계에서는 방향과 목적이 없는 듯한 놀이 그 자체를 즐기게 된다. 따라서 이 단계에서의 개념 학습은 개념의 구성 요소가 놀이 자료에 포함되지만 가능한 자유스러워야 하므로 이 단계에서는 예비적인 게임이 필요하다. 2단계는 1단계보다 더

목적 지향적이긴 하지만 찾고 있는 것에 대한 분명한 인식이 결여되어 있다. 따라서 어느 정도 구조화된 활동이 필요하므로 구조화된 게임이 필요하다. 3단계에서는 개념이 형성되므로 형성된 개념을 정착시키고 적용시키기 위한 연습 게임이 요구된다. 이 원리를 활동적 원리 또는 역동성의 원리라고 하기도 한다. ⇒ 지각적 다양성의 원리, 구성의 원리, 수학적 다양성의 원리

(참고) [1] 우정호(2000). 수학 학습-지도 원리와 방법. 서울대학교 출판부. [2] 김응태・박한식・우정호(2001). 수학교육학개론 (제 2증보). 서울대학교 출판부.

웨일 부인의 언덕도/Mrs Weill's hill

웨일 부인의 언덕도는 웨일(Bernice Weill)이 고안한 언덕 모양의 곡선으로, 복잡한 계산 과정을 몇 개의 단계로 나누어 계산하도록 그림으로 시각화한 것이다. 다음 그림이 이 언덕도를 이용하여 47-28을 계산하는 과정을 나타낸 것이다. 이의원(2000)은 이 언덕도의 특징으로 다음 6가지를 제시하고 있다: (1) 계산을 간단한 부분 계산으로 단순화한다. (2) 아동들의 개인차를 존중한다. (3) 낮은 자리 수보다는 큰 자리 수에 더 큰 관심을 가진다. (4) 교사와 아동들의 원활한 의사소통을 가능하게 한다. (5) EIS 이론의 관점에서 매우 적절하다. (6) 수학관과 그 학습관을 긍정적으로 변화시킨다.



47-28
=2+10+7
=19

(참고) 이의원(2000). 수 연산 지도에서의 웨일 부인의 언덕도(Mrs Weill's Hill)의 도입. 학교수학 2(2). 489-508. 대한수학교육학회.

의사경험적 추상화/abstraction pseudo-empirique(프)/pseudo-e abstraction

전조작적 수준 또는 구체적 조작 수준의 아동은 자신이 확인할 수 있는 구성 결과에 근거하지 않고는 구성을 실행할 수 없다. 이때 그 결과의 확인이 대상에 대해서 행해진다고

하는 점에서 그 구성의 과정은 경험적 추상화와 관련이 있는 것으로 보인다. 그러나 사실상 그 확인된 성질은 주체의 활동에 의해서 대상에 도입된 것이다. 피아제는 이와 같이 구성 과정이 경험적 추상화와 관련이 있어 보이지만, 구성 결과를 확인해 주는 성질은 주체의 활동에 의해서 대상에 도입되는 추상화를 의사경험적 추상화라 하고 있다. 의사 경험적 추상화의 과정에서 주체는 대상을 다루고 대상에 대한 실제적인 관찰을 하지만, 추상화되는 성질은 이전부터 존재하는 것이 아니라 주체의 행동의 조정에 의해서 대상에 도입되는 것이다. 따라서 이러한 의사경험적 추상화를 통해서도 논리·수학적 개념이 구성될 수 있다. 의사경험적 추상화는 피아제 이론을 교육적으로 적용할 때의 가장 중요한 원리인 활동성의 의미를 명확히 해준다. ⇒ 경험적 추상화, 반영적 추상화

(참고) 우정호(2000). 수학 학습-지도 원리와 방법. 서울대학교출판부.

인류학적 구성주의/anthropological constructivism

인류학적 구성주의는 콥(Paul Cobb)이 급진적 구성주의를 적용할 때 야기될 수 있는 혼란을 해소하기 위해 제시한 이론이다. 객관적인 수학적 지식의 실체를 완전히 부정하면 교육되고 있는 지식의 가치와 정당성을 크게 훼손하게 되므로 수학교육은 딜레마에 빠지게 된다. 인류학적 구성주의에서는 이를 해소하기 위해 수학적 지식의 객관성을 수학 공동체의 상호 교섭과 조정 활동을 통한 공통 주관적인 합의 개념으로 해석한다. 인류학적 구성주의는 하나의 학급을 그 자체의 고유한 문화, 역사, 규약 등을 갖는 공동체로, 또한 그러한 것을 생성해 내는 하나의 사회로 보아야 한다는 것을 강조하고 있다. 그리고 이렇게 보면, 인류학적 구성주의는 사회적 구성주의의 한 종류로 볼 수 있다. ⇒ 구성주의, 급진적 구성주의, 사회적 구성주의, 조작적 구성주의

(참고) [1] 박영배(1996). 수학 교수·학습의 구성주의적 전개에 관한 연구. 서울대학교 박사학위논문. [2] 우정호(2000). 수학 학습-지도 원리와 방법. 서울대학교 출판부.

저널 쓰기/journal writing

정영옥(2000)에 따르면, 저널 쓰기는 실제 또는 상상의 청중들에게 수학적 사고 과정을 기술하는 활동을 의미한다. 저널 쓰기는 자신의 사고를 명백히 하고 반성하는데, 학습 활동에서 얻은 지식과 개념을 통합하는데, 상상력과 창조력을 발휘하며 새로운 생각을 해내는데, 수학 내에서의 연결성 및 다른 교과나 현실 세계와의 연결성을 찾는 기회를 제공하는

데, 자신의 생각으로 의사소통하는 경험을 제공하는데 도움이 된다. 또, 학생들의 추론과 이해 상황을 교사에게 제공해 줌으로써 교사 자신의 교수법을 개선하는데도 도움이 된다. 편지 쓰기는 저널 쓰기의 한 가지이다. 저널 쓰기에는 수학에 대한 자서전 쓰기, 수학 지식의 의미를 자신의 글로 표현하기, 수학 주제에서 가장 중요하다고 생각되는 것에 관해 쓰기, 문제해결을 할 때 어려움을 느끼는 것에 관해 쓰기, 수학에 대해 알고 싶은 것에 관해 쓰기, 결석한 친구에게 오늘 배운 수학 내용에 관해 편지 쓰기 등이 포함될 수 있다.

(참고) 정영옥(2000). 초등수학과 수행평가 도구 개발: 1, 2 학년 포트폴리오를 중심으로. 학교수학 2(2). 357-388. 대한수학교육학회.

조작/operation

피아제(Jean Piaget)에 의하면 조작은 내면화된 가역적 행동이다. 행동이 내면화되었다는 것은 어떤 행동의 특정한 내용을 벗어나, 그 행동의 일반적인 형태를 인지 구조화했음을 의미한다. 내면화는 언어를 사용하고 이미지를 그리며, 상징 기능이 생김으로써 가능해진다. 내면화가 이루어지면 시간적으로 공간적으로 멀리 떨어진 사건을 동시에 파악할 수 있게 되어, 과거의 행동을 반성하고 그것을 표현할 수 있게 된다. 또 상징적 규약을 받아들이게 되어 사회적 상호 작용이 가능하다. 행동이 가역적이라는 것은 머리 속에서 이미 한 행동을 취소(또는 부정)하거나 또는 상반(相反)을 통해 출발점으로 되돌아올 수 있음을 의미한다. 한편, 피아제는 조작을 구체적 조작과 형식적 조작으로 구분하고 있다. 분류, 계열화 등이 구체적 조작이고, 언어적 가설에 근거하여 추론하는 것은 형식적 조작이다. 피아제에 의하면 구체적 조작의 체계는 군성체를 이루고, 형식적 조작의 체계는 INRC군과 속(束)을 이룬다. ⇒ 군성체, INRC군, 속

(참고) 김응태 · 박한식 · 우정호(2001). 수학교육학개론 (제 2증보). 서울대학교 출판부.

조작 교구/manipulative (material)

수학에서 사용되는 조작 교구는 대체로 손으로 다룰 수 있는 교구를 의미한다. 이를테면 다진수 블록(multibase blocks), 속성 블록(attribute blocks), 패턴 블록(pattern blocks), 지오보드(geoboard), 퀴즈네르 색막대(Cusinaire color rods), 탱그램(tangram) 등이 여기에 해당한다. 수학적 개념을 가르치기 위해 특별히 고안된 것 이외에, 돈이나 저울 등과 같이 주변 환경에서 차용한 것도 활용 목적에 따라 조작 교구가 될 수 있다. 김수미(2000)에 의하

면 조작 교구는 다음의 네 가지 특성을 가져야 한다: (1) 학생들의 지각적 감각에 자극을 주어야 한다. (2) 학생들이 만질 수 있어야 한다. (3) 이동과 재배열이 가능해야 한다. (4) 수학적 아이디어를 표현해야 한다.

(참고) 김수미(2000). 수학교육에서의 조작 교구에 관한 연구. 학교수학 2(2). 459-474. 대한수학교육학회.

조작적 구성주의/operational constructivism

조작적 구성주의는 피아제(Jean Piaget)가 전개한 수학인식론이다. 이에 따르면, 논리수학적 개념은 생물학적 유기체의 구조를 출발점으로 하여 감각·운동의 구조를 거쳐 행동의 일반적 조정(regulation)으로부터 반영적 추상화에 의해서 구성된 조작과 그것을 바탕으로 구성된 보다 고차의 조작이다. 또, 수학의 역사적 발생의 메커니즘과 개인에 있어서의 수학의 심리적 발생의 메커니즘 사이에는 평행성이 있으나 서로 역순서로 발생한다. 조작적 구성주의에서는 인식 주체에 내재된 실현되지 않은 객관적인 수학적 지식의 잠재성과 그에 이르는 불변의 발달 통로를 가정하고 있다는 점에서, 이데아의 보편성과 수학적 지식의 실재성을 믿고 회상설을 제기한 플라톤주의(platonism)의 발생적 해석으로 볼 수 있다. 즉, 피아제는 주관에 의한 자의적인 구성을 용인하지 않으며 매우 객관적이고 생명체의 본질이라고도 말할 수 있는 행동의 조정에 의한 구성 즉, 보편성의 실현을 주장하는 것이다. ⇒ 구성주의, 급진적 구성주의, 반영적 추상화, 사회적 구성주의, 인류학적 구성주의

(참고) [1] 박영배(1996). 수학 교수·학습의 구성주의적 전개에 관한 연구. 서울대학교 박사학위논문. [2] 임재훈·홍진곤(1998). 조작적 구성주의와 사회적 구성주의에서의 구성의 의미와 과정. 대한수학교육학회논문집 8(1). 299-312. [3] 우정호(2000). 수학 학습-지도 원리와 방법. 서울대학교 출판부. [4] 김응태·박한식·우정호(2001). 수학교육학개론 (제 2증보). 서울대학교출판부.

지각적 다양성의 원리/perceptual variability principle

지각적 다양성의 원리는 디엔에스(Zoltan Paul Dienes)가 제시한 네 가지 수학 교수·학습 원리의 하나로서, 같은 개념을 지각적으로는 다르지만 구조적으로는 동치인 다양한 구체적인 자료로 제시해야 한다는 원리이다. 이 원리는 개념 형성에서 가능한 한 넓은 범위를 허용하기 위한, 또 아동들이 추상적인 개념의 본질을 유도하기 위한 것이다. 이 원리를 다중 구체화의 원리(multiple embodiment principle)라고 하기도 한다. ⇒ 역동적 원리, 구성의

원리, 수학적 다양성의 원리

(참고) [1] 우정호(2000). 수학 학습-지도 원리와 방법. 서울대학교 출판부. [2] 김응태 · 박한식 · 우정호(2001). 수학교육학개론 (제 2증보). 서울대학교 출판부.

지시 체계/director system

지시 체계는 현 상태와 목표 상태를 파악 · 비교하여 그 간격을 좁히기 위한 계획을 세우고, 그에 따라 행동하게 하는 정신적 도구로서 지능의 본질이다. 지시 체계는 스켐프(Richard R. Skemp)가 지능이 목표 지향적으로 행동한다는 것을 설명하기 위해 인공두뇌학에서 차용한 용어이다. 지시 체계는 외부 환경으로부터 정보를 수용하여 실제적인 대상에 대하여 행동하게 하는 지시 체계인 델타1과, 그 델타1이 경제적으로 또, 적응력을 가지고 작용하도록 스키마를 구성하는 지시 체계인 델타2로 나뉘어 진다. 지적 학습은 이 델타2에 의해 이루어진다. ⇒ 스키마, 지적 학습

(참고) [1] Skemp, R. R. (1996). 김판수 · 박성택(역). 초등수학교육. 서울: 교우사. (원작은 1989에 출판). [2] Skemp, R. R. (1997). 황우형(역). 수학학습심리학. 서울: 민음사. (원작은 1987년에 출판). [3] 우정호(2000). 수학 학습-지도 원리와 방법. 서울대학교출판부. [4] 김응태 · 박한식 · 우정호(2001). 수학교육학개론 (제 2증보). 서울대학교출판부.

지적 학습/intelligent learning

지적 학습은 필요에 따라 수없이 다양한 행동 계획을 이끌어 낼 수 있도록 스키마를 쌓아 가는 학습을 의미한다. 이것은 스켐프(Richard R. Skemp)가 학습을 설명하기 위해 제안한 것으로 습관적 학습에 대비된다. 지적 학습은 습관적 학습에 비해 동일한 스키마로부터 이끌어낼 수 있는 계획의 수가 하나하나 기억될 수 있는 공식의 수보다 훨씬 많다는 점에서 경제적이다. 어떤 상황에 맞는 공식이 없는 경우에도 대처할 수 있는 계획을 만들 수 있다는 점에서 적응력이 더 뛰어나다. 또, 주어진 상황에 알맞은 개개의 계획을 만들 수 있다는 점에서 더 효과적이다. 이러한 지적 학습은 델타2에 의해 이루어진다. 수학 학습에서 관계적 수학으로 유도하는 학습은 지적 학습이다. ⇒ 지시 체계, 습관적 학습

(참고) [1] Skemp, R. R. (1996). 김판수 · 박성택(역). 초등수학교육. 서울: 교우사. (원작은 1989에 출판). [2] Skemp, R. R. (1997). 황우형(역). 수학학습심리학. 서울: 민음사. (원작은 1987년에 출판).

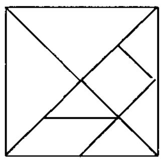
총체적 채점법/holistic scoring

총체적 채점법은 과제 해결의 전체적인 완성도에 따라 단일한 점수를 부여하는 방법이다. 총괄적 채점법이라고 하기도 한다. 이러한 채점법에서는 해답뿐만 아니라 과정을 중시하며, 학생들의 답안에 대해 단일한 점수를 부여하기 때문에 비교적 신속하게 평가할 수 있고, 답안에 구체적인 기준을 주어 객관성이 확보된다. 그러나 문제해결에 대해 단일한 점수를 부여하기 때문에 학생들의 강점·약점이 파악되기 어렵고, 학생들을 효과적으로 도와줄 수 없다. ⇒분석적 채점법

(참고) 유현주·정영옥·류순선(2000). 초등학교 5학년 수행평가 과제 개발에 관한 연구. 학교수학 2(1). 203-241. 대한수학교육학회.

칠교판/tangram

칠교판(七巧板)은 다음 그림과 같이 정사각형 모양의 판을 일곱 조각으로 나눈 것으로, 직각삼각형 조각 큰 것 둘, 중간 것 하나, 작은 것 둘과 정사각형 조각 하나, 평행사변형 조각 하나로 이루어진다. 정사각형 조각의 넓이를 1이라고 하면, 평행사변형 조각의 넓이도 1이다. 직각삼각형 조각의 넓이는 큰 것은 2, 중간 것은 2, 작은 것은 1/2이다. 칠교도(七巧圖)는 칠교판으로 만들어낸 여러 가지 모양을 의미하며, 칠교놀이는 칠교판으로 칠교도를 만드는 놀이를 말한다. 칠교판을 영어로는 tangram이라고 한다. 최근에는 칠교판보다 tangram을 음역한 탱그램을 많이 사용하고 있다. 칠교판은 중국에서 전래된 것으로 알려져 있다. 칠교판은 제 4차 교육과정의 초등학교 수학 교과서에서부터 현재까지 초등수학의 내용을 지도하는데 적극적으로 이용되어 왔고, 최근에 이르러서는 중학교 수학 교과서(7차 교육과정)의 도형 단원에서도 탐구 활동의 소재로 다루어지고 있다. 김남희(2000)는 칠교판을 수학적 추론 지도, 수와 연산의 지도, 측정 지도, 평면도형의 지도, 평행사변형의 넓이 공식 지도, 피타고라스의 정리 지도에 활용하는 구체적인 방안을 예시하고 있다.



(참고) [1] 김남희(2000). 탱그램 활용을 통한 수학적인 생각의 구체화. 학교수학 2(2). 563-587. 대한수학교육학회. [2] 박교식(2001). 수학용어 다시보기. 서울: 수학사랑.

카테고리/category

카테고리는 피아제가 전조작 단계 특히 4-7세 아동들의 인지적 특성을 구조적으로 설명하기 위해 사용한 용어로서 수학에서 차용한 것이다. 피아제는 이 단계의 아동들이 어떤 두 대상의 성질을 서로 관련짓는 행동을 구성중인 함수로 부르고 있다. 이를테면, 이 단계의 아동들은 도르래에 걸려있는 줄이 있을 때 한쪽 줄을 잡아당기면 즉, 한쪽 줄의 길이가 길어지면 다른 한쪽 줄의 길이가 짧아진다는 것을 안다. 즉, 아동들은 한쪽 줄과 다른 한쪽 줄을 서로 연결시키고 있다. 이것이 구성중인 함수이다. 한편, 우정호는 구성중인 함수를 형성과정에 있는 함수라 하고 있고, 박교식은 전함수라 고쳐 부르고 있다. 피아제에 의하면 전함수의 체계가 카테고리를 이룬다. 어떤 두 대상 x, y에 대해 그 둘의 성질을 관련짓는 전함수 f(x, y)가 존재하고, f(x, y)와 g(y, z)의 합성 gf(x, z)이 가능하며, 또 이 합성에 대해 인접한 전함수 사이의 결합이 가능하며, 항등전함수가 존재한다. 이렇게 보면 전함수들의 체계는 바로 수학의 카테고리와 유사하다. ⇒ 군성체, INRC군, 속

(참고) [1] 박교식(1992). 함수 개념 지도의 교수현상학적 접근. 서울대학교대학원 박사학위 논문. [2] 우정호(2000). 수학 학습-지도 원리와 방법. 서울대학교출판부.

특색적인 교수법적 흐름/characteristic pedagogical flow

어느 나라든 그 나라에서 나름대로 특색 있게 이루어지는 교수 방법상의 경향이 있을 수 있다. 특색적인 교수법적 흐름은 이러한 경향을 일반화한 것으로, 각 국가에서 수업이 전형적으로 어떻게 이해되는지를 반영하는 것으로, 가르치고 배우는 활동 속에서 재현되어 나타나는 패턴으로 정의된다. 이를테면 수학 교수 방법에 관한 국제 비교는 연구 대상 국가의 전형적인 수학 수업 속에서 특색적인 교수법적 흐름을 찾아 비교하는 것이라 할 수 있다.

(참고) 방정숙(2000). 변화가 변화를 일으키지 못할 때: 한국과 미국 초등 수학 수업 관찰로부터의 소고. 초등수학교육 4(2). 111-125. 한국수학교육학회.

한계 결정의 자유성/freedom of delimitation property

한계 결정의 자유성은 원하는 방식으로 대부분의 문자의 범위(domain)의 한계를 자유롭게 정할 수 있다는 것을 의미한다. 이것은 와그너(Sigrid Wagner 1983)가 수학에서 사용되는 문자와 일상생활에서 사용되는 단어와의 차이점을 설명하는 과정에서 제시한 것으로, 문자 선택의 자유성(freedom of choice property)과 함께 문자가 갖는 두 가지 성질 중의 하

나이다. 문자가 갖는 한계 결정의 자유성은 수학적 언어에 일반성(generality)을 부여한다. 물론 어떤 문자는 오랫동안 사용해 온 관습에 따라 특정 문맥에서 이미 결정되어 있는 의미를 가지고 있기도 하다. 이를테면 흔히 문자 x는 독립변수로, 문자 y는 종속변수로 사용하는 습관이 있다. 그러나 물론 종종 이 습관을 어길 수도 있다. ⇒ 문자 선택의 자유성

(참고) [1] 김남희(1995). 수학에서 나타나는 문자의 성질과 그 다양한 의미. 대한수학교육학회 논문집 5(1). 187-201. [2] 우정호(1998). 학교수학의 교육적 기초. 서울대학교출판부. [3] Wagner, S. (1983). What are these things called variables? Mathematics Teachers 76(7). 474-479.

형식적 고착/formal abidance

형식적 고착은 강완이 사용한 용어로 메타인지적 이동과는 반대로 지식의 전달에서 개인화와 문맥화의 중요성을 과소 평가하여 그것을 간과하고, 논리적·형식적으로 표현된 수학적 지식을 곧바로 제시하는 현상을 의미한다. 이를테면 일반화된 공식을 제시하고 그 공식의 의미보다는 학생들이 공식을 익숙하게 사용할 수 있도록 연습시키는 과정에 주목하는 현상이 이에 해당한다. 함수를 집합 사이의 대응으로 곧바로 제시하는 것도 그 예가 된다. 형식적 고착은 본래 브루소(Guy Brosseau)가 메타수학적 이동(meta mathematical slide)이라고 부른 것이다. 브루소는 수학적 문제해결을 논리적 논의로 대체하고 문제해결 실패의 모든 원인을 그것에 돌리는 것을 메타수학적 이동이라고 하였다. 형식적 고착은 수학적 활동이 가진 귀납적 성격을 이해하는데 도움이 되지 않을 수 있으나, 탈개인화·탈개인화의 과정에서 어려움을 줄여줄 수는 있다. ⇒ 메타인지적 이동

(참고) [1] Kang, W. (1990). Didactic Transposition of Mathematical Knowledge in Textbooks. unpublished doctoral thesis. University of Georgia. [2] 강완·백석윤(1998). 초등수학교육론. 서울: 동명사. [3] 이경화(1999). 수학교육과 구성주의. 수학교육학연구 9(1). 51-80. [4] 우정호(2000). 수학 학습-지도 원리와 방법. 서울대학교출판부.

INRC군/INRC group

INRC군은 피아제(Jean Piaget)가 형식적 조작 단계의 특징을 설명하기 위해 속(束)과 함께 사용한 용어이다. 여기서 군은 대수적 체계인 군(group)을 차용한 것이다. 첫째로 피아제는 두 가지 형태의 가역성인 취소와 상반이 통합되는 것을 INRC군으로 설명하고 있다. 이를테면, 조작 p에 대해 그것의 취소를 뜻하는 조작 p*와 상반을 뜻하는 조작 q를 생각할 수 있다. q의 취소를 뜻하는 조작은 q*이다. 여기서 I를 항등 변환, N을 취소, R을 상반, 그

리고 C=NR이라고 하자. 그러면 I, N, R, C 사이에 I2=N2=R2=C2=I, NRC=I, RC=N, CN=R의 관계가 성립한다. 즉, {I, N, R, C}는 클라인(Felix Klein)의 4원군을 이룬다. 형식적 조작 단계에서는 취소 N과 상반 R 사이의 관계를 통합하여 인식할 수 있지만, 구체적 조작 단계에서는 취소 N과 상반 R을 독립적으로 인식한다. 둘째로 피아제는 명제 논리 조작의 체계를 또한 INRC군으로 설명하고 있다. 형식적 조작 단계에서는 인과적인 상황에 직면에서 $p \to q$, $p \wedge \sim q$, $q \to p$, $q \wedge \sim p$의 사고를 자연스럽게 한다. $p \to q$의 부정과 상반은 각각 $p \wedge \sim q$, $q \to p$이다. $q \wedge \sim p$는 $q \to p$의 부정이다. 여기서, I를 항등 변환, N을 부정, R을 상반, 그리고 C=NR이라고 하면 {I, N, R, C}는 역시 클라인의 4원군을 이룬다. 그래서 결국 INRC군이 형식적 조작 단계의 특징을 나타낸다고 할 수 있다. ⇒ 군성체, 속, 조작

(참고) [1] 우정호(2000). 수학 학습-지도 원리와 방법. 서울대학교 출판부. [2] 김응태 · 박한식 · 우정호(2001). 수학교육학개론 (제 2증보). 서울대학교 출판부.