

컴퓨터 환경에서 극단적인 교수 현상의 가능성과 수학 교수·학습 양식에 관한 고찰

이 증 영*

1. 서론

미국수학교사회(NCTM, 1989)에서 발행된 「학교수학의 교육과정과 평가기준(Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics)」에서는 컴퓨터로 말미암아 우리의 사회가 기존의 산업 사회에서 정보화 사회라는 새로운 시대로 진입하게 되면서 수학적 소양의 중요성이 더욱 증대되었음을 지적하면서, 수학교육이 지향하여야 할 일반적인 목표로 다음과 같은 다섯 가지를 제시하고 있다. 학생들은 수학의 가치를 이해하여야 하며, 수학을 행하는 자신의 능력에 대한 확신을 가져야 하며, 수학문제의 해결자가 되어야 하며, 수학적으로 의사소통하는 것을 배워야 하며, 수학적으로 추론하는 것을 배워야 한다는 것이 그것이다.

이러한 일반적인 목표를 성취하고 학생들의 '수학적인 힘'의 획득을 보장하기 위해서 특히 문제해결 능력의 개발을 중시하고, 수학적인 문제를 탐구하는 과정에서 계산기와 컴퓨터를 적절히 사용하도록 제안하고 있다. 모든 학생들이 계산기를 언제든지 사용할 수 있어야 하며, 컴퓨터는 모든 수학교실에서 시범을 위해 사용되어야 하며, 모든 학생들은 컴퓨터를 정보를 처리하는 문제를 해결하고 탐구하는 도구로 사용할 수 있어야 함을 제안하고 있다.

나아가 컴퓨터는 수학 교수-학습 과정에서 제기되는 여러가지 어려움을 극복하기 위한 대안으로 생각되어, 특히 컴퓨터를 이용하여 수학적 개념 지도의 어려움을 경감할 수 있는 방안에 대한 광범위한 연구가 진행되고 있다. 컴퓨터의 다양한 기능, 특히 시각화 기능은 추상적인 수학적 내용을 시각화하여 지도할 수 있을 뿐만 아니라, 그 시각화가 학생들의 직접적인 경험이나 통제를 통해 이루어질 수 있다는 점에서 수학 학습의 어려움을 완화시켜 준다. 형식적인 증명이나 개념 학습의 전 단계에서 그래픽이나 애니메이션, 시뮬레이션을 통한 직관적인 탐구 활동은 수학의 역동적이고 발생적인 측면을 부각시킬 수 있다. 컴퓨터의 이용으로 산술 교육을 종래의 계산 기능 위주에서 사고력 중심으로 옮겨갈 수 있게 되었으며, 학생들의 수학 학습을 돕기 위한 많은 소프트웨어들이 개발되고 있다.

수학 교수-학습을 위한 소프트웨어는 수학교사, 수학교육 연구자 및 컴퓨터 과학을 전공한 전문 소프트웨어 프로그래머에 의해 개발되고 있다. 그러나, 컴퓨터와 관련된 기술과 프로그래밍 기술이 급속도로 발달하고 있는 상황에서, 프로그래밍 분야에는 비전문가라고 할 수 있는 수학교사와 수학교육 연구자들보다는 전문 프로그래머가 수학 교수-학습용 소프트웨어 제작에 관여하는 비중이 현재보다 더욱 커질

* 전주교육대학교

것이다. 따라서 수학 교육에 비전문가라고 할 수 있는 이들 전문 프로그래머가 수학교육용 프로그램을 작성할 때에 수학적 지식이 잘못 변환될 가능성이 적지 않을 것이다. 또한 기본적으로 컴퓨터는 인간이 만든 다른 도구와는 구별되는 독특한 특성과 기능 그리고 나름대로의 한계를 가지고 있다. 가령 컴퓨터는 메모리, 보조 기억장치의 기억 용량, 처리 속도와 같은 하드웨어의 한계가 있으며, 소프트웨어 개발을 위한 기본 환경이 되는 운영체제(OS)와 개발 도구가 되는 프로그래밍 언어의 특성 및 한계 등을 포함한 소프트웨어의 한계를 가지고 있다. 이러한 컴퓨터의 하드웨어와 소프트웨어의 한계는 수학 교육용 프로그램에서 다루려는 수학적 지식의 표현과 구조에 영향을 미칠 수 있다. 이로 인하여 컴퓨터 환경에서 다루어지는 수학적 지식에 변화가 생길 수 있을 것이다(이종영, 1998).

전통적인 교수-학습 상황에서 수학적 지식의 전달은 학생과 교사라는 두 축을 기반으로 하여 교사의 통제하에 이루어지고 있다. 그러나 컴퓨터가 도입된 새로운 수학 교수-학습 상황에서는 교사의 통제권이 줄어들고, 학습의 주도권이 학생에게로 넘어갈 것이다. 전통적인 교수 환경에서도 교사의 교수학적인 의도에 의하여 수학적 지식이 지나치게 배경화/개인화되거나 탈배경화/탈개인화되는 일은 교육 현장에서 드물지 않게 발생하고 이로 말미암아 여러 가지 극단적인 교수 현상이 일어난다(Kang, 1990; 이경화, 1996). 컴퓨터가 도입된 수학 교수-학습 상황에서도 이러한 교수 현상은 더욱 심각하게 일어날 수 있을 뿐만 아니라 새로운 극단적인 교수 현상도 일어날 수 있을 것이다. 컴퓨터가 도입된 새로운 교육환경에서의 교사의 역할은 전통적인 교수-학습 상황에서의 역할과 달라져야 할 것이다.

컴퓨터를 수학수업에 이용하기 위한 적절한 자료나 소프트웨어가 부족한 우리의 현실에서 컴퓨터와 관련된 어떤 수학교육에 관한 이론보다는 학생들에게 직접적으로 도움을 줄 수 있는 소프트웨어의 개발이 우선적일 수 있다. 그러나 컴퓨터 환경에서 학생들은 컴퓨터의 영향으로 예기치 못한 오개념을 보여주고 있으며(이종영, 1994; Laborde, 1995; Hoyles & Shutherland, 1989), 학습자의 주도 아래 학습이 이루어지는 새로운 컴퓨터 환경에서 학생들이 전통적인 학습 환경에서는 얻을 수 없는 새로운 것을 얻을 수 있지만 그 반대로 잃는 것도 있을 수 있다. 또한 컴퓨터가 도입된 새로운 학습 환경에서는, 기존의 학생과 교사라는 두 축에 컴퓨터라는 새로운 축이 생기면서 기존의 교수-학습 상황보다 복잡한 상황이 될 수 있으며, 새로운 교수학적인 문제점이 노출될 수 있다. 따라서 컴퓨터를 이용한 성공적인 수학교육을 하기 위해서는 컴퓨터 환경에서 이루어지는 수학 교수-학습상의 잠재적인 문제점, 컴퓨터의 한계로 인한 수학적 지식의 변화, 컴퓨터라는 독특한 기계의 영향으로 생길 수 있는 문제점 등을 컴퓨터의 장점과 더불어 고려하여야 한다. 본 논문에서는 이러한 문제 의식을 가지고 컴퓨터가 도입된 수학 교수-학습 환경에서 교수학적 변환과 극단적인 교수 현상의 가능성과 더불어 컴퓨터를 이용한 수학 교수-학습 양식에 관한 분석을 하여 보려고 한다.

II. 컴퓨터 환경에서 극단적 교수 현상의 가능성

일단 어떤 지식이 가르칠 대상으로 선정되면, 그 지식에 일련의 적절한 변환 과정을 적용하여, 다른 교수학적 대상 사이에 배열하게

된다. 이렇게 지식을 교수학적 대상으로 변환시키는 과정을 교수학적 변환이라고 부른다(Chevallard, 1985). 과정은 그 지식의 의미를 보존하면서 단지 가르치려는 지식의 복잡성을 완화시키는 단순화 과정이 아니다. 새로운 교수학적 대상과 기존의 교수학적 대상과의 사이에 새로 설정되는 관계 때문에, 그리고 그 대상을 가르치는 것이 가능하게 하기 위해 그것을 단계지우는 활동 때문에 교수학적 변환은 지식의 의미를 변화시키게 된다(Balacheff, 1991).

이러한 지식의 변환 과정만이 가르치려는 내용을 변화시키는 것이 아니다. 가르쳐질 지식이 교실에 도입되면, 그것은 교사에 의한 새로운 교수학적 변환 과정의 대상이 된다. 교사는 교수-학습에 관한 자신의 신념, 수학에 대한 철학 등에 의하여 그 지식을 자기 나름대로 변환시켜 가르치게 된다. 또한 교과서 저자도 자신들의 신념에 의해 수학적 지식을 변환시킨다¹⁾.

그러므로 수학적 지식이 컴퓨터 환경 속에서 표현될 때에도 앞에서 살펴본 컴퓨터의 특성과 한계에 의해 그리고 소프트웨어 제작자 나름대로의 소신에 의해 교수학적 변환이 이루어질 것이다. 또한 이 소프트웨어를 이용하여 교수-학습 자료를 구성할 때와 이를 교실 현장에 도입할 때에도 수학 교사에 의한 교수학적 변환이 이루어질 것이다.

수학자는 최초에 개인적 배경 속에서 수학적 인 무엇인가를 알게 되고, 특정한 배경 속에서 개인적인 방법으로 그것을 이해하게 된다. 따라서 이 단계의 수학적 지식은 개인화되고 배경화된 것이다. 이 때, 배경화와 개인화는 대체로 동시에 일어나며, 관점에 따라서는 개인화를 배경화에 포함시켜 생각해 볼 수도 있다. 한편 수학적 지식을 표현하고 전달하기 위

해서는 '깨달음의 주체'가 '표현하는 주체'로 변모하게 되며, 이 과정에서 개인적이고 배경적인 것을 희석시키는 탈개인화와 탈배경화의 과정이 필요하게 된다. 교수학적 변환의 실제적인 문제는 학생의 인식론적인 두 과정, 즉 개인화/배경화와 탈배경화/탈개인화의 과정을 어떻게 균형있게 조화시켜 지식의 파손성을 조절해 나가는가에 있다(Balacheff, et al., 1997; Brousseau & Otte, 1991).

교수학적 변환은 이미 형성된 지식의 사회적 배경과 학생의 개인적 배경 사이의 간격을 이어주기 위하여 지식을 변형시키는 노력이다. 수학의 학문적 지식이 교실에서 가르칠 지식으로 변환되는데 여기에서의 주체는 교육과정의 개발자, 교과서 저자, 교사 등이다. 이 때, 가상적인 학생, 교사, 교실 등을 가정하는 지식의 가배경화와 가개인화의 과정이 필요하게 된다.

교과서 또는 교사에 의해 표현된 지식은 다시 학생에 의해 변형되어야 한다. 우선 지식을 이해하여 받아들인다는 의미에서, 학생은 교육자 특히 교사에 의해 변형되어진 지식을 개인화하고 배경화할 필요가 있다. 그 다음에 이해한 것을 교사 앞에서 표현해야 한다는 의미에서 학생은 다시금 지식을 탈개인화, 탈배경화시켜야 한다.

지식이 이러한 여러 변환을 따라 이루어진다고 가정할 때, 교수학적 변환을 둘러싼 수학적 지식의 흐름은 <그림 1>과 같이 도식화될 수 있다(Kang, 1990, p.35).

개인화/배경화의 과정과 관련하여 두 가지의 극단적인 현상을 고려할 수 있는데, 메타-인지적 이동(meta-cognitive shift)과 형식적 고착(formal abidance)이 바로 그것이다. 메타-인지적 이동은 가상적인 학생의 개인화/배경화의 과정

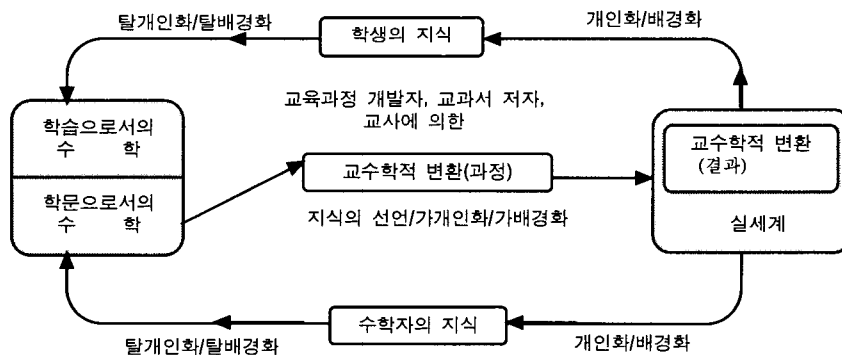
1) 강완(Kang, 1992)은 수학 교과서에 나타나는 교수학적 변환을 예시한 바 있고, 이경화(1996)는 확률 개념에 대하여 교실에서의 교수학적 변환을 분석하였다.

을 지나치게 강조한 결과 일어나게 되며, 형식적 고착은 그 중요성을 과소 평가한 결과로 생긴다. 학생의 탈개인화/탈배경화와 관련하여 고려해야 할 두 가지 극단적인 현상은 토파즈 효과(Topaze effect)와 조르단 효과(Jourdain effect)이다. 토파즈 효과는 학생의 탈개인화/탈배경화의 과정을 간과한 지도 방편적 조치의 결과이고, 조르단 효과는 그 과정을 과대 평가한 결과이다.

메타 인지 이동이란 교사의 교수학적 노력의 초점이 수학적 지식에 있는 것이 아니라 이를 교수하기 위한 모델에 있는 경우이다. 예를 들어 색깔 단추를 이용하여 양수와 음수의 개념을 도입할 때, 수학적 의미가 그러한 모델에 묻혀 버리는 경우를 말한다. 메타-인지 이동은 학생의 개인화/배경화의 과정을 용이하게 하는데 유리한 반면, 학생의 수학을 수학자의 수학과는 사뭇 다른 형태로 이끌 수 있는 위험성이 있다(Balacheff, 1997). 컴퓨터 기반 환경에서 컴퓨터를 매개로 하는 교수는 수학적 지식을 지나치게 배경화/개인화 할 수 있는 가능성이 크기 때문에, 우리가 의도하지 않은 이러한 현상이 생길 수 있다. 가정, 개인 교수형 컴퓨터 소프트웨어를 이용한 교수학적 상황에서 학생들은 주어진 과제가 의도하는 지식을 얻는데 초

점을 두기 보다는, 주어진 과제를 해결하기 위해 힌트나 도움을 효과적으로 얻는 방법에 대한 학습으로 메타-인지 이동이 일어날 수 있다 (Balacheff & Kaput, 1996, p.483).

형식적 고착은 공식화된 지식의 논리적 표현에만 의존하는 교수현상으로서 메타-인지 전략을 무시하고 지식의 은유적 사용을 억제하려는 시도로 일어난다. 전형적인 예는 유클리드의 「원론(Elements)」에서 볼 수 있는 수학적 지식의 연역적 구성이다. 형식적 고착은 학생들이 수학적 활동이 가진 귀납적 성격을 이해하는데 도움이 되지 않으나, 탈개인화/탈배경화의 과정에서의 어려움을 줄여 줄 수 있다. 컴퓨터 환경은 기호나 문자가 쉽게 도입될 수 있는 환경이다. LOGO 프로그래밍 환경에서 아동들은 그리려고 하는 사각형의 변의 길이를 SIDE와 같은 문자를 사용하여 나타내는데 주저하지 않는다. 이러한 환경은 학생들이 변수 개념을 이해하기 위한 토대의 역할을 훌륭히 수행할 수 있다. 그러나 Mathematica나 Maple과 같은 기호 조작 소프트웨어(Computer Algebraic System)를 이용한 수학 학습에서는 사용되는 문자나 대수식에 대한 어떠한 배경 지식이 없어도 인수분해, 두 다항식의 곱, 미분, 적분, 극한의 값을 계산할 수 있다. 문자나 변수 등에 대한 이해

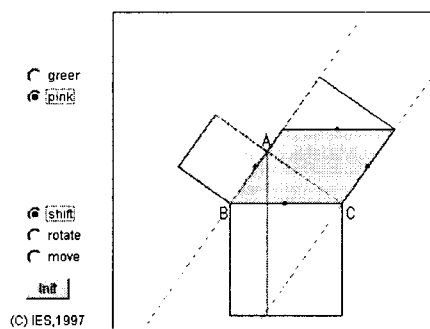


<그림 1> 교수학적 변환의 과정

없이 이런 조작들을 컴퓨터 환경에서 수행한다면, 바로 형식적 고착 현상이 일어날 가능성이 높다.

토파즈 효과는 소위 교수학적 계약(didactical contract)에 의한 압박에서 일어나는 전형적인 현상으로, 교사가 학생이 인지적 내용에 대한 학습을 할 수 있는 환경을 일소하는 것을 말한다. 토파즈 효과는 '갈때기 패턴'이라고 볼 수도 있는데, 교사가 일련의 유도 질문을 통하여 원하는 결과를 끌어내거나, 교과서에서 문제에 대한 답을 함께 제시하는 것이 그 예가 될 수 있다. 컴퓨터 환경에서 이러한 현상은 최근에 유행하고 있는 웹(web)기반 교수 환경에서 드물지 않게 일어나는 것 같다. 웹기반 환경에서 수학적 지식, 과제 등은 HTML이라는 스크립트 언어로 작성되는데, 흔히 문제와 함께 쉽게 도움을 구할 수 있는 힌트 버튼과 정답 버튼이 있어, 학생들이 주어진 과제를 해결하기 위해 심사숙고하기 보다는 도움과 정답을 쉽게 구할 수 있기 때문에 학습의 기회가 사라져 버릴 수 있다.

다음은 피타고라스 정리를 Web 환경에서 구체적인 조작을 통하여 그 증명 과정을 학습하도록 제작한 애플릿이다.



<그림 2> 피타고라스 정리에 관한 애플릿

여기서 학생들이 할 수 있는 조작은, 정사각

형을 두변의 연장선을 따라 밀어 넓이는 보존하면서 모양을 변형시키는 조작(shear), 이를 한 꼭지점을 중심으로 변형시키는 조작(rotate), 그리고 이렇게 변형된 사각형을 임의의 위치로 움직이는 조작(move) 등이다. 학생이 shift 조작을 선택하면 선택한 정사각형의 네 변에 붉은 점이 나타나 이 점을 클릭하는 순간 학생들이 이 정사각형을 변형시켜야 하는 경로가 나타난다. 이는 정사각형을 어떻게 조작하여야 할지에 대한 사고 과정을 학생들에게서 알아갈 수 있다.

조르단 효과는 토파즈 효과의 퇴행으로, 교사가 학생들의 행동이나 반응에서 특정한 과학적 지식이 형성되었음을 확인하는 듯이 행동하게 되는 경우를 말한다. 이를테면, 요구르트 병이나 색칠한 그림으로 약간 기이한 조작을 해낸 아동에게, "너는 방금 클라인 병을 발견했어"라고 말해주는 경우이다. 다음은 Papert의 「Mindstorm」의 각주에 나오는 내용으로 이것은 컴퓨터 교육 환경에서의 조르단 효과의 일면을 보여주는 것으로 생각된다.

'Tuch Sensor Turtle'은 많은 아이들을 흥분하게 하는 강력한 방법을 사용하였다. Turtle이 물체의 주변을 도는 프로그래밍을 하기 위한 첫 접근은 물체를 측정하고 그 크기를 프로그램에 반영하는 것이다. 그러므로 물체가 변의 길이가 150 거북걸음인 정사각형이라면 프로그램은 FORWARD 150을 포함할 것이다. 그것이 작동할 지라도 이 접근은 보편성을 결여한다. 앞의 각주에 나타난 프로그램은 Turtle의 바로 근방 내에서의 조건에만 의존한 단계를 취함으로써 작동한다. 전체적 동작 FORWARD 150 대신 FORWARD 1과 같은 국소 조작만을 사용한다. 그렇게 함으로써 미분방정식의 개념의 본질적인 핵심을 파악한다. 나는 왜 미분방정식이 운동법칙의 자연스런 형태인지를 분명히 이해하는 초등학생을 보았다. 여기서 또 다른 극적인 교육적 역할을 본다. 미분방정식의 힘은 미적분

의 분석적 형식화 이전에 이해될 수 있다 (Papert, 1980a, p.221; 류희찬, 백영균 역, 1990, p.255).

컴퓨터 환경에서 학생들이 특정 조작을 훌륭히 수행하였다고 해서 그런 조작 이면에 들어 있는 수학적 개념을 이해하였다고 보기는 어려울 것이다. 앞에서 살펴본 <그림 2>인 경우에도 주어진 몇 개의 조작을 컴퓨터가 안내하는 대로 조작하여 원하는 결과를 학생들이 얻었다고 해서 학생들이 피타고라스 정리를 완전히 이해하였다고 보기는 어렵다²⁾.

III. 컴퓨터를 이용한 수학 교수·학습 양식에 관한 분석

교육용 소프트웨어를 분류하는 준거는 그것이 교수 방향을 어느 정도 미리 정해 놓았는지와 학생의 학습 주도권을 어느 정도 허용하느냐 하는 것이다. 컴퓨터 보조 학습(CAL)이나 컴퓨터 보조 교수(CAI)는 학생들이 할 수 있는 반응, 입력 내용 등이 미리 정해져 있어 학생의 주도권은 매우 낮은 편이다. 반면에 마이크로월드(microworld)는 학생에게 학습의 주도권이 거의 완전히 주어지며, 무엇을 학습하게 될지는 학생에게 달려있다. 학생의 주도권을 고려하여 교육용 소프트웨어를 살펴보면, 학생의 주도권이 전혀 없는 것부터 완전히 열려있는 환경까지 연속적인 계열을 이루게 된다. 학생의 주도권이 높을수록 학습 양식으로 볼 수 있고, 반대의 경우는 교수 양식으로 볼 수 있을 것이다.

Taylor(1980)는 컴퓨터 교수 학습 양식을 개인교사형(tutor), 보조도구형(tool), 학생주도형(tutee) 등 세가지로 분류하였는데, 이는 이후로 많은 연구자들에게 교육용 소프트웨어를 분류하기 위한 토대로 이용되고 있다. 개인교사형은 전통적인 교사의 역할을 컴퓨터가 대신하는 양식이다. 컴퓨터를 보조도구로서 이용하는 보조도구형은 펜이나 계산기 등의 역할을 컴퓨터가 대신하는 양식이다. 그러나 학생주도형은 컴퓨터를 지도하는 것, 즉 프로그래밍을 통하여 컴퓨터에게 학생이 원하는 일을 시키는 것으로 학생에게 지식이 어떻게 구성되는지에 대한 깊은 이해를 도울 것이라는 목적을 지니고 만들어진 교수 환경이다. 다음에는 이 세 가지 양식에 대하여 살펴보면서 교육적 문제점에 대하여 논의하기로 한다.

(1) 개인교사형

개인교사형에서 컴퓨터는 정교한 교수 기계로 사용된다. 대부분의 컴퓨터 보조 교수(CAI) 소프트웨어는 개인교사형에 해당하며, 우리나라에서 개발되고 있는 대부분의 CAI 소프트웨어도 여기에 속하여 CAI 소프트웨어라는 말이 개인교사형 소프트웨어를 뜻하는 것으로 혼용되기도 한다.

최근에는 인공지능에 대한 연구 결과를 토대로 전문 교사의 특성을 소프트웨어에 통합하려는 추세로 연구 개발이 이루어지고 있다. 이것은 학생들의 반응 패턴에 입각해 각 상황에서 학생들에게 가장 필요로 하는 정보를 제공하여 줌으로써 교수 가능한 시점을 컴퓨터가 판단함으로써 유능한 교사의 역할을 컴퓨터가 대신하

2) 피타고라스 정리의 형식적인 증명에 필요한 도형의 성질을 구체적인 조작을 통해 경험시키고 이를 수학 교사가 형식적인 증명과 결부시켜 지도한다면, 이러한 애플릿은 훌륭한 교수 자료가 될 것이다. 그러나 Web 환경에서 구현된 이런 류의 학습 자료는 이러한 경험을 제공하고 학생들이 구체적인 조작을 하는 것으로 끝나 버린다.

게 하려는 것이다.

훌륭한 개인교사형 소프트웨어는 학생들에게 어느 정도 개별적인 도움을 제공하여 개별적인 도움이 불가능하였던 교수 상황을 보완할 수 있게 되었다. 동기를 적절하게 부여받은 학생은 컴퓨터가 제공할 수 있는 끊임없는 연습과 피드백을 통해서 절차적인 기능을 어느 정도 자동화할 수 있다. 전통적인 교실 수업의 보조물로 사용된 보조 교수에 관한 연구는 학생들이 전통적인 교수 방법을 사용한 교육과정보다 CAI 보조물을 사용했을 때 더 나은 결과를 얻을 수 있음을 보여준다(허운나, 1985).

개인교사형 시스템은 학생에게 학습의 주도권을 거의 주지 않는다. Geometry Tutor는 인공지능적인 개인교사형 시스템의 전형적인 예이다. 그것은 학생들이 충분한 시간을 갖고 학습하려는 영역을 가장 잘 알고 있는 교사와 학습할 때가, 학생들이 스스로 문제를 해결하여야 하는 보통의 교실에서 학습할 때보다 효율적으로 학습한다는 아이디어를 기반으로 고안되었다. Geometry Tutor는 기하 문제에 대한 수학적 증명 과정을 안내하고 피드백을 제공하며, 분명한 힌트를 제공하고, 학습자가 실패하였을 때나 방향을 상실했을 때 도움을 준다.

개인교사형 시스템은 개인교사인 컴퓨터가 예견되는 인터페이스 상에서 학생들의 행동을 밀접하게 추적한다. 학생과 시스템 사이의 밀접한 상호작용은 학생들의 학습을 보장할 수 있다. 그러나 지식의 이면에 들어 있는 의미의 본질을 이해하는 것은 보장하지 못한다. 그 이유로 두 가지를 들 수 있다. 우선 개인교사형 시스템은 그 속에 들어 있는 지식에 대한 학생들의 견해를 표현할 수 없다는 것이다. 그리고 학생들에게는 선택할 수 있는 조작의 수가 한정되어 있어, 다루어지는 수학적 개념에 대한 분명한 이해 없이도 학습이 진행될 수 있다.

또 다른 이유는 앞에서 살펴보았듯이 학생들의 학습이 변질될 수 있다는 것이다. 다시 말해, 학생들의 학습이 컴퓨터에 의해 주어지는 피드백을 주어진 문제나 과제를 해결할 수 있는 힌트나 도움을 얻는 방법에 대한 학습으로 변질될 수 있다는 것이다. 곧, 학습자는 과제가 의도하는 지식을 얻는 대신에 피드백의 사용을 효율적으로 이용하는 방법을 학습할 수 있다는 것이다(Balacheff, 1991).

(2) 학생주도형

학생주도형에서 컴퓨터의 역할은 개인교사형의 경우와는 반대이다. 여기서는 학생이 컴퓨터를 지도하는 역할을 한다. 학생은 자신이 구성하여 입력하는 일련의 논리적인 단계를 통해 컴퓨터가 행동을 수행하도록 컴퓨터를 프로그래밍(지도)하고, 그 결과를 살펴봄으로써 자신의 사고 과정을 반성하게 되고, 나중의 수학 학습에 도움을 얻게 되는 경험을 하게 된다. 컴퓨터 문화에서는 지식의 절대성이 부정되는 바절대로 완벽한 지식이나 절대로 틀린 지식은 존재하지 않는다. 오류 수정은 여러 가지 어려움을 하나하나 처리해 감으로써 상대적으로 개선된 프로그램을 만들어감을 의미한다. 따라서 학생들은 프로그래밍의 오류를 수정해 가는 경험을 통해 지식에 대한 비판적 안목과 사고하는 능력을 배양시킬 수 있다고 주장되고 있다. 학교에서 프로그래밍의 지도에 대한 찬성론은 대체로 다음과 같이 네 가지로 요약될 수 있다(Maddux & Johnson, 1988).

첫째, 프로그래밍의 교수를 옹호하는 가장 강력한 주장의 하나는 컴퓨터에 관하여 가르치려면 프로그래밍의 교육이 최선의 방법이라는 주장이다. 이 주장에 의하면 컴퓨터 소양 교육을 위한 방법은 프로그래밍 교수이다. 다양한

프로그래밍 언어의 다양한 잠재력에 대한 비교는 일반적으로 컴퓨터의 속성에 대한 매우 귀중한 통찰을 제공해 준다고 주장한다. 둘째, 프로그래밍 지도는 수학을 가르치는 좋은 방법이라는 주장이다. 이 주장은 컴퓨터가 과학적/수학적 기계라는 사실에 근거를 두고 있는 것이다. 어떤 교육자들도 이를 무시하기 어려울 것이다. Shumway(1983, p.2)는 이에 대하여 다음과 같이 주장한다.

수학을 공부하기 위해서 프로그램을 작성하는 학생들이 수학을 학습한다는 것은 명백한 것으로 보인다. 그리고, 여러 사람들의 연구도 그것을 입증해 왔다. 컴퓨터가 기본적으로 우둔하고, 입력된 대로 정확하게 행하기 때문에, 컴퓨터에게 수학(프로그래밍)을 가르치는 학생들은 많은 수학을 학습한다

(Maddux & Johnson, 1988, p.21에서 재인용)

셋째, 프로그래밍 지도는 학생들의 미래 직업에 대한 준비를 하게 해 줄 것이라는 주장이다. 이 주장은 컴퓨터의 초기 시대부터 계속된 오래된 주장이며, 특히 컴퓨터 과학 연구의 배경을 가진 교육자들이 이런 주장을 강하게 한다. 넷째, 프로그래밍의 교수는 일반적인 지능의 발달을 가져온다는 주장이다. 프로그래밍의 교수가 지능의 발달을 촉진시키는 방법이라는 주장이 모든 컴퓨터 언어에 대해서도 있어 왔지만, Maddux와 Johnson(1988)에 의하면 그러한 주장의 실제적인 초점은 LOGO에 맞추어져 있다. Papert(1980a)는 LOGO가 아동들의 인지발달을 촉진할 수 있는 하나의 학습 환경을 이룬다고 주장하고 있다.

그러나 컴퓨터 프로그래밍을 교육과정에 포함시키지 말아야 한다는 주장도 있는데, 이는 다음과 같이 세 가지로 구분하여 볼 수 있다 (Maddux & Johnson, 1988).

첫째, 프로그래밍의 학습이 아동들의 장래의

직업에 대한 준비를 해주지는 못할 것이다. 반대론자들은 프로그래밍 직업의 수가 줄어들고 있고, 가까운 장래에도 계속 줄어들 것이라고 주장한다. 둘째, 컴퓨터 소양이 컴퓨터 프로그래밍을 필요로 하는 것은 아니다. 이는 학생들이 컴퓨터를 사용할 줄 알고 컴퓨터가 그들의 생활과 얼마나 밀접한가를 알기 때문에 프로그래밍을 배우지 않고도 컴퓨터와 친밀하게 된다는 주장이다. 셋째, 컴퓨터 프로그래밍이 지능을 발달시킨다는 생각을 지지하는 어떤 명확한 증거가 없다. 지능의 발달을 위하여 프로그래밍을 지도한다는 생각은 흥미롭지만 이것이 실제로 가능한가 하는 것은 아직 검증을 요하는 것이다.

수학교육에서 프로그래밍을 지도할 것을 주장하는 사람들은 다음과 같은 근거로 자신들의 입장을 정당화하고 있다(Jensen & Williams, 1992, p.228).

첫째, 프로그래밍 학습은 그것 자체만으로도 교육과정에 포함될 수 있는 중요한 생업 기능(life skill)이다. 둘째, 프로그래밍 학습에서 학생들은 다른 학습 상황에 전이될 수 있는 강력한 안목과 생각을 얻으며, 자신이 무엇을 알게 되는 과정을 직접 경험하게 된다. 셋째, 몇 가지 수학적인 절차가 들어 있는 프로그램을 구성하게 되면, 이는 학생들이 보통의 상황에서 보다 주의 깊게 그 절차를 분석하도록 촉진하는데, 그 결과 기초가 되는 수학에 대한 깊은 이해를 조장한다.

이러한 주장들은 논리적인 호소력을 갖고 있지만, 그와 관련된 연구 결과는 명확하지 않으며, 프로그래밍 언어가 급속도로 높은 수준으로 발달하고 보다 강력해지는 상황에서 학교의 한 교과로 프로그래밍 언어를 지도하는 것은 현명하지 않은 것으로 보인다.

그러나 LOGO와 BASIC과 같은 간단한 프로

그래밍 언어를 이용하여 수학적 아이디어를 검증하기 위해 간단한 프로그램을 작성하는 것은 프로그래밍 학습에 대한 정당성을 부여할 수 있을 것이다. 간단한 과제를 해결하기 위한 프로그래밍 기능을 학습하기 위해서는 짧은 시간이 요구되며, 그 과제가 강화시키려고 의도하는 수학적 개념과 쓰여진 컴퓨터 절차 사이의 연관성은 쉽게 드러난다. 예를 들면, 학생들의 대수 학습 중에, '서로 다른 변수는 항상 다른 값을 가진다'라든지, '변수는 항상 양의 정수값만을 가진다'는 변수에 대한 오개념을 볼 수 있다. 그러나 프로그래밍 과정에서 학생들은 서로 다른 변수에 동일한 값을 대입하고, 또한 음의 실수도 대입하여 봄으로써, 변수에 대한 그러한 오개념을 수정할 수 있음을 보여주는 연구 결과가 제시되어 있다(Shutherland, 1987, 1989, 1991). 그러나 프로그래밍 환경에서도 학생들이 수학에서 보이는 오류를 그대로 보여줄 수 있으며 오히려 심화시켜줄 가능성이 있다는 연구 결과도 있다(이종영, 1994). 프로그래밍 환경에서의 수학 학습-지도의 문제에 관해서는 후에 보다 상세하게 논의할 것이다.

(3) 보조도구형

보조도구로서 컴퓨터를 사용하는 양식은 이용 범위가 가장 넓고, 현재 연구와 개발이 가장 활발한 분야이다. 이 양식은 그래프를 그릴 수 있고 문자 연산이 가능하며 데이터를 분석하고 수학적 절차를 수행하는 소프트웨어를 사용하는 상황을 일컫는다. 수학교육 전용 소프트웨어 뿐만 아니라, 스프레드시트, 워드프로세서, 데이터베이스, 그래픽 패키지 등 일반적인 소프트웨어를 수학교수 중에 이용할 수 있다. 이러한 일반적인 응용 프로그램의 이용은 사회의 요구에 부합되며 학생들이 졸업 후에도

적절하게 사용할 수 있다는 부가적인 장점도 있다. 그러나 기본적으로 이러한 소프트웨어는 교육용이 아닌 성인들의 업무용으로 개발된 것으로 교육용으로 이용하는 데에는 기본적으로 한계를 가지고 있다.

워드프로세서에서의 수식 작성 과정은 학생들이 수식에서 연산 순서와 괄호의 중요성 등을 이해할 수 있는 경험이 될 수 있다. 그리고 Excel과 같은 스프레드시트 소프트웨어는 수학 문제해결 과정에 유용한 도구로 사용될 수 있다. 수치를 입력하고, 사용자가 새로 만든 공식이나 메뉴에 있는 공식을 이용하여 입력된 수치들을 계산할 수 있기 때문에 스프레드시트는 수 패턴을 조사하거나 문제해결 과정에서 얻어진 많은 자료를 신속하게 처리하는데 이용된다. 그리고 대수 기호 조작 소프트웨어(CAS)는 수학적 개념을 이해하기 위하여 반복적인 풀이 과정을 필요로 하는 경우에 그러한 중간 과정을 신속히 처리해주므로, 수업 시간에 학습자들이 시간을 효율적으로 사용할 수 있다. 그리고 교사나 학습자가 계산 과정이 끝난 후 즉시 답을 비교, 검토할 수 있으며 검산을 하기도 편리하다. 그러나 주의해야 할 것은 그러한 과정을 학습해야 할 단계에서는 사전에 충분한 숙달 과정을 거쳐야 하고 그러한 기능을 도입할 때에는 충분한 수리 능력을 갖춘 단계가 되도록 유의해야 한다는 점이다. 대수기호 조작 소프트웨어는 근본적으로 수학을 연구하는 학자들을 위해 만든 것도 아니고 수학교육을 위한 도구로 만든 것도 아니다. 공학자나 자연과학자들에게 연구 과정에서 필요한 수학 계산을 쉽게 하여주는 도구로 개발된 것으로, 학생들이 수학의 기초적인 지식과 기능을 학습하는데 방해가 될 소지가 충분히 있을 것으로 생각된다. 따라서 Mathematica와 Maple 등은 보통의 수학 교실 상황에서는 보여줄 수 없는 수학적

대상을 시각화하여 보여주거나 특정 함수족의 패턴을 찾는 도구로, 그리고 학생들에게 부여된 복잡한 수식 계산을 해주는 것이 아니라 그것을 검토하는 도구로 사용되어야 할 것이며 그 이상으로 사용되어서는 안 될 것이다.

(4) 컴퓨터 기반 탐구학습 환경과 마이크로월드

컴퓨터 탐구학습 환경은 Taylor(1980)가 구분한 세 가지 양식 중 보조 도구형과 학습자 주도형이 결합된 교수 양식이다(Teodoro, 1993). 컴퓨터 탐구학습 환경은, 학생이 컴퓨터 없이 행하기에는 너무 시간이 걸리거나 컴퓨터 없이는 행할 수 없는 과제를 수행하는 동안 지식 영역에 관한 아동의 사고를 돕기 때문에 보조 도구형 양식에 속한다고 할 수 있다. 다른 한편으로는 컴퓨터 탐구학습 환경에서, 학생은 컴퓨터가 어떤 일을 수행하도록 컴퓨터를 조작하고, 그런 후에 자신이 행한 활동의 타당성에 대한 피드백을 얻을 수 있기 때문에 학습자 주도형 양식에 속한다고 할 수도 있다.

컴퓨터 탐구학습 환경의 가장 중요한 특징은 학생들이 대상들 간의 관계를 탐구할 수 있도록 해준다는 것이다. 탐구는 컴퓨터의 통제 아래에서 이루어지는 것이 아니라, 학생의 완전한 통제 속에서 이루어진다. 여기서 컴퓨터는 미리 계획된 일련의 이미지만을 보여주는 비디오 프로젝터처럼 작동하는 기계가 아니라, 학생이 완전히 다룰 수 있는 기계로, 여기서 학생들은 자신이 시각화하고자 하는 대상을 탐구하기 위한 전략을 직접 수립하여야 한다.

컴퓨터 탐구학습 환경의 또 다른 중요한 특징은 다양한 표현을 연결하는 가능성을 지니고 있다는 점이다. 이것은 수학 교사들에게 매우 흥미 있는 특징일 것이다. 학생들이 다양한 표

현들을 관련지을 때 의미가 창조된다고 가정하면, 컴퓨터를 통한 다양한 표현의 제공은 의미를 구성하는 과정을 촉진할 것이다. 지식이 다양한 표현을 갖는 과학과 수학 분야에서 컴퓨터 기술은 가장 생산적으로 이용될 수 있을 것이다.

마이크로월드는 처음에 인공지능학자들이 사용하던 용어로, 관심을 갖고 있는 실제 세계에 대한 활동 대상의 작은 영역을 컴퓨터 프로그램 형태로 구현한 것을 일컫는 용어이다. 실제 세계는 매우 복잡하기 때문에, 초기의 마이크로월드는 이론의 검증 실험을 위한 실제의 단순화된 번역판으로 생각되었다(Hoyles, 1993). 이런 마이크로월드라는 개념은 학교 수학에 새로운 빛을 던져준 Papert(1980a)의 「Mindstorms: Children, Computers and Powerful Ideas」의 근간을 이루고 있다.

Papert(1980b, p.120)는 새로운 것을 대할 때 작용하는 두가지 학습 원리로서 “새로운 것을 이미 배운 무언가와 관련지어라, 새로운 것을 취하여 네 자신의 것으로 만들어라”고 말한다. Papert의 이러한 주장은 Piaget의 연구에 영향을 받은 것으로 보인다. Piaget는 아동의 학습을 연구하면서 이 두 과정을 모두 고려하였는데, 아동은 기존의 것으로 새로운 것을 해석하며 능동적으로 자신의 지식을 구성, 수정한다는 것이다. 이러한 Piaget의 동화, 조절이라는 아이디어를 이용하여 수학학습 이론을 전개한 사람이 Skemp이다. Skemp가 생각한 schema의 개념은 정적인 이미지라기보다 행동이나 사고의 양식 내지 구조로서 인간의 행동이나 사고를 반복 가능하게 하고 일반화할 수 있는 심적인 구조를 말한다. 그의 학습 이론은 Piaget이론 가운데 schème, 동화(schème에의 합체), 조절(schème의 분화 조정) 개념에 근거하여 전개된 이론이다. Piaget에 의하면 새로운 schème의 발

달에 의해 관련이 없던 자료에 의미가 주어지게 되며, 무엇을 이해한다고 하는 것은 적절한 schème에 동화하는 것을 의미한다. Skemp의 이론을 한마디로 표현한 'schematic learning'이란 참된 이해, 즉 관계적 이해를 가능하게 하는 학습이며, 그것의 결정적 요인은 아동의 마음 가운데 적절한 예비 schème이 존재하는가 하는 학습의 준비성 문제와 자료를 어떻게 배열할 것인가의 자료 제시의 문제이다(김응태 외, 1985, pp.178-183).

이와 관련하여 위의 두 학습 원리를 적용할 때 따르는 어려움은, 아동이 새로운 것과 관련된 어떤 지식도 가지고 있지 않거나 적용될 수 있는 대상을 파악할 방법을 갖고 있지 않은 경우가 대부분이라는 것이다. Papert(1980a, p.121)는 경험이 없는 새로운 것을 파악하고 개념화하기 위한 수단이 부족한 상태에서 학습 장애를 극복하고 일반적인 개념을 개인적으로 쉽게 사용하도록 하는 방법을 찾는 문제를 컴퓨터 마이크로월드들 통해서 해결할 수 있다고 주장한다. Papert(1980b, pp.203-210)는 또한 마이크로월드들 실제의 부분집합으로, 주어진 인지 메카니즘이 효과적으로 작동할 수 있는 환경을 제공하기 위하여 인지 구조에 어울리도록 구성되어진 실재라고 정의하고 있다.

대부분의 수학교육과정은 학습자가 흥미있는 자료를 학습하기에 충분히 동기화될 때까지 그에 대한 지도를 미루고 있다. 학습 과정에서 '선행 조건'을 준비하는 그러한 학습의 장애를 피하는 새로운 학습 환경, 즉 선행조건이 갖추어지고 학습자가 활동적인 구성자가 될 수 있는 학습 환경을 구성한다는 아이디어가 바로 마이크로월드 개념으로서, 마이크로월드는 특정한 종류의 강력한 아이디어나 지적 구조를 학습하기 위한 장소라는 것이다(장혜원, 1991, pp.20-21).

Papert는 구체적인 수학적 경험으로부터 형식적인 수학적 조작의 구성을 위한 매체를 제공하는 방법으로 마이크로월드를 제안하였는데, 이것은 공리와 정리를 갖는 수학적 체계로 형식화될 수 있다. 거북 기하는 가장 대표적인 마이크로월드이다. 상태는 거북의 위치와 방향이다. 기본 명령어 FD, RT, PU 등을 조작함으로써 나타나는 효과는 공리이다. 명령어들의 조합은 화면상의 그림을 그리는 효과를 낳는데, 이 때 정리는 어떠한 프로그램이 주어진 그림을 만들 것이라는 명제이다.

마이크로월드는 지식의 구성에서 생기는 선행조건의 문제를 해결할 뿐만 아니라 개인적인 차원의 '잘못된' 좀더 정확히 말하자면 나중에 옳은 이론으로 수정되어야 할 '중간 이론'의 구성을 가능하게 한다. 학습자는 후에 포기될 수도 있는 잘못된 이론들을 세우면서 배워나간다. 그러나 우리의 교육체제인 학교는 이 자연스러운 경로를 인정하지 않기 때문에 아동의 '중간 이론'은 버릴 수 없고 결과적으로 진정한 학습 방법을 방해하고 오류의 교육적 중요성을 놓치고 만다.

Piaget의 이론에 따르면, 아동의 '중간 이론'을 학습 과정의 필수 경로이며 그것이 지적 결함이 아니라 유연한 인지 구조와 옳은 이론 구성에 필요한 활동으로서 길 역할을 한다. 따라서 잘못된 이론을 자연스럽게 당연한 것으로 받아들일 수 있기 위해서는 맞고 틀리는 결정적 기준에 의해 덜 영향받는 학습 환경인 마이크로월드를 제공하는 것이 바람직한 해결책이 될 수 있다. 그 환경에서 아동은 창조적이고 개인적인 산물을 얻으며 새로운 흥분과 기쁨을 맛본다. 예를 들어 다각형을 그리기 위한 절차를 이용하여 원을 그리는 경험을 한 아동은 원이 다각형의 극한이라고 주장할 준비를 갖추게 되며, 학습에서의 이론의 참과 거짓은 부차적

이라는 것에 동의하게 될 것이다.

마이크로월드에는 학생들이 실험 삼아 다양한 대상을 통제 조작하고 자신이 행한 조작의 결과에 의해 즉각적으로 피드백을 받게 되는 학습 환경이다. 가령 블록놀이는 간단하지만 강력한 마이크로월드로 아동에게 공학과 설계의 기본적인 원리에 대한 비형식적인 지식을 구성하게 해준다. 뛰어난 마이크로월드에서 아동은 자연스럽게 즐겁게 자신들이 실험하기 위해 통제하는 대상들 속에 내재된 매력에 의해 동기를 부여받으며 그 과정에서 그와 유사한 환경에서 발전적인 중요성을 지닌 지식을 구성한다.

마이크로월드에는 마이크로월드 표현상의 문법적인 것에 기인하는 제약이 있지만, 가능한 많은 주도권을 학생에게 부여한다. LOGO는 마이크로월드의 전형적인 예이다. 몇 가지 단순한 기본 명령어를 가지고 출발해서, 학습자는 보다 정교한 대상을 구성할 수 있으며, 앞으로의 탐구 활동을 위해 복잡한 많은 도구를 정의할 수 있다. 마이크로월드에는 학습자의 지식이 증가함에 따라 발전한다. 이것은 마이크로월드의 핵심적인 특징으로, 시뮬레이션 환경과의 차이점이다. 대부분의 시뮬레이션은 변수를 학습자가 입력하는 식으로 구성되어 있고, 학생들은 자기가 입력한 변수에 대한 영향을 관찰할 수 있다. 그러나 학습자의 학습이 진전됨에 따라, 초기 시뮬레이션 모델은 더 이상 발전적으로 작용할 수 없게 된다.

어떤 마이크로월드는 일종의 시뮬레이션으로 간주될 수도 있는데, Cabri Geometry와 Geometer's Sketchpad(GSP)는 이러한 마이크로월드이다. 그것은 몇 개의 기본적인 명령어로부터 출발하여, 매크로 작성을 통하여 학습자가 새로운 대상과 도구를 마이크로월드 속에서 구성할 수 있게 해주는 기하에 대한 하나의 시뮬레이

션 환경이다. Cabri-Geometer와 GSP는 기본 대상(점, 직선, 선분, 원 등)으로부터 도형을 작도하는 것을 가능하게 해주며, 메뉴를 사용하여 사용자가 명기하는 관계(중점, 수직선, 평행성 등)를 구성할 수 있게 해준다. 일단 도형이 그려지면, 기본 점들을 움직이는 것이 가능하고 그런 다음에 화면상에 나타나는 도형의 변화를 관찰할 수 있다. 그림의 모든 부분은 부드럽게 연속적으로 움직인다. 사용자가 명기한 모든 기하학적인 제약은 화면상의 점이 이동할 때 보존된다. 이것은 화면상의 도형의 특성에 대한 타당성을 검토하는 도구로 사용될 수도 있다(Laborde, 1991, 1995). 학생들이 기하에 대해 더 많은 것들을 배우게 되면서, 그들은 보다 정교한 문제해결 도구를 구성하게 된다. Cabri-Geometry는 학생들이 매크로 구성을 통하여 마이크로월드에 익숙해지게 해준다. 그러한 매크로 구성은 팝업 메뉴에 하나의 새로운 항목으로 나타난다. 그래서 기하학적 작도의 특성에 대한 열린 탐구의 가능성을 제공하여 주면서, 계속하여 강력한 작도 도구의 작성 가능성을 제공하여 준다.

마이크로월드의 자유 분명한 탐구가 학습자에게 풍부한 경험을 제공하기는 하지만, 교사가 원하는 특정한 지식의 학습이 일어난다는 보장을 하기 어렵다는 문제가 있다(Balacheff, 1996). 따라서 마이크로월드는 교사에 의해 조직된 환경 속에 통합되어야 할 것이다. Cabri-Geometry의 경우에 이를 위해 메뉴 항목 몇 가지를 없애거나 새로운 항목을 구성함으로써 마이크로월드를 통제할 수 있어야 한다. 이는 Cabri-Geometry의 매크로 작성 기능을 사용하여 가능할 것이다. 또한 앞에서 언급한 장점뿐만 아니라 컴퓨터의 기본적인 특성과 한계에 의해 컴퓨터 환경에서의 도형은 그 도형의 본질적인 성질과는 거리가 먼 새로운 성질이 생겨난다.

이러한 새로운 성질은 학생들이 기하를 학습하는데 방해 요인이 될 수 있다(이종영, 1999).

IV. 요약 및 결론

컴퓨터는 현대 과학기술의 혁신적인 발전을 가능하게 하였으며 사회의 모든 영역을 급격히 변화시키고 있다. 컴퓨터의 빠른 정보처리와 다양한 조작 능력은 수학에서 연구 문제의 성격과 탐구 방법까지도 변화시키고 있다. 뿐만 아니라 컴퓨터는 수학 교수-학습 과정에서 제기되어 온 여러 가지 어려움을 극복할 수 있는 대안으로 생각되어 전세계적으로 많은 연구가 이루어지고 있다. 그러나 실제로 수학 교육 현장에서의 컴퓨터의 활용은 전반적으로 미미한 상황으로 앞으로는 그 이용이 활발할 것으로 생각된다. 기존 연구가 컴퓨터의 장점만을 지나치게 부각시키고 수학 교수-학습 상황에서 생길 수 있는 잠재적인 문제점에 관한 연구를 소홀히 하고 있다는 문제 의식을 가지고 잠재적인 문제점에 관한 분석을 하였다.

일단 어떤 지식이 교수의 대상으로 선정되면 그것을 교수 가능한 대상으로 만들기 위한 적절한 변환 과정을 거치면서 그 의미가 변화되는 것처럼, 컴퓨터를 통한 수학 교수-학습 환경에서도 가르치려는 수학적 지식의 교수학적 변환이 필연적으로 일어날 수밖에 없는데, 컴퓨터를 통해 지식을 표현하는 방법의 선택은 특정한 방식으로 지식의 의미를 변화시킨다. 곧 컴퓨터에 의한 교수학적 변환이 일어난다. Balacheff는 컴퓨터 환경에서 수학적 지식을 표현하는 알고리즘과 방법에 관한 문제점을 고찰하였으나, 컴퓨터를 통한 실제 학습-지도 과정에서 수학적 지식의 의미가 변질되는 상황까지는 분석하지 못하였다. 본 논문에서는 컴퓨터

를 이용한 실제 학습-지도 상황에서 발생할 수 있는 수학 교수 현상을 분석하여 보았다.

개인교사형 소프트웨어를 이용한 학습에서는 학생들이 주어진 과제가 의도하는 지식에 대한 학습을 하는 대신에 주어진 과제를 해결하기 위해 힌트나 도움을 효과적으로 얻는 방법에 대한 학습을 하게 되어 학습의 대상이 변질될 수 있다. Mathematica나 Maple 등과 같은 기호 조작 소프트웨어(CAS)에서는 사용되는 문자나 대수식에 대한 지식이나 방정식과 함수의 미분과 적분 등에 대한 개념적 이해가 없이도 뛰어난 기호 조작 기능의 도움으로 문제를 해결할 수 있다. 이는 문제를 해결하기 위해 필요한 알고리즘, 규칙 등 절차적 지식을 학습하기 위한 기계적 학습도 되지 못하고 단지 문제의 해를 구하거나 확인하는 수준에 그친다. 따라서 중등학교 수학 교육에서 이런 기호 조작 소프트웨어 사용은 기존의 도구로는 시각화가 불가능한 내용을 살펴보기 위한 정도로 그 사용을 극히 제한하여야 한다. 보통 인터넷의 Web 기반 환경에서는 수학 문제나 과제와 함께 그것을 해결하는데 도움이 되는 힌트를 얻을 수 있는 버튼뿐만 아니라 풀이를 곧바로 볼 수 있는 정답 버튼이 함께 제공된다. 이런 환경에서 학생들은 주어진 과제를 해결하기 위해 심사숙고하는 기회를 갖지 못하게 될 가능성이 있어 진정한 학습의 기회를 잃게 될 수 있다. 또한 컴퓨터 환경에서 다루어지는 수학적 대상에 대한 조작은 몇 가지로 제한되어 있는 경우가 있어서 마우스나 키보드의 조작 등을 통한 시행착오에 의하여 주어진 과제를 완성할 수 있다. 이런 조작을 통해 과제를 완성하였다고 해서 학생들이 그 과제가 의도한 수학적 지식을 의미있게 학습하였다고 보기는 어려울 것이다. LOGO 언어에서 거북은 위치와 더불어 방향을 갖는 환경을 구성하므로 LOGO 환경은 역학적

인 공간이 되고, 거기서 다루어지는 도형은 미분기하학적인 것이 된다. 그러나 LOGO에서 주어진 과제를 학생들이 완성하였다고 해서 그 학생들이 미분기하의 개념 혹은 미분방정식의 개념을 이해하였다고 보는 Papert의 견해는 교수학적 변환의 극단적인 경우에 해당될 것이다.

컴퓨터 환경에서 이루어지는 수학 학습-지도 양식을 고찰하여 본 결과는 다음과 같다. 개인 교사형 소프트웨어는 학생들에게 어느 정도 개별적인 도움을 제공하여 개별적인 도움이 불가능했던 교수 상황을 보완할 수 있으며, 학생은 컴퓨터가 제공할 수 있는 끊임없는 연습과 피드백을 통하여 절차적인 기능을 어느 정도의 자동성까지 성취할 수 있다. 그러나 학생과 컴퓨터 사이의 밀접한 상호작용은 학생들이 정보적 지식을 학습하리라는 보장을 할 수 있지만, 그 이면에 들어있는 지식의 진정한 의미를 이해하는 것은 보장하지 못하며, 단순한 기계적 학습으로 전략할 가능성이 있다. 그리고 학생 주도형 양식과 마이크로월드와 같은 열린 학습 환경에서는 학생들이 학습에 필요한 풍부한 경험을 제공할 수 있지만, 교사가 원하는 특정한 지식의 학습이 일어난다는 보장을 할 수는 없다.

참고문헌

김웅태, 박한식, 우정호 (1984). 수학교육학개론, 서울: 서울대학교 출판부.
 류희찬 (1997). 수학교육에서의 컴퓨터 활용 - 현황과 과제. 청람수학교육 제6집. 한국교원대 수학교육연구소.
 이경화 (1996). 확률 개념의 교수학적 변환에 관한 연구. 서울대학교 대학원 박사학위 논문.
 이종영 (1994). 프로그래밍 맥락에서 변수 개념 지도의 가능성. 서울대학교 대학원 석사학위

논문.
 이종영 (1998). 컴퓨터 환경에서 교수학적 변환의 가능성. 대한수학교육학회지, 8(2).
 허운나 (1985). 컴퓨터 보조 수업(CAI)의 학습 효과에 관한 연구. 교육 공학 연구, 1(1), 61-96.
 Balacheff, N. (1991). Artificial intelligence and real teaching. In C. Keitel, & K. Ruthven (Eds.), *Learning from computers: mathematics education and technology* (pp.131-158). New York: Springer-Verlag.
 Balacheff, N. (1996). Advanced educational technology: Knowledge revisited. In T. Lio(Eds.), *Advanced educational technology: Research issues and future potential* (pp.1-19). New York: Springer-Verlag.
 Balacheff, N., Cooper, M., Shutherland, R. & Warfield, V. (1997). *Theory of didactical situations in mathematics*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
 Balacheff, N. & Kaput, J. (1996). Computer-based learning environments in mathematics. In Bishop, A. J. et al. (Eds.), *International, handbook of mathematics education*(pp.469-501). Dordrecht: Kluwer Academic Publisher..
 Brousseau, G. & Otte, M. (1991). The fragility of knowledge. In A. J. Bishop, et al. (Eds.), *Mathematical knowledge: Its growth through teaching*(pp.13-38). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
 Chevallard, Y. (1985). *La transposition didactique: du savior savant au saviour enseigné*. La Pensée Sauvage.
 Hamley, H. R. (1934). *Relational and functional thinking in mathematics*. Reston,

- VA: The National Council of Teachers of Mathematics.
- Jensen, R. J. & Williams, B. S. (1992). Technology: Implications for middle grades mathematics. In D. T. Owens (Eds.), *Research ideas for the classroom-Middle grades mathematics*(pp.225-243). New York: Macmillan Publishing Company.
- Kang, W. (1990). *Didactic transposition of mathematical knowledge in textbooks*, Doctorial Dissertation, University of Georgia.
- Kaput, J. (1979). Mathematics and learning: Roots and epistemological status. In J. Lochhead & J. Clement (Eds.), *Cognitive process instruction*(pp.289-303). Philadelphia: Franklin Institute Press.
- Laborde, C. (1995). Designing tasks for learning geometry in computer-based environment. In L. Burton & B. Jaworski (Eds.), *Technology in mathematics teaching*(pp.35-68). Chartwell-Bratt.
- Mathhux, C. D. & Johnson, D. L. (1988). LOGO: *Methods and curriculum for teachers*. New York: The Haworth Press.
- National Council of Teachers of Mathematics (1988). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston, VA: The Author.
- National Council of Teachers of Mathematics (1998). *Principles and standards for school mathematics: Discussion draft*. Reston, VA: The Author.
- Papert, S. (1980a). *Mindstorm: Children, computers and powerful ideas*. New York: Basic Books. 백영균, 류희찬 공역 (1990). 로고 아동과 컴퓨터. 서울: 양서원.
- Papert, S. (1980b). Computer-based micro-worlds as incubators for powerful ideas. In R. Taylor (Eds.), *The computer in the school: Tutor, tool, tutee* (pp.203-212). New York: Teachers College Press.
- Shutherland, R. (1987). What are the links between variables in LOGO and variables in algebra? *Recherches en Didactique des Mathematiques*, 8, 103-130.
- Shutherland, R. (1989). Providing a computer-based framework for algebraic thinking. *Educational Studies in Mathematics*, 20(3), 317-344.
- Shutherland, R. (1991). Some unanswered research questions on the teaching and learning of algebra. *For the Learning of Mathematics*, 11(3), 40-46.
- Taylor, R. (1980), *The computer in the school: Tutor, tool, tutee*. New York: Teachers College Press.
- Teodoro, V. D. (1991). Learning with computer-based exploratory environments in science and mathematics. In S. Voshiado, E. D. Corte & H. Maldl, (Eds.), *Technology-based learning environments: Psychological and educational foundations* (pp.26-32). New York: Springer-Verag.
- Vivet, M., Delozanne, E. & Carriere, E. (1993). Intelligent tutoring systems and mathematics: A survey of what's going on in France. In D. Ferguson (Eds.), *Advanced educational technologies for mathematics and science*(pp.647-686). Springer-Verlag.

Analysis on the Possibility of the Extreme Didactical Phenomena and the Mode of Using Computer for the Mathematics Teaching

Chong-young Lee (Chonju National University of Education)

In this paper, we tried to examine the didactical transpositions of the mathematical knowledges in the computer-based environment for mathematics learning and teaching, and also analyse the extreme didactical problems

Computer has been regarded as an alternative that could overcome the difficulties in the teaching and learning of mathematics and many broad studies have

been made to use computers in mathematics teaching and learning. But Any systematic analysis on the didactical problems of the computer-based environment for mathematics education has not been tried up to this time.

In this paper, first of all, we analysed the didactical problems in the computer-based environment, and then, the mode of using computer for mathematics teaching and learning.