大韓數學敎育學會誌 數學敎育學硏究 第 11 卷 第 2 號
The Journal of Educational Research in Mathematics
Vol. XI, No.2, 321-340. Dec 2001

초등수학교육과 중등수학교육의 비교

이 경 화*

I. 서론

초등수학교육은 중등수학교육과 다른가, 같은가? 이 질문은 답하는 사람의 관점 또는 현재의 위치에 따라서 상당히 다양한 답이 나올 수 있다. 다른 것으로 보는 사람들의 대체적인 이유는 다음과 같이 예상할 수 있다. 먼저 내용체계 또는 (좁은 의미에서의) 교육과정의 구체적인 차이에 주목한다면, 초등과 중등의 수학교육은 분명히 다르다. 가르치는 수학이 다른 것이다. 두 번째로, 학습자의 발달 수준이 다르다. 이를테면, 널리 알려져서 이제는 적어도 교육영역 내에서는 상식으로 통하는 바와 같이, 초등학교 아동은 Piaget 식의 표현으로 구체적 조작기에, 중등학교 학생은 형식적 조작기에 해당된다. 각각의 단계에서 학습할 수 있는 수학의 내용이나 특성은 상당히 차이가 있다. 세 번째, 교사의 차이이다. 우선 초등수학교육은 여러 교과를 가르치는 담임 교사에 의하여 지도된다는 점에서 중등수학교육과 다르다. 초등학교 교사는 중등학교 교사에 비하여 보다 통합적인 관점에서 수학을 바라보고 가르칠 수 있어야 한다는 주장도 있다.

초등수학교육이 중등수학교육과 다르지 않다고 보는 이유에 대해서는 다음과 같은 것들을 예상할 수 있다. 첫째, 가르치는 내용의 차이는 외양상의 것이지 본질적인 것이 아니다. 예를 들어, 초등학교에서 배우는 함수와 중등학교에서 배우는 함수는 다루어지는 문제상황이나 표현에 있어서는 차이가 있으나, 함수개념의 본질에 비추어볼 때에는 같다. 둘째, 중학교, 고등학교 학생들은 물론이고 심지어 대학생, 성인에 이르기까지 형식적 조작기에 도달하지 못하는 경우가 많다. 특히, 새롭거나 어려운 개념을 배울 때에는 성인도 구체적 조작기로 회귀하는 일이 종종 발생하며, 실지로 그것이 교육에 반영되어야 한다. 셋째, 초등수학교육이나 중등수학교육 모두 교사에게 문제해결력, 수학적 사고력의 향상을 돕는 안내자로서의 역할을 강조하고 있다. 교사는 초등학교에서든 고등학교에서든 수학에 대한 바람직한 태도와 안목을 형성시켜야 하며, 초등과 중등을 막론하고 통합적인 관점에서 수학을 바라보고 가르쳐야 한다.

위에서 간략하게 살펴본 바와 같이, 다양한 이유에서 초등수학교육과 중등수학교육은 다르다고도 또 같다고도 볼 수 있다. 이와 같이 보는 관점에 따라 여러 가지의 답이 가능한 것은 질문의 의미가 그만큼 모호하다는 것을 뜻한다. 그럼에도 불구하고 이 글에서는 이 질문을 논의의 중심에 두고자 한다. 그 의미가 모호한 만큼 이 질문에 대한 극단적인 또는 편협한 해석과 그에 근거한 무리한 실천의 위험이 언제

* 청주교육대학교

나 존재하기 때문이다. 실제로, 현재 여러 가지 이유에서 초등교육의 정체성은 의심받고 있으며, 초등수학교육 역시 같은 형편에 있다. 이 글의 주된 목표는 위에서 대략적으로 살펴본 이유들을 좀더 자세하게 검토함으로써, 초등수학교육과 중등수학교육이 어떤 점에서 같고 어떤 점에서 다른지, 나아가서는 어떤 점에서 같아야 하고, 어떤 점에서는 달라야 하는지 등을 확인하는 것이다. 이 글의 주요한 관심사를 달리 표현하면, 초등수학교육을 실제적으로, 이론적으로 중등수학교육과 비교하고 그 정체성을 확인하는 것이다. 서론에 이어 본론의 첫 번째 절에서는 실제적인 측면[1]에서 초등수학교육과 중등수학교육을 비교하고자 한다. 비교의 기준이 명확하지 않기 때문에 논의는 종종 다양한 방향과 소재로 뒤얽힐 것이다. 다만 혼란 속에서도 초등과 중등의 수학교육이 실제로 어떤 방향성을 가지고 (같은 방향이건 다른 방향이건) 있는지 또는 가져야 하는지 확인하는 것이 논의의 궁극적인 목표이다. 두 번째로 수학을 가르치고 배우는 것에 관한 이론적인 관점에 기초하여 초등수학교육을 중등수학교육과 비교하고자 한다.

II. 본론

현재 초등수학교육과 중등수학교육은 제도적으로나, 질적으로 여러 가지 차이를 드러낸다. 본론의 첫 번째 절에서는 이들 차이의 배경에 어떤 아이디어가 들어 있는지 확인함으로써 실제로 초등과 중등의 수학교육을 비교하고자 한다. 논의의 성격상 수학교육의 외양, 예를 들어, 교과서 내용 구성 방식 등을 살펴보고 그 특성을 확인할 것이다. 두 번째 절에서는 초등수준과 중등 수준에 대한 여러 학자들의 이론적 구분을 살펴봄으로써 초등수학교육 고유의 관점과 문제를 찾기 위하여 노력할 것이다.

1) 초등수학교육과 중등수학교육의 실제

TIMSS 보고서[2]에 따르면, 대부분의 국가에서 정규교육은 6세에서 7세에 시작되며, 초등 및 중등 교육을 마치기 위한 총 교육기간은 대부분 12년이었다. TIMSS 국가의 ⅓이상은 6년 내지 7년 동안 초등학교 교육을 실시하고 있다. 국가에 따라 같은 학습주제가 서로 다른 시기에 도입되었는가 하면, 어느 한 학습주제가 다루어지는 학년 수도 국가간에 서로 달랐다. 보편적으로 적용되는 것은 아니지만, 많은 국가에서 비슷한 학년에 공통적으로 학습되고 있는 일련의 학습 주제들은 다음과 같다. 1학년에서 3학년까지의 수학교육과정에서는 주로 수, 측정 및 기본도형을 공통으로 다루고 있었다. 간단한 표와 그래프를 사용한 '자료표현'도 공통적이었다. 4학년에서 6학년까지는 수, 측정 그리고 기하단원이 보다 심화 학습되었고 새롭게 어림 주제가 공통적으로 소개되었다. 또한

1) 실제적인 측면을 고루 살피기 위해서는 초등수학교육에 관련되는 여러 가지 변인, 이를테면, 교사, 학생, 수학적 지식 등을 상호간의 관련성에 입각하여 충분히 고려하여야 할 것이다. 그러나, 이것은 방대하고 치밀한 작업을 필요로 하기 때문에 현재 연구의 범위를 벗어난다. 본 고에서는 주로 수학적 지식이 초등과 중등에서 어떻게 조직, 표현되는지, 교과서 저자와 교사는 수학적 지식의 변환에 있어 어떤 어려움에 부딪히는지 등의 문제만을 대략적으로 다룰 것이다.

2) 국제 교육성취도 평가학회(International Association for the Evaluation of Educational Achievement: IEA)가 주관하는 제 3차 수학·과학 성취도 국제비교연구(The Third International Mathematics and Science Study: TIMSS)에는 세계 약 50개국이 참가하였다. TIMSS 보고서는 이들 참가국의 수학교육과정을 비교한 연구결과를 가리킨다. 이하의 내용은 이 보고서의 번역본(국립교육평가원, 1997)을 참고하여 정리한 것이다.

처음으로 비례 개념들이 도입되었고 대수와 관련된 내용들도 4학년에서 공통적으로 도입되었다. 7학년, 8학년에서는 유리수와 실수, 심화된 대수, 비례와 합동 및 닮음 등이 도입되었다. 범자연수와 분수 그리고 어림과 관련된 주제에 대한 교육과정상의 관심은 상당히 감소되었다. 9학년 이상의 경우에는 대체로 대수, 도형, 비례, 자료표현, 확률 및 미분, 적분과 같은 고등수학의 주제들이 소개되었다.

한 학습주제가 얼마 동안 학습되고, 몇 학년에서 그 주제에 대한 학습이 완성되는가 라는 점과 관련해서 유사하거나 공통적인 현상과 상이한 현상이 드러났다. 각 학년에서 다루어지는 단원의 수라든가, 새로운 학습주제가 언제, 얼마나 자주 도입되며 이미 다루어진 학습주제들이 언제, 얼마나 자주 교육과정상의 주목을 받지 않게 되느냐 하는 점은 국가마다 서로 달랐다. 어떤 국가에서는 보다 적은 수의 학습주제들을 집중적으로 다루는 반면, 다른 국가들은 비교적 보다 다양한 교육과정을 갖고 있었다. 또한 계속 새로운 학습주제를 첨가하고, 이미 배운 학습주제를 제외시키면서 꾸준히 변화되는 수학을 지향하는 국가들이 있는 반면, 교육과정상의 변화가 비교적 적은 국가들도 있었다. 이와 같이 수학교육과정의 학년에 따른 흐름을 분석한 자료에 따르면 국가에 따라 많은 차이점들이 있지만 학습 내용이 다루어지는 계열이나 그 학습주제들이 도입되는 단계에 있어서는 국가간에 놀라울 정도로 유사한 점도 많이 있었다. 이제 수학교육국제학회도 많아졌고 인터넷 등을 통하여 국제적인 교류가 활발하게 이루어지고 있기 때문에 국가간의 유사점은 보다 많아질 것으로 생각된다.

여러 국가에서 시기별로 공통적으로 도입하는 학습주제가 있고, 어느 정도의 유사성을 가지고 실제로 수학교육이 이루어지고 있기 때문에, 그 배경에 대한 탐색에서 초등수학교육과 중등수학교육의 실제에 관한 기본가정 또는 방향감을 추출할 수 있다. 이하에서는 교과서의 내용 구성 방식, 교과서의 개념과 표현, 수학적 지식의 교수학적 변환이라는 세 가지 관점에서 이를 시도할 것이다.

(1) 교과서의 내용 구성 방식

이용숙 외(1995)는 우리 나라, 일본, 프랑스, 독일, 미국, 영국의 교과서 정책과 내용구성 방식을 비교 연구하여 다음과 같은 결론을 내렸다. 대부분의 초등학교 수학 교과서는 영역별 집중 방식보다는 분산식, 교차식 구성을 따르고 있다. 다시 말하면, 수학의 학문적인 영역 구분에 따라 집약식으로 단원을 구성하는 중·고등학교와는 달리, 각 영역의 내용을 잘게 쪼개어 분산적으로 제시하고 각 대단원을 하나의 싸이클로 하여 점차로 그 내용을 심화시키는 나선형 방식의 구조를 취하고 있다는 것이다(p. 323).

우리 나라의 경우, 제 7차 교육과정의 국민공통기본교육기간 동안 다루는 측정 영역의 단계별 내용을 살펴보면 다음 <표 1>, <표 2>와 같다.

<표 1>, <표 2>에서 대체로 짐작할 수 있듯이, 현재의 초등학교시기에 해당하는 6단계까지는 각 단계별로 일정한 내용이 분산·교차되도록 하면서 나선형으로, 7단계 이후부터는 어느 시기에 집중적으로 관련내용을 다루는 집약형으로 내용이 구성되어 있다. 예를 들어, 초등학생들은 여러 가지 양의 하나로 길이를 배우고, cm, m, mm 등 단위체계의 한 부분에 주목하면서 2단계, 3단계 등으로 나아가야 한다. 사실상, 이들 길이의 단위들은 한 번에 다룰 수도 있는 동질적인 내용이다. 그럼에도 불구하고 2단계에서 배운 단위를 3단계에서는 재조명

하면서 좀더 높은 단위로 확장하도록 하는 것이다. 반면, 중학교와 고등학교에서는, 예를 들어, 근사값에 관련된 지식을 8-가단계에서 집중적으로 다루고 그것이 기초지식이 되어 응용할 수 있는 내용을 다음 단계에서 다룰 뿐, 근사값 관련 지식을 분산하여 다루지는 않는다.

<표 1> 초등학교의 측정 영역 내용

단계 \ 내용	다루는 내용
1-가	여러 가지 양의 비교
1-나	시각읽기
2-가	길이(cm), 시각과 시간, 여러 가지 시간 단위
2-나	길이(m), 측정값 나타내기
3-가	길이(mm, km), 시간(시, 분), 분 단위까지 시간의 덧셈과 뺄셈
3-나	들이, 들이의 덧셈, 뺄셈
4-가	시간(분, 초), 초 단위까지의 시간의 덧셈과 뺄셈, 무게, 무게의 합과 차
4-나	어림하기(반올림, 올림, 버림)
5-가	평면도형의 둘레, 직사각형, 정사각형, 평행사변형, 삼각형의 넓이
5-나	무게와 넓이의 여러 가지 단위, 여러 가지 도형의 넓이
6-가	직육면체의 겉넓이와 부피, 측정값(이상, 이하, 초과, 미만)
6-나	원주율과 원의 넓이, 원기둥의 겉넓이와 부피

<표 2> 7단계부터 10단계까지의 측정 영역 내용

단계 \ 내용	다루는 내용
7-가	
7-나	다각형의 각과 크기, 부채꼴의 넓이와 호의 길이, 입체도형의 겉넓이와 부피
8-가	근사값과 오차, 근사값의 표현, 근사값의 덧셈, 뺄셈
8-나	
9-가	
9-나	삼각비, 삼각비의 활용
10-가	
10-나	부등식의 영역, 간단한 최대 문제, 최소 문제

이러한 교과서 내용 구성 방식의 차이는 초등과 중등에서 단지 다른 수학을 가르치고 있다는 말과는 차원이 다른 의미를 가진다. 이 차이로부터 다른 수학을 가르치는 것, 예를 들어, 미분 개념을 가르치지 않는 것과 가르치는 것 사이에서는 볼 수 없는 독특한 측면을 확인할 수 있다. 초등학교 학생들에게 수학을 가르치기 위해서는 다소간 산만하더라도 한 가지 개념이나 지식을 어느 정도의 시간 간격을 두고 반복하여 다루어야 한다는 것이 그것이다. 이미 그 체계가 분명한 내용, 이를테면, 덧셈을 가르치는 과정도 한 자리 수, 두 자리 수, 세 자리 수, 받아올림 등의 기준에 따라 적정 내용을 구성하고 분산 배치하여 때로는 한 학기 내에서도 두 세 단원으로 나누어 다루는 것이다. 이것은 초등수학교육의 내용 구성 방식이 단지 수학의 학문적 구조로부터 그대로 도출되었다기보다는 상당부분 교육적 안목에 의하여 선택되고 조정되었음을 뜻한다.

(2) 교과서의 수학적 개념과 표현

교과서 저자들은 학생을 교과서의 주된 독자로 생각하지만, 동시에 교사로 하여금 학생의 학습을 지도할 수 있도록 하여야 한다. 교과서는 수학적 지식의 나눔이나 전달을 위하여 교실에서 사용될 표준적인 언어를 제공한다. 한편, skemp는 시각적 기호와 언어-대수적 기호 두 종류의 대조적이면서도 매우 상보적인 성질을 종합해서, 시각적 기호는 전달되기 힘들지만 개인적 사고도 표현할 수 있는 반면, 언어-대수적 기호는 전달에 용이하고 사회화된 사고를 보다 잘 전달할 수 있다는 점을 지적하였다 (Skemp, 1971; 강완 외, 1998, p. 201에서 재인용). 강완 외(1998)에서는 이러한 설명에 근거하여, 시각적 기호는 개인화에 언어-대수적 기호는 탈개인화의 과정에 적합하다고 보고 있다

(p. 201). 교실에서 사용하여야 할 표준적인 언어, 시각적 기호와 언어-대수적 기호사용의 측면에서 초등과 중등은 적지 않은 차이를 가진다. 이에 관해서는 박교식(1998)의 연구를 통하여 시사하는 바를 얻을 수 있다. 그는 초등학교 수학교과서에서 찾을 수 있는, 초등학교 수학의 현상적 특성으로 다음 네 가지를 제시하였다(pp. 245-254).

첫째, 어떤 수학 개념의 경우, 그 개념의 외연을 의도적으로 축소하고 있다. 예를 들어, 초등학교 수학에서 취급하고 있는 각기둥, 각뿔, 원뿔은 실제로는 각각 직각기둥, 직원기둥, 직각뿔, 직원뿔만을 의미한다. 빗각기둥, 빗원기둥, 빗각뿔, 빗원뿔은 각기둥, 각뿔, 원뿔에는 속하지만 초등학교 수학에서는 제외되는 것이다. 이는 기성수학의 입장에서 보면 정확한 것이 아니다. 그러나, 초등학교 학생들에게 친숙한 대상, 이를테면 상자와 같은 구체적인 예를 바로 찾을 수 있는 것만을 각기둥이라는 개념 아래 다루기 위한 조치이다.

둘째, 어떤 수학 개념의 경우, 그 개념으로, 실제로는 그 개념의 외연에 포함되지 않는 것까지를 의미할 수 있다는 것을 방임하고 있다. 예컨대, 초등학교 수학에서는 삼각형을 세 선분으로 이루어진 다각형 뿐 아니라 내부를 포함하고 있는 것까지 허용한다. 색종이에 삼각형을 그려서 오린 것을 삼각형으로 보는 것이다. 이는 삼각형이라는 추상화된 개념을 물리적인 실재로 가시화함으로써 초등학생들의 이해를 돕기 위한 것이다.

셋째, 어떤 수학 개념의 경우, 비연역적으로 제시될 수도 있다. 예를 들어, 중학교 수학에서는 원을 대개 평면에서 한 점으로부터 일정한 거리에 있는 점들의 집합으로 정의한다. 그러나, 초등학교 2학년 수학에서는, 이를테면 깡통의 밑부분과 같이 원의 모양을 가진 물체의 본을 뜨게 한 뒤, 그와 같이 본을 떠서 만들어진 모양을 원이라고 정의한다. 사실, 깡통의 밑부분의 본을 떴다고 해서 그것이 원이라는 것을 보장해 주는 것은 아니며, 다만 눈으로 보기에 원처럼 보인다는 것, 곧 추측일 뿐이다. 이것은 중학교 수준에서의 정의와 논리적으로 동치인 것은 아니지만 초등학생들의 수준에서 보면 오히려 적절한 것일 수 있다.

넷째, 초등학교 수학에서는 관례적인 표기 방법 대신 임시적인 표기 방법을 사용할 수도 있다. 예를 들어, 초등학교 수학에서 양의 정수와 음의 정수를 표기하는 방법은 중학교의 것과 다르다. 더하기, 빼기 기호와 구별함으로써 초등학생들의 이해를 돕기 위한 것이다.[3]

박교식은 이러한 네 가지 특성을 근거로 다음과 같은 결론을 내렸다(p. 257).

> 이와 같이, 초등학교 수학 교과서에서 정확하지도 않고, 엄밀하지도 않고, 또는 연역적이지도 않은 제시가 이루어지고 있는 것은, 나름대로 그 어떤 공통적인 가정을 묵시적으로 받아들이고 있기 때문이다. 그 공통적인 가정은 말하자면 구성주의 및 교수현상학과 연결될 수 있다고 볼 수 있다.

박교식의 연구는 표준적인 언어, 시각적 기호, 언어-대수적 기호사용의 측면에서 초등학교는 중학교보다 훨씬 많은 제한을 받고 있음을 보여준다.[4] 제한의 주된 이유는 학생들의 학습

3) 이 논문이 나온 후에 공표된 제 7차 수학과 교육과정에서 정수는 중학교 수학으로 이동되었다. 그러나, 이 주장의 예는 얼마든지 찾을 수 있다. 예를 들어, 관례적으로는 함수 관계를 식으로 표현할 때 알파벳 문자를 사용하지만 초등학교 수학에서는 □, ○ 등을 사용하며, 원주율도 그 고유한 표기 방법과 달리 3.14라는 근사적 값으로 바꾸어 사용한다.

4) 엄밀하지 않다는 의미에서는 훨씬 자유로운 입장을 취하는 것으로 해석될 수도 있다.

수준과 관련된다. 초등학교 교과서는 불완전하고 어색하며 때로는 생산적이지 못한 방법으로 수학적 개념을 정의하고 다루어야 학생들의 학습 수준에 맞는 것이다. 자유로이 수학적 용어, 기호를 사용할 수 있을 때와는 달리 문제상황을 구성하거나 해결 방법을 설명할 때 교과서 저자나 교사는 난처함을 느끼게 된다. 이들에게 주어지는 부담은 이러한 제한 속에서도 수학적 개념을 본질에 어긋나지 않게 다루어야 한다는 것이며, 특히, 중등 수준에서의 재조명이 가능하도록 다루어야 한다는 점이다.

(3) 수학적 지식의 교수학적 변환

지식의 교수학적 변환(didactic transposition)이란, 쓰여질 도구로서의 지식으로부터 가르치고 배울 지식으로의 변환을 말한다(강완 외, 1998, p. 197). 가르칠 지식을 둘러싼 교수학적 환경은 처음부터 바꾸어지거나 재조성되어야 한다. Chevallard는 이러한 교수학적 환경의 재조성을 가르칠 지식의 생태학(ecology of taught knowledge)이라 불렀으며, 이를 지배하는 어떤 법칙이 있으리라 가정하였다. 교사의 주된 일은 가르칠 지식을 둘러싼 환경이 학생의 상황에 들어맞도록 지식을 재배경화하고 재개인화하는 것이다. 교과서에서는 가상적인 학생, 교사, 교실 등을 가정하고 있다(강완 외, 1998, p. 199). 수학적 지식은 교과서 저자와 교사에 의하여 변환되면서 본래의 모습과는 달라지는 경우가 대부분이다. 초등수학교육과 중등수학교육의 차이는 이러한 변환의 과정에서 구체적으로 확인할 수 있다.

앞의 첫 번째 절에서 살펴본 바와 같이, 초등수학교과서에서는 가르칠 지식을 분산형, 교차형으로 재조직하여 제시하고 있다. 이것은 수학적 지식을 교수학적 의도에 맞게 변환함에 있어 별도의 고려사항으로 작용한다. 예를 들어, 시간과 시각이라는 학습주제는 앞의 <표 1>에 따르면, 1-나단계, 2-가단계, 3-가단계, 4-가단계에서 각각 다소간의 차이가 있는 내용으로 학습하도록 하고 있다. 시각을 읽는 것에서부터 분 단위 또는 초 단위까지의 계산을 하는 것까지 학습 내용의 난이도는 물론 다르다. 교과서 저자나 교사의 입장에서는 시간이나 시각을 포함한 문제상황을 개발하고 그 안에서 자유롭고 풍부한 사고가 일어나도록 하여야 한다는 요구를 만족시킬 수 있어야 하며, 특히, 주어진 학습 내용의 범위를 지킬 수 있어야 한다. 그러나, '초 단위까지의 계산'이 필요한 상황을 제시하고 시간 계산의 방법과 의의를 설명하는 과정은 상당 부분 이전 학년의 수업 내용인 '분 단위까지의 계산'과 중복된다. 교과서 저자가 구성하는 문제상황은 초 단위에 주목시키기 위한 것(우주선이 발사되는 상황과 같은)이지만 결국 분 단위 계산 문제가 다시 상당한 시간 동안 다루어진다. <표 3>, <표 4>는 각각 3학년과 4학년 교과서에서 다루고 있는 문제상황이다. 모두 분 단위까지의 계산을 위한 상황이 제시되어 있고 그 계산 과정을 설명하고 있다.

<표 3> 3학년 교과서

> 산을 올라가는 데에는 3시간 20분이 걸렸고, 내려오는 데에는 1시간 50분이 걸렸습니다. 걸린 시간을 알아보시오.

<표 4> 4학년 교과서

> 버스를 타고 현장 학습을 갔다. 학교를 출발하여 1시간 50분 만에 휴게소를 지났고, 목적지까지는 40분이 더 걸렸다. 학교에서 목적지까지 가는 데 걸린 시간을 알아보아라.

3학년과 4학년에서 모두 같은 구조의 문제를 같은 방법으로 해결하도록 하고 있는 것이다. 이것은 학생들로 하여금 반복을 통하여 이해를 다지고 초 단위로의 확장을 쉽게 할 수 있지만, 다른 한 편에서는 지루함의 원인이 될 수 있다. 무엇보다 교사의 입장에서는 예를 들어, 측정의 필요성, 속성 등의 측면에서 시간 계산을 가르치고 그와 같은 계산의 의의와 계산 방법의 정돈을 하기가 쉽지 않다. 실제로 연구자는 예비 교사들에게 이 주제를 가지고 수업을 계획하도록 하고 그 결과를 확인해 보았다. 학생들은 수학이 실제로 어떻게 사용되는가를 기회가 있을 때마다 확인시켜주는 것이 필요하고 특히, 단위나 연산을 지도하는 단원은 그것들이 사용되는 모습을 최대한 현실에 가까운 상황에서 재현하는 것이 중요하다고 보았다. 예를 들어, 다음 <표 5>와 같이 문제상황을 제시하면서 왜 시간 계산이 필요한가를 설명하고자 노력하였다.

<표 5> 예비교사들의 수업계획

민수 어머니는 다음과 같이 전자렌지를 사용하여 저녁 식사 준비를 6시 정각에 시작하신다. · 쇠고기 녹이기 : 1분 45초 · 쇠고기 익히기 : 3분 50초 · 계란찜 : 1분 40초 · 부침개 데우기 : 50초 · 다른 준비 시간 : 15분 17초 1) 쇠고기 요리를 하는데 걸리는 총 시간은 얼마인가? 2) 요리를 모두 끝마친 시각은 언제인가? 3) 총 요리하는데 걸리는 시간은 얼마인가? 4) 그 외 식사 준비 시간은 총 몇 초가 걸리는가? 5) 쇠고기 익히기는 계란찜보다 몇 초 더 걸렸는가?

이러한 문제상황의 구성은 들인 노력에 비하여 아동의 흥미를 끈다거나 이해를 돕기에 부족한 점이 많다. 실생활과의 거리를 좁히려고 노력하지만 여전히 유지되고 있는 간격이 아동의 관심을 흐트러뜨린다. 예를 들어, 위의 문제에서 쇠고기를 녹이고, 익히는 것만으로 쇠고기 요리가 모두 완성되는 것은 아니다. 계산은 하였지만 그 계산 결과를 그대로 받아들일 수 없는 것이다. 이것은 수학을 실생활과 연결할 때면 언제나 피하기 어려운 점 가운데 하나이다.

사실상, '초 단위까지의 계산'은 '분 단위까지의 계산' 방법과의 비교를 통하여 가르치는 것, 곧 형식적 확장에 의한 지도가 가장 쉽다. 다만 초 단위까지의 계산이 필요한 상황에 대해서는 가볍게 확인할 필요가 있을 것이다. 그러나, 현재의 교육과정에 의하면, 3학년에서는 '분 단위까지의 계산'만 다루고, 4학년에서 다시 '초 단위까지의 계산'을 다루도록 하고 있기 때문에 교과서 저자도 교사도 문제상황 구성부터 출발하여 계산 방법을 설명하는 과정을 각각의 단원에서 다루어야 하는 것이다. 안정적이면서도 풍부하게 이 조건을 따르면서, 교과서와 수업을 계획하기는 어렵다.

수학적 개념과 표현의 측면에서도 초등학교 수학교과서 저자나 교사에게는 독특한 어려움이 있다. 초등학교 수준에서 수학적 개념을 본질에 어긋나지 않게 그러나 중등 수준에서의 재조명과 심화가 가능하도록 다루어야 한다는 이중적인 요구가 있기 때문이다. 예를 들어, 표현이나 문제의 구조에 있어서 중등 수학과의 거리를 좁히면 재조명의 문제를 해결할 수 있을 것으로 보이지만, 이는 초등학생들의 학습을 불가능하게 함으로써 본질에 어긋나지 않게 가르칠 수가 없다. 중등 수학과의 거리를 늘리고 초등학생들의 개념적 수준에 적합한 방식으로 교과서를 저술하거나 수업을 하면 학습을 용이하게 하며 본질에 맞게 가르칠 가능성이 높은 반면에, 중등 수학으로의 연결 또는 확장이 어려워진다. 한 예로, 확률 개념을 다룰 때, 초등학교 교과서에서는 다음과 같은 설명을 제

시한다.

> 동전을 던졌을 때, 면이 나오는 모든 경우는 앞면과 뒷면의 두 가지이다. 그 중에서 앞면이 나오는 경우는 한 가지이다. 그러므로 "동전의 면이 나오는 모든 경우의 수에 대한 앞면이 나오는 경우의 수의 비율은 ½이다."
>
> (교육부, 1995, p. 110)

이 설명은 다음과 같이 제시되는 중학교 수학에서의 수학적 확률의 정의와 구조적으로 동일한 것이다.

> 어떤 시행에서 일어날 수 있는 모든 경우의 수가 n이고, 각각의 경우가 일어날 가능성이 같다고 하자. 이 때, 어떤 사건 A 가 일어나는 경우의 수가 a이면, 사건 A가 일어날 확률 p는 다음과 같다. $p=\frac{a}{n}$
>
> (최용준, 이현구, 1994, pp. 193-195)

중학교 수학과의 거리를 좁힘으로써 학생들은 초등학교에서 다루었던 바를 확장시킬 수 있으며, 확률 개념에 대하여 좀더 학문으로서의 수학에 가까운 지식을 가질 수 있다. 그러나, '경우의 수의 비율'을 구하는 의미가 무엇인지에 대한 탐구는 학생 나름의 직관적 통찰과 안목이 없다면 이루어지기 어려울 것이다. 이러한 경우에는 그야말로 초등과 중등의 차이가 사용하는 용어와 기호의 양에 의존할 뿐 질적으로는 의미 있는 차이가 발견되지 않는다. 그러므로, 중등에서는 나름대로의 의미를 가질 수 있어도 초등학교 학생들에게는 무의미한 수학적 표현에 그칠 수 있다.

이와 달리 중등 수학과의 거리를 늘리고 초등학생들의 수준을 고려하여 수학적 개념과 표현을 도입하는 예는, 앞의 박교식(1998)의 연구에서 찾을 수 있다. 예를 들어, 깡통으로 본을 뜬 후에 원모양을 도입하는 것은 중등 수학과 거리가 멀지만 원의 정의를 엄밀하게 도입하고 적용하기 위한 수학적 경험으로서는 충분한 것으로 볼 수 있다. 초등학교 2학년 학생들은 깡통의 밑부분을 본뜨고 그 모양을 확인하여 다른 것과 식별할 수 있는 능력을 키우는 정도의 학습을 하지만 이것이 나중에 원의 정의에 대한 배경 지식을 제공하는 것이다. 초등학교 교과서 또는 교실에서 고의로 중등과 다른 수학적 개념과 표현을 사용하여야 하는 것은 아니다. 그러나, 확률개념의 예와 같이 동일한 구조의 문장을 제한된 용어와 기호 또는 용어와 기호를 배제한 어색한 표현으로 도입하는 것은 학생들에게 의미 있는 학습 경험을 제공하지 않을 수 있다. 이러한 점에서 초등수학교육은 중등수학교육과 구별되는 노력을 필요로 한다.[5]

2) 초등수학교육과 중등수학교육의 이론적 구분

초등수학교육과 중등수학교육의 실제를 확인함으로써, 학교수학의 내용 구성 방식, 교과서의 수학적 개념과 표현, 수학적 지식의 교수학적 변환의 측면에서 초등과 중등이 적지 않은 차이가 있음을 알 수 있었다. 실제로 초등은 중등과 다른 방식으로 접근하는 측면이 많았다. 왜 초등수학교육 실제는 중등의 그것과 다른 방향감을 가지고 있는가? 이하에서의 이론

5) 사실상, 확률 교육에 있어 경우의 수의 비율을 구하는 것은 확률의 여러 관점 가운데 고전적 관점에만 주목하는 것이며, 확률적 상황에서 판단하고 예측한다는 의미에 비추어볼 때에는 바람직하지 않은 것으로 알려져 있다. 그리하여, 여러 나라에서는 초등학생들의 수준에 적합한 확률적 상황을 제시하고 다양한 판단과 예측을 경험하도록 교육과정을 구성하고 교과서를 서술하기 위하여 노력하고 있다(이경화, 1996, 참고).

적 구분을 통하여 그 이유를 확인하고자 한다.

(1) Piaget의 구분

널리 알려진 바와 같이 Piaget는 대략 7세부터 12까지의 아동이 구체적 조작기에 있는 것으로 설명하였다. 이 기간은 대체로 현재 초등수학교육이 이루어지는 시기이다. 이 기간의 초기에는 아동의 자기중심적 현상이 현저히 감소하고, 여러 가지 성질을 갖는 대상들을 특정 성질에 따라 분류하여 집합과 부분집합의 개념을 적용할 수 있게 된다. 동시에 어떤 대상이 갖고 있는 여러 가지 성질을 다룰 수 있게 되고 연산이나 어떤 행위의 과정을 역방향으로 거슬러 올라갈 수 있게 된다. 판단력이나 논리적인 추론은 발달 도중에 있으므로 삼단추론에 익숙하지 못하며, 다른 사람이 만든 정의를 외우거나 되풀이할 수는 있어도, 스스로가 상세한 정의를 만들어내지는 못한다. 대체로 형식적인 지능 과정을 사용하지 못하며 어떤 구체적인 모양을 만들거나 물체를 조작하거나 기계적인 도구의 작동을 좋아한다(강완 외, 1998, pp. 122-123)

Piaget는 수학적 개념 발달의 단계를 다양한 내용영역에서 연구하였다. 예를 들어, 확률 개념의 경우, 아동은 7세 전에 혼합이라고 하는 조작의 비가역성을 이해하지 못함으로써 우연의 의미를 인식하지 못한다(Piaget & Inhelder, 1951, pp. 11-12). 만약 붉은 색과 흰 색의 구슬이 섞여 있는 상자를 흔들면 구슬은 두 가지 색으로 분리된다고 생각한다. 그러나, 7세 이후에는 상자의 혼합상태가 변화될 수 있음을 깨닫는다. 그리하여, 상자를 연속적으로 흔들어보면서 여러 가지 혼합상태를 되풀이하여 만들어 본다. 이 경험에 대한 반영적 추상화를 통하여 아동은 점차 '치환'이라고 하는 수학적 조작을 인식하게 되며, 혼합에 의하여 많은 치환 가운데 한 가지 형태가 결정된다고 하는 것을 알게 된다. 결국 아동은 각각의 구슬이 이동하면서 상호작용하고 특정한 혼합상태를 이룬다는 것을 수학적으로 표현하면서 우연과 필연 개념을 이해하게 된다.

위에서 간략하게 살펴본 바, Piaget의 이론에서 얻을 수 있는 초등수학교육과 중등수학교육의 차이와 그에 따른 시사점은, 학생들의 발달단계가 다르다는 것 그러므로 각각의 내용 영역별로 발달 단계에 따른 차별화 된 접근이 필요하다는 것이다. 내용 영역에 따라 아동의 개념 발달 단계나 특성이 세밀하게 연구되어야 하며, 이것이 신체 발달을 비롯한 일반적인 발달 단계와 관련된 논의와는 별도로 초등수학교육연구자들이 연구하여야 하는 부분이다.

(2) Vigotsky의 구분

Sierpinska(1993)는 Vigotsky의 개념적 사고의 발달에 관한 연구를 종합하였다. 이 연구에 따르면, Vigotsky는 여러 가지 사례 연구를 통하여 초등학교 연령의 아동과 중등학교 연령의 학생의 사고 수준의 차이를 설명하였다. 예를 들어, 한 사례에서는 10세에서 12세, 14세까지의 아동이 기수로서의 수개념, 즉, "집합 A는 집합 B와 같은 개수의 원소를 가진다"라는 표현을 일대일 대응의 기준으로 정의함에 있어 어떤 태도를 취하는가를 확인하였다. 모든 아동들은 유한집합에 대해서 다룰 때에는 이 정의를 잘 받아들였는데, 두 무한집합이 주어졌을 때에는 어려워하였다. 그러나, 연령에 따라 어려움의 성격은 달랐다.

예를 들여, 10세인 아그네스와 니콜라스는 같은 길이의 두 선분에 놓인 점의 개수가 같을 것인가라는 질문을 받고 선분의 폭에 모든 것이 좌우되기 때문에 말할 수 없다고 말하였다. 폭이 넓으면 더 많은 점을 가지게 될 것으로

생각하였을 것이다. 결국 이 아동은 자를 이용하거나, 실제로 두 선분에 선을 그리면서 같은 개수의 점을 가진다고 확인하였다.

그러나, 14세 아동들은 같은 길이의 두 선분에 놓인 점의 개수가 같은가라는 질문에 다음과 같이 말하는 것으로 출발하였다. “무한히 많은 점이 있기 때문에 말할 수 없다.” 한 여학생인 마르타는 조건적인 것이기 때문에 “결정할 수 없다”라고 말을 바꾸었다. 그녀는 조건명제가 문제에 대한 “이론적인” 답만을 얻게 할 뿐, 결코 “참인” 또는 “실제적인” 답은 얻을 수 없다고 하였다: “두 선분의 점의 개수가 같다면[같은 크기의 집합이라면], 즉 우리가 점의 개념을 가정한다면, 같은 만큼의 점이 있을 것이고, 이 두 선분의 길이가 같다면, …. 그러나, 이것은 이론적으로 말하는 것일 뿐, 증명하는 것은 불가능해요(p. 98에서 재인용)”.

이러한 관찰 결과는 아동과 청소년의 사고가 질적으로 다르다는 것을 암시한다. 결론적으로, Vigotsky의 관점에서도 역시 초등수학교육과 중등수학교육의 차이는 Piaget의 경우와 비슷하게, 개념 발달 단계, 개념이나 절차의 조작 능력과 특성의 질적 차이로 설명될 수 있다. 위의 실험에서 알 수 있듯이 수학적으로 형식화된 정의는 중등학생에게 갈등과 혼란, 조정과 해결의 과정을 제공하며 특히 논리적 간격에 대한 인식과 해결을 통하여 수학적 사고의 발달을 경험하게 한다. 그러나, 초등학생은 동일한 과정을 밟지 않는다. 초등학생들은 직관적인 조작과 표현이 허용하는 범위 내에서 사고하며, 수학적 상황이 가지고 있는 모순을 논리적으로 해석하고 해결하는 능력이 없다. 그럼에도 불구하고 위의 실험에 참여한 아동은 나름대로 문제를 해결한 것으로 보아야 하며, 수학적 사고 과정을 적절히 경험하였다고 보아야 한다. 이 실험은 초등수학교육과 중등수학교육이 중요한 국면에서 포인트를 달리 두어야 함을 시사한다. 중등수학교육에서 추구할 수 없는 바를 초등수학교육에서는 추구하여야 할 수도 있다는 것이다. 물론 그 역도 가능하다. 학생의 어떤 모습을 학습이 성공한 것으로 또는 의미 있는 진전이 이루어진 것으로 보아야 할 것인가에 대해서도 초등과 중등의 경우에 다른 해석이 필요하다. 위 실험에서 마르타는 본래 계획하였던 구체적인 학습 상황에 적응하지 못하였지만 논리적 간격을 발견하고 해소하고자 노력함으로써 중요한 내용을 배운 것으로 볼 수 있다. 10세 아동들의 경우에는 형식화된 정의 자체를 세련되게 활용하지는 못하였지만 자를 이동하거나 그림을 통하여 적절한 수학적 사고를 한 것으로 볼 수 있다.

(3) Freudenthal의 구분

Freudenthal에 따르면, ‘수학적 안목’은 크게 두 가지의 수학화, 곧 수평적 수학화와 수직적 수학화를 통하여 형성되고 발전될 수 있다. 학습자의 현실을 수학적 수단으로 조직함으로써 수평적 수학화를, 현상과 본질이 교대되면서 거듭되는 수준의 비약에 의하여 수직적 수학화를 이룬다면 그 학습자는 비로소 수학적 안목을 가지게 된다. 이 두 가지 수학화는 일정한 시퀀스를 가지는 것이 아니며, 수학적인 문제 상황 속에서 긴밀하게 연결되어 있을 뿐이다. Freudenthal은 이를 ‘수학의 역사적 발달과정을 단축된 형태로 재현시키는 재발명 방법’으로 설명한다. 이 때 교육의 내용은 학습자의 현실이며, 여기서 현실은 물리적 세계이든 사회적 세계이든 수학적인 정신적 세계이든 개인에게 현실적인 것으로, 상식으로 받아들여지는 현상을 말한다(우정호, 2000, pp. 392-400).

정영옥(1997, pp. 154-157)은 Freudenthal의 수학화 이론과 van Hiele의 학습 수준이론을 참고

하여 함수에 대한 수준을 다음과 같이 구분하였다. 제 1수준은 시각적 수준으로 현실 세계의 구체적인 현상들이 대상이 되고, 시각적인 종속 관계가 현상을 정리하는 수단이 되는 시기이다. 이 수준은 학교 수학에서 함수에 대한 내용이 다루어지기 이전에 형성된다. 아동들은 태어나면서부터 수량의 변화나 대응과 같은 여러 변화와 관계에 접하게 되는데, 이 시기는 의식적인 분석 없이 현실 내에서의 여러 현상과 자신의 행동을 관찰하게 됨으로써, 현상 내의 변화성, 종속성, 관계성에 대한 직관적인 관념만이 형성된다. 제 2수준은 기술적 수준으로 제 1수준에서 인식한 것과 같은 수량의 관계와 대응 또는 지정 행동 등의 종속 관계가 주목의 대상이 되며, 규칙성이 이런 대상을 정리하는 수단이 된다. 표와 그래프가 이런 규칙성을 나타내는 중심적인 표현이다. 이 수준은 바닥 수준을 탈피하고 탐구 수준으로의 비약이 이루어지는 단계로 제 1수준에서 막연하게 생각했던 변화성, 즉 종속 관계 자체를 좀더 의식적으로 다루게 되고 반성함으로써, 변하는 대상들이 무엇인지 종속 관계의 특성은 어떤 것인지에 주목할 수 있다. 제 3수준은 국소적인 논리적 관계를 파악하는 단계로, 제 2수준에서 다룬 규칙성이 대상이 되며 함수가 정리 수단이 된다. 제 4수준은 형식적 논리를 파악하는 수준으로 함수 자체에 대한 분석이 이루어지고, 제 3수준에서 다룬 여러 가지 함수가 분석의 대상이 되며, 미적분이 여러 가지 함수의 성질이나 함수 사이의 관계를 조직하는 수단이 된다.

김남희(1997, pp. 83-89) 역시 Freudenthal의 수학화 이론과 팡힐레의 학습 수준이론을 참고하여 변수 개념의 학습 수준을 다음과 같이 설명하였다. 제 1수준에서 아동은 고정된 대상에 이름을 부여하여 그것을 언어적으로 표현하는 과정에서 정적인 의미의 변수를 무의식적으로 다루기 시작한다. 현실 경험 세계 속에서 변화를 반영하는 현상에 접하면서 시각적/감각적 느낌에 의해 초보적이나마 함수적 연관 관계를 갖는 변화하는 실체를 인식하게 된다. 제 2수준에서는 제 1수준에서 인식했던 변하는 대상의 실체에 대한 비형식적인 분석이 일어나면서 그 속에 포함된 내적 질서와 성질을 파악하게 된다. 주로 대상의 '변화성'에 관심이 집중되고 변화성의 파악은 한 대상적 고유의 '변화성'을 인식하는 것에서 출발하여 다른 대상과의 '관계에 의한 변화성'을 인식하는 것에까지 이를 수 있다. 학생들은 변수에 대한 심상을 갖기 시작하고 초보적이나마 변수에 대한 개념 이미지를 형성하게 된다. 일반적으로 변수에 대한 형식적 정의가 도입되기 전인 초등학교 시기가 이 단계에 해당된다고 할 수 있다. 제 3수준은 이론적인 수학적 사고수준으로서 변수 개념을 정의하고 함수적 연관을 문자와 식을 사용하여 상징으로 기술하게 되는 수준이다. 제 4수준은 이전 수준에서 문맥과 연결되어 의식적으로 다루어졌던 변수가 형식적 조작의 대상이 되면서 탈문맥화되기 시작하는 단계이다. 제 5수준은 변수 개념이 완전히 내면화된 후 구조를 이해하는 수준으로서 변수는 군, 환, 체와 같은 추상 구조 내에서의 임의의 대상으로 다루어진다.

위에서 살펴본 두 가지 개념의 예에서 제 2수준은 다음 두 가지 특성을 가진다. 하나는 아동들이 자발적으로 발달시킨 개념을 바탕으로 하되, 학교 수학에서 직접적으로 개념 이미지, 심상을 형성하기 위하여 노력하는 수준이라는 것이다. 다른 하나는 전반적인 또는 형식적인 논리성은 물론이고 국소적인 논리 관계의 취급을 배제한다는 점이다. 첫 번째 특성은 취학전 경험으로부터의 수평적 수학화를 강조하는 것이며, 두 번째 특성은 학문으로서의 수학

또는 이론으로서의 특성을 갖춘 수학과의 신중한 단절을 의미한다. 이 두 가지는 초등수학교육의 특징 또는 역할, 고유한 의미에 시사하는 바가 크다.

(4) Skemp의 구분

Skemp(1989)에 따르면, 수학은 고차원적인 추상개념을 주요 탐구대상으로 하기 때문에 그 교육적 배경의 탐구에도 어려움이 있다. 예를 들어, 자리값이라는 개념을 알기 위하여 고려하여야 할 하위 개념들은 자연수, 순서, 수 헤아리기, 단위가 되는 대상, 대상들의 집합, 원소로서의 집합, 집합들의 집합, 수사(명수법과 기수법의 구별), 기수법에 대한 밑수 등인데, 이들 하위 개념 각각에 대한 교육적 이해도 어렵거니와 각 개념들 사이의 상호관계, 이에 대한 아동의 복잡한 사고와 경험을 반영하는 일은 너무나 많은 노력을 필요로 한다(pp. 66-67). 이런 점에서 초등수학교육은 중등의 그것에 비하여 더 많은 어려움에 부딪히는 것으로 보인다. 실제로 Skemp는 고등학교 수준 이상의 수학을 가르치다가 초등 수학을 가르치면서 다음과 같은 사실을 알게되었다고 고백하였다.

> 다소 놀라울지 모르나, 초등수학을 명확하고 깊이 있게 이해하는 사람은 소수이다. 대부분의 사람들은 어떻게 하는지는 알아도 그 이유는 모르고 있으며, 더욱이 초등이란 단어는 단순하다는 것을 의미하지는 않는다. 초등수학을 가르치는 교사는 개념 분석을 먼저 할 수 있어야 하는데, 이 과정은 실제로 사람들이 직관적으로 알고 있는 것보다 훨씬 복잡하다. (p. 121)

Skemp는 교사 스스로 끊임없이 개념 분석을 시도하여야 하며, 그렇게 함으로써 자신의 사고에도 근본적인 변화가 일어나고 그것이 진정으로 아동의 수학 학습을 돕는다고 제안한다. 개념 분석을 시도하지 않으면 교사 자신도 이해하지 못한 채로 가르칠 수 있다는 것이다(p. 75). 대개 초등학교 수학학습에는 성공한 사람들도 중학교나 고등학교 수학에 대해서는 실패한다. 이 기억은 초등학교 교사의 수학적 개념 분석이 중등학교의 그것에 비하여 훨씬 수월한 것으로 잘못 생각하게 하는 원인이 된다. 그러나, 위에서 언급하였듯이 수학은 그 자체의 추상성 때문에 초등학교 수준에서도 개념 분석의 어려움이 있다. 오히려, 초등학교 수학의 경우, 아동의 경험과 사고를 수학 못지 않게 고려하고 이해하여야 한다는 점 때문에 개념 분석의 어려움은 더 클 수 있음을 짐작할 수 있다.

(5) 수학적 직관과 표현의 구분

Fischbein(1975, pp. 16-19)은 인지의 과정을 지적인 행동을 추구하는 과정 즉 무엇을 알려고 하는 과정과, 알기 위하여 해야 할 일을 찾는 과정으로 나누어 이해하였다. 그리고, 첫 번째 과정에서 두 번째 과정으로 전이되는 순간에 작용하는 것이 직관적 판단이라고 생각하였다. 직관은 확실한 인식을 보장하지는 않지만 암묵적인 확신감을 제공함으로써 추론활동의 중요한 원동력이 된다. 동시에 직관은 잘못된 판단을 고수하게 하는 원인이 되기도 한다.

직관의 초기 단계에 있는 아동은 형식화된 수학적 풀이에 대하여 직관적인 공감을 하지 못하는 경우가 종종 있다. 예를 들어, 1L에 900원인 우유 3L의 값을 물으면 직관적으로 확신을 가지고 곱셈을 적용하지만, 1L에 1500원인 주스 0.9L의 값을 물으면 수학적으로는 곱셈을 하여 답을 구하면서도 직관적으로 공감하지 못하는 경우가 있다. 이 아동은 곱셈에 대한 직관적인 모델로서 동수누가(同數累加)만을 생각하고 있기 때문에 0.9와 같은 소수 곱의 의미를 직관적으로 이해하지 못하는 것이다(우정호, 2000, p. 87).

아동의 직관적 오류 또는 오개념을 교정한다

는 것은 개념적 수준에서 단순한 변화를 일으키면 되는 것이 아니라 신념 자체의 심오한 재조직을 필요로 한다. 아동에게는 이러한 종류의 모순이나 오개념에 대항할 지적, 정서적 자원이 충분히 내장되어 있지 않기 때문이다. 일반적으로 전문가나 성인은 double game 방법을 사용하여, 일단은 모든 단계를 거친 후에 다시 각 단계에 관하여 분석하고 검증한다. 그러나, 성인도 가끔은 검증하지 않고 믿어버리는 경우가 있다. 아동은 이에 관한 지적 장치를 가지고 있지 않으므로 자신의 수학적 직관에 대한 확신을 잃고 동시에 수학적인 추론을 포기하게 되며 결국 수학에 대한 흥미를 잃을 수도 있다 (김수미, 1994, pp. 177-178).

아동은 자신의 수학적 생각과 절차를 다양한 방법으로 나타낸다. 조작할 수 있는 물건, 자신의 손가락, 일상언어, 그림, 도표 등 여러 가지 외적인 표현을 사용하여 자신의 수학에 대한 이해 수준을 드러낸다. 수학을 배우면서 물리적 모델, 방정식, 그래프 등을 이용하여 보다 정교하고 분명한 방법으로 표현하기도 한다. 예를 들어, 직사각형의 각 변의 길이를 두 배씩 늘리면 넓이는 어떻게 될까라는 문제를 해결하기 위하여, 학생들은 그림을 그려본다. 그림을 그리지 않고 예측하는 대부분의 답은 넓이가 2배라는 것인데, 그림을 그려봄으로써 이 답이 잘못되었음을 알게 된다. 어떤 아동은 $5\times5=25$, $10\times10=100$ 등 여러 직사각형을 고려한 후에 넓이가 4배임을 알아내기도 한다 (NCTM, 1998, p. 186, pp. 261-262).

$$\boxed{\begin{aligned} 5+4 &= 9-2 \\ &= 7 \end{aligned}}$$

아동은 종종 위의 그림과 같은 표현의 오류를 범한다. 등호(=)를 단지 계산의 결과만 표현하는 것으로 이해하고 있는 것이다. 마찬가지로 좌변에 □가 있는 "□=5 + 4"와 같은 식은 잘못 쓰여진 것으로 생각한다. x가 아닌 다른 문자를 미지수로 사용하기를 꺼리기도 한다. 그래프로 표현된 자료를 잘못 해석하기도 하며, 주어진 자료를 그래프로 표현함에 있어 오류를 범하기도 한다.

수학적 직관과 표현의 측면에서도 초등수학 교육은 중등과 구분되는 특성을 드러낸다. 앞서 확인한 바와 같이, 일상적인 생활과의 연결을 종종 시도하는 초등학교 수학에서는 직관과 표현의 오류에 대처하여야 한다는 책임이 훨씬 크다. 수학적 직관과 표현의 사용과 정돈을 이제 시작하여 초보적으로 이끌고 있는 초등학교 아동은 자신의 경험 속에서 얻어낸 잘못된 직관이나 표현으로부터 벗어나기 어려운 경우가 많기 때문이다. 다음 글에서 알 수 있듯이 Dewey는, 아동과 성인의 차이를 겉으로는, 행동과 표현이 가지는 오류 또는 범위에서 찾을 수 있지만, 이보다 중요한 것으로 유연성과 감수성의 차이를 제시한다.

> 어른들 중에, 주위 사람들의 태도에 공명(共鳴)하는 그 굉장한 유연성과 감수력을 아이들만큼 가지고 있는 사람은 매우 드물다. 아이들은 비록 물리적 사물에는 주의력이 약하지만(그와 함께, 물리적 사물을 통제하는 힘도 없지만), 그것에 반비례하여, 주위의 어른들이 하는 일에 대해서는 강한 관심과 주의력을 가지고 있다. 아이의 타고난 정신작용과 충동은 모두 그의 사회적 민감성을 북돋아준다. 청년기 이전의 아이들이 이기적인 자기중심적 경향을 가지고 있다는 말은, 그것이 설사 사실이라고 하더라도, 결코 아이들의 사회적 민감성을 부정할 수는 없다고 본다. (이홍우 역, 1987, pp. 72-73)

결국 아동이 보이는 수학적 직관과 표현의 오류는 타고난 정신작용과 충동에 따른 것으로

학습에는 오히려 긍정적인 역할을 할 수도 있다. 다시 말하여, 아동은 문제상황에 대한 역동적인 이해를 통하여 다양한 오류를 보이지만 그것은 버려져야 하는 것이 아니라 오히려 학습의 조건으로 생각되어야 하는 것이다. 초등수학교육을 위해서는 이러한 아동의 직관과 표현을 이해하고 수정·보완하면서 수학적 개념과 지식에 연결하려는 노력이 필수적인 것이다.

3) 요약 및 논의: 초등수학교육의 목표, 내용, 방법에 관하여

지금까지 초등수학교육과 중등수학교육의 실제적, 이론적 구분을 시도해 보았다. 이 구분은 사소한 것부터 심각한 것까지 다양하지만, 어느 것도 명확하고 예리하지는 않다. 다만 현재로서는 초등수학교육 고유의 역할과 의미, 문제가 무엇인가를 확인하기 위하여 이러한 구분을 시도하였을 뿐이다.

먼저 실제적으로 첫째, 초등과 중등은 교과서 내용 구성 방식에서 구분된다. 초등학교에서는 분산형, 교차형 방식에 따라, 중등학교에서는 집약형 방식에 따라 교과서를 구성하는 것으로 나타났다. 둘째, 수학적 개념과 표현에 있어 초등학교 수학 고유의 특성을 확인할 수 있었다. 개념의 외연이 축소되거나, 외연을 확장하거나, 비연역적으로 개념을 제시하거나, 임시적인 표기 방법을 사용한다는 것 등이 그것이다. 셋째, 종합적으로 수학적 지식의 교수학적 변환이라는 측면에서 차이가 있다. 교과서 저자와 교사는 분산형, 교차형으로 교과서를 구성하고 수업을 하면서 여러 가지 어려움에 빠지는 것으로 확인되었다. 한 번에 다루어도 되는 개념을 여러 차례 나누어 가르치기 때문에 그 개념의 배경을 살려내기에 어려운 상황이 발생하는 것이다. 다루어야 할 개념의 범위가 제한되어 있는 것에서 비롯되는 어려움도 있다. 수학적 개념의 본질을 그 나름의 수준에서 추구하는 것, 중등수학교육과 무리 없이 연결하는 것의 두 가지 목표가 일으키는 갈등도 교과서 저자와 교사에게 어려움을 야기한다. 결론적으로, 초등수학교육과 중등수학교육의 실제는 수학적 지식의 교수학적 변환이라는 측면에서 상당한 차이가 있는 것으로 볼 수 있다. 이러한 차이는 수학적 지식의 교수학적 변환에 있어서 '초등수학교육적 안목'이 필수적임을 시사하며, 이 점에서 초등수학교육은 현재에도 나름대로의 방향감을 가지고 있는 것으로 생각된다.

초등수학교육이 가지고 있는 방향감은 외부인들에게 다소 산만하고 불완전하며 반복에 의존하는 외양으로 평가될 수 있다. 비슷한 내용이 같은 학기 내에서도 여기 저기서 다루어지고, 아동으로 하여금 특정 지식의 고차적인 수준이 아니라 초보적인 형태에만 접하게 하며, 3학년 때 배운 것이 4학년, 5학년, 6학년에 다시 다루어지는 일이 많기 때문이다. 어느 정도의 지식을 가지고 있으면 또는 잠깐의 노력에 의하여 초등학생에게 수학을 가르칠 수 있다고 하는 생각이 확산되고 있는 것은 이 때문이다. 학교가 아니라 학원에서 얼마든지 가르칠 수 있다고 또 피아노나 미술처럼 미리 익히고 되풀이하여야 한다고 생각하는 것도 이 때문이다. 이러한 생각을 바꾸기 위해서는 초등수학교육적 안목에 따라 수학교육의 모습이 얼마나 다를 수 있는가를 확인하고 정돈하여 제시할 필요가 있다.

초등수학교육적 안목이 어떤 것인가, 중등의 그것과는 어떻게 다른가 하는 것은 초등수학교육과 중등수학교육의 이론적 구분에 따라 확인할 수 있다. 본 고에서는 수학을 가르치고 배

우는 과정에 대한 여러 학자의 주장을 토대로 이를 시도하였다. 먼저 Piaget의 이론에서는 아동의 사고 발달 단계, 특히, 수학적 경험의 양과 질이 다르기 때문에, 초등과 중등의 수학교육은 달라야 한다는 입장을 추출할 수 있다. 이에 따르면, 형식적 조작을 발달시킬 능력이 초등학생들에게는 없기 때문에 초등수학교육의 내용과 방법은 철저히 구체적인 조작을 중심으로 구성되어야 한다. 두 번째로, Vigotsky의 관점에서 추론할 수 있는 차이는 다음과 같다. 아동과 청소년은 사고의 발달 단계가 다르며, 수학적인 아이디어를 수학적 표현에 의하여 다룰 수 있는 능력을 지니고 있는가 하는 점에서 차이가 있다. 세 번째로, Freudenthal의 이론에서 얻을 수 있는 초등과 중등의 차이 역시 수학적 사고 수준과 양상의 차이이다. 그에 따르면, 초등학교 아동은 수학적 개념의 심상을 형성하기 위하여 노력하여야 하며, 수직적 수학화로의 무리한 인도가 이들에게는 부작용의 원인이 될 수 있다. 네 번째로, Skemp는 교사를 비롯한 대부분의 사람이 초등학교 수학을 쉬운 것으로, 분석의 필요가 적은 것으로 생각한다는 점에서 중등수학교육에 비하여 고유한 어려움이 있음을 지적하였다. 특히, 개념 분석의 과정에 이미 오래 전에 잊어버린 아동의 경험과 사고가 반영되어야 한다는 점은 초등수학교육을 더욱 어렵게 만드는 요인이다. 다섯 번째, 수학적 직관과 표현에 있어 초등학교 학생들은 좀더 많은 오류에 빠지게 되는데, 이는 추상적인 표현과 기호 등을 사용하지 않고 수학적인 내용을 다루는 초등학교에서는 피할 수 없는 것이다. 결론적으로 말하여, 여러 가지 이론에서는 초등과 중등의 수학교육이 다루는 내용과 방법의 측면에서 상당히 달라야 함을 요구하고 있다. 초등학교 수학교육에 있어서는 수학적 개념과 지식이 발생하고 발전하는 초기 단계에 대한 이해, 아동의 발달 단계에 관한 고려, 아동의 수학적 경험과 수학적 사고의 특성, 수학적 직관과 수학적 표현의 특성 등의 반영이 중요하다. 바로 이것이 초등수학교육적 안목을 구성하는 요소라고 할 수 있다.

초등수학교육과 중등수학교육은 실제적으로나 이론적으로 결코 사소하지 않은 차이를 가지며, 특히 교육적인 의도에 따라 수학적 지식을 변환함에 있어서는 이 차이가 결정적인 역할을 한다. 실제적으로 초등수학교육은 우연적인 배경과 동인을 가지기도 하지만, 나름대로의 필요와 의의에 따라 중등과 차별되는 접근을 해온 것으로 확인되었다. 이론적 구분을 통해서는, 수학을 가르치고 배우는 것이 시대에 따라 여러 가지 다른 목표와 내용, 방법을 배경으로 설명되어 왔지만, 교육의 구체적인 논의로 들어가면 아동과 청소년의 발달 단계, 사고 수준, 경험상의 특성을 구분하고 그 구분에 따르려는 노력을 공통적으로 시도하고 있다는 것을 알 수 있었다. 이로부터 수학교육에 있어 초등과 중등의 차이는 끊임없이 확인되고 존중되어야 할 부분이지, 결코 수학적 지식이라는 한 가지 기준에 의하여 통합되어 평가되거나 이해될 수 없음을 알 수 있다. 특히, 초등수학교육적 안목이라는 것은 각 내용영역별로 다시 심도 있게 논의되고 정돈되어 교육과정 구성에 반영되어야 할 것이다. 이것은 중등 또는 대학에 가서야 수학의 가치와 매력 등을 느낄 수 있다고 하는 식의 생각이 잘못되었음을, 무엇보다 초등수학교육의 정체성을 의심하거나 수학적 지식의 측면에서만 중등과 비교하여 분석하는 것이 잘못되었음을 입증한다. 이하에서는 초등수학교육의 목표, 내용, 방법을 이러한 관점에서 간략하게 정돈할 것이다.

제 7차 교육과정에서 제시하고 있는 수학교육의 목표는 "수학의 기본적인 지식과 기능을

습득하고, 수학적으로 사고하는 능력을 길러, 실생활의 여러 가지 문제를 합리적으로 해결할 수 있는 능력과 태도를 기른다"이다. 그 하위 목표로는 첫째, 여러 가지 생활 현상을 수학적으로 고찰하는 경험을 통하여, 수학의 기초적인 개념, 원리, 법칙과 이들 사이의 관계를 이해할 수 있다. 둘째, 수학적 지식과 기능을 활용하여 생활 주변에서 일어나는 여러 가지 문제를 수학적으로 관찰, 분석, 조직, 사고하여 해결할 수 있다. 셋째, 수학에 대한 흥미와 관심을 지속적으로 가지고, 수학적 지식과 기능을 활용하여 여러 가지 문제를 합리적으로 해결하는 태도를 기른다(강완 외, 1998, p. 286).

위의 목표는 초등학교수학교육과 중등수학교육 공통의 것이다. 여기서 말하는 '수학의 기본적인 지식과 기능'은 수학의 세계에 입문하기 위하여 필요한 것이기도 하지만, 그 자체가 가지고 있는 가치와 매력을 충분히 느끼도록 하는 것이 교육적으로는 더욱 중요하다. 초등학교에서 배우는 수학은 중등학교에 가서 수학을 잘 배우기 위하여, 그리하여 수학의 세계에 안정적으로 입문하도록 하기 위하여 필요하다기보다는 그 자체가 가지고 있는 가치와 매력을 초등학교 아동의 수준에서 느끼고 배우도록 하는 것이 무엇보다 중요하다. 위의 목표에서 '수학적으로 사고하는 능력'은 이것을 가능하게 하는 가장 중요한 것의 하나라고 할 수 있다. 여기서도 역시 초등학교 아동의 수준에서 할 수 있고 하여야 하는 수학적 사고의 특성과 수준을 끊임없이 확인하고 정돈하여 학교수학에 반영하는 일이 중요하다. '수학에 대한 흥미와 관심'의 문제는 초등수학교육의 역할을 논하는 곳에서 항상 다루어진다. 이미 초등학교 때 수학에 대하여 흥미를 잃어버린다면 돌이키기 어렵기 때문이다. 수학의 세계에 이제 막 입문하려는 아동의 생각과 성향을 충분히 고려하지 않으면 안 되는 이유도 여기에 있다.

초등수학교육과 중등수학교육의 목표는 전혀 차이가 없다. 그러나, 이것은 오히려 초등수학교육과 중등수학교육이 다를 수밖에 없다는 것을 보다 분명하게 드러낸다. 초등수학교육이 중등과 같은 목표를 추구한다는 점에서 독특한 어려움이 발생하기 때문이다. 초등학교 아동의 수준에서, 수학적 경험이 거의 없는 아동의 사고를 통하여, 수학의 세계를 볼 수 있도록 한다는 점에서 여러 가지 어려움이 발생하는 것이다. 이들 어려움은 단번에 해결되지 않으며, 끊임없는 관찰과 분석을 필요로 한다는 점에서 초등수학교육적 안목을 필요로 하며, 이 안목을 구성하고 발전시키려는 노력이 동반되지 않는 한 위의 목표를 초등학교에서 추구하는 것은 불가능하다고 할 수 있다.

Hebb에 의하면, 초기학습은 서서히 연속적인 과정을 따라 일어나며 주로 일반적인 특성과 관련이 있는 반면에, 후기학습은 신속히 일어나며 학습자가 한 단계에서 다음 단계로 뛰어오르는 비약에 의하여 가끔 연속성이 중단되기도 한다. … 후기학습은 이미 획득한 개념을 활용하는 것, 다시 말하면 경험이 증가함에 따라 그 개념을 확장하고 수정하는 것으로 이루어진다. 이 때 아이가 지각하는 유사점과 차이점은 그 이전의 것과는 성격이 다르며, 사고의 비약과 통찰도 더욱 빈번히 일어난다. 이에 따라서 학습이 일단 시작되면 그 진행속도도 더욱 빨라진다(Hamlyn, 1990, pp. 214-215에서 재인용). 초등수학교육과 중등수학교육의 차이도 얼마간 이러한 맥락에서 설명할 수 있다. 초등학교에서는 중등에 비하여 '서서히 연속적인 과정을 따라, 일반적인 특성과 관련되는 방식으로' 수학학습이 일어나기 때문에, 성급하게 사고의 비약과 통찰을 기대할 수 없다. 수학교육목표로 제시되는 수학적 사고 능력, 합리적

인 문제해결 태도 등은 이러한 특성을 감안하여 초등학교아동의 수준에서 신중하게 재해석되어야 한다. 여기서 아동의 사고와 특성을 고려하지 않은 교육에 대한 Dewey(1916)의 비판을 참고할 필요가 있다.

> 학생들은 일상 경험의 친숙한 자료를 과학적으로 취급하는 방법을 배우는 것이 아니라, 그냥 교과로서의 과학을 배운다. 학자들의 연구방법이 대학의 교육방법을 지배하고 대학의 교육방법이 중·고등학교에 내려가고, 이런 식으로 계속 내려오면서 다만 조금씩 삭제를 하여 약간 난이도를 조절하는 정도이다.… 대부분의 학생들이 과학전문가가 되지는 않을 것이므로, 그들에게는 과학자들이 도달한 결과를 먼발치서, 또 한 손 거쳐서 베끼는 것보다는 과학적 방법이 어떤 것인가에 대하여 약간의 통찰을 얻는 것이 훨씬 더 중요하다. 학생들은 '배운 범위'로 보면 아마 얼마 안되겠지만, 적어도 배운 범위 안에서는 확실히 이해를 할 것이다.
> (이홍우 역, 1987, pp. 343-344)

초등학교 아동의 수준을 고려한 교육내용, 교육방법이 가지는 가장 큰 문제는 수학과의 거리가 너무 멀거나 심지어 전혀 수학과 다른 것을 가르치는 것, 수학적으로 심각한 오류를 포함할 수 있다는 점이다. 실제로 현재 초등학교에서 교과통합적 접근이 강조되면서, 예를 들어, 수학도 아니고 미술도 아닌 것을 가르칠 내용으로 재구성한 예를 종종 찾을 수 있다. 결국 여기서 초등학교 아동의 수준을 고려한다는 말은 아동에게 적합한 방식으로 수학적 지식을 변환한다는 의미이지, 아동의 특성이나 수준에만 얽매여서 수학이 아닌 것을 가르친다는 것을 정당화하는 것은 아니다. 초등수학교육적 안목에 따라 내용 영역별로 신중한 분석을 통해서만 바람직한 의미에서 초등학교 아동을 고려하는 것이다.

다음 예는 초등수학교육적 안목이라고 하는 것이 의미하는 바를 대략적으로나마 보여준다. 전미수학교사협의회에서 제시한 규준집(Standards)에 따르면, 측정 영역의 목표 가운데 하나는 K-12학년 전체적으로, "측정의 속성을 이해할 수 있다."이다(NCTM, 1998). 이 규준집에서는 측정의 속성에 관하여 초등의 수준에서 다루어야 할 내용에 관하여 다음과 같이 논의하고 있다.

> 사물을 양으로 표현할 수 있다는 것이 바로 측정의 속성이다. 선분은 길이로 표현되며; 평면도형은 면적으로 표현되고; 물리적인 대상은 양을 가진다. 그런데, 아동에게는 사물의 어떤 속성이 다른 것보다 더 두드러질 때가 있다. 예를 들어, 연필의 경우 길이는 둘레나 부피에 비하여 지각적으로 더 분명하다. 아동에게 사물의 속성을 이해하도록 하는 핵심적인 단계는 측정하는 것을 배우게 하는 것이다. 아동에게 있어 측정은 '더 길다'와 '더 짧다'와 같이 비교를 나타내는 언어를 사용하여 사물을 비교하고 분류하면서 시작된다. 아동으로 하여금 여러 가지 방법으로 측정에 주목하게 할 수 있다. 한 가지 예를 들면, "교실에서 너보다 키가 작은 것은 어떤 것이 있을까?"와 같이 질문하면서 두 사물의 길이를 비교할 수 있다. 손으로 (대충) 그린 어떤 부분(평면도형)을 콩으로 채울 수 있는지 물어볼 수도 있다. 부피, 온도, 또는 각과 같은 보다 추상적인 속성은 이해하기가 보다 어려우므로 3-5학년 이후에 강조하는 것이 적절하다. (pp. 74-75)

이 논의에 따르면, 초등학교 저학년을 위한 교과서에서는 아동에게 "더 길다"와 "더 '짧다"와 같이 비교하는 언어를 적절히 사용하고, 여러 가지 방법으로 측정에 주목하도록 하는 활동, 실제로 측정하는 활동이 제시되어야 한다. 초등학교 고학년이 되면서 아동은 추상성이 좀 더 높은 부피, 온도, 각 등을 다루게 된다. 그러나, 여전히 "구체적인 활동을 통하여 측정의 속성을 이해하는 데 필요한 경험을 할 수 있어

야 한다."라는 지침이 제시되어 있다. 이와 같은 측정 관련 경험은 사물의 속성을 이해하는 수학적 방법이 어떤 것인가를 아동의 수준에서 탐구하게 한다는 점에서 가장 큰 의의를 가진다. 이러한 경험은 학문으로서의 수학에서 곧바로 도출되는 것이 아니라 해당 지식의 이면에 있는 아이디어의 스펙트럼을 세세하게 분석하고 정돈함으로써만 구현할 수 있는 것이다. 이러한 점에서 초등수학교육의 내용과 방법은 학문으로서의 수학에 대한 역사발생적 분석을 필요로 한다. 어떤 수학 개념이 발생되는 초기 역사를 확인하고 현재의 아동에게 적합한 것으로 재구성하는 일은 학문으로서의 수학을 보는 독특한 관점의 하나이다. 이를 본 고에서는 초등수학교육적 안목이라고 표현하는 것이다.

초등수학교육의 내용과 방법은 동전의 양면과도 같다. 결코 분리되어 논할 수 없는 문제이며, 내용에 대한 분석으로부터 방법에 대한 방향감을, 방법의 변화로부터 내용의 재구성을 생각하여야 하는 것이다. 이것은 초등학교 수학교육이 가지는 정체성의 가장 중요한 부분이다. 초등학교에서 가르치는 수학이 어떤 목표아래 어떤 특성을 가지는 것으로 구성되고 교육되어야 하는가 하는 문제는 학문으로서의 수학을 배우는 것에 못지 않게 심각하고 철저한 연구와 분석을 필요로 하며, 그런 점에서 상당한 노력을 예비교사와 현직교사들에게 요구한다.

III. 결론을 대신하여: 10분의 1 교과

지금까지 여러 가지 논의를 시도하였지만 초등수학교육과 중등수학교육이 정말로 다른 것인가에 대하여 어떤 결론도 얻지 못하였다. 연구자는 좀더 현실적인 구분을 위하여 대학원에 재학중인 교사들의 수업관찰과 면담을 시도하였다. 이에 대한 분석이 보다 자세히 이루어져야 하겠지만 현재로서는 가장 분명한 차이가 '10분의 1교과'에서 비롯되는 것으로 보인다. 중등학교에서 수학을 가르치고 있는 교사들이 느끼고 있는 수학에 대한 자부심이나 책임감, 연구의욕과 초등학교 교사들의 것을 체계적으로 비교하지는 않았지만 수업과 면담에서 상당한 정도의 차이를 느낄 수 있었다. 수학교육에 관한 의견을 부탁할 때마다 교사들은 수학이 10개 교과 중의 하나일 뿐이라는 것을 연구자에게 상기시켰다. 교사들은 대학원에서 초등수학교육을 전공하고 있으면서도 수학이 아니라 다른 교과에 관심을 가지는 경우가 많았으며, 특히 수업공개를 하거나 연구발표대회를 할 때에는 수학이 아닌 다른 교과를 택하는 경우가 많다고 하였다. 수학에 대한 이해와 관심을 초등학교 교사에게 어떤 수준까지 요구할 수 있는지 하는 새로운 의문이 생길 정도였다.

> 저한테는 수학 못하는 아이도 내가 담임을 하고 있는, 내가 보살펴주어야 하는 아이로 보이지 수학 때문에 심각한 아이로 보이지 않아요. 수학이야 어차피 학교에서 해줄 수 있는 것이 한계가 있잖아요. 그 아이도 국어 시간에는 말 잘 하고 피아노도 잘 쳐요. 그 아이 어머니에게 학원 좀 보내라고 해도 여자 애니까 그냥 놔두는 것 같아요. (P 교사)

> 수학(수업)은 자료도 없고 해서 보여주는 수업하기 힘들어요. 보통 때에는 익힘책하고 학습지 풀게 하고 조금씩이라도 못 하는 아이들 지도할 수 있는데, 보여주는 수업에서는 그것도 어렵고, 뭐 색다른 자료도 없고 아무튼 쉽게 수업해버리고 숙제 꼭 내주는 것이 제일 좋은 방법인 것 같아요. 그래도 저는 여기서(대학원) 배운 것 가서 꼭 해보거든요. 그러면 애들 참 좋아하기는 하더라구요. 그것도 자주 할 수는 없지만요. (L 교사)

실험도구 있어도 실험 안 하구요, 기구 있어도 체육 시간에 다 활용 안 해요. 초등학교 교사는 몸이 열 개라도 모자라는 것 같아요. 그리고 수학은 어차피 혼자 해야 하니까 자습 시간이나 짜투리 시간에 해서 내도록 한 후, 채점해서 나누어주면 좋은데 그것도 잘 못해요. 요즘 인터넷이 있어서 좋은 문제 많은데 그것도 시간 없어서 잘 못 내줘요. (K교사)

TIMSS-R의 결과[6] 때문에 우리 나라의 초등 수학교육은 성공적인 것처럼 간주되는 경우가 종종 있다. 그러나, 수학교육연구자들의 초등수학교육에 대한 우려는 점차 증가하고 있다. 이미 초등학교에서 수학에 관한 좋지 않은 습관과 태도를 형성하면 돌이킬 수 없다는 점이 가장 큰 이유이다. 이러한 문제는 초등수학교육적 안목을 존중하고 발전시키지 못하는 한 해결될 수 없을 것으로 생각한다. 특히, 초등수학교육이 단지 중등수학교육의 이전 단계로 간주되기보다는 초등수학교육 고유의 역할과 의미, 문제를 지속적이고 치밀하게 연구함으로써만 초등수학교육적 안목을 발전시킬 수 있을 것이다.

본 고에서는 교육 실제에 대한 간략한 분석을 통하여, 이미 초등수학교육이 중등수학교육과는 다른 방식으로 접근하고 있음을 확인하였다. 그러나, 수학적 지식의 교수학적 변환이 초등 수준에서 바람직하게 이루어지려면 초등수학교육적 안목이 반드시 존중되고 발전되어야 하며, 이것은 각 내용 영역에 대한 신중한 분석을 통해서만 가능하다는 것을 알 수 있었다. 이론적으로는 많은 연구자들이 공통적으로 수학적 지식에 대한 초등적인 접근과 그 이후의 발전 과정의 차이에 대하여 논하고 있음을 확인하였다. 초등학교 아동의 수준에서는 그 이전에 가지고 있지 않았던 수학적 태도, 사고능력 등을 새로이 형성하여야 하기 때문에, 느리고 일반적인 접근이 필요함을 알 수 있었다. 다만 아동의 수준을 고려하다보면 수학이 아닌 것을 가르치거나 수학과 거리가 너무 멀어지는 경향도 있을 수 있음을 확인하였다. 여기서 다시, 초등수학교육적 안목의 필요성을 절실하게 느낄 수 있었다.

초등수학교육의 정체성은 아직 확보되지 못하였다고 볼 수 있다. 초등수학교육 고유의 역할과 의미, 문제에 대한 좀더 깊이 있는 연구가 이루어지고, 초등수학교육적 안목에 대한 인식이 널리 퍼진다면 아마도 이것은 확보될 것이다. 초등수학교육 고유의 문제를 소홀히 다룬다면 그 이후의 수학교육은 이미 현재 확인되는 바와 같이 비관적이며, 무엇보다 수학이 아동들의 삶을 힘들게 하는 악역에서 벗어나지 못할 것이다.

참고문헌

강완, 백석윤(1998). 초등수학교육론. 서울: 동명사

강문봉(1996). 초등학교에서의 수학적 추론의 지도에 관하여 (1): 추론 지도의 가능성과 귀납적 추론 지도를 중심으로. 대한수학교육학회논문집, 6(2), 71-86.

국립교육평가원(1997). 수학교육과정 국제비교 연구: TIMSS 보고서. 서울: 국립교육평가원.

김남희(1997). 변수개념의 교수학적 분석 및 학습-지도 방향 탐색. 서울대학교 대학원 박사학위 논문.

김수미(1994). 수학적 오개념의 자각과 조종:

6) 이미 신문이나 방송에 소개되었듯이, 1999년 2월에 실시한 평가 결과, 우리 나라의 수학 성적은 38개 참가국가운데 2위이다(한국교육과정평가원 발표 자료).

Fischbein의 메타인지전략을 통하여. 대한수학교육학회논문집, 4(2), 173-188.
박교식(1998). 초등학교 수학의 정체성에 관한 연구. 김연식 교수 정년기념논총, 241-259.
엄태동(2000). 초등교육의 개념. 청주교대 초등교육연구소 주최 전문가 세미나 발표 원고.
이용숙 외(1995). 교과서 정책과 내용구성방식 국제비교연구. 한국교육개발원, 연구보고 RR 95-17.
정영옥(1997). Freudenthal의 수학화 학습-지도론 연구. 서울대학교 대학원 박사학위 논문.
정은실, 박교식(1999). 초등학교 교직수학에 관한 연구(1): 초등학교 교직수학의 개념 정립을 위한 방향 탐색. 대한수학교육학회논문집, 9(2), 405-418.
Dewey, J. (1916). *Democracy and education: An introduction to the philosophy of education.* 이홍우 역(1987). 민주주의와 교육. 서울: 교육과학사.
Hamlyn, D. W. (1978). *Experience and the growth of understanding.* 이홍우 외 (역)(1991). 경험과 이해의 성장. 서울: 교육과학사.
Piaget. J, and B. Inhelder. (1951). *The origin of the idea of chance in children.* (Fischbein, E. Trans.). (1975). London: Routledge and Kegan Paul.
National Council of Teachers of Mathematics. (1998). *Principles and standards for school mathematics: Discussion draft.* (www.nctm.org)
Sierpinska, A. (1993). The development of concepts according to Vygotsky. *Focus on Learning Problems in Mathematics,* 87-107.
Skemp, R. R. (1989). *Mathematics in the primary school.* 김판수, 박성택 (역)(1995). 초등수학교육. 부산: 해성출판사.

A Comparison of Elementary and Secondary Mathematics Education

Kyunghwa Lee (Chongju National University of Education)

The researcher compared the curricula, the textbooks, the methods of didactic transposition, teacher practices of elementary and secondary mathematics education. The study reviewed several mathematics education theories in the aspect of the differences between the two levels.

Findings from this study show a little difference between elementary and secondary mathematics education. There are special difficulties in didactic transposition in elementary mathematics education since it is so far from scientific mathematics. From this study we can conclude that further research needs to be done in the area of development of perspectives on elementary mathematics education.