

■ 論 文 ■

## 가변수요 통행배정의 민감도 분석을 통한 최적가로망 설계

Optimal Network Design Using Sensitivity Analysis  
for Variable Demand Network Equilibrium

권 용 석

박 병 정

이 성 모

(서울대학교 도시공학과 연구원) (교통개발연구원 연구원) (서울대학교 지구환경시스템공학부 부교수)

### 목 차

- |                            |                   |
|----------------------------|-------------------|
| I. 서론                      | 3. 적용 알고리즘        |
| II. 이론적 고찰                 | IV. 모형의 적용 및 검증   |
| 1. 가로망설계모형 고찰              | 1. 분석대상가로망 구축     |
| 2. 알고리즘 고찰                 | 2. 민감도 분석 결과      |
| 3. 가변수요 통행배정의 민감도 분석 이론    | 3. 대안별 용량개선 규모 산정 |
| III. 가로망설계 모형 구축 및 적용 알고리즘 | V. 결론 및 향후 연구과제   |
| 1. 모형 구축                   | 참고문헌              |
| 2. 모형의 구성                  |                   |

Key Words : 평형 가로망 설계, 이중구조 모형, 가변수요 통행배정, 민감도 분석

### 요 약

기존의 고정수요(Fixed Demand)를 전제로 한 가로망 설계 모형에서는 가로망의 구조나 용량이 개선되더라도 장래 기·중점 통행수요는 변하지 않는다고 가정한다. 이는 단기적인 가로망 설계에서는 성립할 수 있지만, 현실적으로 기·중점 통행수요는 네트워크 서비스수준에 따라 변화하므로 고정수요를 전제한 장기적인 가로망 설계문제에서는 그 타당성을 잃어버린다. 그러므로 장래 최적 가로망 설계는 현실적 여건과 교통특성상 기·중점 통행 수요가 모형 내부에서 결정되는 내생변수로 처리하는 가변수요(Variable Demand)를 반영한 가로망 설계 문제로 모형을 구축하는 것이 바람직하다.

이러한 맥락에서 본 논문은 가변수요를 갖는 가로망 설계문제에 대한 이중계층 모형을 구축한 다음, 가로망내의 특성치가 변화하였을 때 그 파급영향을 먼저 파악하고 현 가로망 개선에서 가장 먼저 고려해야 할 링크를 찾아내기 위해 민감도 분석을 수행하였고, 민감도 분석과 연관되어 전체 시스템 효과척도를 최적화할 수 있는 대안적인 알고리즘을 제시하고 적용하여 구축된 모형으로 그 유효성을 검증하였고, 기존 고정수요 가로망 설계기법에 내재된 한계점을 극복하고자 하였다.

## 1. 서론

가로망 설계 문제(Network Design Problem:NDP)는 사회·경제활동 공간상에서 일어나는 이동 및 접근체계의 효율성제고를 전제, 가로망배치, 건설 등의 재원을 고려하여 최적대안을 도출하는 문제로서 교통분야에서 일찍부터 연구의 대상이 되어온 분야이다. 기존 연구되어온 대다수의 가로망 설계 모형들은 기·종점 사이의 고정된 수요(Fixed demand)를 전제한 가로망 설계 모형으로서 가로망의 구조나 용량이 개선되더라도 장래 기·종점 통행수요는 변하지 않는다는 가정에서 출발하고 있다. 이는 개발의 제한적인 공간, 또는 단구간이나 독립된 가로망 설계에서는 성립이 가능하지만 활동 공간상의 교통이란 망(Network)의 개념과 교통자체의 모순성 감안시 고정된 수요의 전제는 여러 가지 문제점을 내포하고 있다. 현실적으로 기·종점 통행수요는 네트워크 서비스수준에 따라 변화하므로 고정수요를 전제한 장기적인 가로망 설계문제에서는 그 타당성을 잃어버린다. 그러므로 장래 최적 가로망 설계는 현실적 여건과 교통특성상 기·종점 통행수요가 모형 내부에서 결정되는 내생변수로 처리하는 가변수요(Variable Demand)를 반영한 가로망 설계 문제로 모형을 구축하는 것이 보다 합리적인 기법으로 평가되고 있다.

따라서 본 연구의 목적은 가변수요 가로망 설계모형의 개발과 이를 토대로 하여 가변수요 네트워크 평형의 민감도 분석을 통해 가로망 설계모형의 최적해

를 얻기 위한 대안적 알고리즘을 제시하고 평가하는데 있다. 이를 위해 일차적으로 수요나 네트워크 성능변화(링크용량 변화)에 따른 하위레벨의 가변수요 통행배정 모형의 민감도 분석을 수행하고, 이차적으로 그 결과를 토대로 가로망 변화에 대한 용량증감분을 감안하여 예산제약 조건하에서 대상가로망 통행자의 사용자 불편익을 목적함수로 하는 상위레벨의 이중계층(Bi-Level)모형을 구축하여 최적가로망을 설계하는데 초점을 맞추었다. 평형 네트워크에서의 민감도 분석결과로 얻어지는 미분값 정보, 즉 항목별 변화량은 수요나 네트워크 성능 특성치가 변동하였을 때 전체 가로망의 성능(Performance)을 최적화하기 위한 NDP의 최적해를 찾아내는데 매우 유용하다. 또한 이는 네트워크 평형 교통량 패턴이 가장 민감한 링크 용량을 찾아내는데 용이하기 때문에 현 도로망 개선에 있어서 가장 먼저 고려해야 할 링크를 찾아낼 수 있게 하여 가로망 개선시 최적 대안을 찾는 데 크게 기여할 수 있다.

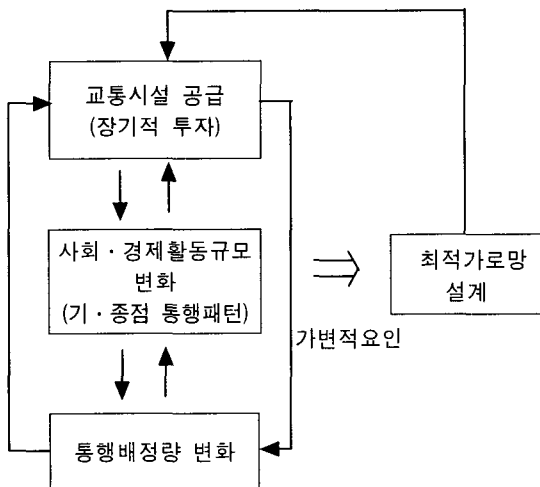
## II. 이론적 고찰

### 1. 가로망 설계 모형 고찰

가로망설계 모형은 대상가로 개선 형식에 관계되는 설계변수(Design variable)의 결정과정 양상에 따라 즉, 링크 대안을 추가하느냐 또는 용량증분을 위한 개선이냐에 따라 이산적 가로망 설계모형(Discrete NDP)와 연속적 가로망 설계모형(Continuous NDP)로 대별된다. 전자는 설계변수, 즉 가로구간의 시설용량이 미리 고정되어진 상태에서 새로운 링크의 설치 여부를 결정하는 과정이 불연속인 반면, 후자는 시설용량이 점차 증가하면서 이에 따라 가로망 설치상태를 결정하는 것으로 연속적이다.

현재까지 가장 널리 연구되어온 가로망 설계문제는 하위레벨 문제가 고정된 기·종점 통행수요를 전제로 한 사용자 평형에 입각한 평형가로망 설계모형이다. 이 전제는 이산적, 연속적 설계변수를 갖는 가로망 설계모형에 모두 다 적용되었으며, 전자는 LeBlanc (1975)<sup>12)</sup>에 의해, 후자는 Abdulaal and LeBlanc (1979b)<sup>4)</sup>에 의해 적용되었다.

본 연구에서는 개선대상구간의 조합수에 따른 계산상의 효율성을 고려하여 연속적 설계변수를 갖는 이



(그림 1) 교통 공급과 수요의 상호작용

중계층 프로그램 모형을 채택하였다. 도로 운영자 측면에서의 설계변수는 개선대상이 되는 개별 링크의 구간용량으로써 이것들은 연속적이라고 가정하고 최적의 구간별 용량개선 규모를 결정하게 된다. 기존의 교통수요모형의 기본전제는 교통시설규모가 장래에도 유사하다는 가정을 기본으로 구축되어 장래 가로 및 교통특성치 변화를 탄력적으로 수용하는데 한계가 내재되어 있다. 가로망 설계변수에 대한 최적정책의 도출이라는 측면에서 교통의 수요와 시설변화 특성을 모형내에 동시에 반영하여 현실적 가로망 설계를 수행하는 기법의 필요성이 최근 부각되고 있다. 이 분야의 최근 연구경향은 가로개선사업으로 변화된 교통수요를 감안한 통행배정기법으로 시스템 최적상태를 나타낼 수 있는 교통평형이론(Traffic equilibrium principle)을 적용하는 동시에, 설계변수를 연속변수로 하여 가로망 설계 문제의 해결에 따른 효율성과 합리성, 그리고 실제상황의 설명력을 제고하고 있다(Y. Asakura and T. Sasaki, 1990<sup>5)</sup>). 본 연구도 이런 맥락에서 이중계층 프로그램 모형을 구축하여 하위레벨의 사용자 평형원리(User equilibrium principles)에 입각한 통행배정 모형으로는 기·중점 통행수요가 모형 내부에서 결정되는 가변수요 통행배정 모형을 사용하였다. 또 가변수요를 가진 통행배정을 하위레벨로 제약할 때 총 통행비용의 최소화를 목적함수로 선택하면 비현실적인 해를 얻을 가능성이 있기 때문에<sup>1)</sup> 상위레벨의 설계목적함수로는 도로 네트워크 용량 개선으로부터 유발되는 사용자 불편익을 설계목적함수로 채택하였다.

## 2. 알고리즘 고찰

비선형 이중계층 프로그램 문제를 푸는데는 Karush-Kuhn-Tucker 접근법 혹은 Descent-type 알고리즘이 가능하다. 전자는 일반적으로 상보성조건(Complementarity condition)을 해결하기 위하여 Branch and Bound 기법<sup>2)</sup>을 사용한다. 하지만 이 기법은

변수가 하나 추가됨에 따라 계산해야될 경우의 수는 지수적( $2^n$ )으로 증가하는 단점이 있기 때문에 본 연구에서는 Descent-type 알고리즘을 근간으로 한 접근법을 채택하였다. 이 알고리즘은 상위레벨 문제의 탐색방향을 결정하기 위하여 상위레벨 결정변수에 대한 하위레벨 문제의 미분값 정보(Derivative information)에 의존한다.

하지만 현재까지 개발된 Descent-type 알고리즘 또한 비선형 가로망 설계 문제에 직접적으로 적용할 수 없다. 왜냐하면 Wardrop 조건을 만족시키는 사용자 평형 문제가 링크 교통량에 대해서는 유일한 해를 갖지만 경로 교통량 패턴은 유일하지 않기 때문이다. 이런 경로 교통량 패턴의 비유일성을 극복하기 위한 방법으로 Tobin and Friezs(1988)<sup>9)</sup>에 의해 개발된 축소접근법(Restriction approach)이 있다. 이 기법은 비선형 최적화 문제의 민감도 분석에서 요구되는 유일성 성질을 가지고 있는 가로망 평형 모형에 해당하는 축소화된 모형을 이용하여 비유일성 문제를 극복하였다. 또한 이 기법에 의한 민감도 분석 결과에 근거해 Hai Yang et al.<sup>17),19)</sup>과 Hai Yang and Yagar(1995)<sup>20)</sup>등은 이중계층 교통 시스템 최적화 문제를 해결할 수 있는 효과적인 발견론적(huristic) 알고리즘(Sensitivity Analysis Based Algorithm: 이하 'SAB 알고리즘'으로 약칭)을 개발하였으며, 이 알고리즘은 일반적인 고속도로-간선도로 축 시스템에서의 최적 램프미터링을 결정, 포화상태에 있는 도로망의 교통신호 제어에 성공적으로 적용된 바 있다.

## 3. 가변수요 통행배정의 민감도 분석 이론

링크용량 등과 같은 변동 파라미터( $\epsilon$ )가 링크 비용함수  $t(v, \epsilon)$ 와 기·중점 수요함수  $D(u, \epsilon)$ 에 존재하고 두 함수가  $\epsilon$ 에 대해 한번 연속 미분가능하다고 가정하면, 일반적인 변동 파라미터를 가진 네트워크평형 문제는 아래와 같은 변동부등식(Variational Inequality)으로 나타낼 수 있다.

- 1) 기·중점 통행수요는 링크 용량 개선으로 인해 유발되므로 이것은 통행수요를 최소화시킴으로써 달성될 수 있기 때문이다. 즉, 링크 개선 이후 유발된 통행수요의 총 통행비용이 네트워크 용량개선으로 인한 비용감소보다 더 클 경우 총비용 측면에서는 더 증가할 것이고, 이런 경우 네트워크에 대한 투자가 적으면 적을수록 통행수요 발생을 억제하고 또한 총 통행비용도 최소화되기 때문에 총통행비용을 목적함수로 채택할 경우 비현실적인 해를 얻을 가능성이 크다.
- 2) Branch and Bound 기법 : 실행 가능한 해들의 집합을 작은 부분집합으로 나누고, 이 가운데 가능성이 있는 부분집합을 탐색해 가는 과정을 반복함.

아래식을 만족하는  $(\mathbf{v}^*, \mathbf{q}^*) \in \Omega$ 를 찾는 문제  
 $\mathbf{t}(\mathbf{v}^*, \epsilon)^T \cdot (\mathbf{v} - \mathbf{v}^*) - \mathbf{D}^{-1}(\mathbf{q}^*, \epsilon)^T \cdot (\mathbf{q} - \mathbf{q}^*) \geq 0$  (1)  
 $\mathbf{v}, \mathbf{q} \in \Omega$   
 여기서  $\Omega = \{(\mathbf{v}, \mathbf{q}) \mid \mathbf{v} = \mathbf{A}\mathbf{f}, \mathbf{q} = \mathbf{A}\mathbf{f}, \mathbf{f} \geq 0\}$   
 $\mathbf{A}$ 는 링크/경로 상보 매트릭스  
 $\mathbf{A}$ 는 OD/경로 상보 매트릭스

전 절에서 언급한 축소점근법에서는 통행배정 결과 정보가 미분값을 계산하는데 효과적으로 이용될 수 있으며, 링크 교통량, 기·종점 통행수요, 기·종점 통행비용 및 다른 변수의 미분값이 평형 교통량 해 형태로 명백히 표현되는 이점이 있다.

축소점근법은 평형 경로 교통량의 해 영역에서 먼저 비퇴화 극점(Nondegenerate extreme point)<sup>3)</sup>을 찾는다. 극점(Extreme point)는 평형 문제의 해를 구하는데 F-W 알고리즘을 사용하면 쉽게 구할 수 있다. F-W 알고리즘은 매 반복시 마다 각 기·종점 간 하나의 최소 경로 집합을 발생하는데, 이런 최소 경로가 매 반복할 때마다 저장된다면 최종적으로 알고리즘은 평형 교통량 패턴 및 사용된 경로에 대한 링크/경로 상보 매트릭스를 제공한다. 그러면 비퇴화 극점은 아래 식을 만족하는 평형 경로 교통량 집합으로부터 선택될 수 있다.

$$\Omega^* = \{(\mathbf{v}^*, \mathbf{q}^*) \mid \mathbf{v}^* = \mathbf{A}\mathbf{f}, \mathbf{q}^* = \mathbf{A}\mathbf{f}, \mathbf{f} \geq 0\} \quad (1)$$

여기서  $\mathbf{v}$ 는 가로망 내의 모든 링크 벡터,  $\mathbf{f}$ 는 경로 벡터,  $\mathbf{q}$ 는 기·종점사이의 통행수요 벡터를 의미한다.

$\mathbf{f}^* (>0)$ 를 평형 경로 교통량 영역  $\Omega^*$ 내에서 비퇴화 극점이라 하면,  $\epsilon=0$ 에서 식(1)에 나타난 변동 네트워크 평형문제의 필요조건은 아래의 식을 만족하는 해가 존재한다.

$$\hat{\mathbf{t}}(\mathbf{f}^*, 0) - \pi - \mathbf{A}^T \mathbf{u} = 0 \quad (2)$$

$$\pi^T \mathbf{f}^* = 0 \quad (3)$$

$$\mathbf{A}\mathbf{f}^* - \mathbf{D}(\mathbf{u}, 0) = 0 \quad (4)$$

$$\pi \geq 0, \mathbf{f}^* \geq 0 \quad (5)$$

여기서,  $\hat{\mathbf{t}}$ 는 경로 비용함수이고,  $\pi$ 는 비음조건 경로 교통량과 관련된 승수(multiplier) 벡터이다.

경로 교통량의 비퇴화 극점만 고려하고, 비음 제약 조건을 제거하면 아래와 같이 식이 줄어들게 된다.

$$\hat{\mathbf{t}}^0(\mathbf{f}^*, 0) - \mathbf{A}^{0T} \mathbf{u} = 0 \quad (6)$$

$$\mathbf{A}^0 \mathbf{f}^{0*} - \mathbf{D}(\mathbf{u}, 0) = 0 \quad (7)$$

여기서,  $^0$ 는 축소된 벡터와 매트릭스를 나타낸다. 식(6), (7)의 양변을 변동 파라미터  $\epsilon$ 에 대해 미분하면 식(8)을 얻을 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \nabla_{\epsilon} \mathbf{f}^{0*} \\ \nabla_{\epsilon} \mathbf{u} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \nabla_{\mathbf{f}} \hat{\mathbf{t}}^0(\mathbf{f}^*, 0) & -\mathbf{A}^{0T} \\ \mathbf{A}^0 & -\nabla_{\mathbf{u}} \mathbf{D}(\mathbf{u}, 0) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\nabla_{\epsilon} \hat{\mathbf{t}}^0(\mathbf{f}^*, 0) \\ \nabla_{\epsilon} \mathbf{D}(\mathbf{u}, 0) \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$\text{그리고 } \mathbf{J}_{\mathbf{f}^0, \mathbf{u}}(0) = \begin{bmatrix} \nabla_{\mathbf{f}} \hat{\mathbf{t}}^0(\mathbf{f}^*, 0) & -\mathbf{A}^{0T} \\ \mathbf{A}^0 & -\nabla_{\mathbf{u}} \mathbf{D}(\mathbf{u}, 0) \end{bmatrix}$$

라 두면, 이  $\mathbf{J}_{\mathbf{f}^0, \mathbf{u}}(0)$ 은  $(\mathbf{f}^0, \mathbf{u})$ 에 대해 Nonsingular 이므로 역함수가 존재한다.

$[\mathbf{J}_{\mathbf{f}^0, \mathbf{u}}]^{-1} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{11} & \mathbf{B}_{12} \\ \mathbf{B}_{21} & \mathbf{B}_{22} \end{bmatrix}$ 이라 할 때, 각 원소의 값은 아래와 같이 계산된다.

$$\mathbf{B}_{22} = [-\nabla_{\mathbf{u}} \mathbf{D}(\mathbf{u}, 0) + \mathbf{A}^0 \nabla_{\mathbf{f}} \hat{\mathbf{t}}^0(\mathbf{f}^*, 0)^{-1} \mathbf{A}^{0T}]^{-1} \quad (9)$$

$$\mathbf{B}_{12} = \nabla_{\mathbf{f}} \hat{\mathbf{t}}^0(\mathbf{f}^*, 0)^{-1} \mathbf{A}^{0T} \mathbf{B}_{22} \quad (10)$$

$$\mathbf{B}_{21} = -\mathbf{B}_{22} \mathbf{A}^0 \nabla_{\mathbf{f}} \hat{\mathbf{t}}^0(\mathbf{f}^*, 0)^{-1} \quad (11)$$

$$\mathbf{B}_{11} = \nabla_{\mathbf{f}} \hat{\mathbf{t}}^0(\mathbf{f}^*, 0)^{-1} [\mathbf{E} + \mathbf{A}^{0T} \mathbf{B}_{21}] \quad (12)$$

여기서  $\mathbf{E}$ 는 적절한 차원의 단위 행렬이다.

3) 링크 통행량을 만족시키는 많은 경로 교통량 집합중에서 영이상의 해를 가진 기저해. 서로 다른 기저해를 선택하더라도 민감도 분석의 결과에는 영향을 미치지 않는다. (Tobin R.L. and Friesz T.L., 1988)

〈표 1〉 변동파라미터  $\epsilon$ 에 대한 각 변수의 미분값

변 수	미 분 값 (Derivative)
경로 교통량 ( $\nabla_{\epsilon} \mathbf{f}^0$ )	$-\mathbf{B}_{11} \nabla_{\epsilon} \hat{\mathbf{t}}^0(\mathbf{f}^*, 0) + \mathbf{B}_{12} \nabla_{\epsilon} \mathbf{D}_u(\mathbf{u}, 0)$
링크 교통량 ( $\nabla_{\epsilon} \mathbf{v}$ )	$-\Delta^0 \mathbf{B}_{11} \Delta^{0T} \nabla_{\epsilon} \mathbf{t}(\mathbf{v}^*, 0) + \Delta^0 \mathbf{B}_{12} \nabla_{\epsilon} \mathbf{D}_u(\mathbf{u}, 0)$
기·종점통행시간 ( $\nabla_{\epsilon} \mathbf{u}$ )	$-\mathbf{B}_{21} \Delta^{0T} \nabla_{\epsilon} \mathbf{t}(\mathbf{v}^*, 0) + \mathbf{B}_{22} \nabla_{\epsilon} \mathbf{D}_u(\mathbf{u}, 0)$
기·종점통행수요 ( $\nabla_{\epsilon} \mathbf{q}$ )	$\nabla_{\epsilon} \mathbf{D}_u(\mathbf{u}, 0) + \nabla_u \mathbf{D}_u(\mathbf{u}, 0) \nabla_{\epsilon} \mathbf{u}$
사용자 순편익 ( $\nabla_{\epsilon} \mathbf{NB}$ )	$-[\nabla_{\epsilon} \mathbf{u}]^T \cdot \mathbf{q}$

$\nabla_{\epsilon} \hat{\mathbf{t}}^0(\mathbf{f}^*, 0) = \Delta^{0T} \nabla_{\epsilon} \mathbf{t}^0(\mathbf{v}^*, 0) \Delta^0$ ,  $\nabla_{\epsilon} \mathbf{v} = \Delta^0 \nabla_{\epsilon} \mathbf{f}^0$ ,  
 $\nabla_{\epsilon} \hat{\mathbf{t}}^0(\mathbf{f}^*, 0) = \Delta^{0T} \nabla_{\epsilon} \mathbf{t}(\mathbf{v}^*, 0)$  관계를 이용하면 링크  
 교통량 형태로 표현할 수 있다.

식(8)에서  $\epsilon$ 에 대한 각 변수의 미분값을 계산하면  
 〈표 3〉과 같이 정리된다.

### III. 가로망 설계 모형 구축 및 적용 알고리즘

#### 1. 모형 구축

본 논문의 가로망 설계모형은 주어진 예산조건을 만족하는 조건하에서 선택된 설계변수 즉, 링크 구간 용량 및 기·종점 수요의 증감에 따른 사용자 순편익을 최대화하는 문제를 상위레벨 모형으로 하고, 하위 레벨 모형은 결정된 설계변수 값에 대한 가변수요 통행배정 모형으로 구성된다.

$$\begin{aligned} & \text{Maximize } \mathbf{NB}(\mathbf{q}(\mathbf{c}), \mathbf{u}(\mathbf{c})) \\ & = \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} u_{ij}^0 q_{ij}^0 - \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} u_{ij} q_{ij} - \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \int_{q_{ij}}^{q_{ij}^0} D_{ij}^{-1}(x) dx \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} & \text{sub. to} \\ & \sum_{a \in A} G_a(c_a) \leq G \end{aligned} \quad (14)$$

$$c_a \geq 0, \quad \text{for } a \in A^* \quad (15)$$

여기서  $\mathbf{q}(\mathbf{c})$ ,  $\mathbf{u}(\mathbf{c})$ 는 아래의 가변 수요 통행배정을 통해 구한다.

Minimize

$$\mathbf{F}(\mathbf{q}, \mathbf{v}) = \sum_{a \in A} \int_0^{v_a} t_a(x, c_a) dx - \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \int_0^{q_{ij}} D_{ij}^{-1}(x) dx \quad (16)$$

sub. to

$$\sum_{r \in R_{ij}} f_{rij} = q_{ij}, \quad \text{for } i \in I, j \in J \quad (17)$$

$$\sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \sum_{r \in R_{ij}} f_{rij} \delta_{arj} = v_a, \quad \text{for } a \in A \quad (18)$$

$$f_{rij} \geq 0, \quad \text{for } i \in I, j \in J, r \in R_{ij} \quad (19)$$

본 연구에서 사용된 변수 설명은 아래와 같다.

- $c_a$  : 링크 a의 개선용량
- $\mathbf{c}$  : 용량 개선 대상 링크의 용량 벡터
- $v_a$  : 링크 a의 통행량
- $\mathbf{v}$  : 가로망 내의 모든 링크 벡터
- $u_{ij}$  : i, j간의 통행 시간
- $\mathbf{u}$  : 모든 기·종점사이의 통행 비용 벡터
- $q_{ij}$  : i, j간의 통행 수요
- $\mathbf{q}$  : 모든 기·종점사이의 통행수요 벡터
- $R_{ij}$  : i, j간의 모든 경로 집합
- $f_{rij}$  : i, j간 경로 r을 이용하는 통행량
- $\delta_{arj}$  : i, j간의 경로 r이 링크 a를 이용하면 1, 그렇지 않으면 0
- $D_{ij}^{-1}(q_{ij})$  : i, j간 통행 수요의 역함수
- $G_a(c_a)$  : 링크 a의 용량개선 건설비용 함수
- $G$  : 가로망 개선을 위해 사용할 수 있는 예산 상한치
- $t_a(v_a, c_a)$ : 링크 a의 통행비용 함수
- $A$  : 가로망 내의 모든 링크 집합
- $A^*$  : 용량 개선 대상 링크 집합

$t_a(v_a, c_a)$ ,  $G_a(c_a)$ ,  $D_{ij}(u_{ij})$ 의 일반적인 함수 형태는 다음과 같다.

$$t_a(v_a, c_a) = t_{a0} \left[ 1 + r \left( \frac{v_a}{K_a + c_a} \right) \right]^k$$

$$G_a(c_a) = g_a \cdot c_a$$

$$D_{ij}(u_{ij}) = A_i B_j \exp(-\theta u_{ij})$$

여기서

- $t_{a0}$  : 링크 a의 자유교통류 통행 시간
- $K_a$  : 링크 a의 초기상태의 용량
- $g_a$  : 링크 a의 단위 개선 비용
- $A_i$  : 출발지 i의 경제활동 수준
- $B_j$  : 도착지 j의 경제활동 수준
- $r, k, \theta$  : 파라미터

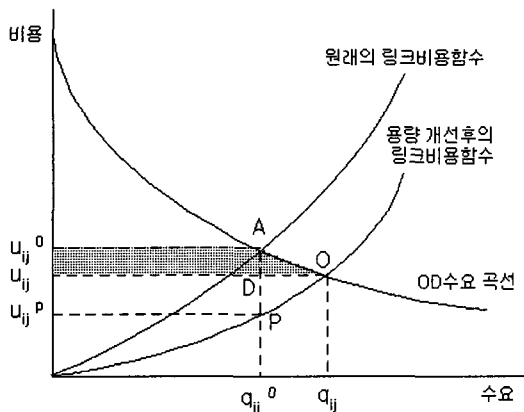
2. 모형의 구성

1) 상위레벨 모형

상위레벨 모형은 주어진 예산조건 하에서 링크용량이 개선됨으로 인해 발생하는 사용자 순편익을 최대화하는 문제이다.

네트워크 용량 개선으로 증가된 기·종점 통행수요는 도로 사용자들에게 편익을 제공하고, 이렇게 발생된 총 편익은 도로 사용자 편익에서 통행비용을 뺀 소비자 잉여(Consumers' surplus)로 정의된다. 소비자 잉여는 비록 실제 지불된 것은 아니지만 사회가 향유하는 편익으로 이는 사용자 평형상태에 있는 기·종점 통행수요( $q_{ij}$ )와 링크 통행량( $v_a$ ), 사용자 통행비용( $u_{ij}$ )을 이용하여 계산할 수 있다.

<그림 2>에서 링크가 개선되기 이전의 평형상태에 있는 기·종점 통행수요와 사용자 비용은 원래의 링크 비용함수와 수요함수가 교차하는 A지점에서 결정되나 네트워크 내의 용량이 개선되면 링크 비용함수는 오른쪽으로 이동하게 되고 평형상태에 있는 기·종점 통행수요와 사용자 통행시간은 O지점에서 결정된다. 용량이 개선됨으로써 발생하는 추가적인 통행자는 통행의 가치가  $u_{ij}^0$ 와  $u_{ij}$ 사이의 크기로 나타낼



<그림 2> 통행 비용과 통행수요 사이의 관계

수 있으며, 추가적으로 통행한 교통량 전체에 대한 소비자 잉여의 크기는 면적 ADO가 된다. 이 경우 사용자가 얻는 순편익의 증가분은 속도향상 등으로 인한 네트워크 사용자의 비용절감(면적  $u_{ij}^0DA$ )과 추가적 사용자가 누리는 소비자 잉여(면적 ADO)의 합으로 주어진다. 이것을 식으로 나타내면 식(13)과 같다.

2) 하위레벨 모형

하위레벨 모형은 기·종점간 수요가 경로 통행시간에 따라 변화하는 가변 수요를 갖는 통행배정 문제이다. 결정되어야 하는 설계변수가 개별링크 용량( $c_a$ )이므로 이런 변동 파라미터가 링크 비용함수와 기·종점 통행수요에 존재하는 일반적인 경우를 고려하면, 가변 수요를 갖는 가로망 평형 모형의 해는 식(16~19)과 같은 볼록 최적화 프로그램을 해결함으로써 구할 수 있다(Sheffi, 1985)<sup>15)</sup>.

만약 목적함수가 완전히 볼록(Strictly convex)하면 위의 프로그램은 기·종점 통행수요와 링크 교통량에 대해 유일한 해를 가지며, 가변 수요를 가진 가로망 평형은 Convex Combination 기법(Frank-Wolfe 기법), Excess Demand 기법(Sheffi, 1985), Simplicial Decomposition Approach(Lawphongpanich & Hearn, 1984) 등 여러 가지 기법에 의해 풀 수 있다.

본 연구에서는 Frank-Wolfe 기법이 적용되고, 하위레벨 모형의 최종 결과물은 완전한 링크 통행량 패턴 집합, 각 기·종점간 이용된 최소 시간 경로 집합과 이런 경로 사이에 분포하는 기·종점 통행량 집합으로 이러한 항목은 민감도 분석을 수행하는데 필수적인 요소이다.

3. 적용 알고리즘

이중계층(Bi-level) 형태를 갖는 가로망 설계모형의 해를 구하기 위해서는 하위레벨의 가변수요 네트워크 평형 문제에서 정의되는 평형상태에서의 기·종점 통행수요  $q(c)$ 와 평형 교통량 패턴  $v(c)$ 을 우선 결정하여야 한다. 본 연구에서는 평형 네트워크 통행량에 대한 민감도 분석 결과에 근거해 이중계층 교통시스템 최적화 문제를 해결한 Yang H. et al. (1994)과 Yang H. and Yagar (1995)의 SAB 알고리즘을 적용하였다.

상위레벨 목적함수는 비선형 함수형태이므로 결정 변수  $\mathbf{c}$ 에 대한  $\mathbf{q}(\mathbf{c}), \mathbf{v}(\mathbf{c})$ 의 미분값에 근거해 테일러 공식을 이용하여 국부적인 선형 근사화를 시켜서 예산제약 조건을 만족시키는 최적의  $\mathbf{c}$ 값을 찾아낸다. 미분값 정보는 가변수요 네트워크 평형 문제의 주어진 해에 대한 민감도 분석을 통해 얻어진다.

**<SAB 알고리즘의 적용과정>**

**[단계 0] 초기화**

초기 용량 개선 벡터  $\mathbf{c}^{(0)}$ 를 결정.  $n=0$ 으로 설정

**[단계 1]**

주어진  $\mathbf{c}^{(n)}$ 에 대해 하위레벨의 가변수요 네트워크 평형 문제를 풀어서 평형상태의 기·종점 통행수요  $\mathbf{q}(\mathbf{c})$ 와 평형 교통량 패턴  $\mathbf{v}(\mathbf{c})$ 을 구한다.

**[단계 2]**

민감도 분석 기법을 이용하여  $\frac{\partial \mathbf{q}}{\partial \mathbf{c}}, \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial \mathbf{c}}$ 를 계산한다.

**[단계 3]**

[단계 2]에서 계산한 미분값 정보를 이용하고, 상위레벨 목적함수를 선형근사화 시켜서 가해(auxiliary-solution)  $\mathbf{u}$ 를 찾아낸다.

초기해  $\mathbf{c}_a^*, \mathbf{v}(\mathbf{c}_a^*), \mathbf{q}(\mathbf{c}_a^*)$ 가 얻어졌다고 가정하면, 식(1)은 다음과 같이 선형근사화 시킬 수 있다.

$$\bar{NB}(\mathbf{c}_a) = - \sum_{a \in A} \left( \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \frac{\partial u_{ij}}{\partial c_a} q_{ij} \right) c_a$$

**[단계 4] 이동 크기 인자  $\alpha_n$  탐색 (step size)**

$$\alpha_n = \beta / (1+n)^\gamma \quad (\beta, \gamma \text{는 파라미터})$$

**[단계 5]  $\mathbf{c}^{n+1} = \mathbf{c}^n + \alpha_n(\mathbf{u} - \mathbf{c}^n)$**

**[단계 6] 수렴여부 판정**

$|\mathbf{c}_a^{n+1} - \mathbf{c}_a^n| \leq x$  이면 중지하고, 그렇지 않으면  $n \leftarrow n+1$ 으로 놓고 [단계 1]로 되돌아간다.

[단계 4]의 이동 크기 인자  $\alpha_n$  탐색에는 일반적인 일차원(One-dimensional) 탐색기법(예, Bisection

method, Golden section method)과 이동 크기를 미리 정해놓고 하는 Predetermined sequences of step length 기법이 있다. 전자를 사용할 경우에는 상위레벨 목적함수가 감소하는 방향을 따라 반복적으로 해를 구하여야 한다. 또한 매번 반복시 기·종점 통행량과 링크 교통량 패턴을 결정하기 위해 하위레벨의 가변수요 네트워크 평형 모형을 풀어야 하기 때문에 상당히 방대한 양의 계산을 요구한다. 반면 후자의 경우에는 계산상 간단하다는 장점은 있지만 수렴성에 대한 보장이나 최적값에 도달하리라는 보장은 할 수 없다. Predetermined sequences of step length 기법의 일반적인 요구조건은 아래에 제시된 두 가지 조건을 반드시 만족시키는 step size  $\alpha_n$ 을 선택하여야 한다.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n = \infty, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n^2 < \infty$$

본 연구에서는 위의 두 조건을 만족시키는 다음과 같은 간단한  $\alpha_n$ 을 선택하였다.

$$\alpha_n = \frac{\beta}{(1+n)^\gamma}$$

여기서  $\beta, \gamma$ 는 파라미터 임

**IV. 모형의 적용 및 검증**

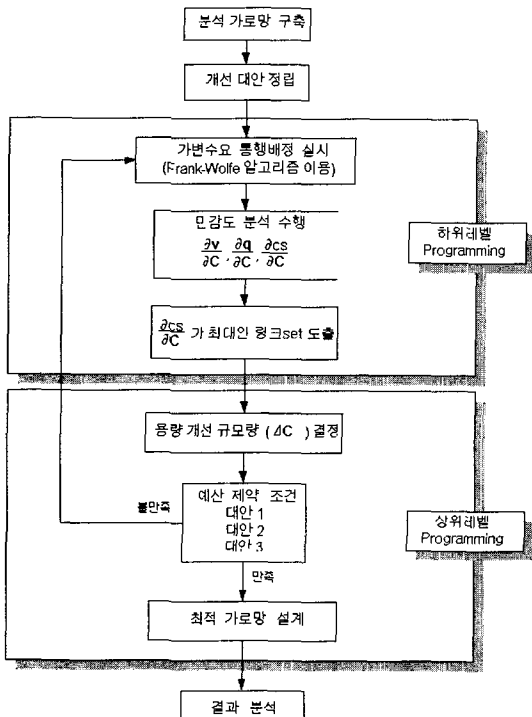
**1. 분석 대상 가로망 구축**

민감도 분석을 이용한 평형 가로망 설계모형의 적용성 및 유의성을 검증하기 위해 일반적인 가로망 체계의 특성을 나타낼 수 있고 본 논문에서 제시한 방법론을 검증할 수 있는 가상 가로망을 구축하였으며, 이 가로망에 구축된 모형을 적용하여 최적대안을 도출하는 전과정을 검증하였다.

분석 대상 가로망은 <그림 4>와 같이 분석의 편의를 위해 모두 일방향 통행을 갖는 4개의 기·종점노드와 13개의 일반노드를 갖고 있으며, 24개의 링크, 4개의 더미링크로 구성되어 있다. 링크통행 비용함수는 분석대상 가로망에 따라 적절한 함수식을 사용하여 하나, 여기서는 모형 검증 자체에 목적이 있으

〈표 2〉 기·종점 통행수요 함수  
 $D_{ij}(u_{ij}) = A_i B_j \exp(-\theta u_{ij})$

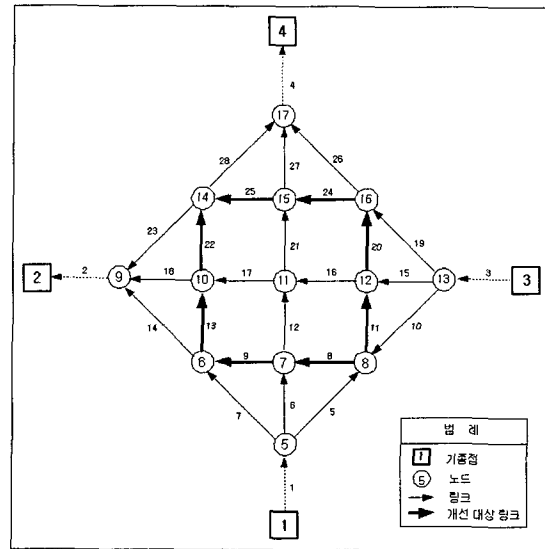
Origin	Destination	$A_i \cdot B_j$	$\theta$
1	2	25,000	0.15
1	4	45,000	0.2
3	4	20,000	0.15
3	2	35,000	0.2



〈그림 3〉 모형검증 수행 흐름도

므로 모든 링크에 대하여 동일한 파라미터를 갖는 BPR 함수식을 사용하였으며( $r=0.15, k=4$ ), 기·종점간 수요함수는 통행분포 추정에 많이 적용되는 음지수함수를 적용하였으며 이 함수형태는 〈표 2〉와 같다.

즉,  $i, j$  간 기종점수요의 총량은 경제활동변수인  $A_i$ 와  $B_j$ 에 의해 결정되는데 이는 고정적인 것으로 간주하고 기종점 수요가 기종점간 통행시간에 의해서만 변화하는 것으로 간주한다.  $\theta$ 는 기종점 간의 통행시간이 수요함수에 미치는 영향을 나타내는 파라미터로서 이 값이 클수록 통행시간의 영향이 크고, 발생되는 기·종점 통행수요는 통행시간이 커짐에 따라 더 큰 폭으로 줄어들게 된다.



〈그림 4〉 분석대상 가로망 체계

〈표 3〉 분석 가로망의 네트워크 자료

도로 등급	링크번호	차로 수	연장 (km)	설계속도 (kph)	용량 (대/시)
1	6,12,21,27,15,16,17,18	2	7	80	2,200
2	8,9,11,13,20,22,24,25	1	8	70	2,000
3	5,7,10,14,19,23,26,28	1	10	60	1,800

상위레벨의 예산제약 조건식은 선형으로 가정되고 세 가지 예산제약 대안(대안 1 : 30000, 대안 2 : 40000, 대안 3 : 50000)을 고려하였다.

네트워크 입력자료는 〈표 3〉에 나와 있듯이, 도로 등급을 세 종류로 구분하여 각 등급별 링크 속성을 달리하여 실제 가로망과 최대한 유사하도록 구축하였다. 용량개선 대상이 되는 링크는 2등급 도로로서 주도도를 나타내는 1등급 도로의 대체도로로서의 역할을 한다. 이들 링크는 링크길이가 8km, 1차로, 차로별 용량 2000대/시의 링크 속성을 가지는 것으로 전제하였다.

## 2. 민감도 분석 결과

가변수요 통행배정의 민감도 분석을 통해 개별 링크 용량 변화에 따른 링크통행량, 기·종점 통행시간, 기·종점 통행수요, 사용자 순편익 등의 미분값, 즉 각 항목별 변화량을 제시한다. 이런 미분값 정보는 서론에서도 언급했듯이 네트워크 평형 교통량 패턴이



〈표 4〉 기·종점 통행시간의 변화량(초기용량상태)

	$\partial(\cdot) / \partial K_8$	$\partial(\cdot) / \partial K_9$	$\partial(\cdot) / \partial K_{11}$	$\partial(\cdot) / \partial K_{13}$
U <sub>12</sub>	$5.21 \times 10^{-5}$	$-1.09 \times 10^{-4}$	$2.18 \times 10^{-5}$	$-9.12 \times 10^{-5}$
U <sub>14</sub>	$1.97 \times 10^{-5}$	$-3.73 \times 10^{-6}$	$-1.01 \times 10^{-4}$	$-8.98 \times 10^{-5}$
U <sub>32</sub>	$-8.85 \times 10^{-5}$	$-7.74 \times 10^{-5}$	$-5.18 \times 10^{-5}$	$-3.75 \times 10^{-5}$
U <sub>34</sub>	$-5.09 \times 10^{-5}$	$-2.66 \times 10^{-5}$	$9.26 \times 10^{-5}$	$1.56 \times 10^{-5}$
	$\partial(\cdot) / \partial K_{20}$	$\partial(\cdot) / \partial K_{22}$	$\partial(\cdot) / \partial K_{24}$	$\partial(\cdot) / \partial K_{25}$
U <sub>12</sub>	$2.25 \times 10^{-5}$	$1.00 \times 10^{-4}$	$-1.81 \times 10^{-5}$	$-3.92 \times 10^{-5}$
U <sub>14</sub>	$-8.42 \times 10^{-5}$	$-1.14 \times 10^{-4}$	$-7.46 \times 10^{-6}$	$1.21 \times 10^{-5}$
U <sub>32</sub>	$-4.07 \times 10^{-5}$	$-2.65 \times 10^{-5}$	$-6.44 \times 10^{-5}$	$-6.73 \times 10^{-5}$
U <sub>34</sub>	$-9.73 \times 10^{-5}$	$-2.04 \times 10^{-6}$	$-1.24 \times 10^{-4}$	$2.83 \times 10^{-5}$

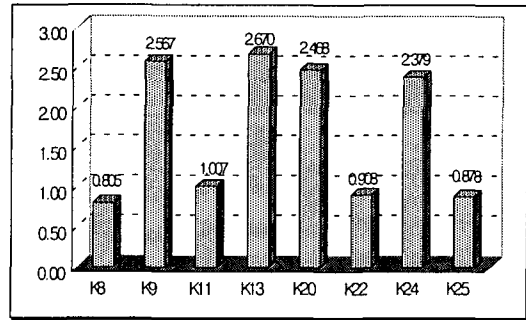
〈표 5〉 기·종점 통행수요 및 사용자 불편의 변화량

	$\partial(\cdot) / \partial K_8$	$\partial(\cdot) / \partial K_9$	$\partial(\cdot) / \partial K_{11}$	$\partial(\cdot) / \partial K_{13}$
Q <sub>12</sub>	-0.0873	0.1835	-0.0365	0.1526
Q <sub>14</sub>	-0.0574	0.0109	0.2938	0.2615
Q <sub>32</sub>	0.2351	0.2057	0.1376	0.0996
Q <sub>34</sub>	0.0748	0.0392	-0.1361	-0.0230
NB	0.8053	2.5673	1.0065	2.6697
	$\partial(\cdot) / \partial K_{20}$	$\partial(\cdot) / \partial K_{22}$	$\partial(\cdot) / \partial K_{24}$	$\partial(\cdot) / \partial K_{25}$
Q <sub>12</sub>	-0.0376	-0.1679	0.0302	0.0657
Q <sub>14</sub>	0.2451	0.3309	0.0217	-0.0353
Q <sub>32</sub>	0.1080	0.0705	0.1710	0.1789
Q <sub>34</sub>	0.1429	0.0030	0.1821	-0.0416
NB	2.4676	0.9082	2.3789	0.8784

가장 민감한 링크 용량을 찾아내는데 유용하기 때문에 현 도로망 개선에서 있어서 가장 먼저 고려해야 할 링크를 찾아낼 수 있게 하여 도로망 개선시 최적 대안의 수를 줄일 수 있다. 초기 용량 개선 대상이 되는 8개의 링크의 각 변수에 대한 변화량은 〈표 4〉, 〈표 5〉에 나타나있다.

〈표 4〉에서 알 수 있듯이 9번과 24번 링크 용량에 대한 변화량을 살펴보면 모두 (-)부호를 가지는데, 이는 이들 링크를 개선함으로써 모든 기·종점간 통행시간을 줄여줄 수 있다는 것을 의미하며, 장래 도로망 개선시 최적 대안에 이 링크들은 반드시 포함되어야 함을 시사하고 있다. 또한 기·종점 통행시간의 변화량은 본 논문에서 최적대안 선택의 최종 평가 지표로 삼는 사용자 불편의 산정과 관련하여 중요한 역할을 한다.

〈표 5〉의 기·종점 통행수요의 변화량을 살펴보면 대부분 (+)의 부호를 가지면서 증가하는데 반해 몇몇은 감소하는데, 이런 감소의 이유는 특정 링크가 개선됨으로 인해 그 링크를 이용하려는 이용자 수가 늘어나 지체가 가중되고 결과적으로 기·종점 통행시



〈그림 5〉 사용자 불편의 변화량

간이 더 늘어나기 때문에 수요의 유인력이 줄어들게 된다. 최종 평가 지표인 사용자 불편의 변화량은 모두 양의 부호를 가지는 것으로 나타났다. 이는 링크 개선으로 인해 기존 도로 이용자의 단축되는 통행 시간절감이 새로 추가적으로 유인되는 통행자에 의한 지체보다 더 크다는 것을 의미한다.

〈그림 5〉은 8개 대안 링크들에 대한 사용자 불편의 변화량을 나타낸 것으로 9, 13, 20, 24번 링크의 용량개선 효과가 다른 네 개의 링크들 보다 훨씬 더 크다는 사실을 알 수 있다.

따라서 본 논문에서는 8개의 링크 개선 대안 중 사용자 불편의 증가폭이 가장 큰 9, 13, 22, 24번 링크를 최적 개선 대안 링크집합으로 선택하고 이들 링크에 대해 주어진 예산 조건 내에서 각각의 최적 용량 개선 규모(Δ)를 결정하게 된다.

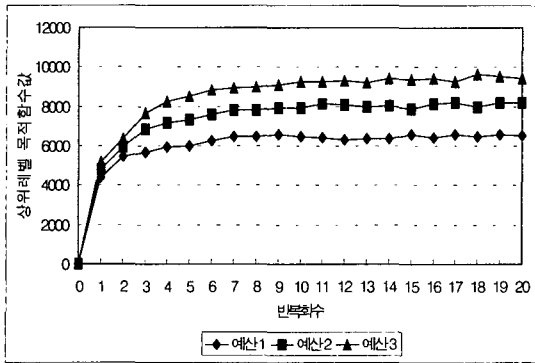
### 3. 대안별 용량개선 규모 산정

1차적 민감도 분석 결과에 근거해 세 개의 예산 대안(예산 1 : 30000, 예산 2 : 40000, 대안 3 : 50000)에 대한 상위레벨 목적함수를 최적화시키는 용량개선 규모와 그때의 기·종점 통행수요 결과는 〈표 6〉과 같다. 예산수준이 작을 때는 4개의 링크에 대한 개선 규모에 있어서 별로 차이가 나지 않지만 예산수준이 증가할수록 9번 링크와 13번 링크의 개선 규모가 큰 폭으로 증가함을 알 수 있다. 대안별 기·종점 통행수요의 변화를 살펴보면 링크 용량의 개선에 따라 창출되는 수요의 증가폭은 그다지 크지 않아서 본 연구의 경우 20회 반복수행 후의 총 통행 비용을 대안별로 비교를 했을 경우 대안 3의 경우가 가장 작은 것으로 나타났다. 하지만 수요함수는 파라미터 θ의 영향을 가장 많이 받으므로 다른 값을 적용하였을 때는

〈표 6〉 대안별 용량개선 규모 및 기·종점 통행수요

	대안미실시	예산대안 1	예산대안 2	예산대안 3
$\Delta C_9$	0	768	1,021	1,281
$\Delta C_{13}$	0	875	1,247	1,625
$\Delta C_{20}$	0	666	773	910
$\Delta C_{24}$	0	588	751	877
q <sub>12</sub>	11,154	11,356	11,431	11,453
q <sub>14</sub>	14,556	14,933	14,993	15,106
q <sub>32</sub>	13,286	13,636	13,725	13,806
q <sub>34</sub>	9,797	9,991	10,048	10,046

주 : 반복회수 : 20회, step size :  $\alpha_n = 3/(1+n)^2$



〈그림 6〉 반복회수에 따른 목적함수값의 변화

다른 결과가 나올 가능성이 크다. 따라서 실제 가로망의 적용에 있어서는 각 기·종점 사이의 특성을 파악하여 이런 파라미터에 대한 정확한 정산이 필요할 것으로 판단된다.

〈그림 6〉은 반복 회수에 따른 상위레벨 목적함수의 수렴과정을 보여주고 있는데, 그림에서 볼 수 있듯이 10회까지는 빠른 수렴 속도를 보이고 그 이후로는 소폭으로 진동을 하면서 약간씩 값이 증가함을 알 수 있다. 이것은 상위레벨 프로그램의 이동크기인자  $\alpha_n$  탐색시 Predetermined sequences of step length 기법을 사용한 결과로 실제 대규모 가로망에 적용시에는 step size 결정시 보다 광범위한 검토가 요망된다.

V. 결론 및 향후 연구과제

본 연구에서는 각 기·종점 사이의 고정된 통행수요를 갖는 기존 가로망 설계 모형의 단점을 극복하고자 하위레벨의 사용자 평형원리에 입각한 통행배정

모형으로 기·종점 통행수요가 모형 내부에서 결정되는 가변수요 통행배정 모형을 이용한 이중계층 가로망 설계모형 구축과 그 해법의 제시를 목적으로 하였다. 또한 가로망 내의 특성치 변화에 대한 평형 교통량 패턴과 기·종점 통행특성의 변화를 도출하기 위하여 1차적으로 민감도 분석을 수행하였고, 이런 민감도 분석의 결과를 토대로 상위레벨 목적함수를 최적화시키는 방법을 도입하여 가상 가로망에 적용하였으며, 그 결과는 다음과 같다.

첫째, 도로 운영자의 설계변수를 개선대상이 되는 개별 링크 용량으로 선정하고 수요와 시설공급이 모형내에서 함께 상호작용할 수 있는 모형을 구축함으로써 기존의 가로망 설계 모형의 단점을 극복하였다.

둘째, 가로망의 용량개선으로부터 유발되는 사용자 불편익을 상위레벨 목적함수로 선택함으로써 사용자의 편익과 비용의 차를 정확히 측정할 수 있었고, 총 통행비용의 최소화에서 오는 비현실적인 해의 도출 가능성을 배제할 수 있었다.

셋째, 가변수요 통행배정의 민감도 분석을 통해 현 가로망 개선에서 있어서 가장 먼저 고려해야 할 링크 집합을 찾아낼 수 있게 하여 최적 대안의 수를 줄일 수 있었고, 용량에 대한 각 변수의 미분값은 분석에 다양한 정보를 제공하였다.

한편 본 연구를 수행하는 과정에서 연구의 한계와 향후 연구 과제는 다음과 같다.

첫째, 가변수요 통행배정의 경우 통행목적별로 다르게 나타나는 수요함수의 정확한 형태가 요구되고, 각 기·종점 사이의 특성을 반영하는 파라미터에 대한 정확한 정산이 필요할 것으로 생각된다.

둘째, 민감도 분석시 요구되는 행렬은 실제 대규모 가로망에서는 차원 수가 상당히 커질 수 있으므로 이러한 계산상 시간소요문제에 대한 개선이 필요하다.

셋째, 실제 대규모가로망에 적용할 수 있는 일반적이고도 좀 더 효율적인 알고리즘의 개발과 특히, 이동크기인자  $\alpha_n$  탐색시 보다 광범위한 테스트가 필요하므로 이에 대한 연구가 수반되어야 할 것이다.

참고문헌

1. 장현봉(1987), "연속설계변수에 의한 최적가로망 설계", 서울대학교 박사학위 논문.
2. 손기민(1993), "고속도로에서의 가변수요 통행배

- 정에 관한 연구”, 서울대학교 석사학위 논문.
3. 유정훈(1993), “연속적 설계변수와 설계제약조건에 의한 도로망 최적화”, 서울대학교 석사학위 논문.
  4. Abdulaal M. and LeBlanc L. J.(1979b), “Continuous Equilibrium Network Design Models”, *Transportation Research* 13B, pp.19~32.
  5. Asakura Y. and Sasaki T.(1990), “Formulation and Feasibility Test of Optimal Road Network Design Model with Endogenously Determined Travel Demand”, *Proceedings of the 5th World Conference on Transport Research*, Yokohama, Japan, pp.351~365.
  6. Button K. J.(1993), “Transport Economics”, 2nd Edition, Edward Elgar, 1993
  7. Dafermos S. C. and Nagurney A.(1983), “Sensitivity Analysis for the Asymmetric Network Equilibrium Problem”, *Mathematical Programming* Vol. 28, pp.174~184.
  8. Fiacco A. V.(1983), “Introduction to Sensitivity and Stability Analysis in Nonlinear Programming”, Academic Press, NY.
  9. Friesz T. L., Tobin R. L., Cho H. J. and Mehta N. J.(1990), Sensitivity Analysis Based Heuristic Algorithms for Mathematical Programs with Variational Inequality Constraints, *Mathematical Programming* 48, pp.265~284.
  10. Gartner N. H.(1980), Optimal Traffic Assignment with Elastic Demands: A Review. Part 1 Analysis Framework: Part 2 Algorithmic Approaches, *Transportation Science* Vol. 14, pp.174~208.
  11. Jara-Diaz S. R. and Friesz T. L.(1982), “Measuring the Benefits Derived From a Transportation Investment”, *Transportation Research* 16B, pp.57~77.
  12. LeBlanc L. J.(1975), An Algorithm for the Discrete Network Design Problem, *Transportation Science* Vol. 9, pp.123~133.
  13. Leblanc L. J. and Farhangian K. (1981), “Efficient Algorithms for Solving Elastic Demand Traffic Assignment Problems and Mode-Split Assignment Problems”, *Transportation Science* Vol. 15, pp.306~317.
  14. Patriksson M.(1994), “The Traffic Assignment Problem: Models and Methods”, VSP, Utrecht, The Netherlands.
  15. Sheffi Y.(1985), “Urban Transportation Networks: Equilibrium Analysis with Mathematical Programming Methods”, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ.
  16. Suwansirikul C., Friesz T. L. and Tobin R.(1987), “Equilibrium Decomposed Optimization: A Heuristic for the Continuous Equilibrium Network Design Problem”, *Transportation Science* Vol. 21.
  17. Yang H.(1995b), “Heuristic Algorithms for the Bilevel Origin-Destination Matrix Estimation Problem”, *Transportation Research* 29B, pp.231~242.
  18. Yang H.(1997), “Sensitivity Analysis For the Elastic-Demand Network Equilibrium Problem with Applications”, *Transportation Research* 31B, pp.55~70.
  19. Yang H. and Yagar(1994), “Traffic Assignment and Traffic Control in General Freeway-Arterial Corridor Systems”, *Transportation Research* 28B, pp.463~486.
  20. Yang H. and Yagar(1995), “Traffic Assignment and Signal Control in Saturated Road Networks”, *Transportation Research* 29A, pp.125~139.
- ♣ 주 작 성 자 : 권용석  
 ♣ 논문투고일 : 2000. 9. 28  
 논문심사일 : 2000. 11. 20 (1차)  
 2001. 1. 4 (2차)  
 심사판정일 : 2001. 1. 4