

■ 論 文 ■

오전 첨두시의 동적 교통관리를 위한 동적 통행배정모형에 관한 연구

A Dynamic assignment model for Dynamic Traffic Management in AM Peak

박 준 식

((주)동일기술공사 교통계획부)

박 창 호

(서울대학교 지구환경시스템 공학부 교수)

전 경 수

(서울대학교 지구환경시스템 공학부 교수)

목 차

- I. 서론
- II. 동적 통행배정 모형 구축
 - 1. 모형의 전체
 - 2. 통행수단/출발시간 선택
 - 3. 경로선택
 - 4. 변동부등식
- III. 모형의 해법
- 1. 모형의 풀이과정
- 2. 시·공간 확장 가로망의 설계
- IV. 사례연구
 - 1. 적용 가로망과 입력자료
 - 2. 결과분석
- V. 결론 및 향후 연구과제
- 참고문헌

Key Words : 동적 통행배정, 변동부등식, 수단분담, 도착시간제약, 통행비효용

요 약

기존의 동적 통행배정모형은 출발시간 선택에 있어서 도착시간제약을 고려하지 못하고 있으며, 이를 고려하더라도 수단분담을 고려하지 못하거나 별도의 문제로 다루고 있다. 따라서 대중교통의 수단분담비가 높고, 도착시간에 대한 제약이 따르는 출근·통학통행이 주류를 이루는 오전첨두시의 교통관리·분석을 위해서는 이들을 동시에 고려하는 동적 통행배정모형이 요구된다.

본 연구에서는 Ran과 Boyce가 구축한 모형에 기반하여 통행수단과 도착시간 제약에 따른 출발시간 선택을 경로선택과 동시에 고려할 수 있는 통합모형을 제시하였다. 모형의 풀이를 위해 Ran과 Boyce가 사용한 시·공간 확장 가로망을 새롭게 설계하여 사용하였으며, 가상 가로망에 적용하여 모형의 적합성을 검증하였다.

사례연구 결과 본 연구에서 제시한 모형이 동적 사용자최적 통행배정상태를 나타내는 것을 확인할 수 있었고, 이를 통해 오전 첨두시의 교통관리·분석을 위해 적용 가능성을 입증하였다.

I. 서론

우리 나라의 자동차등록대수는 1980년 5십만대에서 1999년 1천 1백만대로 20배 이상 증가하였으나, 같은 기간동안 도로연장은 46,951km에서 87,534 km로 1.8배 증가하여, 수요와 공급의 불균형이 매우 심각한 상태이다. 그러나 공급이 수요의 증가를 따르기에는 한계가 있으며, 이러한 배경 하에 과거의 교통 체계관리(Transportation System Management)에 이어 최근에는 동적 교통관리(Dynamic Traffic Management)에 대한 관심이 높아지고 있다.

동적 교통관리는 교통량이 집중되는 첨두시 교통관리에 효과적이며, 하루 중 가장 많은 통행수요를 나타내는 오전 첨두시는 동적 교통관리가 가장 필요한 시기라고 볼 수 있다. 오전 첨두시의 대부분의 통행은 통학·출근통행이고 이는 도착시간에 대한 제약을 갖는다. 또한 타목적의 통행보다 대중교통의 이용 비율이 높기 때문에 오전 첨두시의 교통관리를 위해서는 도착시간에 대한 제약과 대중교통과의 수단분담을 동시에 고려하여야 한다.

동적 통행배정모형은 통행자의 인지통행시간 차이의 반영여부에 따라 확률적 모형과 결정적 모형으로 구분할 수 있고, 교통류 분석 기반에 따라 미시적인 모의실험 모형과 거시적인 수학적 모형으로 구분할 수 있다. 본 연구에서 제시하는 모형은 통행자의 인지통행시간 차이의 반영여부에 따르면 결정적 모형이고, 교통류 분석 기반에 따르면 거시적인 수학적 모형이다.

수학적 모형의 현실적용성에 대해서는 아직까지 많은 어려움이 따르며 여러 가지 가정으로 인해 현실모사에 의구심을 품기도 하는 것이 사실이다. 그러나 수학적 모형은 평균적인 통행자의 행태에 관심을 두고 미리 지정된 통행자의 행태규칙, 즉 효용 최대화나 평형조건에 따른 최적상태를 얻을 수 있으며, 이에 따라 전체적인 교통류 상태를 분석할 수 있는 장점이 있다. 또한 그렇기 때문에 대규모 가로망의 분석이 가능하기도 하다.

동적 통행배정에 대한 수학적 모형은 모형의 구성 방법에 따라서 최적화문제(Optimization Problem), 최적제어문제(Optimal Control Problem) 및 변동부등식문제(Variational Inequality Problem)로 구분할 수 있는데, 본 연구에서는 변동부등식을 사용

하여 모형을 구성한다.

본 연구에서는 오전 첨두시의 동적 교통관리를 위해 Ran et. al.(1996a, 1996b)의 모형에 기반하여 통행수단과 도착시간 제약에 따른 출발시간 선택을 경로선택과 동시에 고려할 수 있는 모형을 제시하고자 한다. 제시한 모형의 풀이를 위해서 Ran et. al.(1996a)이 사용한 시·공간 확장 가로망을 새롭게 변형하여 사용하고, 가상 가로망에 적용하여 모형의 적합성을 검증하고자 한다.

II. 동적 통행배정 모형구축

1. 모형의 전제

본 연구에서는 Ran et. al.(1996a, 1996b)의 모형에 기반하여 통행수단과 도착시간 제약에 따른 출발시간 선택을 경로선택과 동시에 고려할 수 있는 통합모형을 구축하고자 한다. 다음과 같은 가정 하에 모형을 구축한다.

- 가정 1) 통행자들은 완전 정보를 갖고 있다.
- 가정 2) 통행자들은 통행수단과 도착시간 제약에 따른 출발시간을 동시에 고려하여 선택을 하고 이에 대한 선택은 전체 통행으로 유발되는 각 통행자들의 비효용에 기반한다.
- 가정 3) 통행경로 선택은 각 경로, 또는 링크의 통행시간에 기반한다.

<통행법칙>

모든 통행자들은 통행으로 유발되는 자신의 비효용을 최소화시키기 위해서 통행수단, 출발시간, 그리고 통행경로를 선택할 수 있다.

본 연구에서 제시하고자 하는 모형에서는 모든 통행자들이 자신의 통행 비효용에 기반하여 통행하기 때문에 최종적인 통행배정 상태는 사용자 최적 상태이다. 동적 사용자 최적 통행배정 상태를 다음과 같이 정의한다.

<정의> 동적 사용자 최적 통행배정 상태

모든 시점에 대하여 시스템 내에서 사용되지 않는 통행수단/출발시간/경로에 대한 전체 통행의 비효용은 사용된 통행수단/출발시간/경로에 대한 비효용보

다 크거나 같고, 사용된 통행수단/출발시간/경로의 비효용은 모두 같다. 따라서 모든 통행자들은 통행수단/출발시간/경로를 바꿈으로 해서 자신의 통행 비효용을 감소시킬 수 없다.

2. 통행수단/출발시간 선택

1) 선택 기준

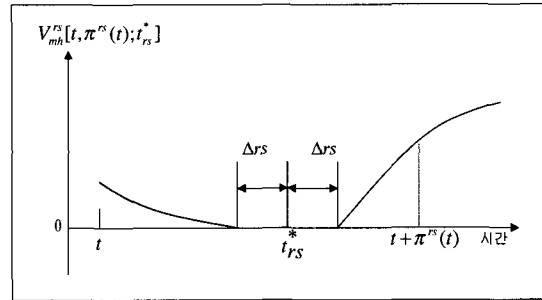
앞 절에서 통행자들은 전체 통행으로 유발되는 자신의 통행 비효용에 기반하여 이를 최소화시키기 위해서 통행수단과 출발시간을 동시에 선택한다고 가정하였다. 통행자들의 선택 기준은 다음과 같은 요소들로 구성된다.

1. 출발전의 대기시간
2. 출발지와 도착지의 접근시간과 환승시간(버스의 경우에만 해당하는 더미변수임)
3. 실제 통행시간
4. 운행비용(버스의 경우는 요금이고, 승용차의 경우는 유류비, 톨게이트비, 혼잡세, 주차비, 감가상각액 등을 포함한 주행비용이 된다.)
5. 정해진 시간보다 일찍 혹은 늦게 도착함에 따른 이득과 손실
6. 버스와 승용차의 선호와 편안함 등의 정성적 요소

위와 같은 통행자들의 선택 기준에 대한 가중치는 통행자들의 각 계층과 통행시간에 따라 다르다. 따라서 각 통행자 계층과 통행시간에 대해서 각각의 선택 기준에 대한 가중치를 달리해야 한다. 이러한 각 가중치에 대한 정산은 본 연구의 범위를 벗어나기 때문에 이에 대한 연구는 차후의 과제로 남기기로 한다. 또한 버스의 경우에만 해당하는 더미변수인 출발지와 도착지에서의 접근시간과 환승시간에 대한 비효용에 대해서는 모형의 간략화를 위해서 버스와 승용차의 선호와 편안함 등의 정성적 요소에 포함하여 이들을 함께 여유변수로 다루기로 한다. 이에 대한 연구 또한 차후에 별도로 다루어져야 할 것이다.

2) 도착시간 제약함수

시점 t 에 기점 r 에서 종점 s 로 통행수단 h 를 이용하여 통행하는 통행자 계층 m 인 통행자들의 도착시간에 대한 이득과 손실은 식(1)과 같은 함수로 나타낼 수 있다.



〈그림 1〉 도착시간 제약함수

$$V_{mh}^r[t, \pi_h^r(t); t_{rs}^*] = \begin{cases} \alpha_{1i}[t + \pi_j^r(t) - t_{rs}^* + \Delta_{rs}^*]^{\beta_{1i}} & \text{if } t + \pi_j^r(t) < t_{rs}^* - \Delta_{rs}^* \\ 0 & \text{if } |t + \pi_j^r(t) - t_{rs}^*| \leq \Delta_{rs}^* \\ \alpha_{2i}[t + \pi_j^r(t) - t_{rs}^* - \Delta_{rs}^*]^{\beta_{2i}} & \text{if } t + \pi_j^r(t) > t_{rs}^* + \Delta_{rs}^* \end{cases}$$

$$i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, h \quad (1)$$

여기서 t 는 통행자들의 출발시간이고, Δ_{rs}^* 는 정해진 도착시간의 허용오차를 나타낸다. α_{1i} , α_{2i} , β_{1i} , β_{2i} 는 계수이다. β_{1i} , β_{2i} 는 정해진 도착시간과의 차이에 대한 이득과 손실정도에 관한 계수이다. α_{1i} 는 정해진 도착시간보다 일찍 도착하는 상황에 대한 가중치를 나타내고, α_{2i} 는 정해진 도착시간보다 늦게 도착하는 상황에 대한 가중치를 나타내므로 일반적인 통행시간의 비효용으로의 환산계수보다 커야 한다. $\pi_h^r(t)$ 는 시점 t 에 기점 r 에서 종점 s 까지의 최소통행시간이다. 위의 비효용 함수는 연속이고, 시간 t 와 최소통행시간 $\pi_h^r(t)$ 에 대해서 미분가능하다.

Hendrickson과 Plank(1984)의 연구에 의하면 5분 늦게 도착하는 것에 대한 지불 용의액은 \$2.52, 10분 늦게 도착하는 것에 대한 지불 용의액은 \$4.79이고, 5분 일찍 도착하는 것에 대한 지불 용의액은 \$0.04, 10분 일찍 도착하는 것에 대한 지불 용의액은 \$0.15인 것으로 나타났다. 또한 늦게 도착하는 경우에 있어서 아주 많이 늦게 될 경우에는 그에 따른 비효용의 증가는 둔화되는 것이 관찰되었다. 이를 그림으로 나타내면 〈그림 1〉과 같다.

3) 통행수단/출발시간 선택 조건

시점 t 에 기점 r 에서 종점 s 로 통행수단 h 를 이용하여 통행하는 통행자계층 m 의 비효용 함수는 식(2)와 같이 나타낼 수 있다.

$$U_{mh}^{rs}(t) = \alpha_{mh}t + \gamma_{mh}\pi_h^{rs}(t) + V_{mh}^{rs}[t, \pi_h^{rs}(t); t_{rs}^*] + \xi_{mh}C_h^{rs} + \varepsilon_{mh} \quad (2)$$

여기서 $\alpha_{mh}t$ 는 출발전 대기시간에 대한 비효율을 나타내고, $\gamma_{mh}\pi_h^{rs}(t)$ 은 시점 t 에 통행수단 h 를 이용하여 기점 r 에서 종점 s 까지 통행할 경우의 최소통행시간, $V_{mh}^{rs}[t, \pi_h^{rs}(t); t_{rs}^*]$ 은 정해진 시간보다 일찍 혹은 늦게 도착함에 따른 이득과 손실, $\xi_{mh}C_h^{rs}$ 은 운행비용에 대한 비효율을 나타낸다. ε_{mh} 은 버스와 승용차의 선호와 편안함 등의 정성적 요소를 나타내는 항목으로 버스의 접근시간과 환승시간에 대한 비효율을 포함한다.

통행자 계층 m 의 통행자들이 통행수단 h 를 이용하여 시점 t 에 기점 r 에서 종점 s 로 통행할 때의 비효율은 기점 r 에서 종점 s 까지 통행자 계층 m 인 통행자들의 최소 비효율보다 크거나 같다.

$$U_{mh}^{rs}(t) - U_{m,\min}^{rs} \geq 0 \quad \forall r, s, m, h \quad (3)$$

여기서 위첨자 '*'는 동적 사용자최적 통행배정 상태의 기·종점 통행량에 기반하여 계산한 값임을 의미한다.

통행자 계층 m 인 통행자들의 시점 t 에서의 기점 r 에서 종점 s 로 통행수단 h 를 이용하여 통행하는 통행량 $f_{mh}^{rs}(t)$ 가 0보다 크려면 시점 t 에 통행자 계층 m 인 통행자들의 기점 r 에서 종점 s 까지 통행수단 h 를 이용하는 통행 비효율이 기점 r 에서 종점 s 까지의 통행자 계층 m 인 통행자들의 최소 통행 비효율과 같아야 한다.

$$U_{mh}^{rs}(t) = U_{m,\min}^{rs} \quad \text{if } f_{mh}^{rs}(t) > 0 \quad \forall r, s, m, h \quad (4)$$

여기서 $f_{mh}^{rs}(t) \geq 0$ 이므로 식(4)는 식(5)와 같게 된다.

$$f_{mh}^{rs}(t) \{ U_{mh}^{rs}(t) - U_{m,\min}^{rs} \} = 0 \quad \forall r, s, m, h \quad (5)$$

지금까지 설명한 수단분담/출발시간에 대한 동적 사용자최적 통행수단/출발시간선택 조건은 식(6)~식(8)로 요약할 수 있다.

$$U_{mh}^{rs}(t) - U_{m,\min}^{rs} \geq 0 \quad \forall r, s, m, h \quad (6)$$

$$f_{mh}^{rs}(t) \{ U_{mh}^{rs}(t) - U_{m,\min}^{rs} \} = 0 \quad \forall r, s, m, h \quad (7)$$

$$f_{mh}^{rs}(t) \geq 0 \quad \forall r, s, m, h \quad (8)$$

3. 경로선택

버스의 경우는 노선이 정해져있기 때문에 출발시간만을 선택할 수 있다. 따라서 경로선택은 승용차 통행자들에게만 국한된다.

경로선택은 그 순간의 각 경로의 통행시간에 의해 결정된다. 따라서 매 순간 모든 경로에 대한 총 통행시간이 계산되어야 한다. 경로에 기반한 방법은 그 해석이 명료하다는 장점이 있으나 가로망의 규모가 커짐에 따라 경로의 수가 기하급수적으로 증가하기 때문에 계산상의 문제가 발생하게 된다. 따라서 대규모 가로망을 다루는 경우에는 경로에 기반한 방법보다 링크에 기반한 방법이 선호된다. 본 연구에서는 대규모 가로망으로의 확장성을 고려하여 링크에 기반한 방법을 사용하기로 한다.

1) 경로선택 조건

시점 t 에 기점 r 에서 노드 i 로 출발한 차량이 경험하게 되는 실제 통행시간을 $\pi^{ri}(t)$ 라고 하자. 여기서 위첨자 '*'는 동적 사용자최적 교통류 상태에 기반하여 계산된 값을 의미한다.

링크 $a=(i, j)$ 에 대해서 기점 r 에서 노드 j 까지의 최소통행시간 $\pi^{rj}(t)$ 는 기점 r 에서 노드 i 까지의 최소통행시간 $\pi^{ri}(t)$ 와 시점 $[t+\pi^{ri}(t)]$ 의 실제 링크 통행시간 $\tau_a[t+\pi^{ri}(t)]$ 를 더한 값보다 작거나 같다.

$$\pi^{rj}(t) + \tau_a[t+\pi^{ri}(t)] \geq \pi^{rj}(t) \quad \forall a=(i, j), r \quad (9)$$

시점 t 에 기점 r 을 출발한 차량이 시점 $[t+\pi^{ri}(t)]$ 에 링크 a 로 진입하기 위해서는 기점 r 에서 노드 j 까지의 최소통행시간 $\pi^{rj}(t)$ 는 기점 r 에서 노드 i 까지의 최소통행시간 $\pi^{ri}(t)$ 와 시점 $[t+\pi^{ri}(t)]$ 의 실제 링크 통행시간 $\tau_a[t+\pi^{ri}(t)]$ 를 더한 값과 같아야 한다. 따라서 식(10)과 같다.

$$\pi^{rj}(t) = \pi^{ri}(t) + \tau_a[t+\pi^{ri}(t)] \quad \text{if } u_a^{rs}[t+\pi^{ri}(t)] > 0 \quad \forall a=(i, j), r, s \quad (10)$$

여기서 $u_a^{rs}[t + \pi^{ri}(t)] \geq 0$ 이므로 식(10)은 식(11)과 같게 된다.

$$\begin{aligned} & \{\pi^{ri}(t) + \tau_a[t + \pi^{ri}(t)] - \pi^{ri}(t)\} \\ & \cdot u_a^{rs}[t + \pi^{ri}(t)] = 0 \quad \forall a = (i, j), r, s \end{aligned} \quad (11)$$

위의 식에서 $\{\pi^{ri}(t) + \tau_a[t + \pi^{ri}(t)] - \pi^{ri}(t)\}$ 를 $\Omega_a^{ri}(t)$ 로 치환하면 지금까지 설명한 링크에 기반한 동적 사용자최적 경로선택 조건은 식(12)~식(14)로 요약할 수 있다.

$$\Omega_a^{ri}(t) \geq 0 \quad \forall a = (i, j), r \quad (12)$$

$$u_a^{rs}[t + \pi^{ri}(t)] \Omega_a^{ri}(t) = 0 \quad \forall a = (i, j), r, s \quad (13)$$

$$u_a^{rs}[t + \pi^{ri}(t)] \geq 0 \quad \forall a = (i, j), r, s \quad (14)$$

4. 변동부등식

1) 교통류 제약식

[상태변수와 제어변수의 관계]

$$\frac{dx_{ap}^{rs}(t)}{dt} = u_{ap}^{rs}(t) - v_{ap}^{rs}(t) \quad \forall a, p, r, s \quad (15)$$

$$\frac{dE_p^{rs}(t)}{dt} = e_p^{rs}(t) \quad \forall p, r, s \neq r \quad (16)$$

$$\frac{dF_p^{rs}(t)}{dt} = f_p^{rs}(t) \quad \forall p, s, r \neq s \quad (17)$$

[교통량 보존 제약]

$$f^{rs}(t) = \sum_{a \in A(r)} \sum_p u_{ap}^{rs}(t) \quad \forall r \neq s; s \quad (18)$$

$$e^{rs}(t) = \sum_{a \in B(s)} \sum_p v_{ap}^{rs}(t) \quad \forall r; s \neq r \quad (19)$$

$$\sum_{a \in B(j)} v_{ap}^{rs}(t) = \sum_{a \in A(i)} u_{ap}^{rs}(t) \quad \forall j \neq r, s; p, r, s \quad (20)$$

$$f^{rs}(t) = \sum_{mh} f_{mh}^{rs}(t) \quad \forall r, s \quad (21)$$

$$e^{rs}(t) = \sum_{mh} e_{mh}^{rs}(t) \quad \forall r, s \quad (22)$$

[교통류 전파 제약]

$$\begin{aligned} x_{ap}^{rs}(t) &= \sum_{b \in \bar{p}} \{x_{bp}^{rs}[t + \tau_a(t)] - x_{bp}^{rs}(t)\} \\ &+ \{E_{bp}^{rs}[t + \tau_a(t)] - E_p^{rs}(t)\} \\ &\forall a, j, p, r, s; j \neq r; a \in B(j) \end{aligned} \quad (23)$$

[정의에 의한 제약]

$$\sum_{rs} x_{ap}^{rs}(t) = x_a(t) \quad \forall a \quad (24)$$

$$\sum_{rs} u_{ap}^{rs}(t) = u_a(t), \quad \sum_{rs} v_{ap}^{rs}(t) = v_a(t) \quad \forall a \quad (25)$$

$$\sum_p f_p^{rs}(t) = f^{rs}(t), \quad \sum_p F_p^{rs}(t) = F^{rs}(t) \quad \forall r, s \quad (26)$$

$$\sum_p e_p^{rs}(t) = e^{rs}(t), \quad \sum_p E_p^{rs}(t) = E^{rs}(t) \quad \forall r, s \quad (27)$$

[비음 조건]

$$x_{ap}^{rs}(t) \geq 0 \quad \forall a, p, r, s \quad (28)$$

$$u_{ap}^{rs}(t) \geq 0, \quad v_{ap}^{rs}(t) \geq 0 \quad \forall a, p, r, s \quad (29)$$

$$f_p^{rs}(t) \geq 0, \quad F_p^{rs}(t) \geq 0 \quad \forall p, r, s \quad (30)$$

$$e_p^{rs}(t) \geq 0, \quad E_p^{rs}(t) \geq 0 \quad \forall p, r, s \quad (31)$$

$$f^{rs}(t) \geq 0, \quad F^{rs}(t) \geq 0 \quad \forall r, s \quad (32)$$

[초기 조건]

$$x_{ap}^{rs}(0) = 0 \quad \forall a, p, r, s \quad (33)$$

$$F_p^{rs}(0) = 0, \quad E_p^{rs}(0) = 0 \quad \forall p, r, s \quad (34)$$

2) 변동부등식

앞절에서 제시한 링크 기반 동적 사용자최적 수단 분담/출발시간/경로선택 조건에 대한 조건식과 동등한 변동부등식은 다음과 같이 기술될 수 있다.

<동적 사용자최적 통행배정 모형>

교통류 제약식(15)~(34)를 만족시키는 동적 교통류는 다음의 변동부등식 문제를 만족시키게 될 때 동적 사용자최적 수단분담/출발시간/경로선택 상태가 된다.

$$\int_0^T \left\{ \sum_{rs} \sum_a \Omega_a^{rs}(t) \{ u_a^{rs}[t + \pi^{rs}(t)] - u_a^{rs}[t + \pi^{rs}(t)] \} + \sum_{rs} \sum_{mh} U_{mh}^{rs}(t) \{ f_{mh}^{rs}(t) - f_{mh}^{rs}(t) \} \right\} dt \geq 0 \quad (35)$$

III. 모형의 해법

1. 모형의 풀이과정

식(35)의 모형식은 다음과 같은 불연속시간 모형으로 변환될 수 있다.

$$\sum_{n=1}^N \left\{ \sum_{rs} \sum_a \Omega_a^{rs}(n) \{ u_a^{rs}[n + \pi^{rs}(n)] - u_a^{rs}[n + \pi^{rs}(n)] \} + \sum_{rs} \sum_{mh} U_{mh}^{rs}(n) \{ f_{mh}^{rs}(n) - f_{mh}^{rs}(n) \} \right\} \geq 0 \quad (36)$$

각 대각화 과정마다 아래와 같은 사항을 일시적으로 고정시킨다.

- ① 링크 교통량 전파제약식 내의 실제 통행시간 $\tau_a(n)$ 을 $\bar{\tau}_a(n)$ 으로 고정시킨다.
- ② 각 기점노드와 각 링크에 대해 최소 통행시간 $\pi^{rs}(n)$ 을 $\bar{\pi}^{rs}(n)$ 으로 $\pi^{rs}(n)$ 을 $\bar{\pi}^{rs}(n)$ 으로 고정시킨다. 따라서 통행수단/출발시간/경로선택의 비효용 함수는 식(37)과 같은 형태가 된다.

$$\bar{U}_{mh}^{rs}(n) = \alpha_{mh} n + \gamma_{mh} \bar{\pi}_h^{rs}(n) + V_{mh}^{rs}[t, \bar{\pi}_h^{rs}(n); t_{rs}^*] + \xi_{mh} C_h^{rs} + \varepsilon_{mh} \quad \forall r, s, m, h \quad (37)$$

여기서, n 은 통행자들의 출발 시간간격을 의미한다. 이 경우 최적화문제(NLP)의 목적함수를 구성할 수 있는데, 식(37)은 대각화하에서 불연속 변동부등식과 동등하다.

$$\min_{u, v, x, E, f} Z = \sum_{k=1}^K \left\{ \sum_a \int_0^{u_a(k)} \tau_a[x_a(k), w, v_a(k)] dw + \sum_r u_a^r(k) [\bar{\pi}^{rs}(\xi_a^r) - \bar{\pi}^{rs}(\xi_a^r)] + \sum_{rs} \sum_{mh} \int_0^{f_{mh}^{rs}(k)} \bar{U}_{mh}^{rs}(k) dw \right\} \quad (38)$$

여기서, 새로운 시간간격 k 는 식(39)와 같이 정의된다.

$$k = \xi_a^r + \bar{\pi}^{rs}(\xi_a^r) \quad (39)$$

주 문제 변수 u, v, x, E, f 에 대해 부 문제의 변수들은 p, q, y, \bar{E}, g 로 나타내기로 한다. Frank-Wolfe 기법을 불연속 사용자최적 경로선택 최적화문제에 적용하기 위해서는 아래의 선형 프로그램에 대한 해를 각 반복계산마다 얻어야 한다.

$$\min_{p, q, y, \bar{E}, g} \hat{Z} = \nabla_u Z(u, v, x, E, g) p^T + \nabla_v Z(u, v, x, E, g) q^T + \nabla_x Z(u, v, x, E, g) y^T + \nabla_E Z(u, v, x, E, g) \bar{E}^T + \nabla_f Z(u, v, x, E, g) g^T \quad (40)$$

목적함수 식(40)은 식(41)과 동등하다.

$$\hat{Z} = \sum_{k=1}^K \sum_{rs} \sum_{ap} \left[\frac{\partial Z}{\partial u_{ap}^{rs}(k)} p_{ap}^{rs}(k) + \frac{\partial Z}{\partial v_{ap}^{rs}(k)} q_{ap}^{rs}(k) + \frac{\partial Z}{\partial x_{ap}^{rs}(k)} y_{ap}^{rs}(k+1) \right] + \sum_{k=1}^K \sum_{rs} \frac{\partial Z}{\partial E_p^{rs}(k)} \bar{E}_p^{rs}(k+1) + \sum_{k=1}^K \sum_{rs} \sum_{mh} \frac{\partial Z}{\partial f_{mh}^{rs}(k)} g_{mh}^{rs}(k) \quad (41)$$

제어 및 상태변수 u, v, x, E, f 에 대한 $Z(u, v, x, E, f)$ 의 편미분의 구성요소는 식(42)~식(47)과 같다.

$$t_{1a}^r(k) = \frac{\partial Z(u, v, x, E, f)}{\partial u_a^r(k)} = \tau_a[x_a(k), u_a(k), v_a(k)] + \bar{\pi}^{rs}(k) - \bar{\pi}^{rs}(k) \quad \forall a, r; k=1, \dots, K \quad (42)$$

$$t_{2a}(k) = \frac{\partial Z(u, v, x, E, f)}{\partial v_a(k)} = \int_0^{u_a(k)} \frac{\partial \tau_a[x_a(k), w, v_a(k)]}{\partial v_a(k)} dw \quad \forall a; k=1, \dots, K \quad (43)$$

$$t_{3a}(k) = \frac{\partial Z(u, v, x, E, f)}{\partial x_a(k)} = \int_0^{u_a(k)} \frac{\partial \tau_a[x_a(k), w, v_a(k)]}{\partial x_a(k)} dw \quad \forall a; k=2, \dots, K \quad (44)$$

$$t_{3a}(K+1) = \frac{\partial Z(u, v, x, E, f)}{\partial x_a(K+1)} = 0 \quad \forall a \quad (45)$$

$$t_4^{rs}(k) = \frac{\partial \hat{Z}(u, v, x, E, f)}{\partial E^{rs}(k)} = 0 \quad \forall r, s; k = 2, \dots, K+1 \quad (46)$$

$$t_{mh}^{rs}(k) = \frac{\partial Z(u, v, x, E, f)}{\partial f_{mh}^{rs}(k)} = U_{mh}^{rs}(k) \quad \forall r, s, m, h; k = 1, \dots, K \quad (47)$$

목적함수는 식(48)과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$\hat{Z} = \sum_{k=1}^K \left\{ \sum_{rs} \sum_{ap} \{ t_{1a}^{rs}(k) p_{ap}^{rs}(k) + t_{2a}(k) q_{ap}^{rs}(k) + t_{3a}(k+1) y_{ap}^{rs}(k+1) \} + \sum_{rs} \sum_{mh} t_{mh}^{rs}(k) g_{mh}^{rs}(k) \right\} \quad (48)$$

각 기·종점 rs간에 각 시간대 $i=1, \dots, K$ 에 대해 각 기·종점간 교통량 $f^{rs}(i)$ 에 대한 위의 최적화 하위문제는 가상적인 기점을 이용한 확장된 시공간 가로망에 대한 최소비용 경로문제로 볼 수 있다. 이 문제는 가상적인 기점과 가상적인 종점에 대해 최소비용 경로를 결정하고 전량 통행배정을 실시하는 방법으로 풀 수 있다. 이때, 최소비용 경로는 실제 통행시간 대신에 순간 통행시간을 이용하여 결정한다. 일부 가상적인 링크들의 비용을 수정함으로써 최단비용 경로를 탐색할 수 있으며, 교통량 전파 제약식은 확장 시공간 가로망의 링크들을 구축함으로써 자동적으로 만족시킬 수 있다. 교통량 변수 $p_{ap}^{rs}(k)$, $q_{ap}^{rs}(k)$, $y_{ap}^{rs}(k+1)$, $\overline{E}_p^{rs}(k+1)$, $g_{mh}^{rs}(k)$ 는 각 시간대에 대해 각 기·종점 rs간의 가상적인 기·종점에 대해 최소비용 경로문제를 풀고 기·종점 교통량을 링크에 배정함으로써 결정할 수 있다.

이러한 통합 알고리즘에서 대각화 과정을 외부 반복계산으로, Frank-Wolfe 기법을 내부 반복계산으로 설정할 수 있다. 내부 반복계산의 Frank-Wolfe 기법의 $n+1$ 번째 반복계산에 대한 해는 식(49)~식(52)와 같다.

$$u_a^{n+1}(k) = u_a^n(k) + \alpha^n [p_a^n(k) - u_a^n(k)] \quad \forall a; k = 1, \dots, K \quad (49)$$

$$v_a^{n+1}(k) = v_a^n(k) + \alpha^n [q_a^n(k) - v_a^n(k)] \quad \forall a; k = 1, \dots, K \quad (50)$$

$$x_a^{n+1}(k) = x_a^n(k) + \alpha^n [y_a^n(k) - x_a^n(k)] \quad \forall a; k = 1, \dots, K \quad (51)$$

$$[f_{mh}^{rs}]^{n+1}(k) = [f_{mh}^{rs}]^n(k) + \alpha^n [[g_{mh}^{rs}]^n - [f_{mh}^{rs}]^n] \quad \forall a; k = 1, \dots, K \quad (52)$$

여기서, α^n 은 Frank-Wolfe 기법의 1차원 탐색문제의 최적 이동크기를 의미한다. 이동크기 α^n 을 찾기 위한 1차원 탐색문제는 식(53)과 같다.

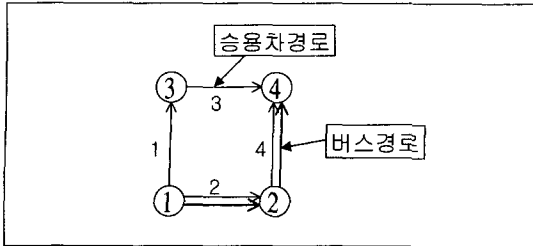
$$\min_{0 \leq \alpha^n < 1} \left\{ \sum_{k=1}^K \left\{ \sum_a \int_0^{u_a^{n+1}(k)} \tau_a [x_a^{n+1}(k), w, v_a^{n+1}(k)] dw + \sum_r [u_a^r(k)]^{n+1} [\overline{\pi}^r(\xi_a^r) - \overline{\pi}^r(\xi_a^r)] + \sum_{rs} \sum_{mh} \int_0^{[f_{mh}^{rs}]^{n+1}} [U_{mh}^{rs}(k)]^{n+1} dw \right\} \right\} \quad (53)$$

여기서 $u_a^{n+1}(k)$, $v_a^{n+1}(k)$, $x_a^{n+1}(k)$, $[f_{mh}^{rs}]^{n+1}(k)$ 는 식(49)~(52)에 의해 수정된다.

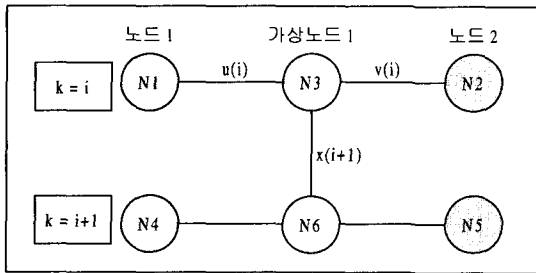
2. 시·공간 확장 가로망의 설계

동적 통행배정모형에서는 링크의 교통량이 매 시간 간격마다 변화한다. 따라서 하나의 링크에 대해 시간 간격의 수만큼 서로 다른 링크가 존재한다고 생각할 수도 있으며, 결국 시간간격의 수만큼의 서로 다른 가로망이 존재한다고 볼 수 있다. 이러한 생각을 바탕으로 하여 서로 다른 시간대에 존재하는 링크를 서로 다른 위치에 있는 링크로 바꾸어 나타내는 것이 시·공간 확장 가로망이다. 즉, 시간의 흐름을 공간에 나타낸 것으로 이를 이용할 경우 동적 통행배정문제를 확장된 가로망에서의 정적 통행배정 문제로 생각하여 풀 수 있게 된다.

<그림 2>와 같은 간단한 가로망에 대해서 살펴보기로 한다. 기본 가로망은 하나의 기점과 종점에 대해서 두 개의 승용차 경로와 하나의 버스 경로를 갖고 있다. 2번과 4번 링크들은 버스와 승용차가 동시에 사용하기 때문에 버스와 승용차 사이에 상호작용이 발생한다.



<그림 2> 기본 가로망

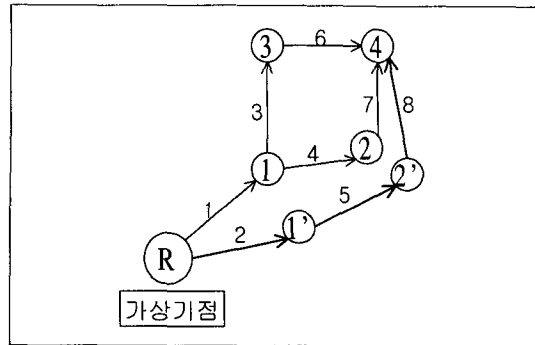


<그림 3> 링크의 확장

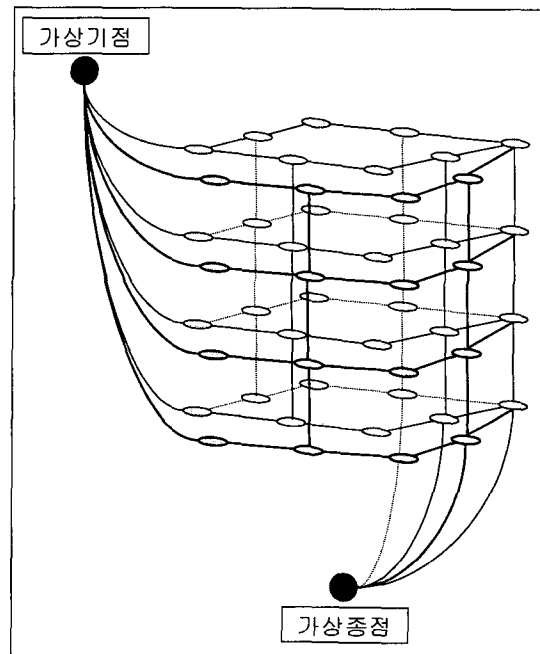
동적 모형은 시간에 따른 차량들의 이동 궤적을 찾는 것이기 때문에 하나의 링크에 대해서 유입, 유출, 존재의 세 가지 변수를 갖게 된다. 이를 표현하기 위해서 각 링크들은 <그림 3>과 같이 확장된다.

여기서 k 는 시간간격을 나타내고, $u(i)$ 는 시간간격 i 동안의 노드 1과 노드 2를 연결하는 링크로의 유입률, $v(i)$ 는 시간간격 i 동안의 노드 1과 노드 2를 연결하는 링크에서의 유출률, $x(i+1)$ 은 시간간격 $i+1$ 의 시작시간에 노드 1과 노드 2를 연결하는 링크 상에 존재하는 차량수를 나타낸다.

각 통행수단과 출발시간에 대해서 각 기점에서부터 종점까지의 최소 통행시간에 기반한 통행자들의 비효율에 따라 통행자들은 통행수단과 출발시간을 선택한다. 이를 표현하기 위해서 기본 가로망을 <그림 4>와 같이 2차원으로 확장한다. '링크 3→링크 6'과 '링크 4→링크 7'은 승용차의 경로를 나타내고, '링크 5→링크 8'은 버스의 경로를 나타낸다. 노드 1과 노드 1', 노드 2와 노드 2'는 물리적으로 동일한 노드이다. 또한 링크 4와 링크 5, 링크 7과 링크 8은 물리적으로 동일한 도로 상에 있는 차로가 된다. 이 링크들은 서로 다른 비용함수를 갖게되며, 이 비용함수에 상호작용을 반영하는 저항함수를 적용시킬 수 있다. 가상기점 R과 노드 1, 노드 1'를 연결하는 링크 1과 링크 2는 각 수단에 대한 최소 통행 비효율에 기반한 출발 교통



<그림 4> 2차원 확장 가로망



<그림 5> 시·공간확장 가로망

류를 배정하는 가상의 링크이다. 이 링크의 통행비용은 각 수단에 대한 최소 통행 비효율이 된다.

이상과 같은 시·공간으로의 확장된 가로망은 최종적으로 <그림 5>와 같은 3차원 가로망이 된다.

IV. 사례연구

1. 적용 가로망과 입력자료

모형의 적용을 위한 가로망은 4장에서 시·공간 확장 가로망의 설계를 위해 살펴본 기본 가로망을 사용하기로 한다.

전체 시간은 2시간으로 설정하였고, 각 시간간격은 10분으로 하였다.

각 링크의 통행시간 함수는 다음과 같은 함수를 사용하기로 한다.

$$\begin{aligned} \tau_a(t) &= g_{1a}[x_a(t), u_a(t)] + g_{2a}[x_a(t), v_a(t)] \\ g_{1a}[x_a(t), u_a(t)] &= A_1 + A_2 x_a(t)^2 + A_3 u_a(t)^2 \\ g_{2a}[x_a(t), v_a(t)] &= A_4 + A_5 x_a(t)^2 + A_6 v_a(t)^2 \end{aligned}$$

각 링크의 통행시간 함수에 대한 계수값은 다음과 같다.

〈표 1〉 링크통행시간 함수의 계수

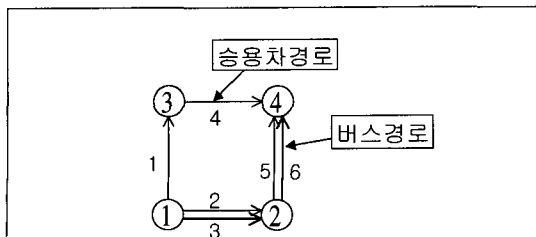
	A ₁	A ₂	A ₃	A ₄	A ₅	A ₆
c ₁	20	0.000005	0.000005	0	0	0.000005
c ₂	20	0.000005	0.000005	0	0	0.000005
c ₃	21	0.000005	0.000005	0	0	0.000005
c ₄	20	0.000005	0.000005	0	0	0.000005
c ₅	20	0.000005	0.000005	0	0	0.000005
c ₆	21	0.000005	0.000005	0	0	0.000005

통행자 계층은 하나로 가정하고, 통행수단은 승용차와 버스 두 가지 수단만을 고려한다. 단일 통행자 계층의 승용차와 버스에 대한 통행 비효용은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\text{승용차} : U_1(t) = a_1 t + \gamma_1 \pi_1(t) + V_1[t, \pi_1(t); t^*] + \xi_1 C_1 + \epsilon_1$$

$$\text{버 스} : U_2(t) = a_2 t + \gamma_2 \pi_2(t) + V_2[t, \pi_2(t); t^*] + \xi_2 C_2 + \epsilon_2$$

위의 통행 비효용 함수에 대한 각 계수값은 다음과 같다.



〈그림 6〉 가상 가로망

〈표 2〉 통행 비효용 함수의 계수

	a	γ	ξ	C	ε
U ₁	0.2	1	1	20	0
U ₂	0.5	1	1	5	5

도착시간 제약함수는 각 통행수단에 대해서 동일한 값을 사용하기로 한다.

$$V[t, \pi(t); t^*] = \begin{cases} a_1 [t + \pi_j(t) - t^* + \Delta^*]^{\beta_1} & \text{if } t + \pi_j(t) < t^* - \Delta^* \\ 0 & \text{if } |t + \pi_j(t) - t^*| \leq \Delta^* \\ a_2 [t + \pi_j(t) - t^* - \Delta^*]^{\beta_2} & \text{if } t + \pi_j(t) > t^* + \Delta^* \end{cases}$$

각 계수값은 다음과 같다.

〈표 3〉 도착시간 제약함수의 계수

	a ₁	a ₂	β ₁	β ₂	t*	Δ*
V	0.01	2	2	2	120	10

주) t* : 도착시간
Δ* : 도착시간에 대한 허용 한계시간 간격

2. 결과분석

전체 통행자 10,000명에 대한 통행배정 결과는 다음과 같다.

1) 각 시간대의 통행수단별 유입·유출량

도착시간이 120분 후인 경우의 각 시간대의 통행수단별 유입·유출량은 〈표 4〉와 같다.

2) 각 링크의 통행 계적

각 링크의 존재량은 각 시간간격의 초기시점에 링크상에 존재하는 차량수를 나타내고, 유입·유출량은 각 시간간격 동안, 즉 10분 동안의 링크로의 유입·유출량을 나타낸다. 통행시간은 각 시간간격 동안의 평균 통행시간을 의미한다.

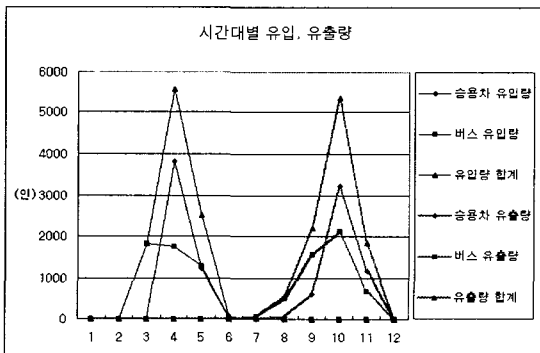
경로1은 '링크1→링크4', 경로2는 '링크2→링크5', 경로3은 '링크3→링크6'을 나타낸다. 경로1과 경로2는 승용차의 경로이고, 경로3은 버스의 경로이다.

각 경로들의 시간대별 평균 통행시간을 나타낸 위의 그림에서 보면 동일한 조건을 갖는 승용차 경로들의 통행시간이 거의 유사한 것을 알 수 있다. 이를

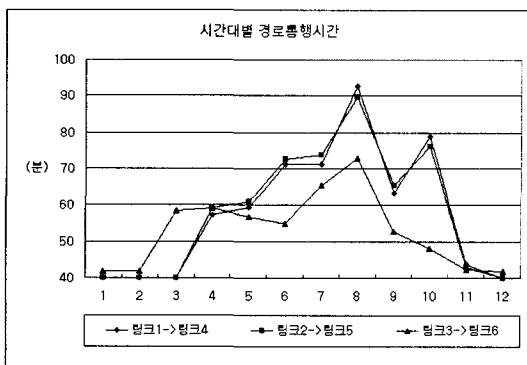
통해 본 연구에서 제시한 모형이 사용자 최적 상태를 나타내는 것을 알 수 있다.

〈표 4〉 각 시간대의 통행수단별 유입·유출량 (단위:인)

시간간격	유입량			유출량		
	승용차	버스	합계	승용차	버스	합계
1	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0
3	0	1,818	1,818	0	0	0
4	3,816	1,758	5,574	0	0	0
5	1,239	1,289	2,527	0	0	0
6	20	40	60	0	0	0
7	20	0	20	0	50	50
8	0	0	0	60	490	549
9	0	0	0	619	1,578	2,198
10	0	0	0	3,237	2,118	5,355
11	0	0	0	1,179	669	1,848
12	0	0	0	0	0	0
합계	5,095	4,905	10,000	5,095	4,905	10,000



〈그림 7〉 시간대별 유입·유출량



〈그림 8〉 시간대별 경로 통행시간

〈표 5〉 경로1의 통행량과 통행시간 (단위:인)

시간간격	링크1				링크4			
	존재	유입	유출	통행시간(분)	존재	유입	유출	통행시간(분)
1	0	0	0	20.00	0	0	0	20.00
2	0	0	0	20.00	0	0	0	20.00
3	0	0	0	20.00	0	0	0	20.00
4	0	1,858	0	37.26	0	0	0	20.00
5	1,858	639	0	39.31	0	0	0	20.00
6	2,498	10	30	51.19	0	30	0	20.00
7	2,478	10	230	50.96	30	230	0	20.27
8	2,258	0	1,638	58.91	260	1,638	30	33.76
9	619	0	619	23.84	1,868	619	230	39.63
10	0	0	0	20.00	2,258	0	1,638	58.91
11	0	0	0	20.00	619	0	619	23.84
12	0	0	0	20.00	0	0	0	20.00

〈표 6〉 경로2의 통행량과 통행시간 (단위:인)

시간간격	링크2				링크5			
	존재	유입	유출	통행시간(분)	존재	유입	유출	통행시간(분)
1	0	0	0	20.00	0	0	0	20.00
2	0	0	0	20.00	0	0	0	20.00
3	0	0	0	20.00	0	0	0	20.00
4	0	1,958	0	39.17	0	0	0	20.00
5	1,958	599	0	40.97	0	0	0	20.00
6	2,557	10	30	52.71	0	30	0	20.00
7	2,537	10	390	52.95	30	390	0	20.76
8	2,158	0	1,598	56.06	420	1,598	30	33.66
9	559	0	559	23.13	1,988	559	390	42.08
10	0	0	0	20.00	2,158	0	1,598	56.06
11	0	0	0	20.00	559	0	559	23.13
12	0	0	0	20.00	0	0	0	20.00

3) 각 통행수단/출발시간에 대한 통행 비효용

통행량이 배정된 통행수단과 출발시간에 대한 통행 비효용 값은 〈표 8〉에서와 같이 거의 일치하는 것을 알 수 있다. 그러나 6번 시간대의 승용차와 버스, 7번 시간대의 승용차에 대한 통행 비효용 값은 균형 값보다 크기 때문에 원래는 통행량이 배정되지 않아야 한다. 이는 Frank-Wolfe 반복 계산 과정 중에 선택이 되었다는 것을 의미하며, Frank-Wolfe 기법의 특성상 한 번 선택된 경로에 대한 통행량은 결코

〈표 7〉 경로3의 통행량과 통행시간 (단위:인)

시간 간격	링크3				링크6			
	존재	유입	유출	통행시간 (분)	존재	유입	유출	통행시간 (분)
1	0	0	0	21.00	0	0	0	21.00
2	0	0	0	21.00	0	0	0	21.00
3	0	1,818	0	37.53	0	0	0	21.00
4	1,818	1,758	0	38.11	0	0	0	21.00
5	3,576	1,289	50	35.70	0	50	0	21.01
6	4,815	40	490	32.72	50	490	0	22.20
7	4,366	0	1,578	31.78	539	1,578	50	33.60
8	2,787	0	2,118	27.13	2,068	2,118	490	45.69
9	669	0	669	21.45	3,696	669	1,578	31.32
10	0	0	0	21.00	2,787	0	2,118	27.13
11	0	0	0	21.00	669	0	669	21.45
12	0	0	0	21.00	0	0	0	21.00

〈표 8〉 각 통행수단/출발시간에 대한 통행 비효용

통행수단 출발시간	통행 비효용		통행량	
	승용차	버스	승용차 (인)	버스 (인)
1	99.0	88.2	0	0
2	88.0	80.6	0	0
3	79.0	78.4	0	1,818
4	79.0	78.4	1,818	1,758
5	79.0	78.4	1,289	1,289
6	91.3	80.2	20	40
7	96.6	95.4	20	0
8	1,891.6	425.8	0	0
9	454.8	107.9	0	0
10	2,714.6	224.0	0	0
11	418.2	402.4	0	0
12	872.0	1,065.0	0	0

소멸하지 않는 단점이라 말할 수 있다. 그러나 그 값이 무시할 만큼 작기 때문에 전체적인 통행 특성에는 영향을 미치지 않는다고 볼 수 있다.

이상의 분석에서 본 연구에서 제시한 모형은 미리 설정한 통행법칙에 따르며, 동적 사용자최적 통행배정 상태를 나타내는 것을 알 수 있다.

V. 결론 및 향후 연구과제

일반적으로 오전 칩두시의 통행은 대부분 도착시간 제약을 갖는 통학·출근 통행이고 이는 대중교통수단의 높은 이용 비율을 나타낸다. 본 연구에서는 이에 초점을 맞추어 도착시간 제약에 따른 출발시간과 통행수단의 선택을 경로선택과 동시에 고려할 수 있는 동적 통행배정 모형을 제시하였다.

모형의 풀이를 위해서 시·공간 확장 가로망을 도입하였고, 통행수단과 출발시간 선택을 위해 기존의 시·공간 확장 가로망을 새롭게 변형하여 사용하였다.

단일 기·종점과 단일 통행자 계층에 대해서 사례 연구를 수행한 결과 제시한 모형이 미리 설정한 통행법칙을 따르며 통행수단/출발시간/경로선택에 대해서 사용자 최적 상태를 나타내는 것을 확인할 수 있었다.

본 연구는 통행자들의 완전 정보를 가정하는 결정적 모형이기 때문에 이 제약을 완화시키는 확률적 모형에 대한 연구가 필요하다. 또한 링크의 용량제약을 고려하지 못하는 한계점을 갖고 있다.

사례연구에서 Frank-Wolfe 기법의 단점을 확인할 수 있었고, 따라서 보다 정확한 모형의 풀이 방법에 대한 연구가 필요하다.

본 연구에서는 단일 기·종점과 단일 통행자 계층에 대해서만 모형의 적합성을 검증하였다. 이를 확장시켜 다중 기·종점과 다중 통행자 계층에 대해서 실제 가로망에 적용시켜 실제 통행 패턴과 비교하여 보아야 할 것이다.

통행배정모형은 링크 지체함수와 매우 밀접한 관계를 갖고 있다. 링크 지체함수는 실제 가로망의 통행 특성을 잘 묘사함은 물론, 모형에 대한 해의 존재와 유일성 문제에도 직접적인 영향을 미치는 만큼 모형에서 요구하는 조건도 만족시켜야한다. 이에 대한 연구가 실제로 많이 이루어지고 있고, 이는 통행배정모형에 대한 연구와 결합되어야 할 것이다.

본 연구에서는 통행자들의 통행 비효용에 기반한 모형을 제시하고 있다. 그러나 통행 비효용 함수에 대해서는 연구의 범위를 벗어나기 때문에 자세하게 언급하지 않았다. 통행 비효용 함수에 대한 연구는 시간가치에 대한 연구를 수반하며, 이에 대해서는 별도의 분야로 연구가 수행되어야 할 것이다.

참고문헌

1. 오세현(1995), "최적제어이론을 이용한 동적 통행배정모형의 적용에 관한 연구", 서울대 박사학위논문.

2. 정경옥(1995), "최적제어이론을 이용한 동적 통행배정모형에 관한 연구", 서울대 석사학위논문.
 3. Abkowitz M. D.(1981), "Understanding the Effect of Transit Service Reliability on Work-Travel Behavior", *Transportation Research Record*, 794.
 4. Boyce D. E., Ran B. and LeBlanc L. J. (1995), "Solving an Instantaneous Dynamic User-Optimal Route Choice Model", *Transportation Science*, Vol. 29.
 5. Carey M.(1992), "Nonconvexity of the Dynamic Traffic Assignment Problem", *Transportation Research*, 26B.
 6. Chen H. K. and Hsueh C. F.(1997), "A Model and an Algorithm for the Dynamic User-Optimal Route Choice Problem", *Transportation Research*, 32B.
 7. Florian M. and Spiess M.(1981), "The Convergence of Diagonalization Algorithm for Asymmetric Network Equilibrium Problems", *Transportation Research*.
 8. Friesz T. L.(1985), "Transportation Network Equilibrium, Design and Aggregation: Key Developments and Research Opportunities", *Transportation Research*, Vol. 19A.
 9. Friesz T. L., Luque F. J, Tobin R. L. and Wie B. W.(1989), "Dynamic Network Assignment Considered as a Continuous Time Optimal Control Problem", *Operations Research*, Vol. 37.
 10. Friesz T. L., Bernstein D., Smith T. E., Tobin R. L. and Wie B. W.(1993), "A Variational Inequality Formulation of the Dynamic Network User Equilibrium Problem", *Operations Research*, Vol. 41.
 11. Friesz T. L., Bernstein D. and Stough R. (1996) "Dynamic Systems, Variational Inequalities and Control Theoretic Models for Predicting Time-Varying Urban Network Flows", *Transportation Science*, Vol. 30.
 12. Hendrickson C. and Plank E.(1984), "The Flexibility of Departure Times for Work Trips", *Transportation Research A*, Vol. 18A.
 13. Janson B. N.(1991), "Dynamic Traffic Assignment for Urban Road Networks", *Transportation Research*, Vol. 25B.
 14. Jayakrishnan R., Tsai W. K. and Chen A. (1995), "A Dynamic Traffic Assignment Model With Traffic-Flow Relationships", *Transportation Research*, Vol. 3.
 15. Nagurney A.(1999), *Network Economics: A Variational Inequality Approach*, 2nd edition, Kluwer Academic Publishers.
 16. Ran B., Boyce D. E. and LeBlanc L. J. (1993), "A New Class of Instantaneous Dynamic User-Optimal Traffic Assignment Models", *Operations Research*, Vol. 41.
 17. Ran B. and Boyce D. E.(1996), *Modelling Dynamic Transportation Network : An Intelligent Transportation System Oriented Approach*, 2nd edition, Springer.
 18. Ran B., Hall R. W. and Boyce D. E.(1996), "A Link-Based Variational Inequality Model for Dynamic Departure Time/Route Choice", *Transportation Research B*, Vol. 30.
 19. Sheffi Y.(1985), *Urban Transportation Networks : Equilibrium Analysis with Mathematical Programming Methods*, Prentice-Hall.
 20. Smith M. J.(1993), "A New Dynamic Traffic Model and The Existence and Calculation of Dynamic User Equilibria on Congested Capacity-Constrained Road Networks", *Transportation Research B*, Vol. 27B.
 21. Wie B. W., Friesz T. L. and Tobin R. L. (1990), "Dynamic user Optimal Traffic Assignment on Congested Multi-destination Networks", *Transportation Research* 24B.
- ☞ 주 작 성 자 : 박준식
 ☞ 논문투고일 : 2001. 5. 14
 논문심사일 : 2001. 7. 13 (1차)
 2001. 7. 21 (2차)
 심사판정일 : 2001. 7. 21