研究論文

주기적인 예방보전정책의 베이즈 접근방법

한성실[*] · 정기문[**] · 권영섭[***]
[*] 동신대학교
[**] 조선대학교 BK21 지역대학육성사업단
[***] 조선대학교 선박해양공학과

A Bayesian Approach to Periodic Preventive Maintenance Policy

Sung Sill Han[*] · Gi Mun Jung[**] · Young Sub Kwon[***]
[*] Dongshin University
[**] BK21 Education Center for Transports in Systems, Chosun University
[***] Department of Naval Architecture and Ocean Engineering, Chosun University

Keywords: Bayesian Approach, Preventive Maintenance, Minimal Repair, Weibull Distribution

Abstract

Preventive maintenance(PM) is an action taken on a repairable system while it is still operating, which needs to be carried out in order to keep the system at the desired level of successful operation. In this paper, we consider a Bayesian approach to determine an optimal periodic preventive maintenance policy. When the failure time is Weibull distribution with uncertain parameters, a Bayesian approach is established. Some numerical examples are presented for illustrative purpose.

1. 서론

예방보전(preventive maintenance)이란 수리 가능한 시스템(repairable system)을 사용자가 원하는 수준으로 유지시키기 위하여 시스템에 고장이 발생하기 전에 취해지는 일련의 활동으로 시스템의 수리(repair)와 점검(inspection), 교체(replacement) 등의 활동이 포함된다. 실제로 이러한 시스템을 직접 다루는 엔지니어들과 신뢰성 분석가들은 수리 가능한 시스템의 예방보전정책에 대하여 많은 관심을 가지고 있으며, 이러한 문제는 신뢰성 이론에서 가장 중요하고 실용적인 분야 중의 하나이다. 시스템을 운용하기 위한 단위시간당 기대비용(expected cost rate per unit time)을 최소화하는 최적의 보전정책(optimal maintenance policy)은 시스템을 일정 수준으로 유지하기 위한 유지비용을 줄일

수 있을 뿐만 아니라 시스템의 생산성도 향상시킬 수 있는 효과가 있다.

이러한 관점에서 새로운 예방보전모형을 제안하고, 시스템을 운용하는데 필연적으로 발생하게 되는 단위시간당 기대비용을 최소화하는 최적의 예방보전주기(period)와 횟수(number)를 결정하기 위한 많은 연구가 이루어지고 있다. Canfield(1986)는 시스템에 주기적으로 예방보전 활동을 취했을 경우에 예방보전의 효과를 설명할 수 있는 주기적인 예방보전 하에서의 고장율(hazard rate)함수를 제안하였으며, Nakagawa(1986)는 예방보전주기 사이에서 서로 다른 고장율함수를 갖는다는 가정 하에서의 예방보전모형을 제안하고, 이 모형 하에서 최적의 예방보전정책을 결정하였다. 또한, Park, Jung과 Yum(2000)은 주기적인 예방보전모형(periodic PM model)을 제안하고 제안된 모형에 대하여 다양한 형태의 비용함수를 고려한 단위시간당 기대비용을 수치적으로 구했으며, 단위시간당 기대비용을 최소화하는 최적의 예방보전정책을 제안하였다.

그런데, 이러한 고전적인 방법에서 고려되는 모형에서 시스템의 고장율 분포는 실제로 알려지지 않거나 또는 알려진 형태라 하더라도 불확실성을 나타내는 모수들을 포함하고 있으므로 시스템의 평균기대수명과 주어진 분포의 모수를 정확히 계산하기 위한 방법이 필요하게 된다. 따라서, 많은 학자들에 의해 이러한 문제를 해결하기 위한 다양한 연구가 이루어져 왔다. Sathe와 Hancock(1973)은 단위시간당 기대비용을 최소화하기 위한 최적의 교체정책을 유도하기 위해 와이블분포(Weibull distribution)의 형태모수(shape parameter)와 척도모수(scale parameter)에 대한 사전확률분포(prior probability distribution)를 고려하여 교체정책의 베이즈 접근방법을 제안하였으며, Mazzuchi와 Soyer(1996)는 일괄교체정책(block replacement policy)과 기령교체정책(age replacement policy)에 대해 베이즈 관점에서 단위시간당 기대비용을 최소화하는 최적의 교체정책(optimal replacement policy)을 제안하였다. Park과 Jun(1997)은 Nakagawa(1986)가 제안한 주기적인 예방보전모형에 대한 베이즈 관점에서의 최적의 예방보전정책을 고려하였으며, Sheu, Yuh, Lin과 Juang(1999)은 시스템에 대한 최소수리(minimal repair) 비용을 확률변수로 가정하여 Mazzuchi와 Soyer (1996)의 논문을 확장한 베이즈 교체정책을 제안하였다.

본 논문에서는 주기적인 예방보전정책(periodic PM policy)에 대한 베이즈 접근방법을 제안하고자 한다. 여기서 고려되는 시스템은 x, $2x, \cdots$, Nx의 주기마다 예방보전 활동이 이루어지며, N번째 예방보전에서는 새로운 시스템으로 교체하게 되고, 만일 예방보전주기 사이에서 시스템에 고장이 발생한다면 최소수리를 한다고 가정한다.

이와 같은 주기적인 예방보전모형에 대하여 베이즈 관점에서의 단위시간당 기대비용을 구하고, 이러한 방법에 의해 구해진 단위시간당 기대비용을 최소화하는 최적의 주기 x^*와 횟수 N^*를 결정하는 방법을 설명하였다. 또한, 본 논문에서 고려되는 모형에 대해서 순응적 예방보전정책(adaptive PM policy)을 적용하는 방법을 설명하였다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 2장에서는

수리 가능한 시스템의 예방보전모형을 설명하고, 이 모형에 대한 단위시간당 기대비용과 최적의 예방보전정책을 제시한다. 3장에서는 2장에서 고려한 예방보전모형에 대한 베이즈 접근 방법 및 순응적 예방보전정책을 제안한다. 즉, 고장율함수가 와이블분포를 따를 때 베이즈 관점에서 주기적인 예방보전모형에 대한 단위시간당 기대비용을 구하고, 최적의 예방보전정책을 설정한다. 4장에서는 최적의 주기적인 예방보전정책에 대한 베이즈 접근방법과 순응적 예방보전정책을 수치적 예를 통하여 설명한다.

2. 주기적인 예방보전모형

본 논문에서는 수리 가능한 시스템에 대하여 다음과 같은 예방보전활동이 이루어지는 예방보전모형을 고려하고자 한다.

i) 주기적인 예방보전활동은 시스템의 고장율을 감소시킨다.

ii) 예방보전활동은 주기 kx($k=1,2,\cdots,N$) 에서 이루어진다.

iii) 만약 예방보전주기 사이에서 시스템에 고장이 발생한다면 최소수리를 한다.

iv) N번째 예방보전주기에서는 새로운 시스템으로 교체한다.

v) 시스템에 대한 예방보전과 수리, 그리고 교체 시간은 고려하지 않는다.

위와 같은 예방보전모형에 대한 단위시간당 기대비용을 구하기 위해서 Canfield(1986)에 의해서 제안된 주기적인 예방보전하에서의 고장율함수를 고려한다. 즉, 시스템에 대한 주기적인 예방보전 이후의 t시점에서의 고장율이 $t-\tau$에서의 고장율의 형태를 갖는다고 가정함으로써 예방보전의 효과를 설명할 수 있는 다음과 같은 주기적인 예방보전하에서의 고장율함수 $h_{pm}^{(k)}(t)$를 제안하였다.

$$h_{pm}^{(k)}(t)=\begin{cases} h(t),\ 0\le t\le x \\ \sum_{i=1}^{k}\{h((i-1)(x-\tau)+x)-h(i(x-\tau))\}+ \\ \quad h(t-k\tau),\ kx< t\le (k+1)x, k=1,2,\cdots. \end{cases} \tag{2.1}$$

여기서, $h(t)$는 예방보전 활동이 없을 경우의 시스템의 고장율함수이며, τ는 예방보전의 효과로써 $\tau\le x$이다. 만약 $\tau=x$이면 식 (2.1)은 다음과 같이 된다.

$$h_{pm}^{(k)}(t)=\begin{cases} h(t),\ 0\le t\le x \\ k(h(x)-h(0))+h(t-kx) \\ \quad kx< t\le (k+1)x,\ k=1,2,\cdots. \end{cases} \tag{2.2}$$

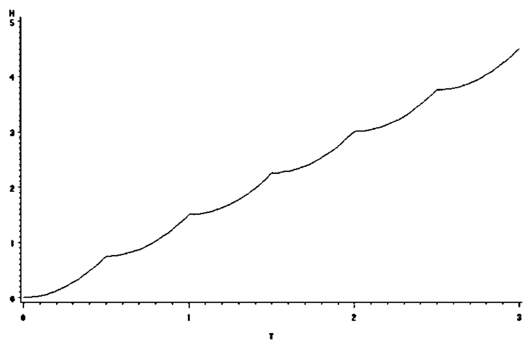
이 때, $h_{pm}^{(k)}(t)$는 k번째와 $(k+1)$번째 예방보전주기 사이에서의 고장율함수이다.

<그림 1>은 식 (2.2)의 예방보전하에서의 고장율함수 $h_{pm}^{(k)}(t)$의 전형적인 한 형태를 보여주고 있다.

시스템에 대한 최소수리비용과 예방보전비용 그리고 교체비용을 각각 C_{mr}, C_{pm}, C_{re}라고 하자. 또한, $N^{(k)}(t)$, $kx<t\le(k+1)x$, $k=0,1,2,\cdots,N-1$,를 k번째와 $(k+1)$번째 예방보전주기 사이에서의 t시간 동안의 고장

횟수라고 하자. 이 때, 본 논문에서 고려되는 주기적인 예방보전모형에 대한 단위시간당 비용은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$C(x,N)=\frac{1}{Nx}\Big[\ C_{re}+(N-1)C_{pm} + C_{mr}\sum_{k=0}^{N-1}N^{(k)}((k+1)x)\Big]. \quad (2.3)$$



<그림 1> $x=\tau=0.5$ 인 예방보전하에서의 고장율함수

신뢰성 이론에서 고장시간 T의 분포로 가장 널리 사용되는 분포 중의 하나인 와이블분포를 고려하면 시스템의 고장율함수는 다음과 같다.

$$h(t)=\alpha\beta t^{\beta-1},\quad t>0,\ \alpha>0,\ \beta>1. \quad (2.4)$$

본 논문에서 고려하는 고장율함수는 증가함수이어야 하므로 위의 식 (2.4)에서 $\beta>1$ 인 경우만을 고려한다.

예방보전하에서의 고장율함수 $h_{pm}^{(k)}(t)$는 식 (2.2)와 식 (2.4)로부터 다음과 같이 구해진다.

$$h_{pm}^{(k)}(t)=k\alpha\beta x^{\beta-1}+\alpha\beta(t-kx)^{\beta-1},$$
$$kx<t\le(k+1)x,\ k=0,1,2,\cdots N-1. \quad (2.5)$$

따라서, k번째와 $(k+1)$ 번째 예방보전주기 사이에서 n_k번의 고장이 발생할 확률은 다음과 같다.

$$P[N^{(k)}((k+1)x)=n_k] = \frac{[H_{pm}^{(k)}((k+1)x)]^{n_k}}{n_k!}\exp\{-H_{pm}^{(k)}((k+1)x)\}, \quad (2.6)$$

여기서, $k=0,1,2,\cdots,N-1$ 이며 $H_{pm}^{(k)}(t)$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$\begin{aligned} H_{pm}^{(k)}(t) &= E[N^{(k)}(t)\mid\alpha,\beta] \\ &= \int_{kx}^{t} h_{pm}^{(k)}(t)\,dt \\ &= \alpha\beta kx^{\beta-1}(t-kx)+\alpha(t-kx)^{\beta}, \\ &\qquad kx<t\le(k+1)x,\ k=0,1,2,\cdots,N-1. \end{aligned} \quad (2.7)$$

또한, 식 (2.6)과 식 (2.7)로부터 k번째와 $(k+1)$ 번째 주기 사이에서의 첫 번째 고장시간, $T_1^{(k)}$에 대한 분포는

$$P\{T_1^{(k)}\ge t\mid\alpha,\beta\}=P[N^{(k)}(t)=0\mid\alpha,\beta],$$
$$kx<t\le(k+1)x,\quad k=0,1,2,\cdots,N-1$$

와 같이 나타낼 수 있으며, 이는 식 (2.6)에

서 $n_k=0$인 경우이므로 대입하여 정리하면 다음과 같은 결과를 얻을 수 있다.

$$P\{T_1^{(k)} \geq t \mid \alpha, \beta\}$$
$$= \exp\{-H_{pm}^{(k)}(t)\}$$
$$= \exp\{-\{\alpha\beta kx^{\beta-1}(t-kx)+\alpha(t-kx)^{\beta}\}\}. \tag{2.8}$$

식 (2.3)과 식 (2.7)로부터 α와 β가 주어지면 단위시간당 기대비용은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$E[C(x,N) \mid \alpha, \beta]$$
$$= E\left[\frac{C_{re}+(N-1)C_{pm}+C_{mr}\sum_{k=0}^{N-1} N^{(k)}((k+1)x)}{Nx} \middle| \alpha, \beta\right]$$
$$= \frac{C_{re}+(N-1)C_{pm}+C_{mr}\sum_{k=0}^{N-1} E[N^{(k)}((k+1)x) \mid \alpha,\beta]}{Nx}$$
$$= \frac{C_{re}+(N-1)C_{pm}+C_{mr}\left(\frac{N(N-1)}{2}\alpha\beta x^{\beta}+N\alpha x^{\beta}\right)}{Nx}. \tag{2.9}$$

식 (2.9)의 단위시간당 기대비용을 최소화하는 최적의 주기 x^*와 횟수 N^*를 찾으면 이것이 최적의 주기적인 예방보전정책이 된다. 이러한 최적의 주기와 횟수는 Park, Jung과 Yum(2000)의 결과를 이용하면 쉽게 구할 수 있다.

3. 주기적인 예방보전모형의 베이즈 접근

식 (2.4)에서 정의된 고장율함수 $h(t)$에 포함된 두 모수 α와 β에 대한 사전확률분포를 Mazzuchi와 Soyer(1996)의 연구에서와 같이 고려하자. 즉, α는 다음과 같은 감마분포를 따른다고 가정한다.

$$f(\alpha) = \frac{b^a}{\Gamma(a)}\alpha^{a-1}e^{-b\alpha}, \alpha > 0. \tag{3.1}$$

여기서, $a, b > 0$이고, 이 값은 사전확률분포의 초모수(hyperparameter)를 나타낸다. 또한, 형태모수 β의 사전확률분포를 가정하기 위해 다음과 같은 베타분포를 고려하고자 한다.

$$g(\beta) = \frac{\Gamma(c+d)}{\Gamma(c)\Gamma(d)}\frac{(\beta-\beta_L)^{c-1}(\beta_U-\beta)^{d-1}}{(\beta_U-\beta_L)^{c+d-1}},$$
$$0 \leq \beta_L \leq \beta \leq \beta_U. \tag{3.2}$$

식 (3.2)에 정의된 베타분포에서 사전정보의 불확실성(prior uncertainty)을 가능한 잘 나타내도록 하기 위해서는 다음과 같이 이산형 베타분포(discretization of beta density)의 형태로 변형시켜서 사용하는 것이 좋다 (Soland(1969) 참조).

$$P_l = \Pr(\beta=\beta_l)$$
$$= \int_{\beta_l-\delta/2}^{\beta_l+\delta/2} g(\beta)d\beta, \quad l=1,2,\cdots,k. \tag{3.3}$$

여기서, $\beta_l=\beta_L+\delta(2l-1)/2$, $\delta=(\beta_U-\beta_L)/k$이다.

그리고, 모수들이 사전독립(prior independent)

이라고 가정하면, α와 β의 결합사전확률분포(joint prior probability distribution)는 식 (3.1)과 식 (3.3)에 의해 다음과 같이 구해질 수 있다.

$$p(\alpha,\beta)=f(\alpha)\Pr(\beta=\beta_l) = \frac{b^a}{\Gamma(a)}\alpha^{a-1}e^{-b\alpha}\cdot P_l. \qquad (3.4)$$

이제 베이즈 관점에서의 단위시간당 기대비용은 모수 α와 β의 사전확률분포를 고려하여 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} &E[C(x,N)] \\ &= E_{\alpha,\beta}[E[C(x,N)\mid \alpha,\beta]] \\ &= \frac{1}{Nx}\Big[\sum_{l=1}^{m}\Big\{C_{re}+(N-1)C_{pm} \\ &\qquad + C_{mr}x^{\beta_l}\Big(\frac{a}{b}\Big)\Big(\beta_l\frac{N(N-1)}{2}+N\Big)\Big\}\cdot P_l\Big]. \end{aligned} \qquad (3.5)$$

식 (3.5)의 단위시간당 기대비용을 최소화하는 최적의 주기 x^*와 횟수 N^*를 구하기 위해 식 (3.5)의 우변을 $g(x)$라고 하자. 이 때, $g(x)$가 볼록함수(convex function)이기 때문에 식 (3.5)를 최소화하는 최적의 주기 x^*는 $g(x)$를 x에 관해서 1차 미분하여 0으로 놓고 풀면 된다. 즉, x^*는 식 (3.6)을 만족하는 x값이 된다.

$$\begin{aligned} &\sum_{l=1}^{m}\Big\{(\beta_l-1)C_{mr}x^{\beta_l}\Big(\frac{a}{b}\Big)\Big(\beta_l\frac{N(N-1)}{2}+N\Big)\Big\}\cdot P_l \\ &= C_{re}+(N-1)C_{pm}. \end{aligned} \qquad (3.6)$$

그런데, 위와 같이 구해진 x는 N의 값에 의존하게 되므로 식 (3.5)를 최소화하는 최적의 주기 x^*와 횟수 N^*는 동시에 찾아야만 한다. 이를 위해서 식 (3.6)을 만족하는 x를 x_N이라고 하고, 이 값을 식 (3.5)의 x 대신에 대입하면, $E[C(x_N,N)]$은 N의 함수가 되므로, 최적의 횟수 N^*는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$N^* = \underset{N}{Min}\; E[C(x_N,N)],\ N=1,2,\cdots. \qquad (3.7)$$

즉, 식 (3.5)를 최소화하는 최적의 횟수는 식 (3.7)에서 구해진 N^*이고, 이 때 최적의 주기 x^*는 x_{N^*}가 된다. 그런데, 식 (3.6)이 닫혀진 형태(closed form)로 나타나지 않으므로 이를 만족하는 x^*와 N^*는 수치적으로 구해야 한다.

이제, 순응적 예방보전정책을 결정하기 위해서 x, $2x,\cdots$, Nx의 주기마다 예방보전활동이 이루어지며, N번째 예방보전에서는 새로운 시스템으로 교체하고, 만일 예방보전주기 사이에서 시스템에 고장이 발생한다면 최소수리를 하는 시스템을 고려하자.

k번째와 $(k+1)$번째 주기에서의 고장시간(failure time) $\boldsymbol{t}_k=\{t_{k1},t_{k2},\cdots,t_{kn_k}\}$, $k=0,1,\cdots,N-1$, 의 밀도함수가

$$f(t_{k1},t_{k2},\cdots,t_{kn_k}) = \Big\{\prod_{i=1}^{n_k}h_{pm}^{(k)}(t_{ki})\Big\}\exp\{-H_{pm}^{(k)}((k+1)x)\}$$

이므로 $t=\{t_0, t_1, \cdots, t_{N-1}\}$의 우도함수(likelihood function)는 다음과 같이 구해진다.

$$\begin{aligned}
&L(\alpha,\beta \mid t_0, t_1, \cdots, t_{N-1}) \\
&= \prod_{k=0}^{N-1} f(t_{k1}, t_{k2}, \cdots, t_{kn_k}) \\
&= \left\{\prod_{k=0}^{N-1}\prod_{i=1}^{n_k} h_{pm}^{(k)}(t_{ki})\right\}\exp\left\{-\sum_{k=0}^{N-1} H_{pm}^{(k)}((k+1)x)\right\} \\
&= \left\{\prod_{k=0}^{N-1}\prod_{i=1}^{n_k}[\alpha\beta(kx^{\beta-1}+(t_{ki}-kx)^{\beta-1})\right\} \\
&\qquad \cdot \exp\left\{-\left(\frac{N(N-1)}{2}\alpha\beta x^{\beta}+N\alpha x^{\beta}\right)\right\}.
\end{aligned} \tag{3.8}$$

따라서, 식 (3.4)에서 정의된 모수들의 결합사전확률분포와 식 (3.8)의 우도함수를 이용하면 α와 β의 결합사후확률분포(joint posterior probability distribution)는 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
&f(\alpha, \beta_l \mid t) \\
&\propto \prod_{k=0}^{N-1}\prod_{i=1}^{n_k}\ [\alpha\beta_l(kx^{\beta_l-1}+(t_{ki}-kx)^{\beta_l-1})\cdot \\
&\qquad \exp\left\{-\left(\frac{N(N-1)}{2}\alpha\beta_l x^{\beta_l}+N\alpha x^{\beta_l}\right)\right\} \\
&\qquad \cdot\{\alpha^{a-1}e^{-b\alpha}\cdot P_l\}] \\
&\propto \frac{\alpha^{A-1}\beta_l^{A-a}\cdot B(\beta_l)\cdot\exp\{-\alpha C(\beta_l)\}\cdot P_l}{\sum_{j=1}^{m}\int\alpha^{A-1}\beta_j^{A-a}\cdot B(\beta_j)\cdot\exp\{-\alpha C(\beta_j)\}\cdot P_j\,d\alpha} \\
&\propto \frac{\alpha^{A-1}\cdot\beta_l^{A-a}\cdot B(\beta_l)\cdot e^{-\alpha C(\beta_l)}\cdot P_l}{\sum_{j=1}^{m}P_j\beta_j^{A-a}\cdot B(\beta_j)\cdot\dfrac{\Gamma(A)}{C(\beta_j)^A}}.
\end{aligned} \tag{3.9}$$

여기서, $A=a+\sum_{k=0}^{N-1}n_k$,

$$B(\beta_l)=\prod_{k=0}^{N-1}\prod_{i=1}^{n_k}\left(kx^{\beta_l-1}+(t_{k_i}-kx)^{\beta_l-1}\right)$$

$$B(\beta_j)=\prod_{k=0}^{N-1}\prod_{i=1}^{n_k}\left(kx^{\beta_j-1}+(t_{k_i}-kx)^{\beta_j-1}\right),$$

$$C(\beta_l)=b+\frac{N(N-1)}{2}\beta_l x^{\beta_l}+Nx^{\beta_l},$$

$$C(\beta_j)=b+\frac{N(N-1)}{2}\beta_j x^{\beta_j}+Nx^{\beta_j}.$$

또한, $f(\alpha \mid \beta_l, t)=f(\alpha, \beta_l, t)/\Pr(\beta=\beta_l, t)$ 이므로 α의 조건부사후확률분포(conditional posterior probability distribution)는 다음과 같다.

$$f(\alpha \mid \beta_l, t)=\frac{C(\beta_l)^A}{\Gamma(A)}\alpha^{A-1}\exp\{-\alpha C(\beta_l)\}. \tag{3.10}$$

위에서 정의된 식 (3.10)을 살펴보면 이는 다음과 같은 모수 a^*와 b^*를 갖는 감마분포임을 알 수 있다.

$$a^*=A=a+\sum_{k=0}^{N-1}n_k, \tag{3.11}$$

$$b^*=C(\beta_l)=b+\left[\frac{N(N-1)}{2}\beta_l x^{\beta_l}+Nx^{\beta_l}\right] \tag{3.12}$$

또한, 식 (3.9)와 식 (3.10)을 이용하면 P_l^*는 다음과 같이 구해진다.

$$\Pr(\beta=\beta_l \mid t)$$

$$
\begin{aligned}
&= P_l^* \\
&= \frac{f(\alpha, \beta_l \mid \boldsymbol{t})}{f(\alpha \mid \beta_l, \boldsymbol{t})} \\
&= \frac{\beta_l^{A-a} B(\beta_l) \ / \ C(\beta_l)^A}{\sum_{j=1}^{m} P_j \beta_j^{A-a} B(\beta_j) \ / \ C(\beta_j)^A} \cdot P_l.
\end{aligned} \tag{3.13}
$$

이제 α와 β의 주변사후확률분포는 더 이상 독립이 아니며, 최적의 주기적 예방보전정책은 식 (3.5)에서 a, b, P_l의 값을 식 (3.11)과 식 (3.12) 및 식 (3.13)에서 구한 a^*, b^*, P_l^*로 대체시킴으로써 얻을 수 있다.

4. 수치적 예

본 논문에서 고려된 주기적인 예방보전정책에 대한 베이즈 접근방법을 수치적인 예를 통해서 설명하고자 한다. 식 (3.1)과 식 (3.2)에 있는 α와 β의 사전확률분포에서 $a=2.1$, $b=3$, $c=2$, $d=2$, $\beta_L=1$, $\beta_U=3$이라고 가정하고, 시스템의 수리비용, 예방보전비용과 교체비용을 각각 $C_{mr}=1$, $C_{pm}=1.5$, $C_{re}=30$이라고 하자. 또한, 순응적 예방보전정책의 설정과정을 설명하기 위해서 와이블분포에서 발생된 모의자료를 이용하고자 한다. 모의실험에 의해 발생된 고장자료는 <표 1>에 제시되어 있다.

우선, 사전확률분포만을 이용하여 식 (3.5)의 단위시간당 기대비용을 최소로 하는 최적의 주기와 횟수를 구하면, $x^*=1.996$, $N^*=3$이고, 이 때의 단위시간당 기대비용은 $C(x^*, N^*)=10.107855$이다. 즉, 1.996 단위시간과 3.992(=2×1.996) 단위시간에서 예방보전을 하고, 세 번째 예방보전, 즉 $N^*=3$이 되는 5.988 단위시간에서는 새로운 시스템

<표 1> 최적의 예방보전 주기와 횟수 및 단위시간당 기대비용

Cycle	고장자료	x^*	N^*	$C(x^*, N^*)$
0	-	1.996	3	10.107855
1	1.63743 2.30951 2.77389 3.32016 3.34600 3.48705 3.80158 4.02009 4.29093 4.38125 4.67353 4.96377 4.96554 5.39045 5.39943 5.48873 5.60948 5.70291 5.91902	3.426	2	8.558273
2	1.26170 2.25008 3.21623 3.47322 3.77285 3.81999 3.93298 4.17415 4.73004 4.79643 4.95458 5.42878 5.57337 6.02142 6.14933 6.21915 6.32271 6.41168 6.46082 6.56569 6.68341 6.80534	3.841	2	7.841885
3	1.25841 2.59695 3.18425 3.42647 3.95882 4.09450 4.12916 4.55043 4.65933 4.74432 5.28211 5.40156 5.58023 5.61397 5.71833 5.79262 5.87393 6.00719 6.34828 6.38044 6.47597 6.49456 6.65970 6.81351 6.87681 6.96069 7.01696 7.07437 7.23069 7.31686 7.55801 7.59972	3.561	2	8.315176

으로 교체하는 하는 것이 단위시간당 기대비용을 최소화하는 최적의 시스템 운용방법이라고 할 수 있다.

이와 같이 결정된 최적의 예방보전정책 ($x^*=1.996$, $N^*=3$)을 <표 1>에 있는 Cycle 1의 시스템 고장자료에 적용함으로써 새로운 최적의 예방보전정책을 결정할 수 있다. 즉, 사전확률분포에 의해 결정된 최적의 주기 x^*와 N^*를 이용하여 식 (3.11)과 식 (3.12) 및 식 (3.13)의 a^*, b^*와 P_l^*를 구하고, 이들 값을 식 (3.5)에 대입하여 단위시간당 기대비용을 구할 수 있다. 이와 같이 구해지는 단위시간당 기대비용을 최소로 하는 x^*와 N^*를 다시 찾으면, 이는 <표 1>에 제시된 바와 같이 $x^*=3.426$, $N^*=2$가 되고, 이 때의 단위시간당 기대비용은 $C(x^*, N^*)=8.558273$이 된다. 같은 방법으로 Cycle 2와 Cycle 3의 시스템 고장자료에 대해서도 최적의 예방보전주기와 횟수 및 단위시간당 기대비용을 <표 1>에 제시된 바와 같이 구할 수 있다.

5. 결 론

본 논문에서는 최적의 주기적인 예방보전정책에 대한 베이즈 접근방법을 제안하였다. 고장시간이 불확실성을 내포하는 모수 α와 β를 갖는 와이블분포를 할 때 베이즈 관점에서 단위시간당 기대비용을 구하고 순응적 예방보전 정책을 결정하는 방법을 살펴보았다. 마지막으로 수치적인 예를 통해서 단위시간당 기대비용을 최소화하는 주기 x^*와 횟수 N^*를 구함으로써 최적의 주기적인 예방보전정책을 결정할 수 있음을 보였다.

참고문헌

[1] Canfield, R. V.(1986), "Cost optimization of periodic preventive maintenance", *IEEE Transactions on Reliability*, vol. 35, 78-81.

[2] Mazzuchi, T. A. and Soyer, R.(1996), "A Bayesian perspective on some replacement strategies", *Reliability Engineering and System Safety*, vol. 51, 295-303.

[3] Nakagawa, T.(1986), "Periodic and sequential preventive maintenance policies", *Journal of Applied Probability*, vol. 23, 536-542.

[4] Park, D. H., Jung, G. M. and Yum, J. K.(2000), "Cost minimization for periodic maintenance policy of a system subject to slow degradation", *Reliability Engineering and System Safety*, vol. 68, 105-112.

[5] Park, K. S. and Jun, C. H.(1997), "An Optimum maintenance policy: A Bayesian Approach to periodic incomplete preventive maintenance with minimal repair at failure", *Proceedings of '97 Conference of the Korean Operations Research and Management Science Society*, 193-196.

[6] Sathe, P. T. and Hancock, W. M.(1973),

"A Bayesian approach to the scheduling of preventive maintenance", *AIIE Transactions*, vol. 5, 172-179.

[7] Sheu, S. H., Yeh, R. H., Lin, Y. B. and Juang, M. G.(1999), "A Bayesian perspective on age replacement with minimal repair", *Reliability Engineering and System Safety*, vol. 65, 55-64.

[8] Soland, R. M.(1969), "Bayesian analysis of the Weibull process with unknown scale and shape parameters", *IEEE Transactions on Reliability*, vol. 18, 181-184.