

## 시간영역에서 인장계류식 해양구조물의 비선형 운동응답 해석

이 창호

동명대학 조선해양시스템과  
(2001년 10월 11일 접수)

## Analysis of the Nonlinear Motions of a Tension Leg Platform in Time Domain

Chang-Ho, Lee

Dept. of Shipbuilding and Marine System, TongMyong College  
(Received October 11, 2001)

### Abstract

In the presence of incident waves with different frequencies, there are second order sum and difference frequency wave exciting forces due to the nonlinearity of the incident waves. Although the magnitudes of these nonlinear forces are small, they act at sum and difference frequencies away from those of the incident waves. So, the second order sum and difference frequency wave loads occurring close to the natural frequencies of TLPs often give greater contributions to high and low frequency resonant responses.

The components of the second order forces which depend on first order quantities have been evaluated using the three dimensional source distribution method. The numerical results of time domain motion analysis for the nonlinear wave exciting forces in regular waves are compared with the numerical ones of frequency domain analysis. The results of comparison confirmed the validity of the proposed approach.

### 서 론

해양구조물에 파가 입사하면, 입사파의 주기를 가지는 파강제력 이외에 입사파 자유표면의 비선형성에 기인하는 합주파수(sum-frequency)와 차주파수(difference-frequency)의 2차(second-order) 파강제력이 발생하며, 합주파수의 파강제력의 영향으로 인한 스프링잉(springing) 응답은 고유주기 1~4sec인 TLP의 수직면내 운동과의 공진이 초래될 수 있으며, 스프링잉 응답중에 고주파수

구조응답인 링잉(ringing) 현상이 발생할 수 있다<sup>1-6)</sup>. 링잉은 비선형파의 작용으로 인한 약충격 하중에 기인하는 고유주파수 응답이며, 스프링잉(springing)과 링잉(ringing)은 TLP 인장계류 부재의 피로문제에 아주 큰 영향을 미칠 수 있다. 또한 차주파수의 파강제력(표류력)의 영향으로 고유주기가 40~120sec인 TLP의 수평면내 운동과 공진이 초래될 수 있으며, 이로 인하여 계류부재에 과대한 인장력을 유발시켜 TLP의 인장계류 부재의 강도문제에 큰 영향을 미칠 수 있다.

Kim & Yue<sup>7)</sup>는 입사파의 주파수들의 임의 결합에 대한 전달함수에 의해 축대칭 물체에 작용하는 2차 파강제력을 계산하는 방법을 개발하여, TLP에 대한 합주파수(sum-frequency)의 파강제력 및 운동응답을 평가하였으며, 加藤 等<sup>5)</sup>은 2차 diffraction 문제를 계산하기 위해, 고차 경계요소법의 적분방정식에 보조 Green 함수를 도입하여 TLP에 작용하는 2차 파강제력을 계산하여 실험치와 비교하였다.

본 연구에서는 TLP의 비선형에 기인하는 합·차주파수 성분의 파강제력을 고려하여 규칙파중에서의 TLP의 비선형 운동응답을 평가하였다.

2차 파강제력 주파수 응답함수를 Fourier변환함으로써 2차 임펄스 응답함수를 구하고, 2차 임펄스 응답함수를 콘볼루션 적분하여 시간영역에서의 비선형 파강제력을 산정였으며, 시간영역 운동방정식에서 구조물에 작용하는 동유체력은 주파수 영역에서의 조파감쇠 계수로부터 구해지는 메모리 영향함수와 운동속도와의 콘볼루션 적분에 의해서 매시간 단계마다 변동하는 항으로 표현하였다. 비선형 파강제력을 고려한 시간영역에서의 운동방정식을 Newmark- $\beta$  법에 의해 매 시간마다 풀어 TLP의 운동응답을 해석하였다.

## 시간영역 응답 시뮬레이션

### 1. 비선형 파강제력

인장계류식 해양구조물에 작용하는 파강제력과 모우먼트는 섭동전개에 의해 얻어지는 1차 및 2차항을 취하여 1차 파강제력과 모우먼트 및 2차 파강제력과 모우먼트를 구할 수 있으며, 1차 파강제력과 모우먼트는 다음과 같이 얻어진다.

$$\begin{aligned} \{F_{ex}^{(1)}\} &= Re \sum_{k=1}^2 [ a_k^{(1)} \left( \rho \int \int_{S_m} - i \omega_k (\phi_{Ik}^{(1)} \right. \\ &\quad \left. + \phi_{Dk}^{(1)}) \{ \hat{n} \} dS \right) e^{-i(\omega_k t)} ] \\ &= Re \sum_{k=1}^2 [ a_k^{(1)} \{ f_{Fk}^{(1)} \} e^{-i\omega_k t} ] \quad \dots\dots(1) \end{aligned}$$

$$\{M_{ex}^{(1)}\} = Re \sum_{k=1}^2 [ a_k^{(1)} \left( \rho \int \int_{S_m} - i \omega_k (\phi_{Ik}^{(1)}$$

$$\begin{aligned} &+ \phi_{Dk}^{(1)}) (\{ \hat{X} \} \times \{ \hat{n} \}) dS \right) e^{-i(\omega_k t)} ] \\ &= Re \sum_{k=1}^2 [ a_k^{(1)} \{ f_{Mk}^{(1)} \} e^{-i\omega_k t} ] \dots\dots(2) \end{aligned}$$

여기서,  $\{f_{Fk}^{(1)}\}$  와  $\{f_{Mk}^{(1)}\}$  는 각각 파 주파수  $\omega_k$  인 1차 파강제력과 파강제모우먼트의 전달함수이다.

또, 2차 파강제력  $\{F_{ex}^{(2)}\}$  과 모우먼트  $\{M_{ex}^{(2)}\}$  는 2성분 입사파에 대한 합주파수 성분과 차주파수 성분의 전달함수로 나누어 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} \{F_{ex}^{(2)}\} &= Re \sum_{k=1}^2 \sum_{l=1}^2 [ a_k^{(1)} a_l^{(1)} \{ f_{Fkl}^{(2)} \} e^{-i(\omega_k + \omega_l)t} \\ &+ a_k^{(1)} a_l^{(1)*} \{ f_{Fkl}^{(2)} \} e^{-i(\omega_k - \omega_l)t} ] \dots\dots(3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \{M_{ex}^{(2)}\} &= Re \sum_{k=1}^2 \sum_{l=1}^2 [ a_k^{(1)} a_l^{(1)} \{ f_{Mkl}^{(2)} \} e^{-i(\omega_k + \omega_l)t} \\ &+ a_k^{(1)} a_l^{(1)*} \{ f_{Mkl}^{(2)} \} e^{-i(\omega_k - \omega_l)t} ] \dots\dots(4) \end{aligned}$$

여기서,  $\{f_{Fk}^{\pm(2)}\}$  는 2차 합·차주파수의 파강제력 전달함수이고,  $\{f_{Mk}^{\pm(2)}\}$  는 2차 합·차주파수의 파강제모우먼트의 전달함수이다.

### 2. 시간영역 유체력 계산

본 논문에서는 시간영역에서의 유체력 계산법으로서 주파수영역에서의 방사파 포텐셜에 의한 동유체력을 Fourier변환하여 메모리 영향함수(memory effect function)를 계산하고, 물체의 운동속도와 메모리 영향함수를 콘볼루션 적분함으로서 시간영역 유체력을 추정하는 방법을 사용하였다. 먼저, 시간영역에서의 단위속도의  $l$  방향 운동에 의해  $k$  방향으로 발생하는 유체력  $f_{kl}(t)$  는 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} f_{kl}(t) &= -\frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \nu_{kl}(\omega) \cos \omega t d\omega - \mu_{kl}(\infty) \delta'(t) \\ &= -\frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \nu_{kl}(\omega) \cos \omega t d\omega - \mu_{kl}(\infty) \delta'(t) \quad \dots\dots(5) \end{aligned}$$

여기서,  $\nu_{kl}(\omega)$ 는 주파수영역에서의 조파감쇠 계수이고,  $\mu_{jk}(\infty)$ 는 무한 주파수에서의 부가질량이다. 또,  $\delta'(t)$ 는 순간적인 단위속도 임펄스  $\delta(t)$ 의 시간 미분이므로 가속도를 의미한다.  $t = 0$ 인 순간의 관성력을 제외한 유체력을 메모리 영향함수  $K_{kl}$ 라 정의하면, 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} K_{kl}(t) &\equiv -f_{kl}(t) - \mu_{kl}(\infty)\delta'(t) \\ &= \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \nu_{kl}(\omega) \cos \omega t d\omega \quad \dots\dots\dots(6) \end{aligned}$$

또, 메모리 영향함수의 Fourier 변환은 다음과 같이 정의된다.

$$\begin{aligned} K_{kl}(\omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} K_{kl}(t) e^{i\omega t} dt \\ &= \int_0^{\infty} K_{kl}(t) e^{i\omega t} dt \quad \dots\dots\dots(7) \end{aligned}$$

이 식은  $K_{kl}(t)$ 가 물리적으로  $t < 0$ 일 때 0임을 의미한다. 또, 주파수영역에서 단위속도의 부체운동에 의해 부체 자신이 받는 유체력은 다음과 같이 운동속도 및 운동가속도에 비례하는 성분으로 나눌 수 있다.

$$F_{kl}(\omega) = [-\nu_{kl}(\omega) + i\omega \mu_{kl}(\omega)] \quad \dots\dots\dots(8)$$

여기서,  $\mu_{kl}(\omega)$ ,  $\nu_{kl}(\omega)$ 는 각각 주파수영역에서 계산되는 부가질량 및 조파감쇠 계수이고, 다음의 관계가 성립한다.

$$\begin{aligned} \nu_{kl}(\omega) &= Re[K_{kl}(\omega)] \\ &= \int_0^{\infty} K_{kl}(t) \cos \omega t dt \\ \mu_{kl}(\omega) &= \mu_{kl}(\infty) - \frac{Im[K_{kl}(\omega)]}{\omega} \\ &= \mu_{kl}(\infty) - \frac{1}{\omega} \int_0^{\infty} K_{kl}(t) \sin \omega t dt \quad \dots\dots\dots(9) \end{aligned}$$

식(9)로부터 메모리 영향함수의 정도를 검정할 수 있다. 또한, 무한 주파수에서의 부가질량  $\mu_{kl}(\infty)$ 는 다음의 식에 따라 계산된다.

$$\begin{aligned} \mu_{kl}(\infty) &= \mu_{kl}(\omega) + \frac{Im[K_{kl}(\omega)]}{\omega} \\ &= \mu_{kl}(\omega) + \frac{1}{\omega} \int_0^{\infty} K_{kl}(t) \sin \omega t dt \\ &\dots\dots\dots(10) \end{aligned}$$

### 3. 시간영역 파강제력

본 논문에서는 1차 항들의 조합으로 발생되는 비선형 항만 고려하고, 2차 포텐셜에 기인하는 비선형 항은 무시하기로 한다. 2차 파강제력과 모우먼트의 전달함수가 구해지면, 파강제력과 모우먼트의 시계열(time history) 해석은 주파수영역에서 구해지는 파강제력과 모우먼트의 주파수 응답 함수를 Fourier변환함으로써 얻어지는 임펄스 응답함수를 콘볼루션 적분하여 구한다.

먼저, 파강제력  $\{F_{ex}(t)\}$ 와 모우먼트  $\{M_{ex}(t)\}$ 를 Volterra 급수로 표현하여 2차항까지 취하면, 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} \{F_{ex}(t)\} &= \{F_{ex}^{(1)}(t)\} + \{F_{ex}^{(2)}(t)\} \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \{h_F^{(1)}(\tau)\} \xi(t - \tau) d\tau \\ &+ \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \{h_F^{(2)}(\tau_1, \tau_2)\} \xi(t - \tau_1) \xi(t - \tau_2) d\tau_1 d\tau_2 \\ &\dots\dots\dots(11) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \{M_{ex}(t)\} &= \{M_{ex}^{(1)}(t)\} + \{M_{ex}^{(2)}(t)\} \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \{h_M^{(1)}(\tau)\} \xi(t - \tau) d\tau \\ &+ \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \{h_M^{(2)}(\tau_1, \tau_2)\} \xi(t - \tau_1) \xi(t - \tau_2) d\tau_1 d\tau_2 \\ &\dots\dots\dots(12) \end{aligned}$$

또,  $\{h_F^{(1)}(\tau)\}$ ,  $\{h_F^{(2)}(\tau)\}$  및  $\{h_M^{(1)}(\tau)\}$ ,  $\{h_M^{(2)}(\tau)\}$ 는 각각 1차 및 2차 파강제력과 모우먼트의 임펄스 응답함수로서 다음과 같이 표현된다.

## 이 창 호

$$\{h_F^{(1)}(\tau)\} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \{H_F^{(1)}(\omega)\} e^{-i\omega\tau} d\omega \quad \dots\dots\dots (13)$$

$$\{h_F^{(2)}(\tau_1, \tau_2)\} = \left(\frac{1}{2\pi}\right)^2 \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} [\{H_F^{(2)}(\omega_1, \omega_2)\} e^{-i(\omega_1\tau_1 + \omega_2\tau_2)}] d\omega_1 d\omega_2 \quad \dots\dots\dots (14)$$

$$\{h_M^{(1)}(\tau)\} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \{H_M^{(1)}(\omega)\} e^{-i\omega\tau} d\omega \quad \dots\dots\dots (15)$$

$$\{h_M^{(2)}(\tau_1, \tau_2)\} = \left(\frac{1}{2\pi}\right)^2 \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} [\{H_M^{(2)}(\omega_1, \omega_2)\} e^{-i(\omega_1\tau_1 + \omega_2\tau_2)}] d\omega_1 d\omega_2 \quad \dots\dots\dots (16)$$

여기서,  $\{H_F^{(1)}(\omega)\}, \{H_M^{(1)}(\omega)\}$ 는 각각 1차 파  
장제력과 모우먼트의 전달함수이고,  
 $\{H_F^{(2)}(\omega_1, \omega_2)\}, \{H_M^{(2)}(\omega_1, \omega_2)\}$ 는 각각 2차  
파장제력과 모우먼트의 전달함수이다.

이상과 같이 파장제력과 모우먼트의 전달함수가  
구해지면, 식(13) ~ 식(16)의 Fourier 역변환에 의해  
파장제력과 모우먼트의 임펄스 응답함수를 계  
산할 수 있고, 식(11), 식(12)에 의해 임펄스 응답  
함수와 수면변위의 시간이력의 곱을 적분함으로  
써 파장제력과 모우먼트의 시간이력을 구할 수  
있다.

### 4. 시간영역 운동방정식

이상과 같이 시간영역에서의 동유체력 계수 및  
파장제력과 모우먼트가 구해지면, 운동방정식을  
다음과 같이 표현한다.

$$\sum_{k=1}^6 [\{M_{kl} + \mu_{kl}(\infty)\} \ddot{U}_l(t) + \int_{-\infty}^t K_{kl}(t-\tau) \dot{U}_l(\tau) d\tau + C_{kl} U_l(t)] = f_k(t) \quad (k = 1 \sim 6) \quad \dots\dots\dots (17)$$

여기서,  $U_l$  : 정수면상의 원점에서 평가된 각  
방향 변위

$M_{kl}$  : 부체의 관성질량

$\mu_{kl}(\infty)$  : 무한 주파수에서의 부가질량

$K_{kl}(t)$  : 메모리 영향함수

$C_{kl}$  : 중력, 정수압 및 계류력에 의한  
복원력 계수

$f_k(t)$  : 파강제력

식(17)과 같이 미분-적분 방정식으로 표현되는  
운동방정식을 수치적으로 푸는 방법은 여러가지  
가 있지만, 본 논문에서는 Newmark- $\beta$  법을 사  
용하여 각 시간단계에서의 값을 계산한다.

### 수치계산 및 결과 고찰

Table 1은 본 논문에서의 시간영역에서 TLP의  
비선형 운동응답 해석을 수치계산에 사용된 TLP  
모델의 주요목을 나타낸 것이다. 주파수 영역에서  
유체력을 계산하기 위해 Fig. 1과 같이 TLP의 침  
수표면을 544개의 패널로 분할하였으며, 계산결과  
는 수심 500 cm, 입사파의 입사각은 90°의 횡  
파에 대한 것이다.

Table 1. Particulars of the TLP model

	Numerical Model
Length	72 cm
Width	72 cm
Height	59 cm
Draft	30 cm
Center of gravity above base	36.28 cm
Radius of gyration	36.23 cm
Weight	27.7 kgf
Pretension	11.7 kgf
Displacement	39.4 kgf

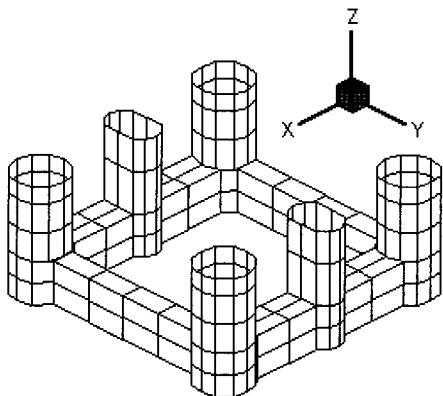


Fig. 1. Submerged surface of the TLP represented by 544 panels.

Fig. 2~Fig. 4는 시간영역 응답 해석법의 정도를 검증하기 위하여 주파수  $\omega = 3.5, 5.0, 7.5, 9.0$  rad/sec인 규칙파에 대해 계산된 시간영역에서의 1차 Sway, Heave, Roll 운동응답 결과(●)와 주파수 영역에서 TLP를 강체로 가정한 경우의 1차 운동응답(○) 및 탄성체로 취급한 경우의 운동응답(△)을 Fukuoka의 실험치<sup>8)</sup> (▲)와 비교한 것이며, Sway, Roll 운동응답은 시간영역에서의 결과와 미소한 차이를 보이고 있지만, Heave 운동응답은 시간영역에서의 결과와 잘 일치함을 알 수 있다.

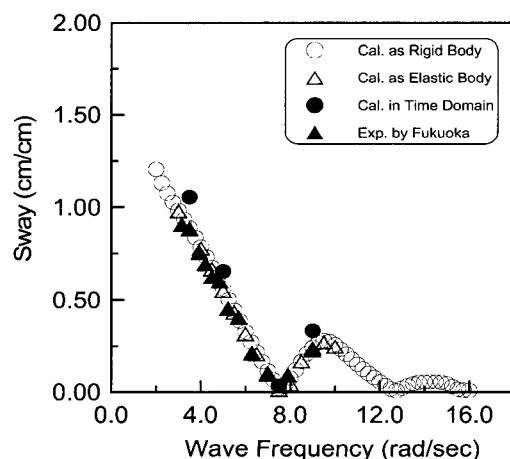


Fig. 2. Comparison of the Sway Motions.

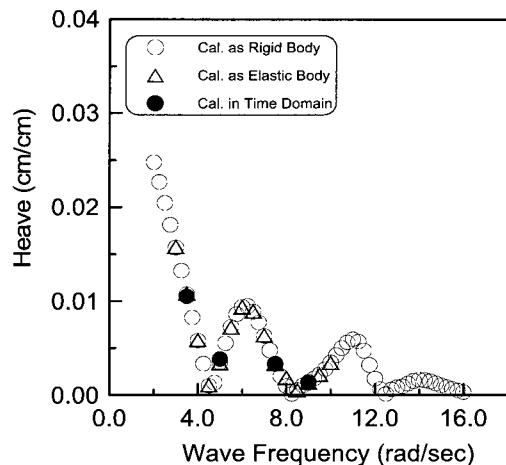


Fig. 3. Comparison of Heave Motions.

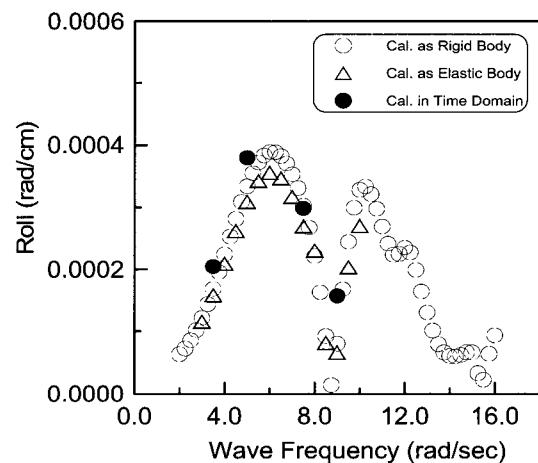


Fig. 4. Comparison of the Roll Motions.

Fig. 5~Fig. 10은 비선형 시간영역 해석의 타당성을 검증하기 위하여 주파수 영역에서 구해진 Sway, Heave, Roll 운동 모드의 비선형 2배 주파수 과강제력과 모우먼트 및 정상표류력과 정상표류 모우먼트의 계산결과에 시간영역에서 구해진 결과를 비교한 것이며, 서로 잘 일치함을 알 수 있다.

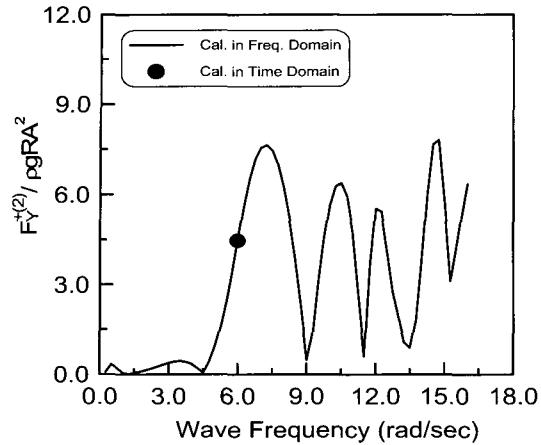


Fig. 5. Double Frequency Forces for Sway Mode.

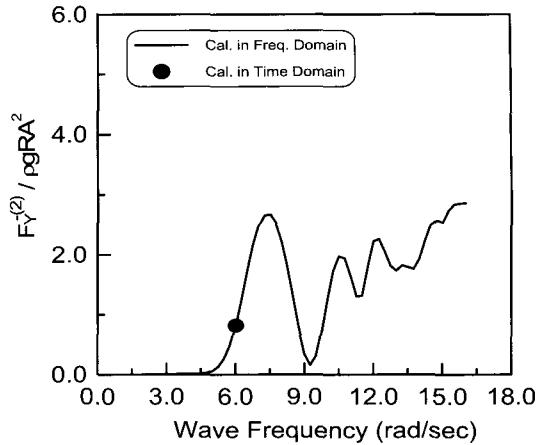


Fig. 8. Steady Drift Forces for Sway Mode.

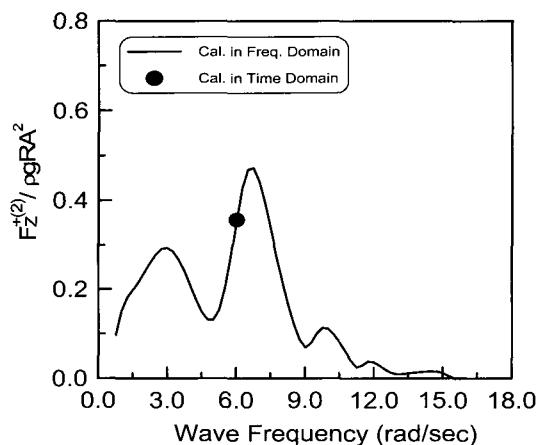


Fig. 6. Double Frequency Forces for Heave Mode.

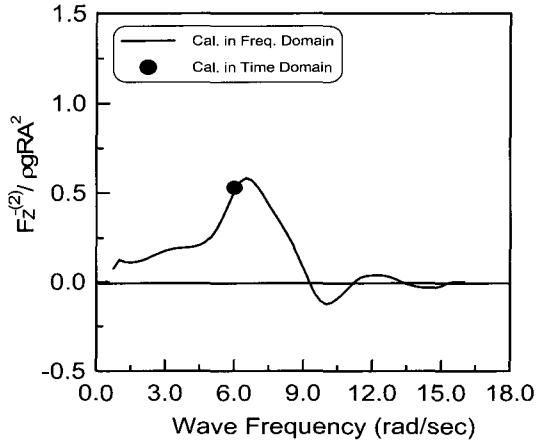


Fig. 9. Steady Drift Forces for Heave Mode.

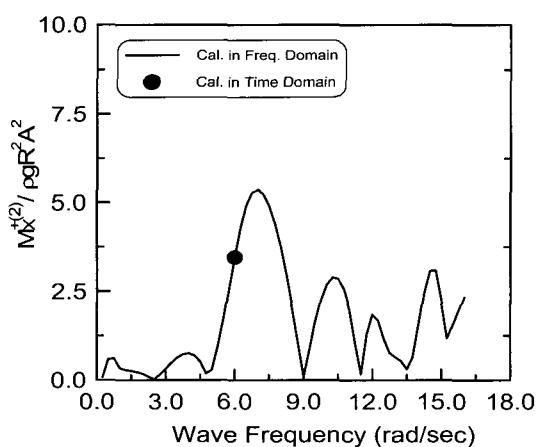


Fig. 7. Double Frequency Moments for Roll Mode.

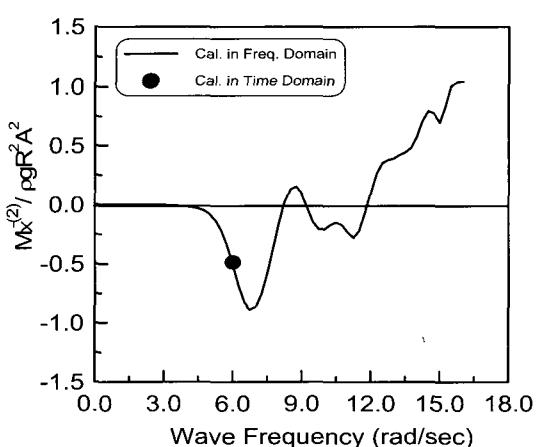


Fig. 10. Steady Drift Moments for Roll Mode.

### 시간영역에서 인장계류식 해양구조물의 비선형 운동응답 해석

Fig. 11은  $\omega = 12.216 \text{ rad/sec}$ 인 규칙파에 대한 TLP의 2배 주파수 파강제력에 대한 운동응답의 시간이력을 나타내고 있다. 2배 주파수  $2\omega = 24.432$ 는 본 논문의 계산모델인 TLP의 Heave운동의 고유주파수 부근이고, 2배 주파수 파강제력의 영향으로 1차 Heave 운동 진폭에 비하여 약 13% 정도 증가하였다.

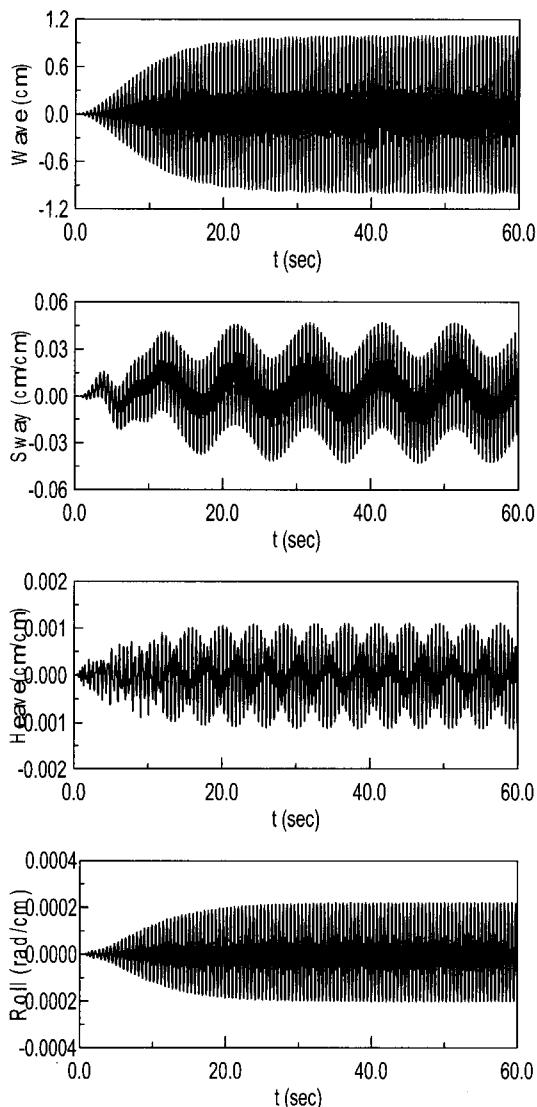


Fig. 11. Time Histories of Motions for Double Frequency Wave Exciting Forces in Regular Waves.

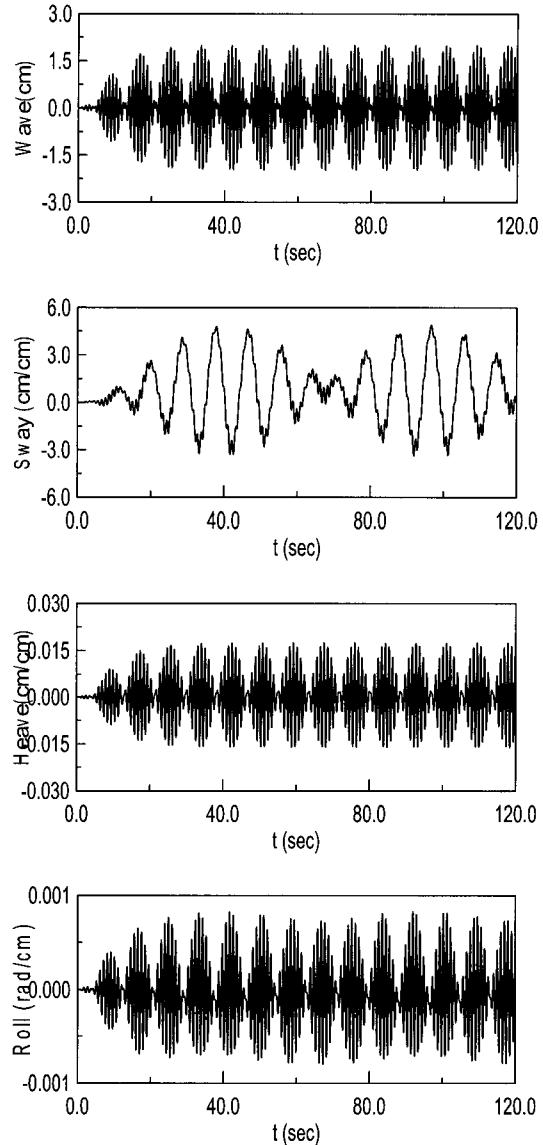


Fig. 12. Time Histories of Motions for Difference-Wave Exciting Forces in Bichromatic Waves.

Fig. 12는  $\omega_1 = 6.0 \text{ rad/sec}$ ,  $\omega_2 = 6.75 \text{ rad/sec}$ 인 2성분 입사파에 대한 TLP의 차주파수 파강제력에 대한 운동응답의 시계열을 나타내고 있으며, Heave와 Roll운동은 입사파의 영향이 지배적이지만, 차주파수  $|\omega_1 - \omega_2| = 0.75 \text{ rad/sec}$ 는 본 논문의 계산모델인 TLP의 수평운동의 고유주파수 부근이므로 Sway운동에서 정상 표류운동 및 장

주기 변동 표류운동이 발생하는 것을 알 수 있다.

## 결 론

본 논문에서 취급한 계산모델 및 계산조건에서 얻어진 주요한 결론은 다음과 같다.

1. 인장계류식 해양구조물(TLP)에 작용하는 비선형 합·차주파수 성분의 파강제력을 산정하고, 시간영역에서 TLP의 비선형 운동응답 해석을 수행하였으며, 주파수 영역에서의 계산결과와 비교·검토함으로써 본 계산기법의 타당성을 확인하였다.
2. 본 논문의 TLP 모델에 대한 Heave 운동의 고유주파수 부근에서는 비선형 합주파수 파강제력의 영향으로 선형만을 고려한 운동 진폭보다 약 13% 정도 증가하였고, Sway 운동의 고유주파수 부근에 대한 비선형 차주파수 파강제력에 의해 정상 표류운동 및 변동 표류운동이 나타남을 확인하였다.
3. 본 연구에서 개발된 인장계류식 해양구조물의 비선형 운동응답 해석법은 반접수식 해양구조물 등과 같은 다른 해양구조물에도 적용이 가능할 것으로 사료된다.

## 참고 문헌

- 1) Natvig, B. J. (1994) : "A Proposed Ringing Analysis Model for Higher Order Tether Response", Proceedings of the fourth International Offshore and Polar Engineering Conference, 40~51.
- 2) Natvig, B. J. and Vogel, H. (1995) : "TLP Design Philosophy-Past, Present, Future", Proceedings of the fifth International Offshore and Polar Engineering Conference, 64~69.
- 3) Kim, C. H., Zhao, C. and Zou, J. (1995) : "Springing and Ringing Due to Nonlinear Waves on a Coupled TLP", Proceedings of the fifth International Offshore and Polar Engineering Conference, 64~69.
- 4) Huse, E. and Utne, T. (1994) : "Springing Damping of Tension Leg Platforms", Offshore Technology Conference 7446, 259~267.
- 5) 加藤俊司, Teng, B., 斎藤昌勝 (1995) : "緊張係留構造物(TLP)の不規則波中非線形應答 -2次を含めた高次の波力特性-", 日本造船學會論文集, 第178號, 245~258.
- 6) 加藤俊司, Teng, B., 安藤裕友 (1996) : "緊張係留構造物(TLP)のリンギング應答 -3次波力の解析-", 日本造船學會論文集, 第180號, 175~192.
- 7) Kim, M. H. and Yue, D. K. P. (1998) : "The Nonlinear Sum-Frequency Wave Excitation and Response of a Tension Leg Platform", BOSS.
- 8) 福岡哲二(1988) : "JOIA-TLPの彈性應答計算", 三井造船昭島研究所.