

▣ 연구논문

기대손실함수를 이용한 다특성치 강건설계 -The Robust Design of Multiple Characteristics using Expected Loss Function

조용욱 *

Cho Yong-Wook

박명규 **

Park Myung-Kyu

Abstract

When designing the parameter on the multiple quality characteristics, there has been a study for optimization of problems, but there has been few former study on the possible conflicting phenomena in consideration of the correlations among the characteristics.

To solve the issue on the optimal design for multiple quality characteristics, this study propose the expected loss function with cross-product terms among the characteristics and derived range of the coefficients of the terms. The model will be used to determine the global optimal design parameters where there exists the conflict among the characteristics, which shows difference in optimal design parameters for the individual characteristics. Also, when an adjustment factor exists for each NB performance characteristics, this research propose a method by minimizing the expected loss after adjustment.

1. 서론

제품의 품질향상과 원가절감을 효율적으로 관리하기 위해서는 다구찌는 품질을 손실의 개념으로 파악하고 이를 정량화 하는데 있어 직교배열의 실험계획을 이용하여 데이터를 얻고 이 데이터로부터 유도된 SN비를 사용하여 분석함으로써 잡음 그 자체를 통제하거나 제거하기보다는 제품의 품질특성치가 잡음에 둔감하면서 설계인자들이 최적조건을 찾는 강건설계(Robust Design, Parameter Design)를 제안하였다. 다구찌는 제품의 성능을 나타내는 변수를 품질특성치라 부르는데, 하나의 제품은 적어도 하나 이상의 성능특성치를 갖는다. 예를들면 자동차의 경우에는 연비, 차체강도, 소음, 브레이크 성능, 배기가스중 일산화탄소 함량 등 하나의 제품이지만 여러 개 품질특성치를 갖고 있다. 이와 같이 다특성치인 경우 다구찌는 각각의 품질특성치에 대하여 단변량 성능척도를 계산하여 분산분석의 방법에 따라 분석하여 제어인자들의 최적수준을 찾는 방법을 사용하였다. 이러한 경우 개개의 품질특성치에 대하여 찾아진 제어인들의 최적수준 조합이 동일한 경우에는 문제가 없으나 상이한 경우에는 다구찌는 제어인들의 각 수준에서 경제적 비용이나 기술적 난이도, 그리고 품질특성치들 간의 상대적 중요도를

* 명지대학교 산업기술연구소

** 명지대학교 산업공학과

고려하여 최적수준 조합을 결정하는 방법을 제안하고 있다.[4,7] 그러나 이러한 다구찌의 방법에서는 객관성이 결여되며 특히 파라미터 설계법의 기본 목적인 기대손실 함수의 최소화라는 최적화 과정이 명확하지 않게 된다. 다특성치의 경우, 기대손실 함수를 이용한 논문을 중심으로 살펴보면 동승훈[2]은 기대손실을 최소화하는 방법을 제시하였으나 특성치간의 상관관계를 무시하고 특성치들은 서로 독립이라는 가정이 포함되어 있어 현장과의 차이가 발생하게 되었다. 또한 망목특성치인 경우에도 품질특성치의 평균을 설계 목표치로 조정하기 전의 기대손실을 이용하여 최소화하는 방법을 제시하였다. 평균조정이 모든 유형의 품질특성, 그리고 모든 설계상황에서 언제나 가능한 것은 아니지만, 조정인자가 존재할 경우 조정 전 품질손실에 의해 판단할 경우, 평균의 목표치로부터의 편차에 의해 크게 영향을 받을 가능성이 있다. 따라서 잡음에 대한 변동을 최소화할 수 있는 인자의 수준을 잘못 선택할 수 있다. 그러므로 조정인자가 존재할 경우에는 조정 후의 품질손실을 이용하여 최소화 해야한다. 김육일, 강창욱[1]의 방법은 품질특성치의 수가 2개의 경우에 집중되어 있고, 품질특성치의 수가 3개 이상인 경우는 구체적인 언급이 없다. 또한 특성치간의 상관관계를 고려한 기대손실함수를 최소화하는 방법을 제시하였으나, 특성치간의 상관관계에 의해 야기되는 기대손실을 계산하는데 있어서, 특성치간의 품질손실 계수를 임의로 가정하여 계산함으로써 최적수준을 잘못 선택할 수 있다. 조용욱 박명규[4]는 상관관계를 고려한 기대손실함수를 최소화하는 방법을 제시하였으나 동승훈과 마찬가지로 망목특성치인 경우에 조정인자가 존재할 경우에도 조정 전 기대손실을 이용하여 최소화함으로써 인자의 최적수준을 잘못 선택할 수 있다. 이에 본 연구에서는 다특성치 파라미터 설계 절차와 각 특성치의 상관관계를 고려한 기대 손실을 최소화하는 방법을 제시하고, 망목특성치에 조정인자가 있는 경우 조정 후 기대손실을 최소화하는 방법을 제시하고자 한다. 또한 기존 사례를 통해 비교, 분석하고자 한다.

2. 기대손실 함수를 이용한 다특성치 강건설계 방법

다특성치의 강건설계를 할 경우에 단일 특성치와 마찬가지로 각 특성치 별로 변수설계를 행하는데, 이때 각 특성치별로 얻어진 설계변수의 최적수준이 모두 일치한다면 상충현상이 없는 경우이므로 절충방법을 생각할 필요는 없다. 그러나 많은 경우 특성치별로 얻은 설계변수들의 최적수준이 일치하지 않는 상충현상이 발생하게 된다. 이러한 상충현상은 단지 단일 특성치에 적용되는 방법으로는 해결할 수 없는 문제점을 가지고 있다. 그러므로 어떻게 효율적으로 이러한 상충현상을 절충하여 주느냐가 중요한 문제가 된다. 이에 본 연구에서는 상충현상이 발생했을 때 기대손실함수를 이용하여 절충하는 방법을 제시하고자 한다.

2.1 다특성치 기대손실함수

다특성치일 경우는 품질 특성치의 수가 2개 이상이므로 품질 특성치와 목표치는 벡터(vector)량이 된다. 특성치의 수가 m 개, 특성치를 y , 목표치를 t 라 할때 $y=t$ 일 때 테일러 급수로 전개하여 2차항까지 근사화하면 다특성치 손실함수 $L(y, t)$ 는 다음과 같다.[4,7]

$$L(y, t) = \frac{1}{2}(y-t)^T H_L(t)(y-t) \quad (1)$$

$$= \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m k_{ij}(y_i - t_i)(y_j - t_j) \quad (2)$$

이때, $H_L(t)$ 은 손실함수 $L(y, t)$ 를 위한 Hessian 행렬이고,

$$k_{ii} = k_i = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 L}{\partial y_i^2} \right) \Bigg|_{y_i=t_i, i=1, \dots, m}$$

이고, $k_{ij} = \left(\frac{\partial^2 L}{\partial y_i \partial y_j} \right) \Bigg|_{y_i=t_i, y_j=t_j, i \neq j = 1, \dots, m}$ 이다.

여기서 k_i 는 특성치의 손실을 동일한 화폐 단위로 환산해 주는 역할을 하는 상수로서, 만일 사용자가 특성치들 간의 중요도를 함께 고려하여 이들 상수의 값을 정했다 하고 k_{ii} , k_{ij} , k_j 라 정의 하면 상수 k_{ii} , k_{ij} , k_j 는 특성치들 간의 단위를 동일한 화폐 단위로 일원화하는 역할과 특성치들에 가중치를 부여하는 역할을 겸하게 된다. 이때, k_i 는 품질 특성치 i 의 손실을 화폐단위로 환산해 주는 상수로서, 소비자의 허용차 구간($t - \Delta$, $t + \Delta$)와 y 가 이 구간을 벗어날 때 소비자가 제품을 수리하거나 폐기처분 하는데 W 원의 비용이 든다고 하면 $k_i = W/\Delta^2$ 로 측정이 가능하다. 하지만 k_{ij} 는 품질 특성치 i, j 에 관련된 손실을 화폐단위로 환산해 주는 상수로서, 기존 연구에서는 k_{ij} 를 임의로 가정하여 분석한 연구가 많이 있으나 이것은 논리의 비약으로, 실제로 측정하기에는 어려우며, 측정가능한 k_{ij} 는 $k_{11}, k_{22}, \dots, k_{mm}$ 등과 같이 개별 특성치에 관련된 k 값뿐이다. 따라서 본 연구에서는 다음에서 제시하는 다특성치 품질특성함수의 성질을 이용하여 k_{ij} 값의 범위를 구할 수 있다.

다특성 품질 손실함수에 대한 성질을 살펴보면 다음과 같다. 첫째, $L(y, t)$ 은 목표값 t 에서 최소가 된다. 둘째, $L(y, t)$ 은 t 주변에서 볼록함수이다. 셋째, 모든 y 에 대해 $L(y, t) \geq 0$ 이다. 둘째와 셋째 성질을 유지하기 위해서는 $L(y, t)$ 에 대한 Hessian 행렬인 $H_L(t)$ 은 양반정치(positive semidefinite)이어야 한다. 만일 두 개의 품질 특성치를 고려하면 손실함수 $L(y_1, y_2)$ 는 다음과 같다.

$$L(y_1, y_2) = k_1(y_1 - t_1)^2 + k_2(y_2 - t_2)^2 + k_{12}(y_1 - t_1)(y_2 - t_2) \tag{3}$$

이때 $H_L(t)$ 는 식 (4)와 같다.

$$H_L(t) = \begin{bmatrix} 2k_1 & k_{12} \\ k_{12} & 2k_2 \end{bmatrix} \tag{4}$$

만일 $k_1 \geq 0$ 와 $k_2 \geq 0$ 이면 $H_L(t)$ 의 두 개의 대각원소(diagonal element)는 0보다 크거나 같다. 또한 만일 $-2\sqrt{k_1 k_2} \leq k_{12} \leq 2\sqrt{k_1 k_2}$ 이면 $H_L(t)$ 의 행렬식(determinant)는 0보다 크거나 같다. 위의 둘째, 셋째 성질에 대한 필수조건은 $k_1 \geq 0, k_2 \geq 0$ 와 $-2\sqrt{k_1 k_2} \leq k_{12} \leq 2\sqrt{k_1 k_2}$ (또는 $4k_1 k_2 \geq k_{12}^2$)이다.[4,7] 그러므로 각각의 개별특성치에 관련된 k_1 과 k_2 값이 정해지면 특성치간에 관련된 k_{12} 값은 위의 범위를 만족시켜야 한다.

만일 두 개의 품질 특성치를 다시 고려하면 손실함수 $L(y_1, y_2)$ 는 다음과 같다.

$$L(y_1, y_2) = k_1(y_1 - t_1)^2 + k_2(y_2 - t_2)^2 + k_{12}(y_1 - t_1)(y_2 - t_2) \tag{5}$$

동승훈은 품질 특성치간의 상관관계가 없다고 가정하였기 때문에 식(5)의 3항을 제거하고 계산하였다.[2] 본 연구에서, 상관관계를 고려하여, 망소특성치 y_1 과 망목특성치 y_2 의 경우를 고려하면 손실함수는 다음과 같다. 이때 망목특성치는 조정인자가 없다고 가정한다.

$$L(y_1, y_2) = k_1 y_1^2 + k_2(y_2 - t_2)^2 + k_{12} y_1(y_2 - t_2) \tag{6}$$

식(6)의 기대손실함수는 다음과 같다.

$$E(L(y_1, y_2)) = k_1 E(y_1^2) + k_2 E(y_2 - t_2)^2 + k_{12} E(y_1(y_2 - t_2)) \tag{7}$$

각 모수에 대한 추정치

$$\hat{E}(y_1^2) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_{1i}^2, \quad s_2^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (y_{2i} - \bar{y}_2)^2, \quad \bar{y}_2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_{2i}$$

$$\hat{E}[y_1(y_2 - t_2)] = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_{1i}(y_{2i} - t_2) \text{를 대입하여 기대손실을 계산할 수 있다.}$$

$$E(L(y_1, y_2)) = k_1 \left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_{1i}^2 \right] + k_2 \left[s_2^2 + (\bar{y}_2 - t_2)^2 \right] + k_{12} \left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_{1i} (y_{2i} - t_2) \right] \quad (8)$$

최종적으로 다구찌가 제안한 망소특성치와 망목특성치의 SN비를 이용하여 기대손실함수를 나타내면 식(9)가 된다.

$$E(L(y_1, y_2)) = k_1 \left[10^{-\frac{SN_1}{10}} \right] + k_2 \left[10^{-\frac{SN_2}{10}} \cdot \bar{y}_2^2 + (\bar{y}_2 - t_2)^2 \right] + k_{12} \left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_{1i} (y_{2i} - t_2) \right] \quad (9)$$

단, 망소특성치 $SN_1 = -10 \log \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_{1i}^2$, 망목특성치 $SN_2 = 10 \log \frac{\bar{y}_2^2}{s_2^2}$

품질 특성치의 총수가 m 개이고 망소(y_i), 망대(y_j), 망목(y_p) 특성치의 수가 각각 u, v, w 일 때 기대손실함수 $E[L(y)]$ 는 다음과 같다. 단 망대특성치 y_j 는 $1/y_j$ 로 변환하여 망소특성치로 간주한다. 이때 망목특성치는 조정인자가 존재하지 않을 경우에 해당한다.

$$\begin{aligned} E(L(Y)) &= \sum_{i=1}^u k_i \left[10^{-\frac{SN_i}{10}} \right] + \sum_{j=1}^v k_j \left[10^{-\frac{SN_j}{10}} \right] \\ &+ \sum_{p=1}^w k_p \left[10^{-\frac{SN_p}{10}} \cdot \bar{y}_p^2 + (\bar{y}_p - t_p)^2 \right] \\ &+ \sum_{i,j=1}^u k_{ij} \left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_{ij} \frac{1}{y_{ij}} \right] + \sum_{i,p=1}^{u,w} k_{ip} \left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_{ip} (y_{pi} - t_p) \right] \\ &+ \sum_{j,p=1}^{v,w} k_{jp} \left[\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n y_{jp} (y_{pj} - t_p) \right] \end{aligned} \quad (10)$$

단, 아래첨자 i, j, p 는 각각 망소, 망대, 망목특성치를 의미한다.

$i = 1, 2, \dots, u \quad j = 1, 2, \dots, v \quad p = 1, 2, \dots, w$

$u + v + w = m \quad \text{망대특성치 } SN_j = -10 \log \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \frac{1}{y_j}$

하지만 다구찌는 품질 특성치가 망목 특성인 경우에는 y 의 분산을 줄여주는 1단계와 품질 특성치 y 의 평균을 목표치 m 에 맞추도록 하는 2단계 최적화를 통해 기대손실 $E(L(y))$ 를 최소화하도록 하고 있다. 이와 같이, 조정인자가 존재할 경우, 조정 전의 품질손실은 잡음에 대한 변동(σ^2)에 의해서 뿐만 아니라 평균값과 목표치와의 차($\bar{y} - t$)에 의해서도 영향을 받는다.

조정 전의 품질손실은 잡음에 대한 변동(σ^2)에 의해서 뿐만 아니라 평균값과 목표치와의 차($\bar{y} - t$)에 의해서도 영향을 받는다. 그러므로 조정 전 품질손실에 의해 판단할 경우, 평균의 목표치로부터의 편차에 의해 크게 영향을 받을 가능성이 있다. 따라서 잡음에 대한 변동을 최소화할 수 있는 인자의 수준을 잘못 선택할 수 있다. 그러므로 조정인자가 존재할 경우에는 조정 후의 품질손실을 이용하여 최소화 해야한다.

만일 두 개의 망목 특성치를 고려하면 손실함수 $L(y_1, y_2)$ 는 다음과 같다.

$$L(y_1, y_2) = k_1 (y_1 - t_1)^2 + k_2 (y_2 - t_2)^2 + k_{12} (y_1 - t_1)(y_2 - t_2) \quad (11)$$

식(11)의 기대손실함수는 다음과 같다.

$$E(L(y_1, y_2)) = k_1 \{ (\bar{y}_1 - t_1)^2 + s_1^2 \} + k_2 \{ (\bar{y}_2 - t_2)^2 + s_2^2 \} + k_{12} E((y_1 - t_1)(y_2 - t_2)) \quad (12)$$

각 특성치마다 조정인자가 존재하는 경우에, 조정 후의 기대손실은 다음과 같이 바꿔 쓸 수 있다.

$$E(L_a(y_1, y_2)) = k_1 t_1^2 \frac{s_1^2}{y_1^2} + k_2 t_2^2 \frac{s_2^2}{y_2^2} + k_{12} \frac{t_1}{y_1} \frac{t_2}{y_2} E((y_1 - \bar{y}_1)(y_2 - \bar{y}_2)) \quad (13)$$

또한 식(13)은 다음과 같이 바꿔 쓸 수 있다.

$$E(L_a(y_1, y_2)) = k_1 t_1^2 \frac{S_1^2}{y_1^2} + k_2 t_2^2 \frac{S_2^2}{y_2^2} + k_{12} \frac{t_1}{y_1} \frac{t_2}{y_2} \left[\frac{1}{n} \sum_{l=1}^n (y_{1l} - \bar{y}_1)(y_{2l} - \bar{y}_2) \right] \quad (14)$$

다구찌가 제안한 망목특성치의 SN비를 이용하여 기대손실함수를 나타내면 식(15)가 된다.

$$E(L(y_1, y_2)) = k_1 t_1^2 \left[10^{-\frac{SN_1}{10}} \right] + k_2 t_2^2 \left[10^{-\frac{SN_2}{10}} \right] + k_{12} \frac{t_1}{y_1} \frac{t_2}{y_2} \left[\frac{1}{n} \sum_{l=1}^n (y_{1l} - \bar{y}_1)(y_{2l} - \bar{y}_2) \right] \quad (15)$$

품질 특성치의 총 수가 m 개이고 망소 (y_i), 망대 (y_j), 망목 (y_p) 특성치의 수가 각각 u, v, w 일 때, 또한 모든 망목 특성치의 조정인자가 존재할 경우에 기대손실함수는 다음과 같다. 단 망대 특성치 y_j 는 $1/y_j$ 로 변환하여 망소 특성치로 간주한다.

$$\begin{aligned} E(L(Y)) &= \sum_{i=1}^u k_i \left[10^{-\frac{SN_i}{10}} \right] + \sum_{j=1}^v k_j \left[10^{-\frac{SN_j}{10}} \right] + \sum_{p=1}^w k_p t_p^2 \left[10^{-\frac{SN_p}{10}} \right] \\ &+ \sum_{i,j=1}^u k_{ij} \left[\frac{1}{n} \sum_{l=1}^n y_{il} \frac{1}{y_{jl}} \right] + \sum_{i,p=1}^u k_{ip} \frac{t_p}{y_p} \left[\frac{1}{n} \sum_{l=1}^n y_{il} (y_{pl} - \bar{y}_p) \right] \\ &+ \sum_{j,p=1}^v k_{jp} \frac{t_p}{y_p} \left[\frac{1}{n} \sum_{l=1}^n \frac{1}{y_{jl}} (y_{pl} - \bar{y}_p) \right] \end{aligned} \quad (16)$$

3. 기대손실함수를 이용한 다특성치 강건설계 순서

기대손실함수 다특성치 강건설계 순서는 다음의 순서를 따른다.

단계 1) 특성치별 강건설계

고려되는 특성치의 총 수가 m 개일 때 각 특성치를 다구찌의 단일 특성치의 강건설계 절차에 따라 각 특성치별 강건설계를 하여 특성치별 최적수준을 선택한다.

단계 2) 인자의 분류

단계 1)에서 얻은 결과를 비교하여 특성치 간에 최적수준이 다른 설계변수를 판별한다.

단계 3) 비상충인자 최적수준 결정

각 특성치의 SN비나 망목특성치의 평균에 유의한 인자 중 비상충인자의 최적수준을 결정한다.

단계 4) 조정 및 절충단계

망목특성치의 경우 조정인자가 모두 존재할 경우, 상충인자가 아닌 인자의 최적수준과 목표치에 근접한 조정인자 수준을 고정한 후, 상충인자의 수준에서 각 특성치간의 기대손실값을 식(16)에 의해 계산하여 절충된 최적수준을 선택한다. 만일 망목특성치의 경우 조정인자가 존재하지 않을 때에는 상충인자가 아닌 인자의 최적수준을 고정한 후, 상충인자의 수준에서 각 특성치간의 기대손실값을 식(10)에 의해 계산하여 절충된 최적수준을 선택한다. 이때 상충인자가 아닌 인자의 최적수준과 상충인자의 수준조합에서의 데이터가 직교배열표에 주어지지 않을 경우 추가실험을 통해 데이터를 얻는다. 또한 상충인자의 수준이 분산 분석 결과, 교호작용이 존재할 때는 상충인자가 아닌 유의한 인자의 수준을 고정한 후, 상충인자의 모든 수준조합에서의 기대손실값을 비교한다. 하지만 상충인자의 수준이 교호작용이 존재하지 않을 때는 각 상충인자의 수준만을 비교한다.

단계 5) 최적수준 결정단계

단계 1~단계 4까지 거치면서 최적수준을 결정한다.

4. 기존 사례에 적용 및 비교

제시된 다특성치의 강건설계방법의 타당성을 보이기 위하여 기존의 사례를 선정하여 각 특성치의 가중치를 동일하게 부여하여($k_1 = k_{12} = k_2 = 1$) 분석하고자 한다.

4.1 상자형 모터 회전자 절삭가공 실험의 사례

이 사례는 조용욱, 박명규[3,4]의 상자형 모터 회전자 절삭가공 실험 사례로 선반가공후 특성치로 표면거칠기와 저항을 측정하여 절삭깊이, 절삭속도 이송속도에 대한 실험결과를 분석하여 최적조건을 찾는 것이다. 고려되는 설계인자와 수준을 [표 1]에 나타내었다.

- ① 표면거칠기(망소 특성치) ② 저항(망소 특성치)
- 허용규격치는 10(μm) 허용규격치는 100(volt)

[표 1] 설계인자와 수준

인 자	수 준
A(절삭깊이)	3 수준(0.05mm, 0.1mm, 0.15mm)
B(이송속도)	3 수준(0.1(mm/rev), 0.15(mm/rev), 0.20(mm/rev))
C(절삭속도)	3 수준 {291(m/min), 347(m/min), 409(m/min)}

각 인자의 효과 및 교호작용의 효과도 알아보고자 직교배열 $L_{27}(3^9)$ 에 할당하여 실험한 결과는 [표 2]과 같다.

단계 1) 특성치별 강건 설계 단계

각 분석 대상별로 SN비 분산분석을 행하여 $\alpha=0.05$ 에서 유의한 인자를 찾아서 SN비가 최대가 되는 설계인자의 최적수준을 결정한 결과가 [표 3]와 같다. 또한 특성치(1)의 교호작용 A×C의 F_0 값이 2이상이므로 약간의 유의성이 있다고 생각되어 표에 나타내었다. 이때 유의하지 않은 인자는 생략하였다.

[표 2] 실험의 결과

요인배치 열# 실험#	인 자									표면거칠기(1) (μm)			저항(2) (volt)			SN비 (1)	SN비 (2)
	A	B	A×B	A×B	C	A×C	A×C	B×C	B×C	실험번호			실험번호				
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	1	2	3		
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	3.2	3.8	5.4	19.1	18.1	8.6	-12.49	-24.07
2	1	1	1	1	2	2	2	2	2	6.8	3.8	3.8	10.9	13.5	19.5	-13.22	-23.56
3	1	1	1	1	3	3	3	3	3	4.4	6.8	4.0	4.5	45.2	22.5	-16.18	-29.33
4	1	2	2	2	1	1	1	2	3	5.4	6.0	6.4	14.8	21.2	31.3	-15.76	-27.40
5	1	2	2	2	2	2	2	3	1	8.4	5.4	6.0	16.7	19.0	36.8	-16.50	-28.23
6	1	2	2	2	3	3	3	1	2	10	6.0	6.4	4.0	34.5	49.3	-17.35	-30.84
7	1	3	3	3	1	1	1	3	2	6.6	7.8	7.4	25.5	50.2	28.6	-17.36	-31.24
8	1	3	3	3	2	2	2	1	3	9.8	8.0	8.6	6.5	19.9	36.7	-18.94	-27.75
9	1	3	3	3	3	3	3	2	1	8.0	8.4	8.4	22.0	55.4	27.5	-18.47	-31.57
10	2	1	2	3	1	2	3	1	1	4.4	4.2	2.6	44.8	73.1	42.3	-11.76	-34.84
11	2	1	2	3	2	3	1	2	2	3.4	4.0	4.2	17.3	38.5	30.8	-11.92	-29.59
12	2	1	2	3	3	1	2	3	3	4.2	2.6	7.8	29.2	47.7	49.4	-13.86	-32.69
13	2	2	3	1	1	2	3	2	3	5.2	4.4	5.4	89.9	48.7	46.61	-14.31	-36.24
14	2	2	3	1	2	3	1	3	1	6.6	3.6	5.0	44.6	70.9	31.0	-14.59	-34.25
15	2	2	3	1	3	1	2	1	2	4.8	5.0	5.4	28.3	19.5	46.0	-14.21	-30.41
16	2	3	1	2	1	2	3	3	2	11.8	10.4	7.0	121.2	133.7	77.2	-18.08	-41.09
17	2	3	1	2	2	3	1	1	3	7.8	6.0	6.2	25.7	60.33	105.2	-16.75	-37.10
18	2	3	1	2	3	1	2	2	1	7.4	7.2	7.2	75.3	54.1	42.3	-17.36	-35.39
19	3	1	3	2	1	3	2	1	1	5.2	4.0	4.0	42.0	41.11	39.6	-12.05	-32.24
20	3	1	3	2	2	1	3	2	2	4.2	6.4	4.6	22.2	30.7	33.0	-12.46	-29.25
21	3	1	3	2	3	2	1	3	3	4.2	3.0	4.0	29.9	10.8	35.5	-12.28	-28.79
22	3	2	1	3	1	3	2	2	3	5.0	4.4	5.6	79.6	71.42	54.6	-13.69	-36.82
23	3	2	1	3	2	1	3	3	1	4.2	4.8	5.8	27.4	38.1	54.1	-13.84	-32.33
24	3	2	1	3	3	2	1	1	2	4.6	4.0	6.0	35.7	40.5	12.2	-14.15	-30.09
25	3	3	2	1	1	3	2	3	2	7.2	7.0	8.8	30.7	20.32	98.6	-17.22	-35.67
26	3	3	2	1	2	1	3	1	3	9.2	8.6	6.8	73.6	70.64	65.4	-17.88	-36.90
27	3	3	2	1	3	2	1	2	1	5.2	7.4	6.8	45.4	60.39	32.8	-16.38	-33.54

단계 2) 인자의 분류 단계

[표 3]에서 보면 인자 B는 비상충인자이고, 인자 A와 교호작용 A×C는 상충인자이다. 교호작용 A×C

이 존재하므로 주효과보다 우선적으로 고려한다.

[표 3] 특성치별 최적수준

인자	특성치(1) 표면거칠기		특성치(2) 저항	
	SN비	최적수준	SN비	최적수준
A ₁	16.13		28.22	○
A ₂	14.92		34.62	
A ₃	-14.77	○	-32.85	
B ₁	-13.06	○	-29.37	○
B ₂	-14.91		-34.62	
B ₃	-17.85		-32.85	
C ₁			33.29	
C ₂			-31.00	○
C ₃			31.41	
A ₁ C ₁	15.09		-27.57	
A ₁ C ₂	-16.49		26.51	○
A ₁ C ₃	-16.80		-30.58	
A ₂ C ₁	-15.20		-37.39	
A ₂ C ₂	-14.22		-33.65	
A ₂ C ₃	-15.35		-32.83	
A ₃ C ₁	-14.90		-34.91	
A ₃ C ₂	15.51		-32.83	
A ₃ C ₃	13.90	○	30.81	

단계 3) 비상충인자 최적수준 결정 단계
인자 B의 최적수준을 1수준으로 결정한다.

단계 4) 조정 및 절충단계

본 사례에서는 망목특성치가 없으므로 조정인자가 없다. 다음은 절충단계로서 이 사례는 망소특성치가 두 개인 경우로 기대손실은 다음과 같다.

$$E(L(y_1, y_2)) = k_1 \left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_{1i}^2 \right] + k_2 \left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_{2i}^2 \right] + k_{12} \left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_{1i} y_{2i} \right] \quad (17)$$

SN비를 이용하여 기대손실함수를 나타내면 식(18)이 된다.

$$E(L(y_1, y_2)) = k_1 \left[10^{-\frac{SN_1}{10}} \right] + k_2 \left[10^{-\frac{SN_2}{10}} \right] + k_{12} \left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_{1i} y_{2i} \right] \quad (18)$$

상충 인자인자와 유의한 인자조합에 대하여 두 특성치 SN비를 추정하면 [표 4]와 같다. 아래의 [표 4]에서 SN₁, SN₂열의 각 추정치들은 특성치(1), (2)에서 상충인자와 유의한 인자의 수준조합조건에서의 추정치로서 다음과 같이 구한다.

$$\begin{aligned} \hat{x}_{11} &= \overline{T} + (\overline{A_1} - \overline{T}) + (\overline{B_1} - \overline{T}) + (\overline{A_1 C_1} - \overline{A_1} - \overline{C_1} + \overline{T}) \\ &= \overline{A_1 C_1} + \overline{B_1} - \overline{C_1} \\ &= (-15.09) + (-13.06) - (-15.06) \\ &= -13.09 \end{aligned}$$

나머지 추정치들도 위와 같은 방법으로 구한다.

식 (18)을 이용하여, 상충인자가 아닌 인자B를 1 수준으로 고정한 후, 이 새인자가 가질 수 있는 모든 수준의 조합에서 기대 손실값을 비교하여 이들 인자의 절충된 최적수준을 정하면 [표 5]와 같다.

[표 4] 상충인자 조합에서의 각 특성치별 SN비 추정치

실험 번호	A	C	SN ₁	SN ₂
1	1	1	-13.09	-23.65
2	1	2	-14.14	-24.88
3	1	3	14.51	28.54
4	2	1	-13.20	33.47
5	2	2	-11.87	32.02
6	2	3	-13.06	30.79
7	3	1	-12.90	-30.99
8	3	2	-13.16	-31.20
9	3	3	-11.61	-28.77

[표 5] 상충인자의 절충 최적 수준

실험 번호	A	C	기대손실	절충된 최적수준
1	1	1	310.89	A : 1수준 C : 1수준
2	1	2	400.06	
3	1	3	881.80	
4	2	1	2448.91	
5	2	2	1721.65	
6	2	3	1430.39	
7	3	1	1455.94	
8	3	2	1486.13	
9	3	3	867.83	

[표 5]의 결과를 보면 1번째 상충인자의 수준조합인 A₁C₁의 기대손실이 가장 작으므로 상충인자의 최적수준조합은 A₁C₁가 된다.

(단계 5) 최적수준 결정단계

본 연구에서 제안한 방법을 통한 다특성치의 파라미터 설계를 위한 사례분석 결과 설계인자의 최적수준은 A₁B₁C₁이다. 동승훈[2]의 각 특성치 간의 상관관계를 고려치 않은 기대손실을 이용한 결과와 본 연구에서 제시한 각 특성간의 상관관계를 고려한 기대손실을 이용한 결과에 의한 설계인자의 최적수준은 모두 A₁B₁C₁임을 알 수 있다. 본 연구의 결과와 상관관계를 고려치 않은 기대손실을 이용한 결과를 비교하여 보면 [표 6]과 같다.

[표 6] 절충결과의 비교

번호	상관관계를 고려치 않은 기대손실	상관관계를 고려한 기대손실
1	252.11*	310.89*
2	333.55	400.06
3	742.75	881.80
4	2244.20	2448.91
5	1607.59	1721.65
6	1219.73	1430.39
7	1275.53	1455.94
8	1338.96	1486.13
9	767.84	867.83

* : optimum value

위의 결과에서 상관관계를 고려치 않은 경우와 상관관계를 고려한 경우에 최적수준은 변하지 않음을 알 수 있다. 하지만 상관관계를 고려치 않은 경우에 수준조합 번호 9에서의 기대손실이 번호 3에서의 기대손실 보다 크지만, 상관관계를 고려한 경우에는 반대의 경우가 발생한다. 즉 다특성치에서 상충인자의 수준을 결정할 때에는 상관관계의 유무에 따라서 최적설계 수준이 상이할 수도 있다.

4.2. 양면 SMT 전자조립작업에서 뿔납개선 사례

다음은 뿔납개선사례로 각각의 특성치들은 다음과 같이 3가지를 선정하여 실험하였다.[5]

- (1) 뿔납의 질량(망목 특성치) (2) 뿔납의 높이 (망목 특성치) (3) 접착력 (망대 특성치)
- 목표치 = 4.2 grams 목표치 = 10 mils 허용 규격치 = 8 inch-ounces
- 허용 규격치 = ±2.0 grams 허용 규격치 = ±4 mils

고려되는 인자는 A, B, C, D, E, F의 6개 인자를 선정하고 이때 인자 A와 B의 교호작용의 효과도 알고자 하였다. 수준을 모두 2 수준으로하여 $L_8(2^7)$ 직교배열에 할당하고 두 개의 잡음을 고려하여 두 번 반복실험을 행한 관측치의 결과는 [표 7]에 주어져 있다.

단계 1) 특성치별 강건설계 단계

각 특성치별 최적수준을 정리하여 [표 8]에 나타내었다. [표 8]에서 보면 특성치(1)의 최적수준은 $A_2B_1F_1$ 이고 특성치(2)의 최적수준은 $B_2D_2F_1$ 이고 특성치(3)은 최적수준이 A_2 이다. 단, [표 7]에서 괄호로 표기된 인자는 SN비에는 유의하지는 않지만 망목특성치의 평균에 유의한 인자를 의미한다. 또한 유의하지 않은 인자는 생략하였다.

단계 2) 인자의 분류 단계

[표 8]을 보면 인자 A와 D, F는 비상충인자이고 인자 B는 상충인자이다.

[표 7] 양면 SMT조립 실험

exp. No.	A ×							solder paste mass				solder paste height				glue torque			
	A	B	B	C	D	E	F	M1		M2		M1		M2		M1		M2	
								N1	N2	N1	N2	N1	N2	N1	N2	N1	N2	N1	N2
1	1	1	1	1	1	1	1	4.15	3.42	3.95	3.80	11.00	10.62	8.85	11.00	15.90	12.95	11.60	13.55
2	1	1	1	2	2	2	2	4.13	4.46	4.13	3.33	9.23	9.56	9.23	7.73	15.33	13.66	13.50	10.70
3	1	2	2	1	1	2	2	3.15	3.12	2.97	2.02	11.23	11.58	9.13	9.78	15.02	13.29	10.74	10.39
4	1	2	2	2	1	1	1	2.99	2.29	2.63	2.64	11.15	10.80	11.15	11.15	16.55	13.60	14.70	14.20
5	2	1	2	1	2	1	2	4.22	4.52	4.87	4.07	11.97	11.92	12.27	10.77	19.35	19.70	20.80	18.00
6	2	1	2	2	1	2	1	5.74	6.73	6.53	6.38	8.90	9.55	7.05	9.20	18.48	20.11	17.46	19.41
7	2	2	1	1	2	2	1	4.72	5.70	5.35	5.35	13.19	13.84	13.49	13.49	20.95	22.58	22.38	21.88
8	2	2	1	2	1	1	2	3.27	3.57	3.12	3.12	5.72	5.67	3.87	4.52	12.92	13.27	11.92	11.57

[표 8] 특성치별 최적수준

factor	solder paste mass			solder paste height			glue torque	
	SN ratio	opt. level	sensitivity (S_1)	SN ratio	opt. level	sensitivity (S_1)	SN ratio	opt. level
A_1	18.504		10.268	23.951		20.139	22.388	
A_2	21.512	○	13.569	22.918		19.147	24.971	○
B_1	21.415	○	13.164	20.910		19.863	23.979	
B_2	18.600		10.673	25.959	○	19.423	23.380	
C_1	20.115		11.989	24.538	(○)	21.164	24.138	
C_2	19.901		11.848	22.331		18.122	23.220	
D_1	19.539		11.884	17.899		18.315	22.826	
D_2	20.476		11.953	28.970	○	20.971	24.532	○
E_1	20.393		10.964	23.958		19.103	23.337	
E_2	19.623	(○)	12.873	22.911		20.183	24.022	
F_1	21.708	○	12.640	27.008	○	20.634	24.513	○
F_2	18.308		11.197	19.862		18.652	22.846	

단계 3) 비상충인자 최적수준 결정 단계

최적수준으로서 인자 A와 D는 각각 2수준, 인자 F는 1수준으로 결정한다.

단계 4) 조정 및 절충단계

또한 항목 특성치(1)의 조정인자는 E이고 항목 특성치(2)의 조정인자는 C로서 각 수준의 평균치를 추정하면 [표 9]와 같다.

[표 9] 조정인자에 의한 평균 추정치

특성치(1)		특성치(2)	
E_1	E_2	C_1	C_2
3.5988	4.6131	11.5113	8.4050

특성치(1)에서 E_2 일 때 평균 추정치가 목표치 4.2에 더 가까이 있으므로 조정인자의 수준을 E_2 로 설정하고 특성치(2)에서 C_1 일 때 평균추정치가 목표치 10에 더 가까이 있으므로 조정인자의 수준을 C_1 로 설정한다. 다음은 절충단계로, 이 사례에서 상충인자는 B인자로 각 특성치마다 조정인자가 존재하므로 조정 후의 기대손실은 다음과 같다.

$$E(L_a(y_1, y_2)) = k_1 m_1^2 \frac{S_1^2}{y_1^2} + k_2 m_2^2 \frac{S_2^2}{y_2^2} + k_{12} \frac{m_1}{y_1} \frac{m_2}{y_2} E((y_1 - \bar{y}_1)(y_2 - \bar{y}_2)) \tag{19}$$

또한 식(19)는 다음과 같이 바꿔 쓸 수 있다.

$$E(L_a(y_1, y_2)) = k_1 m_1^2 \frac{S_1^2}{y_1^2} + k_2 m_2^2 \frac{S_2^2}{y_2^2} + k_{12} \frac{m_1}{y_1} \frac{m_2}{y_1} \left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_{1i} - \bar{y}_1)(y_{2i} - \bar{y}_2) \right] \tag{20}$$

다구찌가 제안한 항목 특성치의 SN비를 이용하여 기대손실함수를 나타내면 식(21)이 된다.

$$E(L(y_1, y_2)) = k_1 m_1^2 \left[10^{-\frac{SN_1}{10}} \right] + k_2 m_2^2 \left[10^{-\frac{SN_2}{10}} \right] + k_{12} \frac{m_1}{y_1} \frac{m_2}{y_2} \left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_{1i} - \bar{y}_1)(y_{2i} - \bar{y}_2) \right] \tag{21}$$

비상충인자 A와 D는 각각 2수준, 인자 F는 1수준으로 설정하고 인자 C와 E는 각 특성치의 조정인자로 C는 1수준, E는 2수준으로 설정한 후, 상충인자 B의 각 수준별 SN비를 추정하면 [표 10]과 같다.

[표 10] 유의한 인자의 수준과 각 상충인자 수준에서 각 특성치별 SN비 추정치

B	SN_1	SN_2
1	24.8090	30.0800
2	21.9940	35.1290

인자수준이 $A_2B_2C_1D_2E_2F_1$ 일때의 데이터 값들은 직교 배열표에 주어져 있지만 $A_2B_1C_1D_2E_2F_1$ 일때의 데이터값들은 직교 배열표에 주어져 있지 않기 때문에 식(21)에서의 우변의 세 번째 항의 값을 구할 수 없으므로 인자수준 $A_2B_1C_1D_2E_2F_1$ 에서 추가 실험이 요구된다. 추가 실험된 데이터를 표[11]과 같이 가정하기로 한다.

[표 11] 추가 실험된 데이터

exp. No.							solder paste mass				solder paste height			
	A	B	C	D	E	F	M1		M2		M1		M2	
							N1	N2	N1	N2	N1	N2	N1	N2
1	2	1	1	2	2	1	4.51	4.50	4.82	4.75	11.49	11.94	11.55	11.95

특성치(1)에서 인자수준이 $A_2B_1C_1D_2E_2F_1$ 일 때 \bar{y}_1 의 추정치를 구해보면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \hat{y}_1 &= \overline{A_2} + \overline{B_1} + \overline{C_1} + \overline{D_2} + \overline{E_2} + \overline{F_1} - 5\bar{T} \\ &= 4.888 + 4.652 + 4.086 + 4.088 + 4.613 + 4.523 - 5(4.106) \\ &= 6.32 \end{aligned}$$

또한 특성치(2)에서 인자수준이 $A_2B_1C_1D_2E_2F_1$ 일 때 \bar{y}_2 의 추정치를 구해보면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \hat{y}_2 &= \overline{A_2} + \overline{B_1} + \overline{C_1} + \overline{D_2} + \overline{E_2} + \overline{F_1} - 5\bar{T} \\ &= 9.714 + 9.928 + 11.511 + 11.309 + 10.389 + 10.902 - 5(9.958) \\ &= 13.963 \end{aligned}$$

다음으로 특성치(1)에서 인자수준이 $A_2B_2C_1D_2E_2F_1$ 일 때 \bar{y}_1 의 추정치를 구해보면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \hat{y}_1 &= \overline{A_2} + \overline{B_2} + \overline{C_1} + \overline{D_2} + \overline{E_2} + \overline{F_1} - 5\bar{T} \\ &= 4.888 + 3.56 + 4.086 + 4.088 + 4.613 + 4.523 - 5(4.106) \\ &= 5.228 \end{aligned}$$

또한 특성치(2)에서 인자수준이 $A_2B_2C_1D_2E_2F_1$ 일 때 \bar{y}_2 의 추정치를 구해보면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \hat{y}_2 &= \overline{A_2} + \overline{B_2} + \overline{C_1} + \overline{D_2} + \overline{E_2} + \overline{F_1} - 5\bar{T} \\ &= 9.714 + 9.988 + 11.511 + 11.309 + 10.389 + 10.902 - 5(9.958) \\ &= 14.023 \end{aligned}$$

상충인자가 아닌 인자 A, C, D, E, F를 $A_2C_1D_2E_2F_1$ 로 고정한 후, B인자의 상충인자 수준에서 각 특성치 간의 상관관계를 고려한 기대 손실 값을 식(21)에 의해 계산하고 상관관계를 고려치 않은 기대 손실 값을 식(21)의 우변의 3항을 제거하고 계산한 후, 이들 인자의 절충된 최적수준을 정하면 [표 12]와 같다.

[표 12] 절충결과의 비교

번호	상관관계를 고려치 않은 기대손실	상관관계를 고려한 기대손실
1	0.1565	1.9337*
2	0.1422*	7.2828

[표 12]를 보면 기대 손실 값을 기준으로 상관관계를 고려한 최적수준은 $A_2B_1C_1D_2E_2F_1$ 이며 상관관계를 고려하지 않을 때의 최적수준은 $A_2B_2C_1D_2E_2F_1$ 이다. 이와 같이 다특성치에서 상충인자의 수준을 결정 할 때는 상관관계의 유무에 따라서 최적설계 수준이 상이 할 수도 있다. 따라서 다특성치 파라미터 설계의 경우 특성치 간의 상관관계가 존재 할 때는 반드시 손실함수에 상관관계를 나타내는 모형으로써 최적수준을 결정하는 파라미터 설계가 필요하다.

5. 결론

본 연구에서는 기존연구에서의 단점을 보완하여 다특성치 강건 설계 절차를 새롭게 제시하였고 각 특성치의 상관관계를 고려한 기대 손실을 최소화하는 방법과 망목 특성치에 조정인자가 있는 경우 조정 후 기대손실을 최소화하는 방법을 제시하였다. 또한 이 방법을 기존 사례를 통해 비교, 분석하였다.

본 연구에서 제시된 사례외에 다수의 실제사례에 적용하여 지속적인 연구가 요구되며 각 특성치간의 중요도가 다를 때 품질손실계수 k_{ij} 를 결정하는 방법에 대한 연구도 필요하다고 생각된다.

참고문헌

- [1] 김옥일, 강창욱(1994), “다 특성 파라미터 설계의 평가척도에 관한 연구,” 품질경영학회지, 제22권 제1호 pp. 122-132.
- [2] 동승훈(1990), “성능 특성이 다수인 경우의 파라미터 설계에 관한 연구”, 석사학위논문, 한국과학기술원.
- [3] 조용욱, 박명규, “다요소를 고려한 다특성치 파라미터 설계방법”, 산업경영시스템학회지, 제23권 제55집, pp. 1-11, 2000.
- [4] 조용욱, 박명규, “특성치간의 상관관계를 고려한 다특성치 파라미터 설계”, 안전경영과학회지, 제 2권 제 1호, pp. 161-170 2000.
- [5] G . S. Peace, Taguchi Methods : A Hands-on Approach, Addison-Wesley Publishing Company INC, 1993
- [6] Kapur,K.C. and Chen, G.(1988),“*Signal-to-Noise Development for Quality Engineering,*” Quality and Reliability Engineering International, Vol.4, pp.133- 141.
- [7] Kapur, K.C. and CHO, B.R.(1996), “*Economic Design of the Specification region for Multiple Quality Characteristics,*” IIE Transactions, Vol. 28, pp. 237- 248.