

연구논문

공정비능력지수를 이용한 통계적 공정관리와 조정

Statistical Process Control and Adjustment using Process Incapability Index

구본철\*  
Koo, Bon-Cheol

Abstract

The process capability indices have been widely used in manufacturing industries to provide numerical measures of process potential and performance. This study is concerned with process controls and adjustments by incapability index  $C_{pp}$  and its sub-indices. A monitoring for  $\hat{C}_{pp}$  would provide a convenient way to monitor changes on process capability after statistical control is established, since  $C_{pp}$  simultaneously measures process variability and centering. Further, we can separate charting of process location and variability by sub-indices of  $C_{pp}$ , ( $C_{ia}$ ,  $C_{ip}$ ), without returning to  $\bar{x}$ -R chart, even though an out-of-control signals on  $\hat{C}_{pp}$  control chart is found.

1. 서론

공정을 관리상태로 유지함과 동시에 관리된 공정으로부터 생산되는 제품들이 규격을 만족하도록 품질특성의 확률분포를 조정하는 관리활동으로 통계적 공정관리(SPC; statistical process control)가 널리 사용되고 있으며, 관리도와 공정능력연구는 SPC의 주요한 도구가 되고 있다.

일반적으로 널리 사용되고 있는 Shewhart의  $\bar{x}$ -R 관리도를 비롯한 CUSUM, EWMA, 시계열관리도 등에서는 타점되는 특성치들의 통계적 성질을 이용하여 관리한계를 설정하고 이를 이용하여 샘플군 사이에 존재하는 변동을 규명함으로써 공정평균과 공정산포를 관리한다.

공정능력연구는 일반적으로 공정능력지수를 이용하여 수행된다. 공정능력지수는 생산공정에서 나타난 공정변동과 규격요건간의 관계를 통계적 척도로 나타낸 것으로서, 공정의 잠재력과 성능에 관한 단위가 없는 척도이다[1]. 관리도의 관리한계가 고객요구를 충족시키기 위해 설정되는 규격한계와 아무런 관련성을 갖지 못하는 반면, 공정능력지수는 규격에 부응하는 공정의 평균 및 산포의 변화를 직접적으로 반영함으로써 고객만족을 위한 공정의 성능개선에 필요한 정보들을 수용하고 있을 뿐만 아니라 품질목표의 설정과 의사소통을 훨씬 단순화시킬 수 있다[5].

한편, Boyles[1]는  $C_{pm}$  지수를 제시하면서 통계적 관리가 수행된 이후에 공정능력의 변화를 모니터링하는 편리한 방법으로  $\hat{C}_{pm}$  관리도를 언급한 바 있다.  $\hat{C}_{pm}$ 가 공정변동과 공정중심의 위치를 동시에 반영하므로  $\hat{C}_{pm}$  관리도상의 관리이탈신호(out-of-control signals)는 평균과 산포를 각각 분리하여 도시하는  $\bar{x}$ -R 관리도에서의 관리이탈신호와 동일한 의미를 가진다고 할 수 있다. 다만, 이러한 관리이탈의 신호가 산포의 변화에 기인한 것인지 평균의 변화에 기인한 것인지 구분할 수 없을 따름이다.

따라서 본 연구에서는 이러한 정보의 분리가 가능하도록 Greenwich 등[4]이 제안한 공정비능력지수(process incapability index)  $C_{pp}(C_{ia}, C_{ip})$ 를 이용하여 공정능력의 변화를 모니터하고 공정 조정에 필요한 정보를 추출하는 방법을 제안하고자 한다.

\* 동명대학 산업시스템경영과  
본 연구는 1999년도 동명대학 교내 연구비 지원에 의해 수행되었음

$C_{pp}$  지수는 부정확도(inaccuracy)를 의미하는  $C_{ia}$ 와 부정밀도(imprecision)를 반영한 지수  $C_{ip}$ 로 분리되며, 우리는 이 두 부지수들의 변화를 감시함으로써 공정 평균과 산포의 변화를 모니터링 할 수 있다.  $C_{ia}$ 와  $C_{ip}$ 로 분리된 정보는 각각 공정 평균과 공정 산포가 공정의 비능력에 기여하는 정도를 나타내므로 어느 쪽이 더 많은 영향을 미치는가를 알아낼 수 있고, 따라서 공정을 개선하기 위해서는 공정평균을 조정할 것인가 아니면 공정의 변동 감소가 우선되어야 하는가를 알 수 있게 해준다.

이러한 점에 착안하여 본 연구에서는  $C_{pp}$  지수의 관리한계를 유도하고  $\hat{C}_{pp}$  관리도를 작성하는 절차를 제시하며, 그 부지수들을 이용하여 공정관리 및 조치에 필요한 정보를 추출하는 방법을 보여준다. 본 연구에서 제안된  $C_{pp}$  관리도는 공정의 안정상태가 확보된 이후에 작성되는 공정관리용 관리도로서의 역할을 훌륭하게 수행할 수 있을 것이며, 공정능력에 관한 정보를 요약할 수 있다는 이점 이외에 공정 조정에 대한 자료를 제시할 수 있을 것으로 보인다.

## 2. 공정비능력지수 $C_{pp}$

### 2.1 $C_{pp}$ 의 일반적 성질

Greenwich 등[5]에 의하여 제안된 공정비능력지수  $C_{pp}$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$\begin{aligned} C_{pp} &= \left( \frac{1}{C_{pm}^*} \right)^2 \\ &= \left( \frac{\tau}{D} \right)^2 \end{aligned} \quad (1)$$

단,  $\tau^2 = \sigma^2 + (\mu - T)^2$ ,  $D = \min\{(USL - T)/3, (T - LSL)/3\}$ . 이때,  $C_{ia} = [(\mu - T)/D]^2$ ,  $C_{ip} = (\sigma/D)^2$ 라 정의하면 다음 식이 성립한다.

$$\begin{aligned} C_{pp} &= \left( \frac{\mu - T}{D} \right)^2 + \left( \frac{\sigma}{D} \right)^2 \\ &= C_{ia} + C_{ip} \end{aligned} \quad (2)$$

$C_{pp}$ 는 Chan 등[2]등이 제안한  $C_{pm}^*$ 의 변형으로 얻어지며, 기존의 공정능력지수에서 사용되는 동일한 정보로부터 공정의 평균에 관련되는 지수와 공정의 산포에 관련되는 지수로 정보의 훼손 없이 분리됨으로써 보다 유용하게 이용될 수 있다.  $C_{ia}$ 는 공정목표치와 최인접 규격한계간 거리의 1/3에 대한 공정평균과 공정목표치간 거리의 비율 제곱으로 표현되며 목표치로부터 공정평균의 벗어난 정도를 측정하는 공정의 부정확도를 나타내는 지수(inaccuracy index)로 정의되고,  $C_{ip}$ 는 공정목표치와 최인접 규격한계간 거리의 1/3에 대한 공정 표준편차의 비율 제곱으로서 공정산포의 크기를 측정하는 부정밀도를 나타내는 지수(imprecision index)라고 정의된다. 이러한 정보의 분리는 공정변화의 원인을 파악하는데 있어서 관리자에게 보다 많은 정보를 제공해 줄 수 있다.

(1)식에 의하여  $C_{pp}$ 는 공정 규격에 부응하는 능력이 클수록 작은 값을 가지는 망소특성이며, 공정 평균이 목표치에 일치하고, 공정분산이 0일 때  $C_{pp}=0$ 이 되어 공정은 최상의 능력을 갖는다.  $C_{pp}=1$ 이라면, 목표치  $T$ 와 최인접 규격한계간의 거리의 1/3 내에 공정평균  $\mu$ 가 위치한다. 0이 아닌  $C_{pp}$ 의 모든 값은 그 공정의 비능력의 정도(degree of incapability)를 나타낸다[4].

(2)식의 오른쪽 첫 번째 항과 두 번째 항은 서로 배타적이며, 각각 공정의 부정확도(공정 목표치로부터 공정 평균의 이탈)와 공정의 부정밀도(공정변동)에 영향을 미친다. 만약 공정변동을 무시해도 좋다면(즉, 두 번째 항이 0에 가까우면),  $C_{pp}$ 는 공정의 중심화정도에 대한 완벽한 척도를 제공한다. 공정평균이 목표치로부터 멀어질수록  $C_{pp}$ 가 증가하게 되며, 공정분산이 증가할 경우에도  $C_{pp}$ 는 증가한다. 공정 평균과 분산이 모두 변하는 경우에는  $C_{pp}$ 는 (2)식과 같이 이러한 변화들을 더하

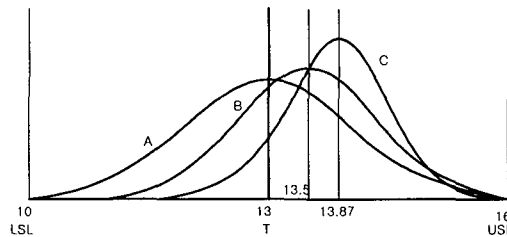
여 반영한다. 이것은 목표치로부터의 이탈거리와 공정변동의 크기를 이용함으로써  $C_{pp}$ 가 공정능력을 평가하는데 필요한 특성들을 가지고 있음을 의미한다.

또한 분모가 동일하기 때문에, 위의 부지수들은  $C_{pp}$ 에 의하여 표현되는 공정부능력에 기여하는 상대적인 크기를 제공하므로  $100C_{ia}/C_{pp}$ ,  $100C_{ip}/C_{pp}$ 를 구하여, 각각 목표로부터 공정평균의 이탈거리에 의해 반영된 것과 공정변동에 의하여 반영된 공정 부능력의 비율을 나타낼 수 있다. 또한 Greenwich 등[4]은 적합품 산출비율(COP; conforming output proportion)이 높은 공정을 확인하는데 다음 식을 사용하였다.

$$C_{cop} = \frac{3\sqrt{C_{ip}}}{3 - \sqrt{C_{ia}}}$$

정규성을 가정하였을 때 만약  $C_{cop} \leq 1$ 이라면, 그 공정은 최소한 99.73%의 적합품 산출 비율을 가진다.

Figure 1은 Pearm 등[6, Fig. 2]에 나와있는 세 가지 공정의 경우에 대하여 기존의 각 지수들과  $C_{pp}$ 값을 비교한 것으로서, 세공정 모두 적합품 산출 비율이 높은 공정들이다. 그림에서  $C_{pp}$ 는 모두 1.00으로 각 공정의 적합품 산출 비율이 99.73%이상임을 보여주고 있으며, 두 개의 부지수는 공정평균의 위치와 산포의 크기에 대한 정보를 함축하고 있어서 각 공정의 분포를 상대적으로 비교할 수 있도록 해줌으로써 다른 지수들과 구별된다.



	$\mu$	$\sigma$	$C_p$	$C_{pk}$	$C_{pm}$	$C_{pmk}$	$C_{pp}$	$C_{ia}$	$C_{ip}$	$C_{cop}$
A	13.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.00	1.00	1.00
B	13.50	0.87	1.15	0.96	1.00	0.83	1.00	0.25	0.75	1.00
C	13.87	0.05	2.00	1.42	1.00	0.71	1.00	0.75	0.25	1.00

Figure 1.  $(USL+LSL)/2=M=T$ , 평균과 표준편차가 다른 공정 A, B, C에 대한 각 지수들의 공정능력 평가치

### 2.2 $C_{pp}$ 및 부지수들의 추정량

한편,  $x_1, x_2, \dots, x_n$ 을 관심있는 공정특성에 대한 랜덤 샘플의 측정치이며 정규분포한다고 가정하면, Taguchi [7]가 제안한 아래의 추정량  $\hat{\tau}^2$ 는 (3)식과 같아진다.

$$\hat{\tau}^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - T)^2 \tag{3}$$

이 추정량은 (4)식과 같이 쓸 수 있고,  $\tau^2$ 에 대한 불편추정량이며, 또한 정규성을 가정하면 추정량  $\hat{\tau}^2$ 는  $\tau^2$ 에 대한 MLE이기도 하다.

$$\begin{aligned} \hat{\tau}^2 &= \hat{\sigma}^2 + (\bar{x} - T)^2 \\ &= \frac{(n-1)s^2}{n} + (\bar{x} - T)^2 \end{aligned} \tag{4}$$

따라서  $C_{pp}$ 에 대한 편의가 없고 모순이 없는 점추정량  $\hat{C}_{pp}$ 를 (5)식과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \hat{C}_{pp} &= \frac{\hat{\tau}^2}{D^2} \\ &= \left( \frac{(n-1)s^2}{n} + (\bar{x}-T)^2 \right) / D^2 \end{aligned} \tag{5}$$

$C_{ip}$ 에 대한 편이가 없고 모순이 없는 점추정량은

$$\hat{C}_{ip} = \frac{(n-1)s^2}{n} / D^2 \tag{6}$$

으로 구할 수 있으며, 식(5)와 (6)의 결과를 이용하면  $C_{ia}$ 에 대한 불편추정량은

$$\hat{C}_{ia} = \hat{C}_{pp} - \hat{C}_{ip} \tag{7}$$

와 같아진다.

### 2.3 $C_{pp}$ 에 대한 $100(1-\alpha)$ 신뢰구간

$X$ 를 정규적으로 분포하는 공정의 품질특성이라 하고  $x_1, x_2, \dots, x_n$ 의 랜덤샘플이 가능하다고 할 때,  $\hat{\mu}=\bar{x}$ ,  $\hat{\sigma}=\sqrt{(n-1)s^2/n}$ 으로 추정하면  $C_{pp}$ 를  $\hat{C}_{pp}$ 로 추정할 수 있다.

한편,  $\hat{\tau}^2 / \tau^2$ 는 (8)식과 같이 근사적으로  $\chi^2/v$  분포를 따른다[1][3][4].

$$\frac{\hat{\tau}^2}{\tau^2} \doteq \frac{\chi_v^2}{v} \tag{8}$$

단, 미지의 파라미터  $v$ 는 아래와 같이 정의되고,

$$v = \frac{n(1+\xi^2)^2}{1+2\xi^2} \quad \left( \text{단, } \xi = \frac{\mu-T}{\sigma} \right) \tag{9}$$

$v$ 에 대한 최우추정량(MLE)  $\hat{v}$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$\hat{v} = \frac{n(1+\hat{\xi}^2)^2}{1+2\hat{\xi}^2} \quad \left( \text{단, } \hat{\xi} = \frac{\bar{x}-T}{\sqrt{\frac{(n-1)s^2}{n}}} \right) \tag{10}$$

(5), (8)의 관계로부터

$$\frac{\hat{C}_{pp}}{C_{pp}} = \frac{\hat{\tau}^2}{\tau^2} \tag{11}$$

이 성립하며, 따라서 식 (5), (8), (11)의 관계로부터  $C_{pp}$ 에 대한 근사적인  $100(1-\alpha)\%$  신뢰한계를 구할 수 있다. 즉,

$$P\left\{ \hat{C}_{pp} \left( \frac{\hat{v}}{\chi^2(\alpha/2; \hat{v})} \right) \leq C_{pp} \leq \hat{C}_{pp} \left( \frac{\hat{v}}{\chi^2(1-\alpha/2; \hat{v})} \right) \right\} = 1-\alpha \tag{12}$$

이 성립한다.

## 3. $\hat{C}_{pp}$ 관리도를 이용한 공정능력의 관리와 조정

### 3.1 관리한계

(8)식과 (11)식을 이용하면 망소특성인  $C_{pp}$ 가 바람직한  $C$ 값(일반적으로 이 값이 1.00이하이면 99.73%이상의 적합품 산출률을 갖는다)보다 작을 근사적인  $100(1-\alpha)\%$  확률한계(probability limits)를 (13)식과 같이 구할 수 있으며, 이를 관리한계로 사용할 수 있다.

$$P\{C_{pp} \leq C\} = P\left\{ \hat{C}_{pp} \leq C \frac{\chi^2(v; \alpha)}{v} \right\} = (1-\alpha) \tag{13}$$

이 방법은  $s^2$ 관리도에서 사용된 방법과 비슷하다[5].

Table 1.  $\hat{C}_{pp}$ 의 관리한계에서 계수  $\chi^2(\hat{v}; \alpha) / \hat{v}$ 의 값

$\hat{v}$	$\alpha$							
	0.99	0.975	0.95	0.9	0.1	0.05	0.025	0.01
80	0.6690	0.7143	0.7549	0.8035	1.2072	1.2735	1.3329	1.4043
81	0.6709	0.7159	0.7563	0.8047	1.2058	1.2717	1.3307	1.4016
82	0.6726	0.7175	0.7577	0.8059	1.2046	1.2699	1.3285	1.3989
83	0.6744	0.7191	0.7591	0.8070	1.2033	1.2682	1.3264	1.3963
84	0.6761	0.7206	0.7604	0.8081	1.2021	1.2666	1.3243	1.3937
85	0.6778	0.7221	0.7618	0.8092	1.2009	1.2649	1.3223	1.3912
86	0.6795	0.7236	0.7631	0.8103	1.1997	1.2633	1.3203	1.3887
87	0.6812	0.7251	0.7643	0.8113	1.1985	1.2617	1.3183	1.3863
88	0.6828	0.7265	0.7656	0.8124	1.1973	1.2602	1.3164	1.3839
89	0.6844	0.7279	0.7668	0.8134	1.1962	1.2586	1.3145	1.3815
90	0.6860	0.7293	0.7681	0.8144	1.1951	1.2571	1.3127	1.3792
91	0.6875	0.7307	0.7693	0.8154	1.1940	1.2557	1.3108	1.3770
92	0.6891	0.7321	0.7705	0.8164	1.1929	1.2542	1.3090	1.3747
93	0.6906	0.7334	0.7716	0.8173	1.1919	1.2528	1.3073	1.3725
94	0.6920	0.7347	0.7728	0.8183	1.1908	1.2514	1.3055	1.3704
95	0.6935	0.7360	0.7739	0.8192	1.1898	1.2500	1.3038	1.3683
96	0.6949	0.7373	0.7750	0.8201	1.1888	1.2486	1.3021	1.3662
97	0.6964	0.7385	0.7761	0.8210	1.1878	1.2473	1.3005	1.3641
98	0.6978	0.7397	0.7772	0.8219	1.1868	1.2460	1.2988	1.3621
99	0.6991	0.7410	0.7782	0.8228	1.1859	1.2447	1.2972	1.3602
100	0.7005	0.7422	0.7793	0.8236	1.1849	1.2434	1.2956	1.3582

공정능력을 평가하는 각 시점에서 계산된 지수값  $\hat{C}_{pp:1}, \hat{C}_{pp:2}, \hat{C}_{pp:3}, \dots$  을 가지는 일련의 샘플들을 고려할 때, (10)식과 같이 각 샘플에 대하여 계산된 유효 자유도(effective degree of freedom)  $\hat{v}_1, \hat{v}_2, \hat{v}_3, \dots$ 를 생각할 수 있다.  $\bar{C}_{pp}$ 를 관측된 지수값들의 평균 또는 공정비능력지수의 목표치라 하고,  $\bar{v}$ 를  $\hat{v}_i$ 의 평균을 나타낸다고 하면, (8), (11), (13)식으로부터 근사적인  $100(1 - \alpha)\%$  확률한계를 가지는  $\hat{C}_{pp}$  관리도는 다음과 같아진다.

$$UCL = \bar{C}_{pp} \left( \frac{\chi^2(\bar{v}; \alpha/2)}{\bar{v}} \right) = P_1 \times \bar{C}_{pp} \tag{14}$$

$$\text{Center Line} = \bar{C}_{pp} \tag{15}$$

$$LCL = \bar{C}_{pp} \left( \frac{\chi^2(\bar{v}; 1 - \alpha/2)}{\bar{v}} \right) = P_2 \times \bar{C}_{pp} \tag{16}$$

단,  $P_1 = \chi^2(\bar{v}; \alpha/2) / \bar{v}$ ,  $P_2 = \chi^2(\bar{v}; 1 - \alpha/2) / \bar{v}$  이며, Table 1에  $\hat{C}_{pp}$ 의 관리상·하한을 구하는데 필요한  $\chi^2(\bar{v}; \alpha) / \bar{v}$ 값을 나타내었다.

한편,  $\hat{C}_{pp}$ 가 공정변동과 공정중심의 위치를 동시에 반영하므로  $\hat{C}_{pp}$  관리도상의 관리이탈신호는 평균과 산포를 각각 분리하여 도시하는  $\bar{x}$ -R 관리도에서의 관리이탈신호와 동일한 의미를 가진다고 할 수 있다.

### 3.2 관리도의 운용과 해석

합리적인 군으로 형성된  $n \times k$ 개의 샘플들을 이용하여  $\bar{x}$ -R 관리도를 작성한 후 공정이 통계적으로 안정상태에 있다고 판정되면  $\hat{C}_{pp}$ 를 계산하고  $\hat{C}_{pp}$  관리도를 다음과 같이 운용할 수 있다. 이때

$\hat{C}_{pp}$ 가 계산되는 각 샘플의 크기는  $(4\sim 6) \times (20\sim 25)$ 이 되므로 80개 이상의 대표본이 되므로 본 연구에서 제시된 방법 외에도 정규분포에 근사시키는 방법도 생각할 수 있을 것이다[1][3].

- 1) 합리적인 군으로 형성된 n과 k개의 샘플을 안정상태의 공정으로부터 채취한다.
- 2) 각 시점에서 지수값  $\hat{C}_{pp,i}$  와  $\hat{v}_i$ 를 추정하고, 부지수  $\hat{C}_{ip}$ 와  $\hat{C}_{ia}$ 를 추정한다.
- 3) 추정치들로부터 평균  $\bar{\hat{C}}_{pp}$ 를 구한다. (관리상태로 판정된 공정의  $\hat{C}_{pp}$ 나 그 목표치를 중심선으로 사용하는 것이 바람직하다.)
- 4)  $\bar{v}$ 를 계산하고 이 때의  $\chi^2(\bar{v}; a) / \bar{v}$ 값을 Table 1에서 구하여 관리한계를 구한다.
- 5) 관리도 용지에 중심선과 관리한계를 표시하고, 각 시점에 대하여  $\hat{C}_{pp,i}$ 와 부지수  $\hat{C}_{ip}$ 와  $\hat{C}_{ia}$ 를 타점한다.
- 6) 관리상한을 벗어나는 점이 있으면 공정능력이 악화된 것으로 판정하고 다음 식을 이용하여 공정의 비능력(incapability)에 대한 부정확도에 기인한 비율과 부정밀도에 기인한 비율을 추정하여 공정을 개선하기 위한 정보를 구하고, 두 비율 중 큰 쪽에 대한 조치를 우선적으로 취하여 공정 개선의 효율을 높인다..

$$\frac{100C_{ia}}{C_{pp}} \quad \& \quad \frac{100C_{ip}}{C_{pp}}$$

이때 취해지는 공정 조정에 대한 메커니즘을 공정능력연구에서 이용되는 일반적인 메커니즘[8]과 비교하면 Figure 2와 같다.

General Method			Method in Incapability Index				
Potential Capability			Imprecision ( $100C_{ip}/C_{pp}$ )				
			Inaccuracy ( $100C_{ia}/C_{pp}$ )				
			Imprecision ( $100C_{ip}/C_{pp}$ )				
			Inaccuracy ( $100C_{ia}/C_{pp}$ )				
			Imprecision ( $100C_{ip}/C_{pp}$ )				
			Inaccuracy ( $100C_{ia}/C_{pp}$ )				
Performance Capability	High	Low	Not Possible	Desired State	High	Move Average	-
	Low	High	Reduce Variation	Move Average	Low	Desired State	Reduce Variance

Figure 2. 공정능력해석을 통한 공정조정 메커니즘

$\hat{C}_{pp}$  관리도는  $\hat{C}_{pp}$ 와 그 부지수들을 하나의 용지에 타점함으로써  $\hat{C}_{pp}$ 에 대한  $\hat{C}_{ia}$ 와  $\hat{C}_{ip}$ 의 영향을 시각적으로 확인할 수 있으며,  $C_{cp} = 3\sqrt{\hat{C}_{ip}} / (3 - \sqrt{\hat{C}_{ia}})$ 를 계산하여 적합품의 산출비율이 높은 공정을 구분할 수 있다. 정규성을 가정했을 때 이 비율이 1보다 작다면 그 공정은 최소한 99.73%의 적합품 산출 비율을 가지므로 공정정보를 해석하고자 할 때 이를 사용할 수도 있을 것이다.

### 3.3 관리도 운용사례

공정특성치에 대한 규격은  $USL=54, LSL=46, T=50$  (즉,  $USL-T=T-LSL$ )으로 주어졌으며,  $N(50, 1)$ 인 공정에서 랜덤하게 80개( $n=4, k=20$ )의 데이터를 취하였다(이 데이터들은  $C_p=1.33$ 에 해당하는 공정능력을 갖도록  $N(50, 1)$ 인 공정에서 컴퓨터로 발생시켜 킨 것이다). 공정이 안정상태에 있음을 확인하고 공정능력을 계속 모니터링하여 25개의  $\hat{C}_{pp,i}$ 가 얻어졌으며, (14), (15), (16)식을 이용하여  $\hat{C}_{pp}$  관리도의 관리상한이 0.793으로 계산되었다. 관리한계를 연장시키고 공정평균을 Figure 3과 같이 변화시켜 갔을 때  $\hat{C}_{pp}$ 값을 Table 2에 나타내었으며, 공정산포의 변화가 발생한 경우에 대하여는 Figure 4와 Table 3에 나타내었다. Figure 2에 제시된 공정조정방법을 이용하여 이를 해석

하면 다음과 같다.

공정 평균의 변화가 너무 심하여 공정능력이 부족한 것으로 판정된 22~25번째 샘플의 경우를 살펴보면 공정비능력에 대한 기여율이 공정평균과 산포 모두 비슷하게 보인다. 이와 같은 경우는 1차적으로 공정변동을 줄일 수 있는 조치를 우선적으로 취하는 것이 효과적이다. 이 경우  $C_{cop}$ 를 살펴보면 목표로한  $4\sigma$  품질수준을 확보하는데 실패하고 있음을 잘 알 수 있다. 만약 공정평균의 기여율이 높을 경우에는 우선적으로 공정평균을 목표치 쪽으로 조정하는 것이 고려되어야 할 것이다.

한편, Figure 4와 Table 3은 공정의 산포를  $1.1\sigma$ 에서  $1.5\sigma$ 까지 변화시킨 경우로써 13~25번째 샘플들을 살펴보면, 공정능력이 부족한 이유가 전적으로 산포의 변화에 기인하고 있음을 쉽게 알 수 있다. 따라서 공정 변동을 감소시킬 수 있는 방안을 우선적으로 고려하여 부적합품의 산출비율을 낮추는 것이 필요하다.

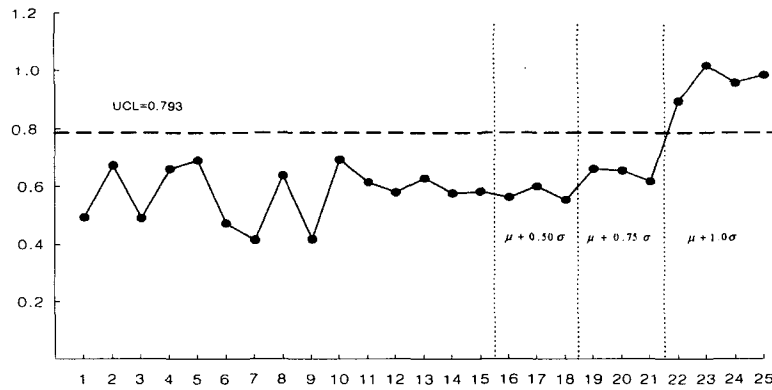


Figure 3. 평균의 이동이 발생한 경우

Table 2. 관리한계를 연장한 후 얻어진  $\hat{C}_{pp}$  (공정평균의 변화가 있는 경우)

	$\bar{x}$	$C_{pp}$	$C_{ia}$	$C_{ip}$	$100C_{ia}/C_{pp}$	$100C_{ip}/C_{pp}$	$C_{cop}$
1	49.929	0.479	0.003	0.476	0.6%	99.4%	0.702
2	50.283	0.656	0.045	0.611	6.9%	93.1%	0.841
3	49.826	0.477	0.017	0.460	3.6%	96.4%	0.709
4	49.789	0.646	0.025	0.621	3.9%	96.1%	0.832
5	50.063	0.674	0.002	0.672	0.3%	99.7%	0.833
6	49.956	0.460	0.001	0.459	0.2%	99.8%	0.685
7	49.923	0.402	0.003	0.399	0.8%	99.2%	0.644
8	49.829	0.624	0.016	0.607	2.6%	97.4%	0.814
9	50.115	0.405	0.007	0.398	1.8%	98.2%	0.649
10	49.961	0.679	0.001	0.678	0.1%	99.9%	0.832
11	49.993	0.601	0.000	0.601	0.0%	100.0%	0.777
12	49.833	0.567	0.016	0.551	2.8%	97.2%	0.774
13	49.913	0.616	0.004	0.611	0.7%	99.3%	0.799
14	49.704	0.562	0.049	0.512	8.8%	91.2%	0.773
15	50.039	0.569	0.001	0.568	0.1%	99.9%	0.761
16	50.086	0.549	0.004	0.544	0.8%	99.2%	0.754
17	49.999	0.585	0.000	0.585	0.0%	100.0%	0.765
18	49.967	0.539	0.001	0.538	0.1%	99.9%	0.740
19	49.814	0.645	0.019	0.626	3.0%	97.0%	0.830
20	49.931	0.640	0.003	0.637	0.4%	99.6%	0.812
21	49.943	0.602	0.002	0.600	0.3%	99.7%	0.786
22	50.775	0.879	0.338	0.541	38.4%	61.6%	0.913
23	51.008	1.003	0.572	0.431	57.0%	43.0%	0.878
24	50.848	0.945	0.405	0.540	42.8%	57.2%	0.933
25	50.942	0.969	0.499	0.470	51.5%	48.5%	0.897

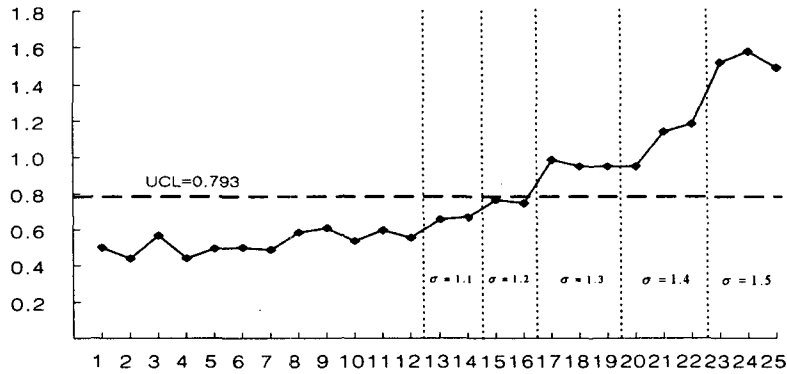


Figure 4. 산포의 변화가 발생한 경우

Table 3. 관리한계를 연장한 후 얻어진  $\hat{C}_{pp}$  (산포의 변화가 있는 경우)

	$\bar{x}$	$C_{pp}$	$C_{ia}$	$C_{ip}$	$100C_{ia}/C_{pp}$	$100C_{ip}/C_{pp}$	$C_{cop}$
1	50.135	0.504	0.010	0.494	2.0%	98.0%	0.727
2	49.876	0.445	0.009	0.437	2.0%	98.0%	0.682
3	49.863	0.570	0.011	0.559	1.9%	98.1%	0.775
4	50.025	0.446	0.000	0.446	0.1%	99.9%	0.672
5	49.995	0.496	0.000	0.496	0.0%	100.0%	0.705
6	50.100	0.504	0.006	0.498	1.1%	98.9%	0.724
7	50.029	0.493	0.000	0.493	0.1%	99.9%	0.707
8	49.852	0.589	0.012	0.576	2.1%	97.9%	0.788
9	49.921	0.611	0.004	0.608	0.6%	99.4%	0.795
10	50.111	0.538	0.007	0.531	1.3%	98.7%	0.750
11	49.830	0.601	0.016	0.584	2.7%	97.3%	0.798
12	49.913	0.557	0.004	0.553	0.8%	99.2%	0.760
13	50.133	0.658	0.010	0.648	1.5%	98.5%	0.833
14	50.196	0.671	0.022	0.649	3.2%	96.8%	0.847
15	49.800	0.771	0.022	0.748	2.9%	97.1%	0.910
16	50.114	0.748	0.007	0.740	1.0%	99.0%	0.886
17	49.974	0.990	0.000	0.990	0.0%	100.0%	1.001
18	49.813	0.955	0.020	0.935	2.1%	97.9%	1.014
19	50.120	0.954	0.008	0.946	0.9%	99.1%	1.003
20	50.071	0.951	0.003	0.948	0.3%	99.7%	0.991
21	49.895	1.148	0.006	1.141	0.5%	99.5%	1.097
22	49.943	1.187	0.002	1.185	0.2%	99.8%	1.104
23	50.468	1.521	0.123	1.398	8.1%	91.9%	1.339
24	49.846	1.585	0.013	1.572	0.8%	99.2%	1.304
25	49.842	1.497	0.014	1.483	0.9%	99.1%	1.268

#### 4. 수행도평가

$\hat{C}_{pp}$  관리도의 수행도 평가를 위해 특성치에 대한 규격은  $USL=54, LSL=46, T=50$  (즉,  $USL-T=T-LSL$ )으로 주어진 경우, FORTRAN의 IMSL을 이용하여  $N(50, 1)$ 인 공정에서 랜덤하게 80개( $n=4, k=20$ )의 데이터를 취하여 관리한계를 구한 후, 10000개의  $\hat{C}_{pp}$ 를 타점하는 시뮬레이션을 1000번 반복하여, 위험률  $\alpha$ 에 따라서 관리한계를 벗어난 점들의 수를 계산하였다.

또한 이 때 공정의 변화에 따른  $\hat{C}_{pp}$  관리도의 민감도를 분석하기 위하여 공정의 평균을 이동시킨 경우와 표준편차를 변화시킨 경우에 대해서도 같은 방법으로 실험하여서 Figure 5~Figure 7로써 나타내었다.



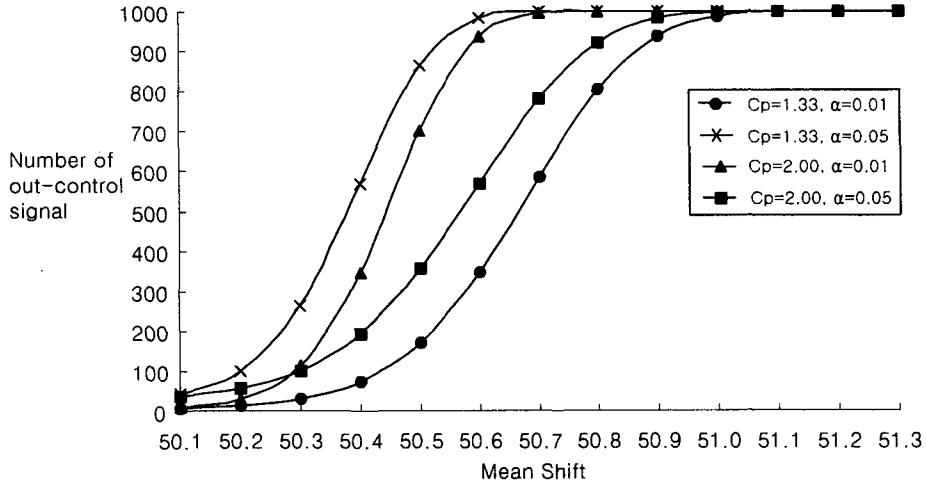


Fig. 5 평균을 변화시키는 경우 관리한계를 벗어난 점의 갯수

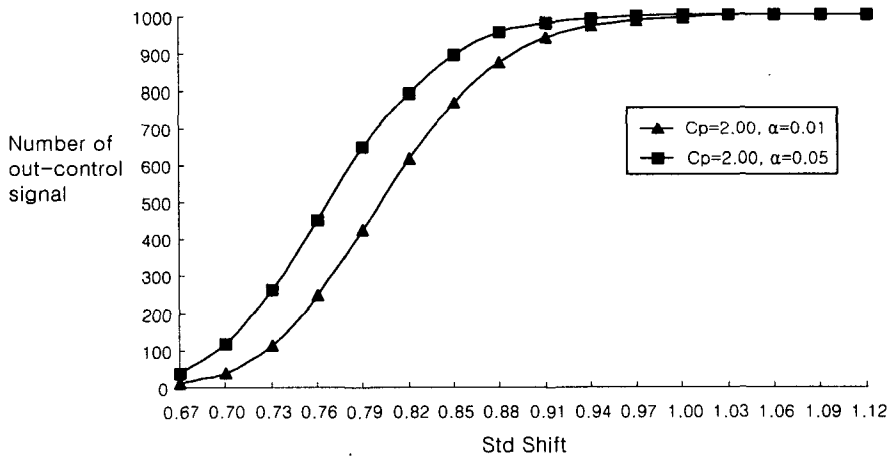


Fig. 6 표준편차를 변화시킨 경우 관리한계를 벗어난 점의 갯수

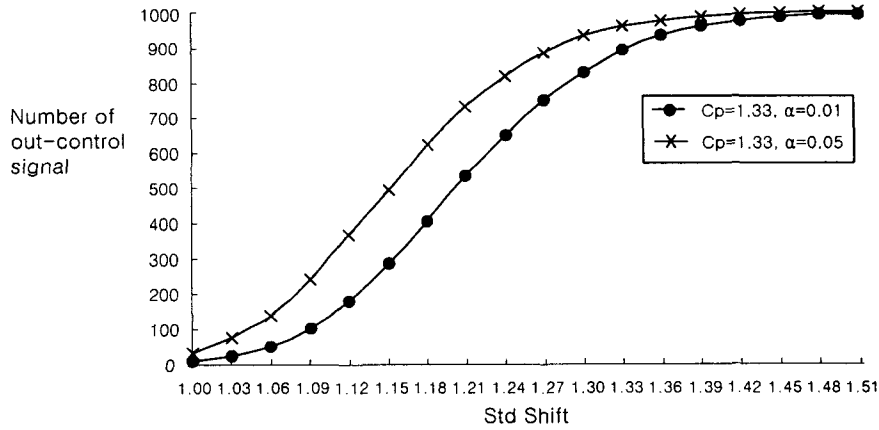


Fig. 7 표준편차를 변화시킨 경우 관리한계를 벗어난 점의 갯수

Figure 5는 공정능력지수  $C_p = 2.0$  과  $C_p = 1.33$  인 경우 평균변화에 따라서 관리한계를 벗어난 점들을 개수를 구하여 도시하였다. Figure 5에서 알 수 있듯이 10000개의 타점한  $\hat{C}_{pp}$ 는 위험을  $\alpha$ 에 따라서 벗어난 점들의 개수가 위험확률과 거의 일치하는 것을 알 수 있고, 공정능력지수가 높은 경우( $C_p = 2.0$ )가 낮은 경우( $C_p = 1.33$ ) 보다 평균의 변화에 대해서 훨씬 민감한 반응을 보인다는 것을 알 수 있다. 또한 Figure 5의 결과로  $\hat{C}_{pp}$ 관리도가 공정평균의 작은 변화에도 상당히 민감하게 공정의 변화를 잘 감지한다는 것을 알 수 있다.

Figure 6과 Figure 7은 각각  $C_p = 2.0$  과  $C_p = 1.33$  인 경우 공정의 표준편차를 변화시키는 경우 관리한계를 벗어난 점들의 개수를 구하여 도시하였다. Figure 6과 Figure 7에서 알 수 있듯이  $\hat{C}_{pp}$ 관리도가 공정의 표준편차가 아주 작은 경우에도 상당히 민감하게 공정의 변화를 잘 감지한다는 것을 알 수 있다.

## 5. 결론

본 연구에서는 공정능력의 변화를 모니터하기 위한  $C_{pp}$ 지수 관리도의 문제를 다루었다. 관리한계를 유도하고  $C_{pp}(C_{ia}, C_{ip})$  관리도를 작성하는 절차를 제시하였으며, 그 부지수들을 이용하여 공정의 관리에 이용하는 방법을 소개하였다.

$C_{pp}$ 의 부지수들은 공정의 평균변화와 산포의 변화를 감지하는데 매우 유용할 뿐만 아니라 그 공에 대한 보다 구체적인 정보를 관리자에게 제시해 주고 있다. 그러므로 공정비능력지수를 이용한 관리도는 관리용 관리도로서의 역할을 훌륭하게 수행할 수 있을 것이며, 공정능력에 관한 정보를 요약할 수 있다는 이점 이외에 공정 조정에 대한 자료를 제시할 수 있을 것으로 보인다. 이러한 부지수들에 대한 보다 심도 있는 연구가 선행된다면  $\bar{x}$ -R 관리도를 대신하여 공정해석 및 공정관리를 동시에 가능하게 하고 공정의 능력을 한눈에 살필 수 있는 관리도를 설계할 수도 있을 것이다.

## 참 고 문 헌

- [1] Boyles, R. A. (1991), "Taguchi Capability Index", *Journal of Quality Technology*, Vol. 23, pp.17-26.
- [2] Chan, L.K., Cheng, S.W., Spring, F. A. (1988), "A New Measure of Process Capability :  $C_{pm}$ ", *Journal of Quality Technology*, Vol. 20, No. 3, pp.162-175.
- [3] Kotz, S. and Lovelace, C. R. (1998), *Process Capability Indices in Theory and Practice*, Oxford University Press Inc., pp.81-87.
- [4] Michael Greenwich, M and Jahr-Schaffrath, B. L. (1995), "A Process Incapability Index", *International Journal of Quality and Reliability Management*, Vol. 12, No. 4, pp.58-71.
- [5] Montgomery, D. C. (1996), *Introduction to Statistical Quality Control* (3rd Edit.), John Wiley & Sons, pp.129-140, 431-453.
- [6] Pearn, W. L., Kotz, S. and Johnson, N. L. (1992), "Distribution and Inferential Properties of Process Capability Indices", *Journal of Quality Technology*, Vol.24, No. 4, pp.216-231.
- [7] Taguchi, G., "A tutorial on quality and assurance: the Taguchi methods", ASA Annual Meeting, Las Vegas, NV, 1985.
- [8] Bothe, Davis R., *Measuring Process Capability - Techniques and Calculations for Quality and Manufacturing Engineers*, McGraw-Hill, New York, 1997, p.180.